

**А. А. Кобзев**, д-р техн. наук, проф., kobzev42@mail.ru, **А. В. Лекарева**, аспирант, tasya671@rambler.ru, Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых

## Преодоление избыточности при решении задачи кинематики для руки оператора транспортного средства

*Рассматриваются особенности решения обратной задачи кинематики руки оператора. Приведена кинематическая модель руки, изложены существующие подходы к решению и преодолению кинематической избыточности, проведен их анализ. Предложено применение эвристического метода FABRIK и представлены результаты его исследования.*

**Ключевые слова:** оператор, биомеханическая модель, обратная задача кинематики, кинематическая избыточность, метод прямого и обратного следования, вектор обобщенных координат, целевая позиция

### Введение

Высокие темпы развития и распространения человеко-машинных систем (ЧМС) различного назначения обуславливают значительную актуальность проблем обеспечения их надежности, эффективности и качества функционирования. Человек-оператор в таких системах является неустраняемым эргатическим звеном, работающим в режиме управления и восприятия возмущений со стороны объекта. Специфика деятельности оператора состоит в том, что он, как правило, не имеет возможности взаимодействовать с объектом управления непосредственно и вынужден пользоваться информацией, поступающей к нему по каналам связи с помощью различных устройств (дисплея, датчиков, индикаторов, радиоканала и т.п.). Очевидно, что одним из необходимых условий, обеспечивающих требуемый уровень качества функционирования системы, являются своевременные и точные действия оператора. Несоответствие возможностей техники особенностям оператора порождает проблемы организации их взаимодействия как на функциональном уровне, так и на информационной основе. Одним из путей оптимизации этого взаимодействия, с учетом физиологических особенностей человека-оператора, является математическое моделирование.

### 1. Постановка задачи

При моделировании поведения человека — задачи, связанной с ситуативной реализацией заданных функций человеком, — вопрос заключается в том, как человек строит и организует движения, например, как выполняет движения рукой с инструментом, какие из степеней подвижности, в каком объеме и на каких интервалах участвуют в постро-

ении движения, каковы механизмы преодоления и использования двигательной избыточности в живых организмах [1].

Взаимодействие с органами управления оператора осуществляет, как правило, посредством верхних конечностей, математическому моделированию которых и посвящена данная работа. Рука оператора представляет собой пространственный механизм, конфигурация которого определяет положение и ориентацию кисти в пространстве.

Простейшая биомеханическая модель руки человека состоит из трех твердых тел (плечо, предплечье, кисть), соединенных идеальными шарнирами, моделирующими плечевой, локтевой и лучезапястный суставы. Такое приближение справедливо для подавляющего большинства движений верхней конечности [2]. В целом, рука человека без учета пальцев кисти имеет семь степеней подвижности, ее кинематическая модель представлена на рис. 1. Плечевой сустав  $S$  представляется шарниром с тремя степенями свободы. Степени подвижности в плечевом суставе связывают: 1) с движением плеча в продольной плоскости тела, реализуемым посредством обобщенной координаты  $q_1$ ; 2) с движением плеча в поперечной плоскости тела, за которое отвечает обобщенная координата  $q_2$ ; 3) с вращением осей сустава локтя относительно продольной оси плеча, реализуемым координатой  $q_3$ . Локтевой сустав  $E$  моделируется шарниром с двумя степенями свободы, соответствующим вращению предплечья относительно плеча  $q_4$  и вращению лучевой кости относительно локтевой  $q_5$ . Лучезапястный сустав  $W$  также отображается шарниром с двумя степенями свободы, соответствующими сгибанию—разгибанию  $q_6$  и отведению—приведению  $q_7$  кисти относительно предплечья.

