

К. Ю. Лепетухин, аспирант, lepkon@gmail.com,

А. В. Малолетов, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., maloletov@gmail.com,

Е. С. Брискин, д-р физ.-мат. наук, проф., dtm@vstu.ru,

Волгоградский государственный технический университет

## Об оптимальном управлении взаимным расположением секций дождевальной машины кругового действия при обработке некруглых полей\*

*Рассмотрено движение дождевальной машины кругового действия. С использованием методов вариационного исчисления, получена зависимость для определения оптимальной конфигурации дождевальной машины в плоскости поля при введении критерия оптимальности, соответствующего минимуму работы, затрачиваемой на перемещение машины. Показана возможность применения дождевальной машины кругового действия для полей сложной формы.*

**Ключевые слова:** шагающие машины, оптимизация, дождевальные машины кругового типа действия, некруглые поля

### Введение

Дождевальные машины кругового действия распространены по всему миру: в России, США, Саудовской Аравии, Израиле и других странах. На рис. 1 (см. третью сторону обложки) приведены снимки полей, обрабатываемых такими машинами. Их достоинством является простота инфраструктуры: подвод воды и электроэнергии к одной неподвижной центральной опоре позволяет сократить затраты на обслуживание всей системы.

При исследовании работы дождевальных машин кругового действия обычно рассматривается влияние различных факторов на производительность орошения, качество полива [1, 2], даются рекомендации по конструкции таких машин [3]. Однако работы по устранению такого существенного недостатка дождевальных машин кругового действия, как нерациональность использования посевных площадей, практически отсутствуют.

Дождевальные машины кругового действия состоят из шарнирно соединенных между собой секций, имеющих возможность поворачиваться друг относительно друга в пределах заданного небольшого угла. Их система управления построена таким образом, чтобы сохранять приближенно прямолинейную форму в плоскости движения. Поэтому они могут обрабатывать поля, форма которых представляет собой круг или сектор круга. Таким образом, между полями остаются значительные участки необрабатываемой земли. Одним из способов устранения указанного недостатка является такая модификация конструкции дождевальных машин, при которой диапазон угла поворота секций друг относительно друга был бы существенным [4].

Для этого конструкция опор должна обеспечивать возможность их движения в произвольном направлении. Опоры на основе шагающих движите-

лей, в отличие от колесных, позволяют выполнить это требование благодаря обеспечению "идеальной" маневренности, под которой понимается способность корпуса машины совершать произвольное плоскопараллельное движение в плане местности.

Разработаны конструкции опор [5–7] для дождевальных машин типа "Кубань" со сдвоенными лямбдаобразными четырехзвенными механизмами шагания [8], эффективность которых была проверена экспериментально [9, 10]. Преимущество таких движителей по сравнению с колесными состоит в меньшем давлении на грунт, что влечет за собой меньшее колееобразование (рис. 2, см. третью сторону обложки) и меньшие энергозатраты [11, 12].

Более совершенные шагающие движители, использованные, например, в шагающей машине "Ортоног" [13], обеспечивают практически "идеальную" маневренность, что позволяет формировать из таких аппаратов различные структурные группы кинематически связанных шагающих машин, в том числе соединенных в линию аналогично структуре дождевальной машины [14].

При обработке поля произвольной формы система управления дождевальной машиной должна обеспечивать последовательное изменение взаимного расположения секций согласованно с движением периферийной тележки по кромке поля. Следует иметь в виду, что при любой конфигурации дождевальной машины можно обеспечить требуемую норму полива единицы площади, что является отдельной задачей управления [10].

Законы управления движением опор могут быть синтезированы с учетом различных критериев оптимальности, одним из которых являются энергозатраты на перемещение машины при различных ее конфигурациях.

### Постановка задачи

В каждый момент времени рассматривается замороженная конфигурация дождевальной машины,

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (проект № 862) и РФФИ (проект № 16-48-340957 п\_а).

