

В. В. Инсаров, д-р техн. наук, зам. начальника подразделения, wiliam@gosniias.ru,
В. А. Сафонов, инженер, vladislav.safonov@gosniias.ru, **С. В. Тихонова**, вед. инженер, svetico@yandex.ru,
 Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва

Использование безэталонных метрик для оценки качества текущих изображений многообъектных стационарных наземных сцен. Часть 2*

Обсуждается оценка чувствительности представленного в работе [1] набора безэталонных метрик к различным факторам типа размытость, зашумленность и различный объектовый состав, оказывающих влияние на качество изображения, а также оценка корреляционных зависимостей между различными метриками. Оценка чувствительности осуществлялась параметрическими (дисперсионный анализ) и непараметрическими методами (критерий Краскелу—Уоллиса) математической статистики. Корреляционный анализ проводился с помощью корреляции Пирсона и Спирмена.

Результаты, полученные в ходе оценки, могут позволить в дальнейшем выбрать наиболее чувствительные и наименее затратные с вычислительной точки зрения метрики для предварительной оценки качества изображения в системах технического зрения.

Ключевые слова: оценка качества изображений, безэталонные метрики, дисперсионный анализ, критерий Краскелу—Уоллиса, корреляционные связи

Введение

Одной из важнейших операций, связанных с обработкой и анализом изображений в системах технического зрения летательных аппаратов, является оценка качества получаемого изображения. Эта оценка необходима для принятия решения о принципиальной возможности или невозможности использования текущего изображения в дальнейших операциях обработки и при выборе процедур такой обработки. Предварительная оценка качества изображения позволяет существенно сократить вычислительные ресурсы при решении задач обнаружения, распознавания и селекции объектов наземных сцен.

Для оценки качества поступающей информации могут быть использованы различного рода метрики, которые можно подразделить на несколько групп:

- *эталонные метрики* (full-reference, FR), в которых используется некоторый эталон для вычисления меры степени сходства характеристик исходного изображения и характеристик этого эталона;
- *псевдоэталонные* (reduce-dreference, RR) метрики, в которых используется некоторая априорная информация, например, математическое ожидание и дисперсия изображения;
- *безэталонные метрики* (non-reference), в которых не предполагается наличие какой-либо дополнительной информации о текущем изображении.

В части 1 статьи [1] авторами был рассмотрен представительный набор безэталонных метрик,

разделенный на три группы: метрики, основанные на вычислении производной изображения, на статистической обработке и на преобразовании исходного изображения. Были приведены примеры результатов вычисления данных метрик для полутонных изображений многообъектных наземных стационарных сцен промышленно-городской застройки. Здесь будет рассмотрена оценка чувствительности приведенных ранее метрик к различным факторам, влияющим на качество изображения, а также оценка корреляционных зависимостей между различными метриками.

Целью проводимой работы является упрощение процедуры оценки качества изображений в реальном времени и повышение ее эффективности за счет исключения взаимосвязанных метрик и выбора из них наиболее адекватных и эффективных с вычислительной точки зрения.

Методика оценки чувствительности метрик к различным факторам, влияющим на качество изображения

Задача оценки чувствительности метрик к различным факторам в данной работе решается методом дисперсионного анализа (параметрический метод) и непараметрическим методом [2—4].

- ♦ *Методика оценки чувствительности метрик непараметрическим методом*

Методика проведения дисперсионного анализа заключается в следующем: пусть есть некоторый возмущающий фактор (например, уровень шума), значения которого разбиты на m интервалов (зна-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-08-00584 а.

Первая часть статьи опубликована в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление", 2017, т. 18, № 8.

