

**О. Д. Егоров**, канд. техн. наук, доц., egorovod@yandex.ru, **М. А. Буйнов**, аспирант, mak5273@yandex.ru  
Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"

## Исследование механизмов мехатронных устройств с помощью графов

*Предложен новый метод структурного анализа механизмов с помощью графов, позволяющий определять число избыточных и метрических связей, лишней подвижностей и лишней звеньев, возникающих в контурах механизмов. Показана реализация данного метода в виде компьютерной программы для автоматизированного структурного анализа механизмов на ЭВМ. Представлен пример анализа механизма с помощью разработанной программы.*

**Ключевые слова:** механизм, структурный анализ, граф, избыточная связь, лишняя подвижность, метрическая связь

### Введение

Мехатронные устройства предназначены для преобразования энергии, материалов и информации в целях замены или облегчения физического и умственного труда человека. Они построены на принципах синергетической интеграции механических, электротехнических, электронных и компьютерных компонентов [1–3]. Механическими компонентами являются механизмы — это системы твердых тел, подвижно соединенных между собой различными видами связей, реализующие управляемые двигательные функции, т.е. осуществляющие преобразования управляемого движения одного или нескольких тел системы в требуемые управляемые движения других тел.

Структурный анализ механизма — исследование его свойств по структурной схеме. Основная задача анализа состоит в определении числа степеней подвижности механизма и собственно его подвижности, а также числа замкнутых контуров, числа избыточных контурных связей (ИКС) и лишней контурных подвижностей (ЛКП), метрических связей (МС) и лишней звеньев (ЛЗ).

ИКС обращают механизм в статически неопределимую систему [4], что вызывает увеличение трения и износа в кинематических парах [5]. Наличие ЛКП дает возможность звеньям механизма поворачиваться вокруг своих продольных осей, не оказывая влияния на его функциональные возможности, что приводит к усложнению конструкции механизма. МС — связи, которые повторяют ограничения на относительные движения звеньев в механизме [6]. Наличие МС может привести к заклиниванию механизма в случае неточности изготовления его звеньев. Лишние звенья улучшают качественные характеристики механизма, но не влияют на его функциональные преобразования.

Наличие ИКС, ЛКП, МС в механизме отрицательно сказывается на его эксплуатационных ха-

рактеристиках. Такие механизмы нежелательно применять в мехатронных устройствах [7–9], где требуется высокая точность их функционирования.

### Определение структурных свойств механизмов с помощью графов

В работах [10, 11] предложен метод структурного анализа механизмов, позволяющий с помощью структурных формул определять число ИКС и ЛКП механизма, а также его подвижность. Такой метод сложно применить для автоматизированного определения структурных свойств механизмов на ЭВМ.

Поэтому в данной статье предложен новый метод структурного анализа механизмов с помощью графов. Суть метода заключается в переходе от структурной схемы механизма к его графу, по которому можно определить число его ИКС, ЛКП, ЛЗ, МС, а также число степеней подвижности и его подвижность.

Понятие графа было введено венгерским математиком Денешем Кенигом в 1936 г. Графом  $G$  называется пара множеств  $(V; E)$ , где  $V$  — непустое конечное множество элементов, называемых вершинами графа;  $E$  — конечное множество неупорядоченных пар элементов из  $V$ , называемых ребрами графа [12].

При составлении графа механизма будем каждому его звену сопоставлять вершину графа ( $m_j$ ), а кинематической паре — отрезок, соединяющий вершины (т.е. ребро графа  $v_j$ ). Все звенья механизма, включая стойку, нумеруем цифрами, начиная с 0. Число подвижностей каждой кинематической пары записываем цифрой на соответствующем ей ребре.

На рис. 1 приведены примеры структурных схем разомкнутого (рис. 1, а) [13] и замкнутого (рис. 1, в) механизма мехатронного устройства, а на рис. 1, б и рис. 1, г показаны соответствующие им графы.