которая поворачивается вокруг центральной точки как одно твердое тело. Энергозатраты  $A$  на перемещение тележки дождевальной машины определяются силами сопротивления ее движению при этом перемещении. Поскольку в установившемся движении все тележки разворачиваются относительно секций таким образом, что перемещаются по дугам окружностей, а силы  $F_i$ , развиваемые приводами, одинаковы и не зависят от конфигурации в силу одинаковых нагрузок, действующих на каж-

дую тележку, и предполагаемой однородности грунта в пределах одного поливного участка (рис. 3, а), энергозатраты определяются выражением

$$A = \sum F_i r_i \Delta \varphi, \quad (1)$$

где  $r_i$  — расстояние от оси  $O$  до  $i$  тележки;  $\Delta \varphi$  — перемещение тележки.

Следовательно, задача сводится к определению такого управления конфигурацией дождевальной машины, которое обеспечивает минимум критерия

$$I = \sum r_i \quad (2)$$

при постоянстве суммарной длины  $L$  всех секций дождевальной машины и удовлетворяет условию движения последней периферийной тележки по заданной траектории (рис. 3), определяемой формой поля.

Дискретная система шарнирно соединенных прямолинейных секций (рис. 3, а) заменяется непрерывной деформируемой кривой (рис. 3, б). Чем больше число звеньев (секций), тем с большей точностью непрерывная кривая заменяет последовательно соединенные отрезки прямой, при этом первая секция длиной  $R_0$  деформируемой кривой не заменяется, а остается прямолинейной.

Тогда на единицу длины непрерывной кривой действует постоянная распределенная нагрузка  $f$ , перпендикулярная отрезку, соединяющему неподвижный центр  $O$  с точкой кривой, имеющей координаты  $(x, y)$ .

Критерий (2) принимает вид

$$I = \int_0^L r ds \quad (3)$$

при изопериметрическом условии

$$\int_0^L ds = L. \quad (4)$$

Условия в форме (3) и (4) удобно представить в полярных координатах  $(r, \varphi)$  и определять зависимость  $\varphi = \varphi(r)$ . Тогда, с учетом прямолинейности начального участка длиной  $R_0$ , выражения (3) и (4) преобразуются к виду

$$I = \int_{R_0}^R \sqrt{r^2 \varphi_r^2 + 1} r dr; \quad (5)$$

$$\int_{R_0}^R \sqrt{r^2 \varphi_r^2 + 1} dr + R_0 = L, \quad (6)$$

где  $R$  — расстояние от центра до крайней тележки на кромке поля,  $\varphi_r = d\varphi/dr$ .

Следует отметить, что форма представления условий (5) и (6) ограничивает область поиска оптимума такими кривыми, для которых каждому значению  $r$  соответствует только одна точка (одно значение  $\varphi$ ).