чения данного фактора табулируются). Каждому значению данного возмущающего фактора соответствует группа из n изображений ($Im_{11}, Im_{21}, \dots, Im_{n1}; \dots; Im_{1m}, Im_{2m}, \dots, Im_{nm}$). Учитывая, что каждое изображение в данной задаче описано соответствующим значением исследуемой метрики x , получаем матрицу

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}.$$

Выдвигается гипотеза о том, что существуют значительные различия значений метрик в зависимости от значения возмущающего фактора. Для подтверждения принятой гипотезы (или отказа от нее) вычисляется величина

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad (1)$$

где s_1^2, s_2^2 — средние квадраты, формулы для вычисления которых даны далее.

Эта гипотеза подтверждается, если выполняется условие $F \leq F_{\alpha, k_1, k_2}$, где F_{α, k_1, k_2} — критическое значение распределения Фишера—Снедекора, определенное на заданном уровне α при числе степеней свободы $k_1 = m - 1$ и $k_2 = mn - m$. Значение α определяет уровень вероятности выполнения принятой гипотезы и лежит в пределах $[0; 1]$.

Далее приведены формулы, необходимые для вычисления величины F . При этом приняты следующие допущения: значения возмущающего фактора статистически взаимонезависимы, имеют нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным нулю, и постоянной дисперсией.

Групповое среднее для m -го уровня фактора:

$$\bar{x}_{i*} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n}.$$

Общее среднее

$$\bar{x}_{i**} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}}{mn} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_{i*}}{m}.$$

Межгрупповая (факторная) сумма квадратов отклонений

$$Q_1 = n \sum_{i=1}^m (\bar{x}_{i*} - \bar{x}_{i**})^2.$$

Внутригрупповая (остаточная) сумма квадратов

$$Q_2 = n \sum_{i=1}^m (\bar{x}_{i*} - \bar{x}_{i**})^2;$$

$$s_1^2 = \frac{Q_1}{m-1};$$

$$s_2^2 = \frac{Q_2}{mn-m}.$$

♦ Методика оценки чувствительности метрик непараметрическим методом

Для случая, когда закон распределения и его параметры не известны, используется критерий Краскела—Уоллиса [3, 4], который является ранговым критерием, т. е. для вычисления данного критерия используются не сами значения выборок, а их ранги (номера элементов в упорядоченной по возрастанию выборке). Данный критерий пояснен далее.

Рассматриваются k выборок случайных величин:

$$X_1 = \{x_1^1, \dots, x_1^{n_1}\}, \dots, X_k = \{x_k^1, \dots, x_k^{n_k}\}.$$

Проверяется гипотеза о равенстве медианных значений рассматриваемых выборок случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_k$.

Упорядочив все $N = \sum_{i=1}^k n_i$ элементов выборок

по возрастанию и обозначив R_{ij} ранг j -го элемента i -й выборки, воспользуемся следующей формулой для расчета критерия Краскела—Уоллиса:

$$H = \sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{N}\right) \left\{ \frac{\bar{R}_i - \frac{N+1}{2}}{\sqrt{\frac{(N-n_i)(N+1)}{12n_i}}} \right\}^{1/2} =$$

$$= \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1),$$

где $R_i = \sum_{j=1}^N R_{ij}$; $\bar{R}_i = \frac{1}{n_i} R_i$.

Проверяемая гипотеза отклоняется, если выполняется условие $H \geq H_\alpha$, где H_α — критическое значение, вычисляемое по таблицам [3]. При $n_i \geq 20$ справедлива аппроксимация распределения статистики H χ^2 -распределением с $k - 1$ степенями свободы и достоверностью α (χ_α^2 -распределением), т. е. гипотеза отклоняется, если $H \geq \chi_\alpha^2 (k - 1)$.

Результаты исследования влияния различных факторов на значения метрик

Для оценки чувствительности рассматриваемых метрик к таким факторам, как размытость, зашумленность и объектовый состав сцен, были составлены соответствующие наборы реальных изображений многообъектных сцен.