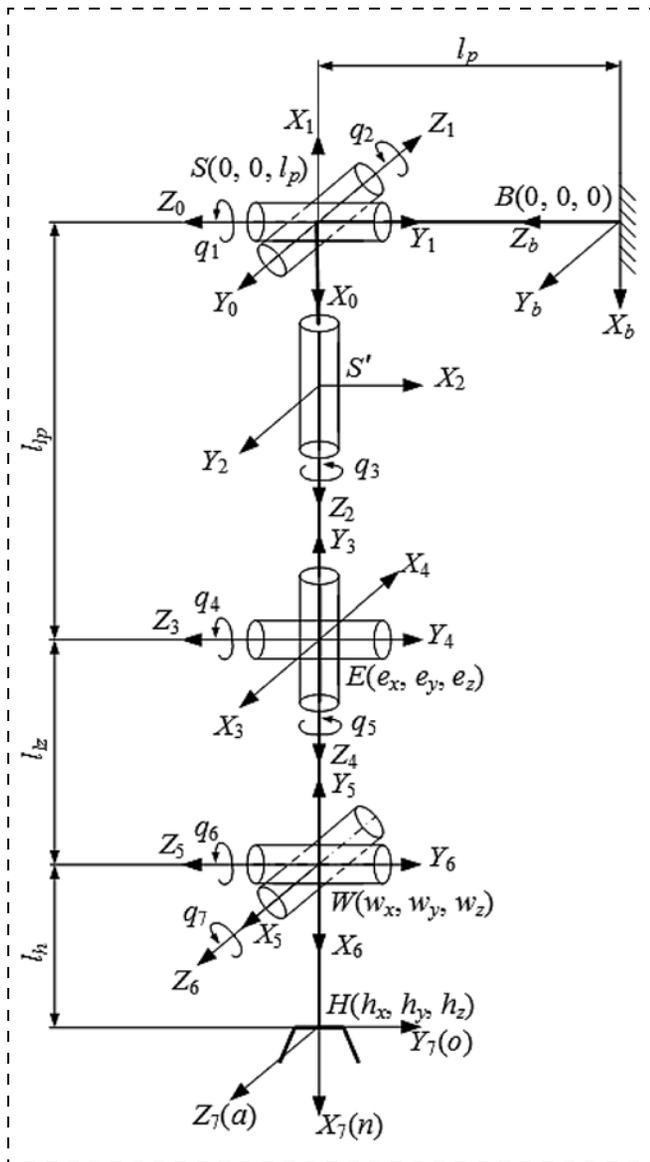


Рис. 1. Кинематическая модель руки оператора

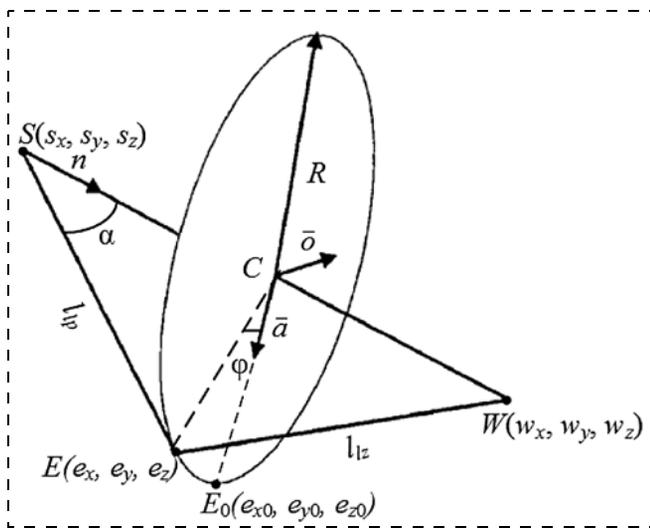


Рис. 2. Множество положений локтевого сустава

В свою очередь, биомеханическая модель кисти содержит 16 твердых тел. Кости запястья и пястные кости указательного, среднего, безымянного пальцев и мизинца образуют первое тело. Следующие 12 представляют собой проксимальную, среднюю и дистальную фаланги этих пальцев. И еще три твердых тела составляют большой палец: пястная кость, средняя и дистальная фаланги. Средний и дистальный межфаланговые суставы моделируются цилиндрическими шарнирами с одной степенью свободы, соответствующей сгибанию—разгибанию. Пястно-фаланговые суставы (для большого пальца — запястно-пястный сустав) определяются шарниром с двумя степенями свободы, соответствующим сгибанию—разгибанию и приведению—отведению [3]. Таким образом, биомеханическая модель руки человека представляет собой 18-звенную кинематическую цепь с 18 шарнирами и с 27 степенями свободы звеньев.

Моделирование перемещения руки оператора в целевую точку сродни решению обратной задачи о положениях в робототехнике, ведь, по существу, оно связано с определением конечной конфигурации (обобщенных координат) модели руки, в которой кисть находится в заданной точке с определенной ориентацией. Однако решение данной задачи в явном виде существует лишь для некоторых кинематических структур, состоящих из шести звеньев, соединенных вращательными парами пятого класса и обладающих определенными особенностями [4].

Для сложных кинематических структур, подобных руке оператора с большим числом степеней подвижности, решение данной задачи сопряжено с определенными трудностями. Одной из основных является проблема определения положения локтевого сустава при установлении конечной конфигурации руки человека в целевой позиции. Это наглядно демонстрирует тот факт, что при закреплённом положении запястья  $W(w_x, w_y, w_z)$  локтевой сустав  $E(e_x, e_y, e_z)$  может принимать различные позиции, лежащие в плоскости пересечения двух сфер: сферы, описываемой в пространстве плечом при вращении в плечевом суставе "в отрыве от предплечья", и сферы, описываемой при вращении предплечья в суставе запястья, условно "в отрыве от плеча". Из множества допустимых положений локтевого сустава необходимо найти наиболее подходящее (рис. 2).

## 2. Известные пути решения

Данная задача может быть сведена к задаче оптимизации, в качестве критерия которой целесообразно использовать так называемый принцип "нижайшего локтя", описанный Э. Накано применительно к решению задачи позиционирования антропоморфного манипулятора [5]. Согласно данному критерию конечным положением локтевого сустава является такое положение, при котором расстояние от локтевого сустава до плоскости пола минимально. Критерий оптимизации положения

локтевого сустава по принципу "нижайшего локтя" построен на той идее, согласно которой любая система стремится перейти в состояние с наименьшей энергией [5]. Справедливость применения данного критерия при моделировании движения руки оператора базируется на положениях эргономики, согласно которым человек стремится совершать движения с максимальной скоростью, минимальным временем и минимальными затратами энергии.

Решение рассматриваемой задачи с применением методов условной оптимизации многомерной скалярной функции изложено в работе [2]. На основе проведенных исследований автором выявлено, что наиболее предпочтительным является использование метода SUMT Фиакко и Маккормика как обладающего наилучшими параметрами сходимости и высокой точностью, но его применение сопряжено с определенными вычислительными затратами. Все же этот подход может быть эффективно использован для определения положения локтевого сустава при исследовании движения руки оператора без учета пальцев кисти.