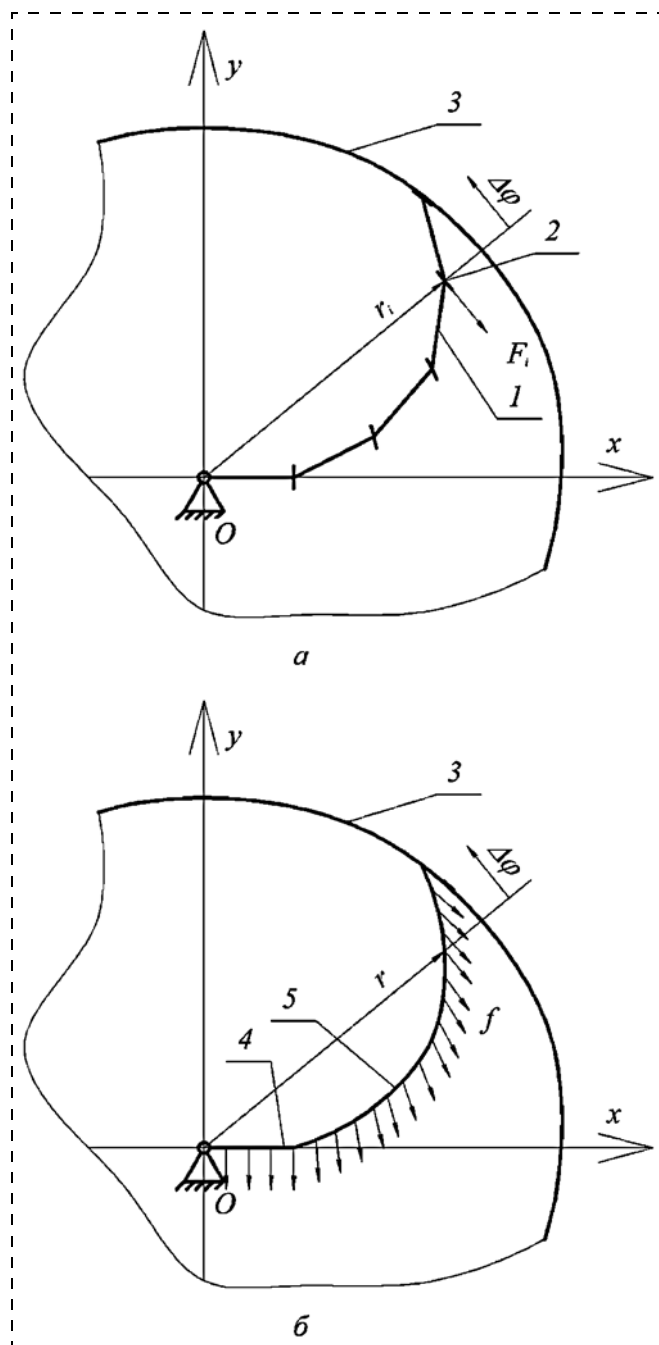


Рис. 3. Силы, действующие на дождевальную машину при повороте:

а — дискретная модель дождевальной машины; б — непрерывная модель дождевальной машины; 1 —  $i$ -я секция; 2 —  $i$ -я опора; 3 — кромка поля (траектория периферийной тележки); 4 — первая недеформируемая секция; 5 — деформируемая кривая

## Метод решения

В соответствии с методами вариационного исчисления [12] задача сводится к решению уравнения Эйлера—Лагранжа:

$$\frac{d}{dr} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_r} - \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0, \quad (7)$$

где  $\Phi$  определяется выражением

$$\Phi(r, \varphi(r), \varphi_r) = \sqrt{r^2 \varphi_r^2 + 1} (r + \mu), \quad (8)$$

$\mu$  — неопределенный множитель Лагранжа.

Поскольку функция  $\Phi$  не зависит явно от  $\varphi$ , первый интеграл уравнения (7) принимает вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_r} = c, \quad (9)$$

где  $c$  — постоянная интегрирования, откуда следует

$$\varphi_r = \frac{c}{r \sqrt{r^2 (r + \mu)^2 - c^2}}. \quad (10)$$

Из (10) следует, что функция  $\varphi_r$  не меняет своего знака во всей области определения ( $r > 0$ ), и функция  $\varphi(r)$  монотонно возрастает (или убывает) в зависимости от знака  $c$ .

Дифференциальное уравнение (10) совместно с изопериметрическим условием (6) решается численными методами. Решение (10) позволяет синтезировать законы оптимального управления опорами дождевальная машины.

## Анализ результатов

Для  $c \neq 0$  уравнение (10) имеет решение при выполнении условия

$$|r(r + \mu)| > |c| \quad (11)$$

для любых  $r \in [R_0; R]$ . Отсюда следует, что областью определения для  $\mu$  является объединение интервалов  $(-\infty; -R) \cup (-R_0; \infty)$ .

На рис. 4 представлены области и границы допустимых значений  $c$  и  $\mu$ , определяемых неравенством (11). Штриховой линией показана зависимость  $|c| < |R(R + \mu)|$ , сплошной — зависимость  $|c| < |R_0(R_0 + \mu)|$ , а заштрихованная область — множество допустимых значений  $c$  и  $\mu$ .

Пересечение этих графиков происходит в точке  $\mu = -R - R_0$ .