Рис. 1. Пример исходных изображений

Для исследования чувствительности метрик к искажению, вызванному размытием по Гауссу, был сформирован набор, состоящий из пяти групп, содержащих по 161 изображению: группы, содержащей исходные неискаженные изображения, пример которых показан на рис. 1, и четырех групп изображений, которые были искусственно размыты фильтром с маской размером 25×25 пикселей и со среднеквадратическими отклонениями функции Гаусса $\sigma = 0,5$, $\sigma = 0,75$, $\sigma = 1,75$, $\sigma = 2,5$.

Набор для исследования чувствительности метрик к искажению, вызванному нелинейным медианным размытием, состоял из четырех групп изображений: группа исходных изображений (рис. 1), и трех групп изображений, размытых медианным фильтром с масками размером 2×2 , 3×3 , 5×5 пикселей.

Для исследования чувствительности к зашумлению гауссовым шумом был составлен набор, состоящий из пяти групп изображений: группы исходных изображений (рис. 1), и четырех групп изображений, полученных зашумлением исходных изображений шумом Гаусса с нулевым математическим ожиданием и СКО, равными $\sigma = 0,001$, $\sigma = 0,002$, $\sigma = 0,003$, $\sigma = 0,004$.

Набор изображений для исследования влияния шума типа "Соль-Перец" состоит из пяти групп: группы исходных изображений (рис. 1), и четырех

групп изображений, полученных зашумлением исходных изображений шумом "Соль-Перец" с плотностью $d = 0,001$, $d = 0,005$, $d = 0,01$, $d = 0,03$.

Для оценки влияния фактора "объектовый состав сцены" был составлен набор изображений на основе работы [6], состоящий из трех групп, сформированных следующим образом. В первой группе содержались изображения равнин, степей, которые не содержат объектов, кроме дорог и полей, или содержат малое число объектов. Во второй группе находятся изображения, в которых половина объема изображения содержит объекты маленького и среднего размеров. Изображения третьей группы содержат множество объектов малых и средних размеров. Типовые примеры изображений каждой из трех групп приведены на рис. 2, а, б, в, соответственно.

Критические значения F_{α, k_1, k_2} и $\chi^2_{1-\alpha}$ для рассматриваемых групп при уровне значимости $\alpha = 0,01$ равны: $F_{0,05; 4; 800} = 3,34$, $\chi^2_{0,01}(4) = 13,28$ — для первого, третьего и четвертого наборов изображений; $F_{0,001; 3; 640} = 3,81$, $\chi^2_{0,01}(3) = 11,34$ — для второго набора; $F_{0,01; 2; 546} = 4,64$, $\chi^2_{0,01}(2) = 9,21$ — для пятого.



а)



б)



в)

Рис. 2. Пример изображений трех групп для анализа влияния фактора "объектовый состав сцены"

В таблице приведены значения величин $F(1)$ и $H(2)$ для рассматриваемых в работе [1] метрик и указанных возмущающих факторов.

Приведенные значения, полученные *параметрическим* (F) и *непараметрическим* методами (H), позволяют оценить чувствительность метрик при воздействии возмущающих факторов.

Анализируя полученные результаты дисперсионного анализа для размытия по Гауссу, можно увидеть, что все метрики кроме HELM, STDC, GLVN, HISE, DCTE, DCTR чувствительны к данному фактору. Данная взаимосвязь очень ярко выражена для метрик FTMV и FTFM.

Проведенный аналогичный анализ для размытия медианой выявил тот факт, что те метрики, которые были нечувствительны к размытию по Гауссу, также нечувствительны к размытию медианой. Помимо этих метрик слабой чувствительностью стали выделяться метрики AСМО, GLVA, CHEB.

Таким образом, для выявления возмущающего фактора типа размытия пригодны 25 метрик, среди

которых стоит выделить FTFM, которая обладает хорошей чувствительностью к двум типам размытия.