Если же требуется осуществить моделирование движения всей верхней конечности оператора, включая пальцы руки, т.е. при наличии нескольких концов кинематической цепи, дальнейшее распространение данного решения довольно затруднительно. Поэтому целесообразным является поиск такого метода, который позволил бы в случае необходимости расширить решение, при этом отличался бы простотой, надежностью и малыми временными и вычислительными затратами.

Использование широко известных методов Якоби [6], методов Ньютона [7], методов нелинейного программирования [8] довольно затруднительно, поскольку данные методы требуют значительных затрат вычислительного времени при большом числе степеней подвижности. Следует также учитывать, что метод интервалов проработан только для простых кинематических цепей.

Методы CCD [9] и Triangulation Inverse Kinematics [10] разработаны только для простых кинематических цепей. При наличии нескольких конечностей их применение возможно путем расчленения механизма на несколько простых цепей и решения обратной задачи кинематики отдельно для каждой цепи. Однако для учета взаимовлияния частей механизма необходимо дополнительно проводить согласование получаемых решений. Метод

FTL [11] лишен такого недостатка и позволяет проследить взаимовлияние приводов звеньев друг на друга. Однако он не был проработан на случай нескольких концов кинематической цепи.

### 3. Расширение сферы метода прямого и обратного следования

Быстрейшим из методов, рассмотренных выше, согласно работам [7, 12] является метод, носящий название "Метод прямого и обратного следования" (*Forward and Backward Reaching Inverse Kinematics*, далее просто *FABRIK*). Данный метод исключает громоздкость и сложность, связанную с использованием матриц вращения, путем непосредственного определения положения (точки) на прямой. Определяющими достоинствами этого метода также являются: малое число итерации, незначительные вычислительные затраты, возможность наложения ограничений и возможность использования при наличии нескольких цепей и (или) конечных точек, визуальное естественная поза, получаемая в результате решения, а также допустимость применения при незакрепленном корневом узле кинематической цепи.

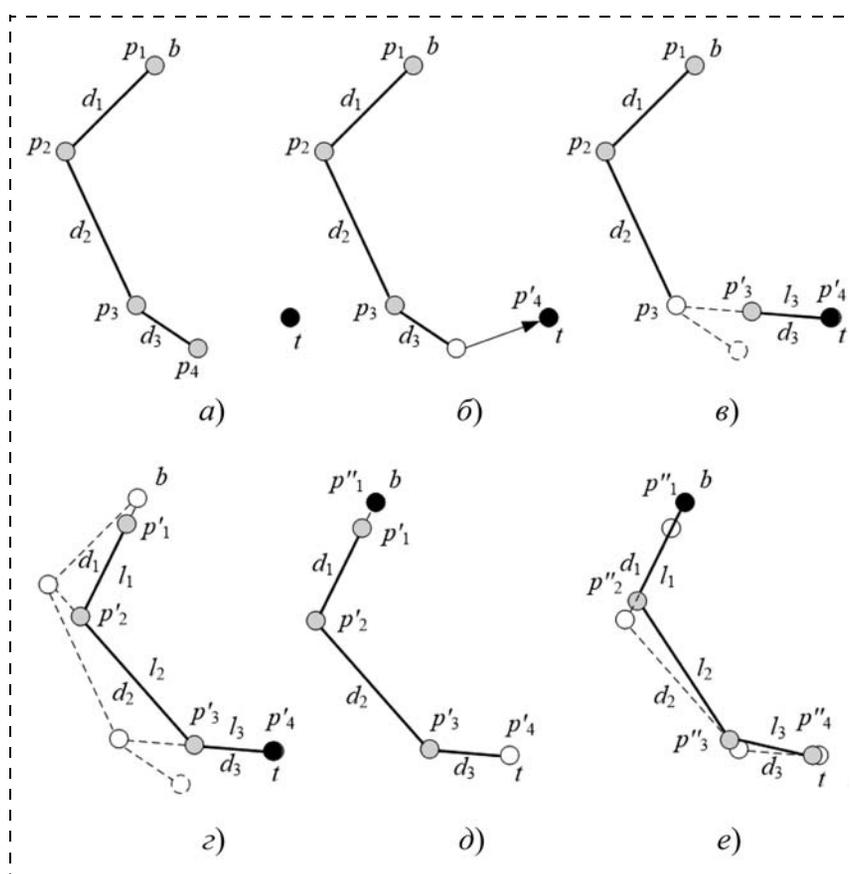


Рис. 3. Графическая интерпретация работы метода *FABRIK*:

*a* — начальная позиция манипулятора и целевая точка; *b* — перемещение конечного узла к цели; *в* — определение новой позиции узла  $p'_3$ ; *г* — определение новых позиций для всех узлов кинематической цепи; *д* — перемещение корневого узла в его начальную позицию; *е* — определение новых позиций узлов при движении от корневого элемента к конечному

Рассмотрим суть метода *FABRIK*. Предположим, что множество  $p_1, \dots, p_n$  (для руки оператора без учета кисти  $n = 4$ ) является множеством позиций узлов кинематической цепи. Ее формализация осуществляется следующим образом: конечной точкой следует считать всякий узел без дочерних элементов; для каждой конечной точки цепь может быть представлена движением по скелету "от родителя к родителю" в обратном направлении до достижения корневого узла (начала кинематической цепи). Цель представлена позицией  $t$  и начальной базовой корневой позицией. Графическая интерпретация работы полного цикла представлена на рис. 3.