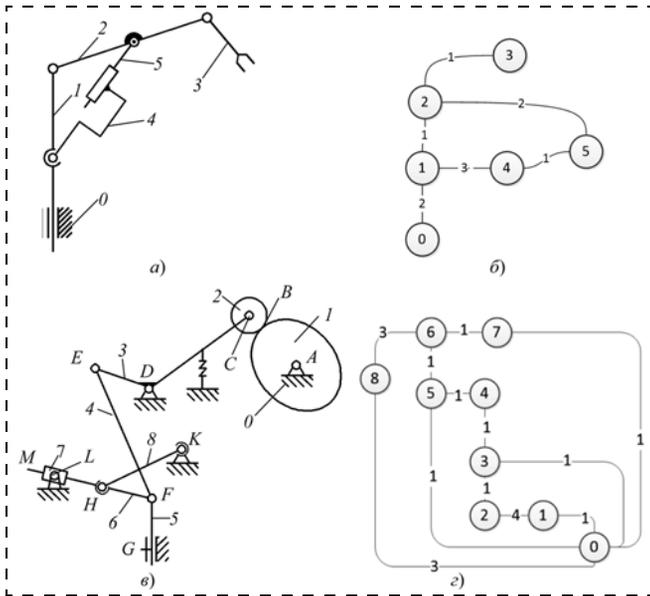


Рис. 1. Структурные схемы механизмов и соответствующие им графы

Источником ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС в механизме являются замкнутые контуры. Число контуров определяют по формуле Эйлера [12]

$$K = v - m + 1, \quad (1)$$

где  $v$  — число ребер графа механизма;  $m$  — число вершин графа механизма.

При анализе графа механизма число ИКС и ЛКП  $j$ -го контура предлагаем определять по формуле

$$S_j = 3 - \sum_{g=1}^t (r_g - 6 + l_g), \quad (2)$$

где  $t$  — число ребер в контуре;  $r_g$  — число подвижностей кинематической пары, соответствующей  $g$ -му ребру контура;  $l_g$  — модификатор, зависящий от числа подвижностей кинематической пары:

$$l_g = \begin{cases} 5 & \text{для } r_g = 1, 2 \text{ и } 3; \\ 4 & \text{для } r_g = 4 \text{ и } 5. \end{cases}$$

Положительное значение  $S_j$  соответствует числу ИКС  $j$ -го контура, а отрицательное значение — числу ЛКП.

Число ЛЗ в  $j$ -м контуре предлагаем определять по формуле

$$Z_j = \sum_{g=1}^t (5 - l_g) v_g, \quad (3)$$

где  $v_g$  — число ребер контура, которые имеют подвижность  $r_g$ .

Формула (3) применима только для контуров графа механизма, состоящих из трех и более вершин. В контуре графа механизма, состоящем из двух вершин, не может быть лишних звеньев, так как минимальное число подвижных звеньев механизма, образующих замкнутый контур, равно двум.

Число МС механизма по его графу определяем в виде

$$T = 4 + 2(K - 1) - m. \quad (4)$$

Положительное значение, получаемое по формуле (4), соответствует числу МС механизма; отрицательное значение и ноль свидетельствуют о том, что МС в механизме нет. Зависимость (4) позволяет определить число МС механизма, но она не дает возможности найти контуры механизма, в которых они находятся. Для их поиска предлагаем использовать следующее правило: МС появляется в контуре, содержащем только одно подвижное звено с двумя кинематическими парами, которое не входит в другие ранее рассмотренные контуры механизма. При использовании данного правила необходимо рассмотреть все контуры механизма, начиная с того, который имеет минимальное число подвижных звеньев, и далее рассматривать остальные контуры в порядке их увеличения.

Подвижность механизма с учетом ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС, таким образом, можно определять по формуле

$$W = 6(m - v - 1) + \sum_{i=1}^v r_i + \sum_{j=1}^K S_j - \sum_{s=1}^K Z_s + T. \quad (5)$$

Подвижность механизма указывает на то, сколько управляемых обобщенных координат необходимо задать, чтобы привести механизм в движение, т.е. сколько необходимо установить приводов в кинематических парах (КП). Все КП в механизме можно условно разделить на пассивные и активные. Пассивная КП — соединение двух звеньев, не позволяющее осуществлять заданное управляемое движение одного звена пары относительно другого. Активная КП или степень подвижности (СП) — соединение двух звеньев, позволяющее обеспечивать одному из них управляемые обобщенные координаты. СП в отличие от КП включает в себя приводы и, в общем случае, может задавать несколько обобщенных координат механизма. Общее число СП механизма по его графу предлагаем определять по формуле

$$H = m - 2K - 1 + f,$$

где  $f$  — модификатор, зависящий от соотношения числа вершин и контуров графа механизма:

$$f = \begin{cases} 0, & \text{если } m \geq 2K + 2; \\ 4 + 2(K - 1) - m, & \text{если } m < 2K + 2. \end{cases}$$

### Структурный анализ механизмов на ЭВМ

Для автоматизированного структурного анализа механизмов с помощью графов была написана программа на ЭВМ. Разработка программы велась в интегрированной среде Microsoft Visual Studio 2015 с использованием языка программирования Visual C#. Графический интерфейс программы построен с помощью библиотечных компонентов Net Framework 4 (рис. 2).