Рассматривая результаты дисперсионного анализа для возмущающего фактора типа шум различного вида (шум Гаусса и шум "Соль-Перец"), можно выделить несколько групп метрик (метрики, основанные на статистической обработке и дискретно-косинусном преобразовании), для которых влияние разного вида и степени зашумленности оказывается несущественным. К ним относятся метрики HELM, GDER, SFIL, AСМО, VOLA, STDC, GLVA, GLVN, GLLV, CHEB, DCTE, DCTR. Из общего рассмотрения можно также исключить метрики LBPA, CURV, TENG, TENV, EIGV, HISE, WAVV, поскольку их чувствительность к рассматриваемым видам шума различна.

Рассматривая все представленные типы размытия и шумов в совокупности, следует выделить метрики GRAE, GRAT, GRAS, SFRQ, BREN, CONT, LAPE, LAPM, LAPD, LAPV, GLVM, DCTM, FTMV, FTMM, FTFM, WAVS, WAVR, ко-

Значения статистики F и H при исследовании различных факторов

Название метрики	Исследуемый фактор									
	Размытие по Гауссу		Размытие медианой		Шум Гаусса		Шум "Соль-Перец"		Объектовый состав	
	F	H	F	H	F	H	F	H	F	H
GRAE*	208,01	679,23	150,61	328,35	22,40	130,05	158,76	358,57	170,67	223,73
GRAT*	398,28	650,61	226,02	355,09	103,89	292,37	47,75	161,22	29,69	70,73
GRAS*	187,28	663,51	129,96	309,18	68,59	272,81	484,84	495,53	153,84	209,71
SFRQ*	422,55	657,44	270,44	400,28	139,78	349,76	53,87	183,39	18,87	51,18
BREN*	217,54	625,03	106,17	243,86	11,54	64,28	85,74	255,50	312,89	309,68
CONT*	407,65	650,93	266,49	399,37	97,97	282,70	34,96	132,61	23,50	59,56
HELM	1,00	14,23	0,23	8,35	0,24	0,99	1,04	3,44	0,97	1,01
LBPA	234,98	487,09	367,36	424,70	80,11	290,99	0,07	1,91	4,94	84,98
GDER	20,48	83,03	0,19	1,00	0,01	0,01	0,03	0,06	679,68	421,69
SFIL	14,32	52,57	0,47	1,67	0,14	0,97	0,65	3,91	582,51	388,39
CURV	28,81	101,85	13,23	36,87	3,34	11,80	5,47	19,53	287,02	297,98
TENG	214,94	611,71	95,35	224,62	3,28	20,15	24,70	113,81	382,34	339,89
TENV	236,69	629,26	84,26	193,78	0,98	3,42	15,35	87,60	497,82	383,30
LAPE*	198,99	727,12	169,48	379,96	26,61	156,94	186,02	383,61	90,58	150,81
LAPM*	560,31	720,54	330,79	430,92	179,46	399,48	68,53	218,66	6,25	22,99
LAPD*	539,33	715,42	314,96	425,00	105,36	300,50	45,58	166,09	11,86	37,44
LAPV*	198,99	727,11	169,49	379,99	26,61	156,94	186,02	383,62	90,58	150,81
ACMO	4,29	20,71	0,98	3,84	0,04	0,36	0,77	3,57	261,88	285,34
VOLA	140,94	475,87	37,57	93,89	0,13	0,59	0,38	1,71	301,94	310,39
STDC	0,94	6,23	0,10	0,53	0,14	0,59	0,59	2,72	276,42	318,98
GLVA	6,77	30,07	1,61	6,11	0,19	0,90	1,64	6,81	344,77	324,07
GLVN	1,05	0,61	2,00	2,35	0,83	26,01	0,59	0,77	1,28	32,36
GLLV	84,90	360,69	25,23	56,86	0,19	0,34	0,10	0,08	325,35	370,92
GLVM*	178,04	544,98	70,95	154,49	6,02	34,76	42,55	164,80	456,20	365,07
CHEB	5,62	38,52	0,98	6,31	0,25	3,74	1,87	18,68	35,02	75,28
EIGV	21,28	80,83	6,31	19,31	2,05	8,84	11,54	44,43	22,71	53,89
HISE	1,97	15,93	1,99	13,41	13,34	48,22	0,00	0,02	17,66	32,00
DCTE	0,96	139,38	1,00	32,02	1,35	7,68	1,61	19,35	0,91	35,35
DCTR	0,95	66,53	1,00	6,24	1,29	3,55	1,51	4,55	0,93	66,68
DCTM*	199,28	670,65	106,60	310,22	39,11	199,13	272,60	430,13	70,56	114,34
FTMV*	2636,13	741,23	272,53	343,60	131,05	310,63	306,11	512,48	47,16	88,54
FTMM	177,94	686,46	77,47	237,94	18,41	275,34	10,32	398,15	1,16	6,25
FTFM*	2027,72	743,13	326,34	358,92	107,26	249,80	138,06	395,97	9,76	27,55
WAVS*	600,32	731,84	317,65	417,74	149,06	362,98	245,41	409,95	10,68	34,22
WAVV	213,30	721,21	176,04	369,00	2,12	26,47	79,24	270,04	180,75	233,36
WAVR*	145,61	529,99	64,36	148,90	5,36	30,60	35,77	134,09	27,58	35,82
WAVC	1,11	2,43	0,75	0,31	0,78	2,68	0,80	2,77	0,01	1,05