Рассмотрим полный цикл работы алгоритма. На рис. 3, *a* представлена начальная позиция кинематической цепи и заданная целевая точка. Начальным шагом после указания целевой точки является расчет дистанций между узлами (массив  $d[d_1, \dots, d_n]$ ). При этом необходимым условием выполнения алгоритма является достижимость целевой позиции, которая определяется путем сравнения расстояния между корневым узлом и целью ( $dist$ ) и общей суммы дистанций между узлами. Если первое окажется больше второй, то цель достижима, и полный цикл ограничивается двумя этапами. Работа первого этапа начинается с оценки начальных позиций каждого узла при движении от конечного элемента  $p_n$  к корню  $p_1$  и перемещения конечного узла  $p_n$  к цели  $t$  (рис. 3, *б*). Затем определяется новая позиция узла  $p'_{n-1}$ , находящегося на отрезке прямой  $l_{n-1}$  на расстоянии  $d_{n-1}$  от точки  $p_n$  (рис. 3, *в*). Аналогично, для вычисления новой позиции узла  $p'_{n-2}$  используется отрезок прямой  $l_{n-2}$ , проходящий через точки  $p'_{n-1}$  и  $p_{n-2}$ . В этом случае новая позиция узла  $p'_{n-2}$  определяется относительно точки  $p'_{n-1}$  дистанцией  $d_{n-2}$ . Алгоритм повторяется до тех пор, пока не будут определены новые позиции для всех узлов, включая корневой (рис. 3, *д*). После этого начинается второй этап алгоритма: корневой элемент с позиции  $p'_1$  перемещается в его начальную позицию  $b - p''_1$  (рис. 3, *д*). Повторяется определение новых позиций для всех узлов, но на этот раз движение происходит от корня к конечному узлу (рис. 3, *е*). Первый и второй этапы алгоритма повторяются до тех пор, пока позиция конечного элемента с заданной точностью  $\epsilon$  не совпадет с целевой точкой.

В случаях, когда корневой элемент перемещается на необходимую позицию, *FABRIK* срабатывает так, как было описано, с тем лишь отличием, что новая позиция  $p''_1$  корневого узла будет желаемой позицией, а не начальной. При этом, без введения ограничений, решение, полученное с применением метода *FABRIK*, сойдется на любой целевой позиции, если она достижима. Однако если

цель находится дальше дистанции, на которую может вытянуться цепь, необходимо прерывающее условие, которое сравнит прошлую и текущую позицию конечного узла, и которое прекратит выполнение алгоритма, если смещение конечного узла будет меньше некоторого значения. Также, в особых случаях, алгоритм может быть прерван по истечению некоторого числа итераций [12].

После определения новых позиций узлов кинематической цепи в пространстве можно, не прибегая к значительным усилиям, вычислить вектор обобщенных координат.

#### 4. Определение вектора обобщенных координат руки оператора

Рассмотрим определение вектора управляющих обобщенных координат с использованием тригонометрического подхода и метода обратных преобразований.

1. *Определение обобщенной координаты  $q_1$* . Координата  $q_1$  отвечает за движение плечевого сустава руки оператора в продольной плоскости тела — плоскости  $XOY$  (рис. 4). Определив координаты локтевого сустава в пространстве  $E(e_x, e_y, e_z)$ , угловую координату  $q_1$  можно вычислить согласно выражению

$$q_1 = \arctg \frac{e_x}{e_y},$$

где  $e_x, e_y$  — координаты локтевого сустава в плоскости  $XOY$ .

2. *Определение обобщенной координаты  $q_2$* . Координата  $q_2$  отвечает за движение плечевого сустава руки оператора в поперечной плоскости тела — плоскости  $XOZ$  (рис. 5, *a, б*). Из треугольника (рис. 5)  $ESB$  по теореме косинусов найдем  $q'_2$ :

$$q'_2 = \arccos \left( \frac{l_p^2 + l_{lp}^2 - |\bar{r}_0|^2}{2l_p l_{lp}} \right),$$

где  $|\bar{r}_0| = \sqrt{(e_x - s_x)^2 + (e_y - s_y)^2 + (e_z - s_z)^2}$ .