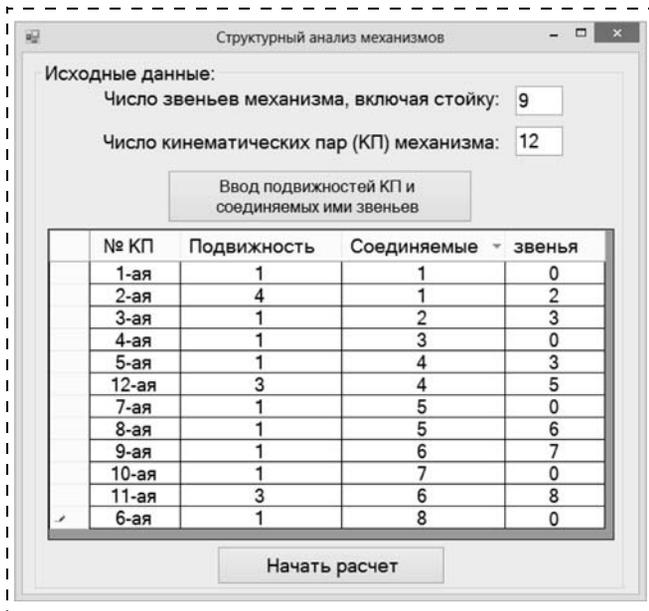


Рис. 2. Окно ввода исходных данных

Рассмотрим пример структурного анализа механизма (рис. 1, в) с помощью разработанной программы.

В программе граф механизма представлен в виде своей матрицы смежности [14] — квадратной матрицы размерности  $m \times m$  ( $m$  — число вершин графа механизма), элемент которой, стоящий в  $i$ -й строке и  $j$ -м столбце, определяют по правилу:  $a_{ij} = 0$ , если вершины  $m_i$  и  $m_j$  не имеют соединяющего их ребра  $v_i$ , и  $a_{ij} = r_g$ , если вершины  $m_i$  и  $m_j$  соединены ребром  $v_i$  с подвижностью, равной  $r_g$ .

После ввода исходных данных программа автоматически составляет матрицу смежности графа анализируемого механизма по указанному выше правилу. Матрица смежности для графа механизма на рис. 1, в имеет вид

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Формула (1) позволяет определить только число контуров механизма по его графу, но для анализа необходимо также знать, какими звеньями и кинематическими парами они образованы.

В разработанной программе для поиска контуров механизма по его графу применен алгоритм, основанный на поиске "в глубину" (англ. depth-first search, DFS) [15, 16]. Методика поиска в глубину

состоит в том, чтобы идти "в глубь" по ребрам графа, насколько это возможно. Алгоритм работает рекурсивно, перебирая все исходящие из рассматриваемой вершины ребра. Если ребро ведет в вершину, которая не была рассмотрена ранее, то запускаем алгоритм вновь от этой вершины, а после этого возвращаемся и продолжаем перебирать оставшиеся ребра. Конец работы алгоритма происходит в том случае, если в вершине не осталось ребер, которые ведут в нерассмотренную вершину.

Рассмотрим работу алгоритма DFS на примере графа (рис. 3). Стартовая вершина графа может быть выбрана произвольно, но для определенности будем считать, что в качестве таковой выбрана вершина  $A$ . На рис. 3 цифра у каждой вершины обозначает число итераций алгоритма, за которое он пришел в нее. За 11 итераций алгоритм обошел все вершины графа. В результате этого обхода в памяти программы сохранились семь последовательностей вершин, соединенных ребрами:  $A-B-C-D$ ;  $A-B-C-E$ ;  $A-B-F$ ;  $A-G$ ;  $A-H-I-J$ ;  $A-H-I-K$ ;  $A-H-L$ .

После обхода всего графа программа проверяет все полученные последовательности вершин на замкнутость, т.е. проверяет, имеет ли граф ребро, соединяющее их начальную и конечную вершины. В рассмотренном примере графа (рис. 3) нет замкнутых контуров.

Таким образом, разработанный алгоритм нахождения контуров позволяет определять вершины (т.е. звенья механизма) и ребра (кинематические пары механизма), которыми они образованы.