торые являются чувствительными к возмущающим факторам вне зависимости от их природы.

В результате рассмотрения результатов дисперсионного анализа чувствительности метрик к изменению объектового состава сцены можно исключить нечувствительные метрики HELM, GLVN, DCTE, DCTR, FTMM, WAVC.

Важно отметить метрику GDER, которая обладает наибольшей чувствительностью к данному фактору и слабой чувствительностью к иным рассмотренным возмущающим факторам. Иными словами, данная метрика позволяет получить качественную информацию о самой наблюдаемой сцене, а не об искажающих факторах.

При использовании непараметрического теста Краскала—Уоллиса (H в табл. 1) были получены результаты, аналогичные результатам дисперсионного анализа, в части выявления чувствительных и нечувствительных метрик.

Корреляционный анализ

Для выявления взаимосвязей между метриками (определения степени линейной взаимосвязи) был проведен корреляционный анализ, включающий в себя вычисление линейной корреляции (корреляция Пирсона) и ранговой корреляции Спирмена [7], а также сравнение полученных результатов.

Для вычисления *корреляции Пирсона* используется формула

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}},$$

где x, y — выборки размером m ; $\bar{x}, \bar{y}$ — выборочные средние.

Коэффициент r_{xy} принимает значения из отрезка $[-1; 1]$. Равенство $r_{xy} = 1$ указывает на строгую прямую линейную зависимость, $r_{xy} = -1$ — на обратную.

Корреляция Спирмена вычисляется по следующей формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6}{n(n-1)(n+1)} \sum_{i=1}^n (R_i - S_i)^2,$$

где R_i — ранг наблюдения x_i в рассматриваемом ряду $x = (x_1, \dots, x_n)$; S_j — ранг наблюдения y_j в рассматриваемом ряду $y = (y_1, \dots, y_n)$.

Коэффициент ρ принимает значения из отрезка $[-1; 1]$. Равенство $\rho = 1$ указывает на строгую прямую линейную зависимость, $\rho = -1$ — на обратную.

Для вычисления коэффициента корреляции использовались выборки значений метрик, вычисленных для изображений с разными типами и составами сцен, полученных в разное время суток, при разных погодных условиях. Вычисленные абсолютные значения коэффициентов корреляции показаны на рис. 3, где уровень яркости соответствует значению коэффициента корреляции (белый цвет соответствует максимально возможному значению коэффициента корреляции, черный цвет — нулевому значению коэффициента корреляции).