Таким образом, можно выделить четыре зоны, одна из которых (зона II) вырождается в линию. Диапазон возможных значений константы  $c$  определяется границами зон. Так, для зон I и IV константа  $c$  должна лежать в диапазоне от  $-|R_0(R_0 + \mu)|$  до  $|R_0(R_0 + \mu)|$ ; для зоны III — в диапазоне от  $-|R(R + \mu)|$  до  $|R(R + \mu)|$ . Для зоны II эти условия совпадают. При этом значение  $c = 0$  соответствует максимальному радиусу обрабатываемого поля — прямой

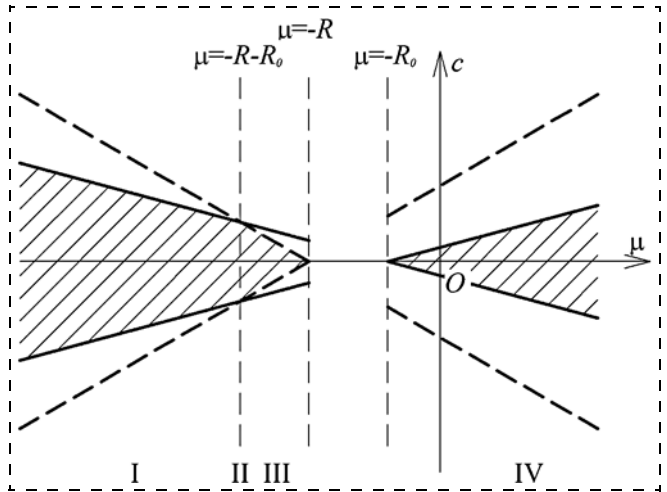


Рис. 4. Области и границы допустимых значений  $c$  и  $\mu$

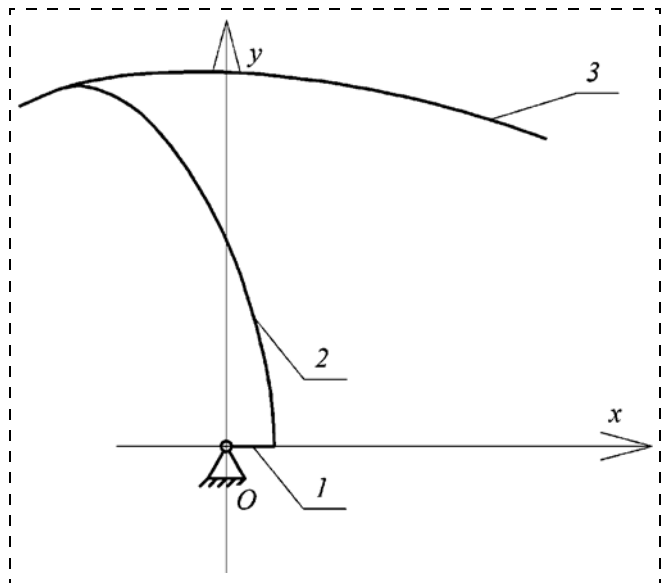


Рис. 5. Размещение дождевальной машины для критических значений  $c$  и  $\mu$ , близких к граничной точке зоны II: 1 — первая секция; 2 — деформируемая кривая; 3 — кромка поля (траектория периферийной тележки)

линии для всех  $\mu$ . Значения, близкие к границам диапазона — минимально возможному радиусу — соответствуют наибольшей кривизне кривой. Положительные и отрицательные значения  $c$  приводят к симметричным решениям, закрученным, соответственно, против и по часовой стрелке.

Наибольший диапазон изменения радиуса поля обеспечивается в зоне II, при  $\mu = -R - R_0$ . Например, при общей длине  $L$  дождевальной машины, равной 600 м, в соответствии с выбранным критерием оптимальности возможна обработка поля, диапазон изменения радиуса  $R$  которого лежит в пределах от 487 до 600 м. Это достигается при  $\mu = -537$  м и  $c = 24\,349$  м<sup>2</sup>. Форма кривой, соответствующая указанным значениям, приведена на рис. 5.

## Заключение

Используя методы вариационного исчисления и рассматривая дождевальную машину как непрерывную деформируемую кривую, с учетом постоянства нагрузки получено уравнение, описывающее оптимальную форму искомой кривой согласно критерию минимума суммарного расстояния до центральной точки при сохранении длины кривой.