Для каждого найденного контура программа по формулам (2)—(4) находит число избыточных связей, лишних подвижностей, лишних звеньев и метрических связей.

Окно вывода результатов (рис. 4) содержит рисунок графа анализируемого механизма и результат его расчета. В нем отражена информация о контурном составе механизма. Для каждого контура приводится список звеньев, которыми он образован, число его избыточных связей или лишних подвижностей. Если контур содержит лишние звенья или метрические связи, то информация об этом также выводится в результатах расчета.

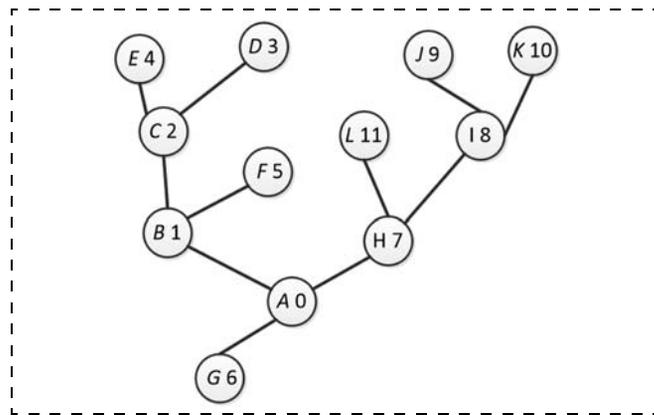


Рис. 3. Пример работы алгоритма DFS на графе

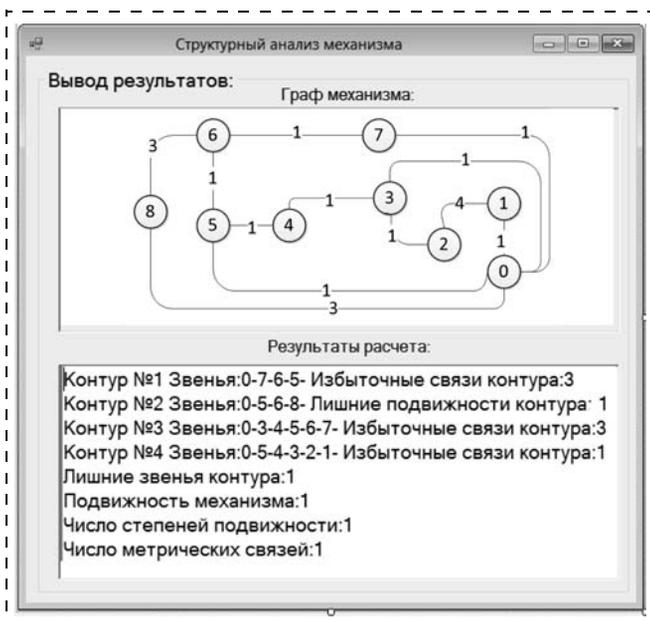


Рис. 4. Окно вывода результатов расчета

Анализируемый механизм (см. рис. 1, в), как видно из результатов расчета (рис. 4), состоит из четырех контуров. В двух контурах *DEFG* и *LMFG* имеются по три ИКС, в контуре *ABCD* — одна ИКС, а в контуре *LMHK* содержится одна ЛКП (возможность звена 8 проворачиваться вокруг своей продольной оси). Механизм имеет одно лишнее звено — ролик 2, который предназначен для замены трения скольжения на трение качения, но не влияет на его функциональные преобразования. Также механизм имеет одну метрическую связь, вызванную звеном 8.

### Заключение

Предложенный метод структурного анализа механизмов с помощью графов дает возможность определять число ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС каждого замкнутого контура, а также число степеней подвижности механизма и его подвижность. Применение

данного метода обеспечивает рациональное конструирование механизмов [17], приводящее к уменьшению трения и износа в кинематических парах, улучшению условий их функционирования и повышению качества работы механизма.