На данных графиках видно, что вычисленные разными способами коэффициенты корреляции дают достаточно близкие результаты. По полученным результатам видно, что у метрик HELM, LBPA, VOLA, GLVN, HISE, WAVC слабо выражена линейная взаимосвязь с остальными метриками. Отчетливо видна большая группа метрик, внутри которой между метриками присутствуют сильные линейные взаимосвязи. Также сильные связи проявляются между метриками STDC и GLVA, DCTE и DCTR.

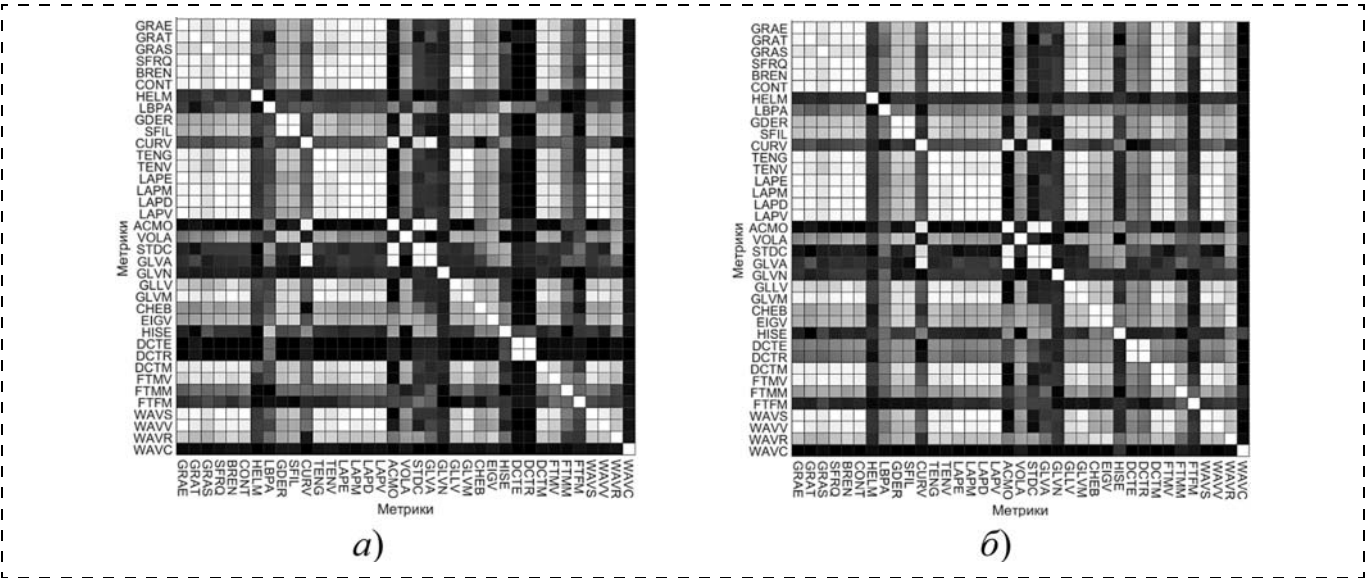


Рис. 3. Абсолютные значения коэффициента корреляции Пирсона (а) и Спирмена (б)

Проведенная оценка чувствительности возможного набора безэталонных метрик, приведенного в части 1 статьи [1], при воздействии рассматриваемых возмущающих факторов типа размытость, зашумленность и различного объектового состава сцен, показал, что для предварительной оценки качества исходных текущих полутоновых изображений многообъектных стационарных сцен целесообразно использовать метрики, отмеченные "*" в таблице.

Корреляционный анализ приведенного набора метрик показал, что для ряда отмеченных "*" метрик существует корреляционная зависимость, позволяющая значительно сузить число рассматриваемых метрик.