Полученная зависимость позволяет за счет управления относительным положением секций обеспечивать оптимальное движение дождевальной машины по критерию минимума затрат механической работы на перемещение. Полученные результаты справедливы для установившегося режима движения дождевальной машины при ее перемещении в пределах сектора постоянного радиуса и при наложении ограничения, что каждая точка машины не может быть ближе к центру, чем предыдущая.

Показана принципиальная возможность обработки полей произвольной формы дождевальными машинами кругового типа действия. Предложенная модель может быть уточнена при введении других критериев оптимизации и учета погрешностей, возникающих при замене дискретной системы шарнирно соединенных прямолинейных секций непрерывной деформируемой кривой.

## Список литературы

1. **Effect** of the start—stop cycle of center-pivot towers on irrigation performance: Experiments and simulations [Electronic resource]. Ouazaaa, B. Latorrea, J. Burguetea, A. Serretab, E. Playána, R. Salvadora, P. Paniaguaa, N. Zapata. 2015. Доступ по подписке на Science Direct.
2. **Autonomous** precision agriculture through integration of wireless underground sensor networks with center pivot irrigation systems [Electronic resource]. Xin Dong, Mehmet C. Vuran, Suat Irmak. 2013. Доступ по подписке на Science Direct.
3. **DEPIVOT**: A model for center-pivot design and evaluation [Electronic resource] / M. I. Valín, M. R. Cameira, P. R. Teodoro, L. S. Pereira. 2012. Доступ по подписке на Science Direct.
4. **Малолетов А. В., Лепетухин К. Ю.** Управление движением опор дождевальной машины кругового действия при движении по полям сложной формы // Известия ВолгГТУ. Сер. Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах. Волгоград, 2015. № 14 (178). С. 143—147.
5. **Пат.** 2108708 РФ, МПК 6 А 01 G 25/09, В 62 D 57/02 Самоходная тележка многоопорной дождевальной машины / Брискин Е. С., Русаковский А. Е., Чернышев В. В., Жога В. В., Попов А. Н., Вавилин Г. Д., Аксенов Н. И., Шерстобитов С. В., Черкасов В. В., Умнов Н. В.; ВолгГТУ. 1998.
6. **Пат.** 2496304 РФ, МПК А01G25/09, В62D57/02. Самоходная шагающая тележка многоопорной дождевальной машины / Чернышев В. В., Брискин Е. С., Малолетов А. В., Вершинина И. П.; ВолгГТУ. 2013.
7. **Пат.** 2496305 РФ, МПК А01G25/09, В62D57/02. Самоходная шагающая тележка многоопорной многосекционной дождевальной машины / Чернышев В. В., Брискин Е. С., Шаронов Н. Г., Вершинина И. П.; ВолгГТУ. 2013.
8. **Six Link Mechanisms for the Legs of Walking Machines** Bessonov A. P., Umnov N. V., Korenovsky V. V. and others // Thirteenth CISM — IFToMM Symposium on the Theory and Practice of Robots and Manipulators — Ro. Man. Sy. 2000: Book of Abstracts, July 3—6, 2000. Zakopane, Poland, 2000. P. 347—354.
9. **Брискин Е. С., Чернышев В. В., Малолетов А. В., Шерстобитов С. В.** On Dynamics of Movement of Walking Machines with Gears on the Basis of Cycle Mechanisms // Theory and Practice of Robots and Manipulators. ROMANSY 13: Proc. of the 13-th CISM-IFTToMM Symposium. International Centre for Mechanical Sciences. Wien; New York, 2000. С. 313—322.
10. **Брискин Е. С., Чернышев В. В., Жога В. В., Малолетов А. В.** Опыт разработки и испытаний шагающих опор дождевальной машины // Тракторы и сельхозмашины. 2011. № 9. С. 27—31.
11. **Брискин Е. С., Калинин Я. В., Малолетов А. В., Чернышев В. В.** Об энергетической эффективности цикловых механизмов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2014. № 1. С. 18—25.
12. **Брискин Е. С., Чернышев В. В., Жога В. В., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г., Фролова Н. Е.** Концепция проектирования, динамика и управление движением шагающих машин. Ч. 3. Алгоритмы управления движением шагающих машин серии "Восьминог" и экспериментальные исследования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 7. С. 13—18.
13. **Брискин Е. С., Вершинина И. П., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г.** Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2014. № 3. С. 168—176.
14. **Малолетов А. В., Лепетухин К. Ю., Шаронов Н. Г., Брискин Е. С.** Управление группой кинематически связанных шагающих машин // Экстремальная робототехника. Тр. междунар. науч.-техн. конф. (г. Санкт-Петербург, 8—9 окт. 2015 г.), ЦНИИ робототехники и технической кибернетики. — Санкт-Петербург, 2015. С. 315—320.
15. **Эльсгольц Л. Э.** Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