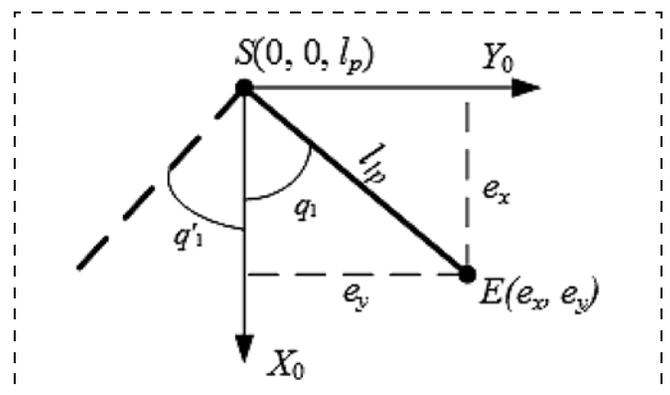


Рис. 4. Движение плечевого сустава руки оператора в продольной плоскости тела

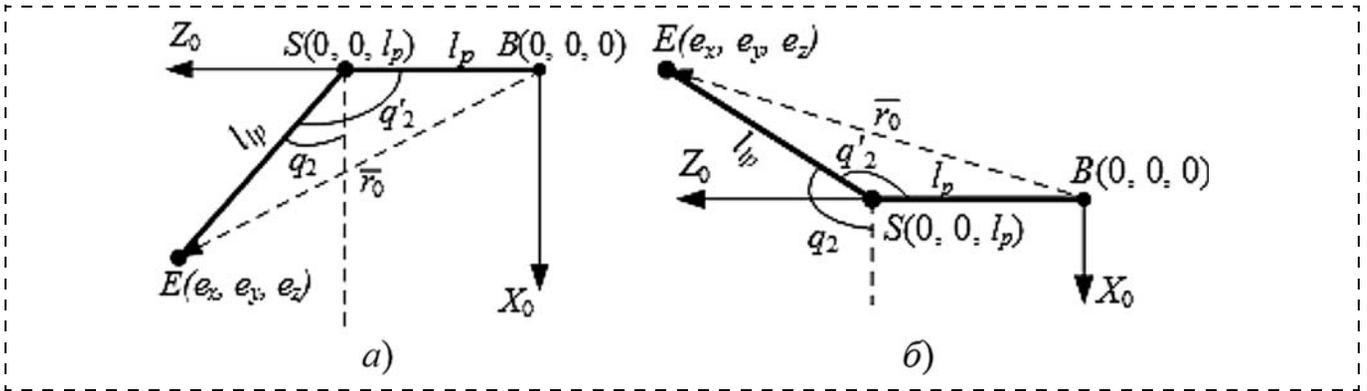


Рис. 5. Движение плечевого сустава руки оператора в поперечной плоскости тела

Если  $e_x \geq 0$ , тогда обобщенную координату  $q_2$  можно найти как

$$q_2 = q'_2 - \frac{\pi}{2};$$

если  $e_x < 0$ ,

$$q_2 = 2\pi - \frac{\pi}{2} - q'_2.$$

3. *Определение обобщенной координаты  $q_4$ .* Координата  $q_4$  отвечает за вращение предплечья относительно плечевого сустава (рис. 6). Для определения обобщенного угла  $q_4$  по заданным значениям положения и ориентации конечной точки воспользуемся теоремой косинусов:

$$q_4 = \pi - \arccos\left(\frac{l_{lp}^2 + l_{lz}^2 - |\bar{r}_1|^2}{2l_{lp}l_{lz}}\right),$$

где  $|\bar{r}_1| = \sqrt{(w_x - s_x)^2 + (w_y - s_y)^2 + (w_z - s_z)^2}$ .

4. *Определение обобщенной координаты  $q_3$ .* Координата  $q_3$  отвечает за вращение осей сустава локтя

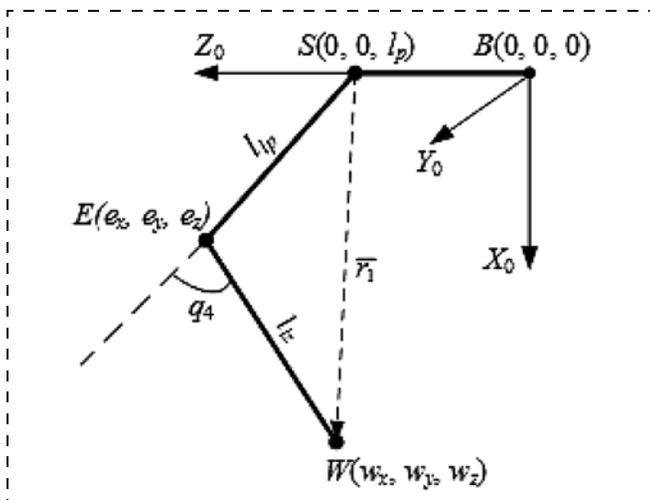


Рис. 6. Вращение предплечья относительно плечевого сустава

относительно продольной оси плеча. Определив координаты локтевого сустава  $E$ , координаты ортов системы, связанной с локтем, заданных в базовой системе координат, можно найти согласно следующим выражениям:

$$\bar{n}e = \frac{\overline{BE}}{|\overline{BE}|};$$

$$\bar{a}e = \frac{\overline{ES} \times \overline{WS}}{|\overline{ES} \times \overline{WS}|};$$

$$\bar{o}e = \frac{\bar{a}e \times \bar{n}e}{|\bar{a}e \times \bar{n}e|}.$$

Матрица, определяющая положение и ориентацию системы координаты локтевого сустава относительно системы координат, связанной с плечевым суставом, имеет вид

$$T_0^3 = A_0^0 A_0^1 A_1^2 A_2^3 = \begin{bmatrix} S_1 S_3 + C_1 C_2 C_3 & C_1 S_2 & C_3 S_1 - C_1 C_2 S_3 & -C_1 S_2 l_{lp} \\ S_1 S_3 + C_1 C_2 C_3 & S_1 S_2 & -C_1 C_3 - C_2 S_1 S_3 & -S_1 S_2 l_{lp} \\ -C_3 S_2 & C_2 & S_2 S_3 & -C_2 l_{lp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $S_i = \sin q_i$ ,  $C_i = \cos q_i$ , или

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} ne_x & oe_x & ae_x & e_x \\ ne_y & oe_y & ae_y & e_y \\ ne_z & oe_z & ae_z & e_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Используя равенство элементов [3, 1] и [3, 3] матрицы (1) соответствующим элементам матрицы (2), вычислим значение обобщенной координаты  $q_3$ :

$$q_3 = \arctg\left(\frac{ae_z}{-ne_z}\right).$$

5. Определение обобщенных координат  $q_5, q_6, q_7$ . Матрица, задающая положение и ориентацию кисти руки оператора в целевой позиции, имеет вид

$$T_0^7 = A_0^0 A_1^1 A_2^2 A_3^3 A_4^4 A_5^5 A_6^6 A_7^7,$$

$$T_0^7 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & h_x \\ n_y & o_y & a_y & h_y \\ n_z & o_z & a_z & h_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\bar{n}(n_x, n_y, n_z)$ ,  $\bar{o}(o_x, o_y, o_z)$ ,  $\bar{a}(a_x, a_y, a_z)$  — орты системы координат, связанной с запястьем, заданные относительно базовой системы координат;  $h_x, h_y, h_z$  — координаты центра кисти, определенные в базовой системе координат.