### Список литературы

1. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение. М.: Машиностроение, 2006. 256 с.
2. Илюхин Ю. В. Методы научного познания в процессе исследования и создания мехатронных систем // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2012. № 1. С. 145—147.
3. Егоров О. Д., Буйнов М. А. Эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации параметров механизмов мехатронных устройств и роботов // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2015. № 3. С. 90—96.
4. Решетов Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник. М.: Машиностроение, 1979. 334 с.
5. Егоров О. Д., Подураев Ю. В. Расчет и конструирование мехатронных модулей. М.: ГОУ ВПО МГТУ "СТАНКИН", 2012. 422 с.
6. Гуцин В. Г., Балгаджи С. А., Соболев А. Н., Бровкина Ю. И. Проектирование механизмов и машин. Старый Оскол: ТНТ, 2014. 488 с.
7. Егоров О. Д. Прикладная механика робототехнических устройств: учебное пособие. М.: ФГБОУ ВПО МГТУ "СТАНКИН", 2014. 372 с.
8. Егоров О. Д., Буйнов М. А. Проектирование мехатронного модуля захватного устройства робота с преобразователем движения реечного типа // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2013. № 2. С. 8—12.
9. Григорьев С. Н., Кутин А. А., Долгов В. А. Принципы построения цифровых производств в машиностроении // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2014. № 3. С. 8—14.
10. Егоров О. Д. Структурный анализ механизмов мехатронных устройств // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2012. № 2. С. 16—19.
11. Егоров О. Д. Структурный анализ рычажных механизмов // Технология машиностроения. 2012. № 4. С. 54—58.
12. Goodrich M. T., Tamassia R. Graph terminology and representations. Boston: Addison-Wesley, 2015. 360 p.
13. Егоров О. Д. Конструирование механизмов роботов. М.: Абрис, 2012. 443 с.
14. Харари Ф. Теория графов / Пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева. Под ред. Г. П. Гаврилова. Изд. 2-е. М.: Едиториал УРСС, 2003. 296 с.
15. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. Introduction to Algorithms, Second Edition. MIT Press and McGraw-Hill, 2001. 549 p.
16. Knuth Donald E. The Art of Computer Programming. Vol. 1. Boston: Addison-Wesley, 1997. 560 p.
17. Некрасов А. Я., Арбузов М. О. Логика поиска рациональных инженерных решений при конструировании // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2014. № 3. С. 20—24.

## Investigation of the Mechanisms of the Mechatronic Devices by Using Graphs

O. D. Egorov, egorovod@yandex.ru✉, M. A. Buynov, mak5273@yandex.ru,  
Moscow State University of Technology "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation

Corresponding author: Egorov Oleg D., Ph. D., Associate Professor of Robotic and Mechatronics Sub-department MSTU STANKIN, Moscow, 127055, Russian Federation, e-mail: egorovod@yandex.ru

Received on October 05, 2016

Accepted on October 14, 2016

The article presents a new method of the structural analysis of the mechanisms using graphs, which allows us to determine the number of the excess and metric relationships, extra mobility and extra links, occurring in the circuits of the mechanisms. It shows implementation of this method in the form of a computer program for an automated structural analysis by computer mechanisms. The program was developed in the integrated environment of Microsoft Visual Studio, 2015. The program lan-

guage was Visual C#. The graphical interface was built using the library component Net Framework 4. The authors' program for searching of the contours' mechanism applied to the graph algorithm is based on the search of "the depth". According to the formulas proposed by the authors, for each contour the program finds the number of the redundant ties, extra mobility, extra links, and metric connections. The calculation results of the program present the number of the circuits of the mechanism, their composition, the number of the redundant links or redundant mobility of the contours, the number of extra units and metric relations, as well as the number of the degrees of freedom of the mechanism and its mobility. The article presents an analysis of the mechanism of the mechatronic device with the developed program. Application of this method of analysis of the mechanisms ensures a rational construction of the mechanisms leading to reduction of friction and wear in the kinematics pairs, and improvement of the conditions of their functioning and the quality of operation of the mechanisms.

**Keywords:** mechanism, structural analysis, graph, excess communication, excess mobility, metric connection

For citation:

**Egorov O. D., Buynov M. A.** Investigation of the Mechanisms of the Mechatronic Devices by Using Graphs, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 108—112.