# Concerning the Optimal Control of the Relative Positions of the Sections of a Center-Pivot Irrigation Machine for Processing of the Fields of Non-Circular Shapes

K. Yu. Lepetukhin, lepkon@gmail.com, A. V. Maloletov, maloletov@gmail.com,  
E. S. Briskin, dtm@vstu.ru✉,  
Volgograd State Technical University, Volgograd, 400131, Russian Federation

Corresponding author: Briskin Evgenii S., D. Sc., Professor,  
Volgograd State Technical University, Volgograd, 400131, Russian Federation,  
e-mail: dtm@vstu.ru

Received on April 11, 2016

Accepted on April 29, 2016

A center-pivot irrigation system is widely used all over the world. Its main drawback is its applicability only to the round fields. In order to avoid this limitation a possibility of changing the mutual arrangement of the sections of the center-pivot irrigation machine was proposed. So, the sections of the machine must be able to rotate one around the other. In order to achieve such a feature, the traditional wheeled vehicles must be replaced with the walking machines. The walking machines based on the rotary-orthogonal movers (for example, Orthonog walking robot developed in Volgograd State Technical University) have almost perfect maneuverability. This allows a machine to take the form of an arbitrary curved line. The optimality criterion was introduced, which was a minimal work of the drive motors during movement of the machine. The system of rigid sprinkling sections was replaced with a continuous curve, wherein each subsequent point was not closer to the center than the previous one. The optimal configuration of a sprinkler in a field plane was found by using the methods of calculus of variations. The resulting equation was solved by the numerical method. An analysis of the results was done in order to find the maximal range of the length change. The results are valid for the steady driving mode in the sector of constant radius. The proposed model can be improved by introduction of another optimality criterion and taking into account the errors arising from the replacement of a discrete system with a continuous curve. Thus, a possibility of the use of a center-pivot sprinkler for the fields of non-circular shape is substantiated.

**Keywords:** walking machines, optimization, center-pivot sprinkler irrigation, nonelementary fields

**Acknowledgements:** The study was sponsored by the Russian Ministry of Education (project number 862) and RFBR (project number 16-48-340957 r\_a).

For citation:

Lepetukhin K. Yu., Maloletov A. V., Briskin E. S. Concerning the Optimal Control of the Relative Positions of the Sections of a Center-Pivot Irrigation Machine for Processing of the Fields of Non-Circular Shapes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 103–107.