Определенные ранее значения обобщенных координат  $q_1, q_2, q_3, q_4$  позволяют найти выражение

$$(A_0^4)^{-1} \cdot T_0^7 = A_4^5 A_5^6 A_6^7.$$

Пусть

$$(A_0^4)^{-1} \cdot T_0^7 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Найдем произведение

$$L = A_4^5 A_5^6 A_6^7 = \begin{bmatrix} S_5 S_7 + C_5 C_6 C_7 & C_7 S_5 - C_5 C_6 S_7 & -C_6 S_6 & S_5 S_7 l_h + C_5 C_6 C_7 l_h \\ S_5 C_6 C_7 - C_5 S_7 & -C_5 S_7 + C_6 S_5 S_7 & -S_5 S_6 & S_5 C_6 C_7 l_h - C_5 S_7 l_h \\ -C_7 S_6 & S_6 S_7 & -C_6 & l_z - C_7 S_6 l_h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Из равенства элементов [3, 3] матрицы (3) соответствующему элементу матрицы (4) получим

$$q_6 = \arccos(-a_{33}). \quad (5)$$

Из равенства элементов [1, 3] и [2, 3] матрицы (3) соответствующим элементам матрицы (4) получим

$$q_5 = \arctg\left(\frac{-a_{23}/S_6}{-a_{13}/S_6}\right). \quad (6)$$

Из равенства элементов [3, 1] и [3, 2] матрицы (3) соответствующим элементам матрицы (4) найдем

$$q_7 = \arctg\left(\frac{a_{32}/S_6}{-a_{31}/S_6}\right). \quad (7)$$

Выражения (5)—(7) могут использоваться для определения численных значений обобщенных координат  $q_5, q_6, q_7$ , если  $S_6 \neq 0$ , т.е.  $q_6 \neq \pi + \pi n$ . В случае равенства  $S_6 = 0$ ,  $C_6 = 1$  матрица (4) преобразуется к виду

$$L = A_4^5 A_5^6 A_6^7 = \begin{bmatrix} \cos(q_5 - q_7) & \sin(q_5 - q_7) & 0 & S_5 S_7 l_h + C_5 C_7 l_h \\ \sin(q_5 - q_7) & -\cos(q_5 - q_7) & 0 & S_5 C_7 l_h - C_5 S_7 l_h \\ 0 & 0 & -1 & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

В данной ситуации возможно лишь поддержание постоянной суммы обобщенных координат  $q_5$  и  $q_7$ , при их произвольном значении. Из равенства элементов [1, 1] и [2, 1] матрицы (3) соответствующим элементам матрицы (8) найдем

$$q_5 + q_7 = \arctg\left(\frac{-a_{21}}{-a_{11}}\right).$$

## 5. Результаты исследования

Для проверки работоспособности предложенного метода было проведено исследование точности подведения руки оператора к заданной целевой позиции.

Результаты исследования приведены в таблице. В качестве базовых были выбраны несколько позиций, расположенных в оперативном пространстве, изображенные на рис. 7. Целевые позиции формализованы в виде матриц:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & h_x \\ n_y & o_y & a_y & h_y \\ n_z & o_z & a_z & h_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