1. Инсаров В. В., Сафонов В. А., Тихонова С. В. Использование безэталонных метрик для оценки качества текущих изображений многообъектных стационарных наземных сцен. Часть 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 8. С. 550—557
2. Гаральд Крамер. Математические методы статистики. М.: Издательство "Мир", 1975. 648 с.
3. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
4. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. 551 с.
5. Kruskal W. H., Wallis W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 47, 1952, № 260, pp. 583—621.
6. <https://downloads.greyc.fr/vedai/>
7. Hollander M., Wolfe D. A. Nonparametric statistical methods. New York: Wiley, 1973.

Application of the Non-Reference Metrics for the Quality Estimation of the Current Images of the Stationary Ground Multi-object Scenes. Part 2

V. V. Insarov, wiliam@gosniias.ru✉, V. A. Safonov, vladislav.safonov@gosniias.ru,
S. V. Tikhonova, svetlana.tikhonova@gosniias.ru,
Federal State Unitary Enterprise "State Research Institute of Aviation Systems",
Moscow, 125319, Russian Federation

Corresponding author: Insarov Viliyam V., D. Sc., Professor, Deputy Head of Unit,
Federal State Unitary Enterprise "State Research Institute of Aviation Systems" State Scientific Centre
of Russian Federation, Moscow, 125319, Russian Federation, e-mail: wiliam@gosniias.ru

Received on 07.06.2017

Accepted on 19.06.2017

Quality estimation of the received images is one of the most important operations of image processing in technical vision. This operation allows us to take decisions about a possibility of the image processing and choose the procedures for this processing. A preliminary image quality estimate makes it possible to reduce significantly the computing resources for solving of the problems of objects detection, recognition and selection. This article focuses on estimation of sensitivity of the non-reference metrics (represented in Part 1) to various factors: noises, smoothing and different object compositions. Furthermore, this article focuses on the correlation relationships between the metrics. The main task of this article is simplification of the procedure of a real time image quality estimation and improvement of its effectiveness by removing the related metrics and selecting the most adequate and efficient metrics. Sets of images were created for solving of this task. Those sets contained images with different kinds of scenes and object compositions. Images were received at different times of a day and under different weather conditions. Besides the received images were distorted by different kinds of noises and smoothing. Sensitivity estimation was measured by the method of analysis of variance and Kruskal—Wallis test. The correlation analysis of the relationships between the metrics was done by means of Pearson correlation coefficient and Spearman's rank correlation coefficient. The analysis of the sensitivity estimation results for the presented set of metrics revealed that it was appropriate to use a limited number of metrics. Further results of the correlation analysis revealed that there was a strong linear relationship for a number of metrics. Thus, the obtained results made it possible to select the most sensitive metric with the least computational costs for a preliminary estimation of the quality image in the vision systems.

Keywords: image quality estimation, non-reference metrics, time of day effects, analysis of variance, Kruskal—Wallis test, correlation

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 17-08-00584 a

For citation:

Insarov V. V., Safonov V. A., Tikhonova S. V., Application of the Non-Reference Metrics for the Quality Estimation of the Current Images of the Stationary Ground Multi-object Scenes. Part 2, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 10, pp. 693—698.

DOI: 10.17587/mau.18.693-698

References

1. Insarov V. V., Safonov V. A., Tikhonova S. V. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol.18, no. 8, pp. 550—557. (in Russian).

2. Harald Cramér. *Matematicheskie metody statistiki* (Mathematical Methods of Statistics), Moscow, Mir Publishers, 1975 (in Russian).
3. Kobzar A. I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* (Applied mathematical statistics. For engineers and scientists), Moscow, FIZMATLIT, 2006 (in Russian).
4. Kremer N. Sh. *Teoria veroitnostey i matematicheskai statistika* (Probability theory and mathematical statistics), Moscow, Unity, 2009 (in Russian).
5. Kruskal W. H., Wallis W. A. Use of ranks in one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, 1952, vol. 47, no. 260, pp. 583—621.
6. Available at <https://downloads.greyc.fr/vedai/>
7. Hollander M., Wolfe D. A. Nonparametric statistical methods. New York, Wiley, 1973.