DOI: 10.17587/mau.18.103-107

## References

1. Effect of the start—stop cycle of center-pivot towers on irrigation performance: Experiments and simulations [Electronic resource], Ouazaaa, B. Latorrea, J. Burguetea, A. Serretab, E. Playana, R. Salvadora, P. Paniaguaa, N. Zapata — 2015.
2. Autonomous precision agriculture through integration of wireless underground sensor networks with center pivot irrigation systems [Electronic resource], Xin Dong, Mehmet C. Vuran, Suat Irmak — 2013.
3. DEPIVOT: A model for center-pivot design and evaluation [Electronic resource], M. I. Valin, M. R. Cameira, P. R. Teodoro, L. S. Pereira — 2012.
4. Maloletov A. V., Lepetukhin K. Y. *Upravlenie dvizheniem opor dozhdeval'noj mashiny krugovogo dejstviya pri dvizhenii po poljam slozhnoj formy* (Control of center-pivot irrigation system on fields of nonelementary shape), *Izvestiya Volggtu. Ser. Aktual'nye Problemy Upravleniya, Vychislitel'noj Tehniki i Informatiki v Tehnicheskikh Sistemah*, Volgograd, 2015, no. 14 (178), pp. 143–147 (in Russian).
5. Pat. 2108708 RF, MPK 6 A 01 G 25/09, V 62 D 57/02 *Samohodnaja shagajushhaja telezhka mnogoopornoj dozhdeval'noj mashiny* (Self-propelled trolley of multisupporting irrigation system), Briskin E. S., Rusakovskij A. E., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Popov A. N., Vavilin G. D., Aksenov N. I., Sherstobitov S. V., Cherkasov V. V., Umnov N. V.; VolgGTU. 1998 (in Russian).
6. Pat. 2496304 RF, MPK A01G25/09, B62D57/02. *Samohodnaja shagajushhaja telezhka mnogoopornoj dozhdeval'noj mashiny* (Self-propelled gradient trolley of multisupporting irrigation system), Chernyshev V. V., Briskin E. S., Maloletov A. V., Vershinina I. P.; VolgGTU. 2013 (in Russian).
7. Pat. 2496305 RF, MPK A01G25/09, B62D57/02. *Samohodnaja shagajushhaja telezhka mnogoopornoj mnogooskionnoj dozhdeval'noj mashiny* (Self-propelled gradient trolley of multisupporting multisectional irrigation system), Chernyshev V. V., Briskin E. S., Sharonov N. G., Vershinina I. P.; VolgGTU. 2013 (in Russian).
8. Bessonov A. P., Umnov N. V., Korenovsky V. V. et al. Six Link Mechanisms for the Legs of Walking Machines, *Thirteenth CISM — IFToMM Symposium on the Theory and Practice of Robots and Manipulators — Ro. Man. Sy.* 2000: Book of Abstracts, July 3–6, 2000. Zakopane, Poland, 2000. P. 347–354.
9. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Maloletov A. V., Sherstobitov S. V. On Dynamics of Movement of Walking Machines with Gears on the Basis of Cycle Mechanisms, *Theory and Practice of Robots and Manipulators. ROMANSY 13: Proc. of the 13-th CISM-IFTToMM Symposium*, International Centre for Mechanical Sciences, Wien; New York, 2000, P. 313–322.
10. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Maloletov A. V. *Opyt razrabotki i ispytaniy shagajushhih opor dozhdeval'noj mashiny* (An experience of developing and testing the walking supports for sprinkling machines), *Traktory i Sel'hoz mashiny*, 2011, no 9, pp. 27–31 (in Russian).
11. Briskin E. S., Kalinin Y. V., Maloletov A. V., Chernyshev V. V. On the energy efficiency of cyclic mechanisms, *Mechanics of Solids*, 2014, vol. 49, no. 1, pp. 11–17.
12. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Maloletov A. V., Sharonov N. G., Frolova N. E. *Koncepcija proektirovaniya, dinamika i upravlenie dvizheniem shagajushhih mashin. P. 3. Algoritmy upravleniya dvizheniem shagajushhih mashin serii "Vos'minog" i jeksperimental'nye issledovaniya* (Design concept, dynamics and movement control of walking machines. P. 3 Walking machines "Vos'minog" series movement control algorithms and experimental research), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2005, no. 7, pp. 13–18.
13. Briskin E. S., Vershinina I. P., Maloletov A. V., Sharonov N. G. On the control of motion of a walking machine with twin orthogonal rotatory movers, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 3, pp. 464–471.
14. Maloletov A. V., Lepetukhin K. Y., Sharonov N. G., Briskin E. S. *Upravlenie gruppoj kinematicheskij svyazannyh shagajushhih mashin* (The control of cinematically related walking machines group), *Jekstremal'naja robototekhnika: tr. mezhdunar. nauch.-tehn. konf.*, Sankt-Peterburg, 8–9 oct. 2015, CNII robototekhniki i tehnicheskoy kibernetiki, Sankt-Peterburg, 2015, pp. 315–320 (in Russian).
15. Jel'sgol'c L. Je. *Differencial'nye uravneniya i variacionnoe ischislenie* (Differential equations and the calculus of variation), Moscow, Nauka, 1969, 424 p. (in Russian).