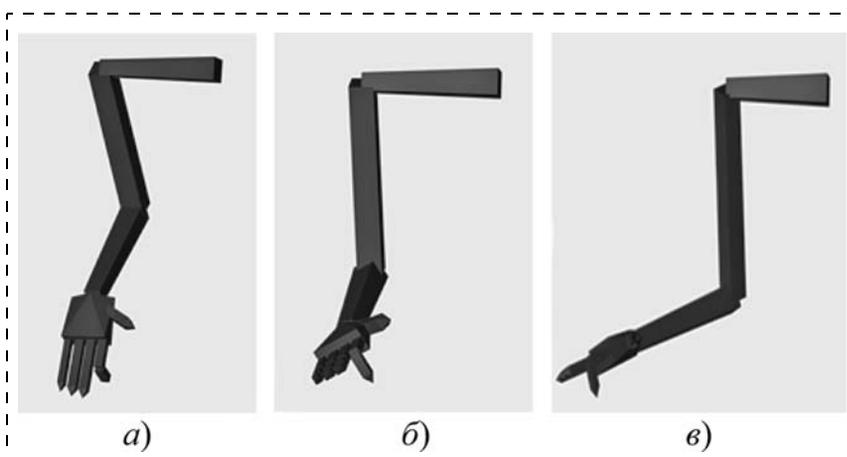


Рис. 7. Моделирование движения руки в MatLab

Исследование точности подведения руки оператора к целевой точке

| Матрица положения, заданная в системе координат руки |  |                       |                       |
|--|--|-----------------------|-----------------------|
| Целевая позиция 1                                    | $T = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,866 & 0 & 363,3 \\ 0,866 & 0,5 & 0 & 345 \\ 0 & 0 & 1 & 220 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                      |                       |                       |
| Целевая позиция 2                                    | $T = \begin{bmatrix} -0,2588 & -0,8365 & 0,483 & 216,8 \\ 0,9659 & -0,2241 & 0,1294 & 427,3 \\ 0 & 0,5 & 0,886 & 220 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$           |                       |                       |
| Целевая позиция 3                                    | $T = \begin{bmatrix} -0,183 & -0,745 & 0,6415 & 243,8 \\ 0,683 & -0,5657 & -0,4621 & 326,4 \\ 0,7071 & 0,3536 & 0,6124 & 472,2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |                       |                       |
| Ошибки в положении руки оператора                    |  |                       |                       |
|  | Целевая позиция 1  | Целевая позиция 2     | Целевая позиция 3     |
| $\Delta x$ , мм                                      | 0  | 0,16                  | 1,55                  |
| $\Delta y$ , мм                                      | 0  | -0,09                 | -0,9                  |
| $\Delta z$ , мм                                      | $-1,18 \cdot 10^{-13}$   | 0,035                 | 1,7                   |
| Ошибки в ориентации руки оператора                   |  |                       |                       |
| Вектор нормали $\vec{n}$                             |  |                       |                       |
| $\Delta n_x$   | 0  | $2,0 \cdot 10^{-4}$   | 0,17                  |
| $\Delta n_y$   | $1,1 \cdot 10^{-16}$   | $0,5 \cdot 10^{-4}$   | -0,1                  |
| $\Delta n_z$   | $-1,25 \cdot 10^{-16}$   | $3,6 \cdot 10^{-4}$   | 0,21                  |
| Вектор ориентации $\vec{o}$                          |  |                       |                       |
| $\Delta o_x$   | $-1,1 \cdot 10^{-16}$  | $1,1 \cdot 10^{-16}$  | $1,1 \cdot 10^{-16}$  |
| $\Delta o_y$   | 0  | $-0,3 \cdot 10^{-16}$ | $-1,1 \cdot 10^{-16}$ |
| $\Delta o_z$   | $2,1 \cdot 10^{-16}$   | $-1,6 \cdot 10^{-16}$ | $1,1 \cdot 10^{-16}$  |
| Вектор подхода $\vec{a}$                             |  |                       |                       |
| $\Delta a_x$   | $2,5 \cdot 10^{-16}$   | $1,0 \cdot 10^{-4}$   | 0,07                  |
| $\Delta a_y$   | $2,5 \cdot 10^{-16}$   | $-4,0 \cdot 10^{-4}$  | -0,21                 |
| $\Delta a_z$   | 0  | 0                     | -0,17                 |

где  $n$  — вектор нормали, лежит в плоскости движения пальцев схвата и указывает направление движения пальцев;  $o$  — вектор ориентации, касательный вектор, лежит в плоскости движения пальцев схвата, указывает направление движения пальцев во время их отведения и приведения;  $a$  — вектор подхода, направлен по нормали к ладони;  $p$  — вектор положения, направлен из начала базовой системы координат к началу системы координат кисти.

В ходе исследования выявлено следующее:

- максимальная ошибка в положении руки составляет 1,55 мм;
- максимальное несоответствие заданной ориентации — 0,17.

### Заключение

Точность полученных результатов соответствует заданным требованиям, а несомненные преимущества рассматриваемого метода (малые вычислительные и временные затраты, простота реализации, визуально естественная поза, получаемая в результате решения, а также возможность работы с несколькими конечными узлами) делают его наиболее целесообразным для применения при решении обратной задачи кинематики.

### Список литературы

1. **Кобринский А. А., Кобринский А. Е.** Манипуляционные системы роботов: основы устройства, элементы теории. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 344 с.
2. **Ситалов Д. С.** Моделирование перемещения аватара в пространстве и его взаимодействия с объектами виртуальной среды: Автореф. дис. канд. техн. наук. Новочеркасск, 2012. 19 с.
3. **Методы биомехатроники тренажера руки человека / А. К. Платонов и др. // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2012. № 82. 40 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-82> (дата обращения 10.03.2016).**
4. **Пол Р.** Управление траекторией руки с помощью вычислительной машины // Интегральные роботы. М.: Мир, 1973. С. 326—338.
5. **Накано Э.** Введение в робототехнику. М.: Мир, 1988. 334 с. ISBN 5-03-000396-7.
6. **Pechev A. N.** Inverse kinematics without matrix inversion // Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (Pasadena, CA, USA, May 19—23, 2008). Pasadena, 2008. P. 2005—2012.
7. **Aristidou Andreas, Lasenby Joan.** Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver: Technical Report. Cambridge University, 2009. 74 p.
8. **Castellet A., Thomas F.** Using interval methods for solving inverse kinematic problems // Computational Methods in Mechanisms: NATO Advanced Study Institute. 1997. Vol. 2. P. 135—144.
9. **Wang Li-Chun Tommy, Chen Chih Cheng.** A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7 (4). P. 489—499.
10. **Müller-Cajar R., Mukundan R.** Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics // Proceedings of the Image and Vision Computing (Hamilton, New Zealand, December 2007). New Zealand, 2007. pp. 181—186.
11. **Brown Joel, Latombe Jean-Claude, Montgomery Kevin.** Real-time knot-tying simulation // The Visual Computer: International J. of Computer Graphics. 2004. Vol. 20 (2). P. 165—179.
12. **Aristidou Andreas, Lasenby Joan.** FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem // Graphical Models. 2011. Vol. 73. P. 243—260.