DOI: 10.17587/mau.18.108-112

## References

1. **Poduraev Yu. V.** *Mekhatronika: osnovy, metody, primeneniye* (Mechatronics: fundamentals, methods, application), Moscow, Mashinostroenie, 2006, 256 p. (in Russian).
2. **Ilyukhin Yu. V.** *Metody nauchnogo poznaniya v protsesse issledovaniya i sozdaniya mekhatronnykh sistem* (Methods of scientific cognition in the process of research and creation of mechatronic systems), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2012, no. 1, pp. 145—147 (in Russian).
3. **Egorov O. D., Buynov M. A.** *Evolutsionnyy algoritm mnogokriterial'noy optimizatsii parametrov mekhanizmov mekhatronnykh ustroystv i robotov* (Evolutionary algorithm of multicriteria optimization of mechanisms of mechatronic devices and robots), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2015, no. 3, pp. 90—96 (in Russian).
4. **Reshetov L. N.** *Samoustanavlivayushchiesya mekhanizmy* (Self-aligning mechanisms), Moscow, Mashinostroenie, 1979, 334 p. (in Russian).
5. **Egorov O. D., Poduraev Yu. V.** *Raschet i konstruirovaniye mekhatronnykh moduley* (Calculation and design of mechatronic modules), Moscow, GOU VPO MGTU "STANKIN", 2012, 422 p. (in Russian).
6. **Gushchin V. G., Baltadzi S. A., Sobolev A. N., Brovkina Yu. I.** *Proektirovaniye mekhanizmov i mashin* (The design of mechanisms and machines), Staryy Oskol, TNT, 2014, 488 p. (in Russian).
7. **Egorov O. D.** *Prikladnaya mekhanika robototekhnicheskikh ustroystv* (Applied mechanics of robotic devices), Moscow, FGBOU VPO MGTU "STANKIN", 2014, 372 p. (in Russian).
8. **Egorov O. D., Buynov M. A.** *Proektirovaniye mekhatronnogo modulya zakhvatnogo ustroystva robota s preobrazovatelem dvizheniya reechnogo tipa* (Designing mechatronic module of the grasp of the robot with the Converter of movement lath type), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2013, no. 2, pp. 8—12 (in Russian).
9. **Grigor'ev S. N., Kutin A. A., Dolgov V. A.** *Printsiipy postroyeniya tsifrovyykh proizvodstv v mashinostroyenii* (The principles of digital industries in the engineering), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2014, no. 3, pp. 8—14 (in Russian).
10. **Egorov O. D.** *Strukturnyy analiz mekhanizmov mekhatronnykh ustroystv* (Structural analysis of lever mechanisms), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2012, no. 2, pp. 16—19 (in Russian).
11. **Egorov O. D.** *Strukturnyy analiz rychazhnykh mekhanizmov* (Structural analysis of lever mechanisms), *Tekhnologiya Mashinostroyeniya*, 2012, no. 4, pp. 54—58 (in Russian).
12. **Goodrich M. T., Tamassia R.** *Graph terminology and representations*, Boston: Addison-Wesley, 2015, 360 p.
13. **Egorov O. D.** *Konstruirovaniye mekhanizmov robotov* (Designing of mechanisms of robots), Moscow, Abris, 2012, 443 p. (in Russian).
14. **Kharari F.** *Teoriya grafov* (Graph theory), G. P. Gavrilova ed., Moscow, Editorial URSS, 2003, 296 p. (in Russian).
15. **Cormen Th. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C.** *Introduction to Algorithms*, Second Edition, MIT Press and McGraw-Hill, 2001, 549 p.
16. **Knuth D. E.** *The Art of Computer Programming*, vol. 1, 3rd edition, Boston, Addison-Wesley, 1997, 560 p.
17. **Nekrasov A. Ya., Arbuзов M. O.** *Logika poiska ratsional'nykh inzhenernykh resheniy pri konstruirovanii* (The search logic of rational engineering solutions in the design), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2014, no. 3, pp. 20—24 (in Russian).

УДК 534.2:621.3

DOI: 10.17587/mau.18.112-121

**С. М. Афонин**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доц., eduems@mail.ru,

Национальный исследовательский университет "Московский институт электронной техники"

## Параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте

Исследованы параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микроперемещений, получены структурно-параметрические модели пьезоактюаторов при продольном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы, определены передаточные функции.

**Ключевые слова:** пьезоактюатор, деформация, нано- и микроперемещения, параметрическая структурная схема, структурно-параметрическая модель, продольный пьезоэффект, противоэлектродвижущая сила, передаточная функция

### Введение

Применение пьезоактюаторов (пьезодвигателей, пьезопреобразователей), работающих на продольном пьезоэффекте и развивающих высокие усилия, перспективно для реализации нано- и микроперемещений в области нанотехнологий, нанобиоло-

гии, фотонике, энергетике, микроэлектронике и астрономии [1—11]. Пьезоактюатор — пьезомеханическое устройство, предназначенное для приведения в действие механизмов, систем или управления ими на основе пьезоэлектрического эффекта, которое преобразовывает электрические сигналы в механическое перемещение или силу [1].