# Overcoming Redundancy in Solution of the Inverse Kinematics Problem for a Vehicle Operator's Hand

A. A. Kobzev, kobzev42@mail.ru✉, A. V. Lekareva, tasya671@rambler.ru,  
Vladimir State University named after A. G. and N. G. Stoletovs (87, Gorky St., Vladimir, 600000, Russia)

Corresponding author: **Kobzev Aleksandr A.**, D. Sc., Professor,  
Vladimir State University named after A. G. and N. G. Stoletovs,  
Vladimir, 600000, Russian Federation, e-mail: kobzev42@mail.ru

Received on April 07, 2016

Accepted on April 22, 2016

An operator's hand is a spatial mechanism, the configuration of which defines situation and orientation of a robot's hand in space. The biomechanical model of a hand represents a kinematic chain consisting of 18 links with 18 hinges. This design realizes 27 degrees of freedom for the links. Modeling the movements of an operator's hand to a target point is similar to the solution of the feedback problem of positioning in robotics. For complex kinematic structures with a big number of degrees of mobility a solution to this problem involves certain difficulties. At the same time, one of the main problems is the problem of an elbow joint position definition during setting of the final configuration of a person's hand in a target position. This problem can be reduced to the optimization problem with application of a criterion based on the principle of the "lower elbow" described by E. Nakano. Further application of this solution is quite difficult, if it is necessary to model the movement of the higher limb of the operator as a whole, including fingers. Therefore, we have to look for a method, which would allow us to expand the solution, if necessary. At the same time, the method should be simple, reliable and requiring little time and computational complexity. The analysis of the known solutions of the feedback problem of kinematics demonstrated a definite advantage of application of the Forward and Backward Reaching Inverse Kinematics (FABRIK) method. This method excludes the bulkiness and complexity connected with the use of matrices of rotation by direct definition of the situation on a straight line. After definition of new positions of the kinematic chain nodes it is possible without resorting to considerable efforts to calculate the vector of the generalized coordinates. Research of the accuracy of guiding of the operator's hand to the set target position was made in a SimMechanics package of MatLab for checking of the operability of the proposed method. As basic it chose several positions located in the operational space. Movement control of a hand was exercised by the controller, basing his work on FABRIK method. During research the following facts were revealed: the maximum error in position of a hand was 1,55 mm; the maximum size of discrepancy to the set orientation was 0,17. Accuracy of the received results confirmed the set requirements and the undoubted advantages of the considered method (little computing and time expenditure, simplicity of realization, visually natural pose received due to the solution and also a possibility of work with several final nodes) make it most expedient for application as the solution to the feedback problem of kinematics.

**Keywords:** operator, biomechanical model, feedback problem of kinematics, kinematic redundancy, method of direct and return following, vector of the generalized coordinates, target position

For citation:

**Kobzev A. A., Lekareva A. V.** Overcoming Redundancy in Solution of the Inverse Kinematics Problem for a Vehicle Operator's Hand, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 41–48.

DOI: 10.17587/mau.18.41-48

## References

1. **Kobrinskij A. A., Kobrinskij A. E.** *Manipuljacionnye sistemy robotov: osnovy ustrojstva, jelementy teorii* (Manipulation systems of robots: the basics of device, elements of the theory), Moscow, Nauka, 1985, 344 p. (in Russian).
2. **Sitalov D. S.** *Modelirovanie peremeshhenija avatara v prostranstve i ego vzaimodejstvija s obektami virtual'noj sredy: Avtoreferat dissertacii kandidata tehniceskix nauk* (Modeling the movement of an avatar in space and its interaction with the virtual environment: abstract of thesis of candidate of technical Sciences), Novocherkassk, 2012, 19 p. (in Russian).
3. **Platonov A. K.** *Metody biomehatroniki trenazhjora ruki cheloveka* (Methods of biomechatronic simulator of a human hand), Preprint IPM im. M. V. Keldysha. 2012, no 82, 40 p. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-82> (in Russian).
4. **Pol R.** *Upravlenie traektoriej ruki s pomoshh'ju vychislitel'noj mashiny* (Path control arms with the help of computers), *Integral'nye Roboty*, Moscow, Mir, 1973, pp. 326–338 (in Russian).
5. **Nakano Je.** *Vvedenie v robototekniku* (Introduction to robotics), Moscow, Mir, 1988, 334 p. (in Russian).
6. **Pechev A. N.** Inverse kinematics without matrix inversion, *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Pasadena, CA, USA, May 19–23, 2008, pp. 2005–2012.
7. **Aristidou Andreas, Lasenby Joan.** Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver: Technical Report, Cambridge University, 2009, 74 p.
8. **Castellet A., Thomas F.** Using interval methods for solving inverse kinematic problems, *Computational Methods in Mechanisms*: NATO Advanced Study Institute, 1997, vol. 2, pp. 135–144.
9. **Wang Li-Chun Tommy, Chen Chih Cheng.** A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7 (4), pp. 489–499.
10. **Müller-Cajar R., Mukundan R.** Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics, *Proceedings of the Image and Vision Computing*, Hamilton, New Zealand, December, 2007, pp. 181–186.
11. **Brown Joel, Latombe Jean-Claude, Montgomery Kevin.** Real-time knot-tying simulation, *The Visual Computer: International J. of Computer Graphics*, 2004, vol. 20 (2), pp. 165–179.
12. **Aristidou Andreas, Lasenby Joan.** FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem, *Graphical Models*, 2011, vol. 73, pp. 243–260.