

**А. В. Гулай**, канд. техн. наук, зав. кафедрой, is@bntu.by, **В. М. Зайцев**, канд. техн. наук, доц., is@bntu.by, Белорусский национальный технический университет, Минск

## Интеллектуальные технологии оперативного функционального контроля многопараметрических систем

*Предложены принципы организации оперативного функционального контроля сложной многопараметрической системы с сохранением процесса ее работы в контуре управления. Построена высокоскоростная модель системы, основанная на проведении предварительных эмпирических исследований и использовании результатов регрессионного анализа системы в организации оперативного контроля на основе аппарата нечеткой логики. Экспертным путем устанавливаются возможные интервалы фактических значений входных параметров, и для каждого их набора с помощью коэффициентов уравнений регрессии, операций нечеткой арифметики и максиминного обобщения выстраиваются функции принадлежности результативных выходных и внутренних переменных к требуемым нечетким множествам.*

**Ключевые слова:** многопараметрические системы, функциональный контроль, интеллектуальные технологии, нечеткие множества, регрессионные модели

### Введение

Сложные многопараметрические системы требуют периодического контроля и диагностики в целях повышения надежности их функционирования. Обычно для этого применяются заранее подготовленные тесты отдельных трактов преобразования вещества, энергии или информации и тесты комплексного функционирования систем с фиксированными наборами входных проверочных материалов и эталонными результатами их прохождения в системах. Для проведения тестового контроля и диагностики сами системы или части систем должны предварительно выводиться из режима целенаправленного функционирования. Таким образом, на практике тестовый контроль и диагностика возможны либо при временном выводе систем или отдельных их частей из контуров управления, либо при проведении плано-предупредительных мероприятий [1].

Комплексный функциональный контроль, выполняемый непосредственно при работе системы без изъятия каких-либо ее частей из контуров управления, принято относить к категории оперативного. Для организации оперативного контроля системы требуется создание достаточно точной модели ее функционирования. Однако сложность реальных систем, различная физическая природа и многофакторность протекающих в них процессов приводят к практической невозможности построения адекватных аналитических соотношений между входными и выходными параметрами системы. Применение вероятностных методов и моделей также оказывается малоэффективным, так как требует от описания системных процессов

проявления достаточной устойчивости статистических закономерностей.

При реализации указанных моделей требуются значительные затраты времени на формирование системных эталонов, что практически исключает возможность их реального использования. По этим причинам большинство систем оказываются полноценно не охваченными средствами комплексного функционального контроля в процессе штатной работы.

### Задачи оперативного функционального контроля в создании сложных многопараметрических систем

Схема выполнения оперативного функционального контроля сложной многопараметрической системы представлена на рисунке. Она предусматривает сохранение процессов функционирования контролируемой системы в контурах управления и использование реальных входных материалов для реализации контрольных проверок. В соответствии с этой схемой требуется применение блока выработки решений о согласованности результатов функционирования системы и результатов оперативного формирования системных эталонов результативных выходных  $y_{jM}[t]$  и внутренних  $z_{kM}[t]$  параметров. Естественно, что для оперативного формирования системных эталонов должна применяться высокоскоростная и адекватная модель, работающая в масштабе времени процессов системы.

В вопросах организации оперативного функционального контроля важную роль играют эмпирические исследования реальных системных процессов. Эти исследования основаны на использовании методов, в реализации которых преобладают натурные сенсорные эксперименты над системами.

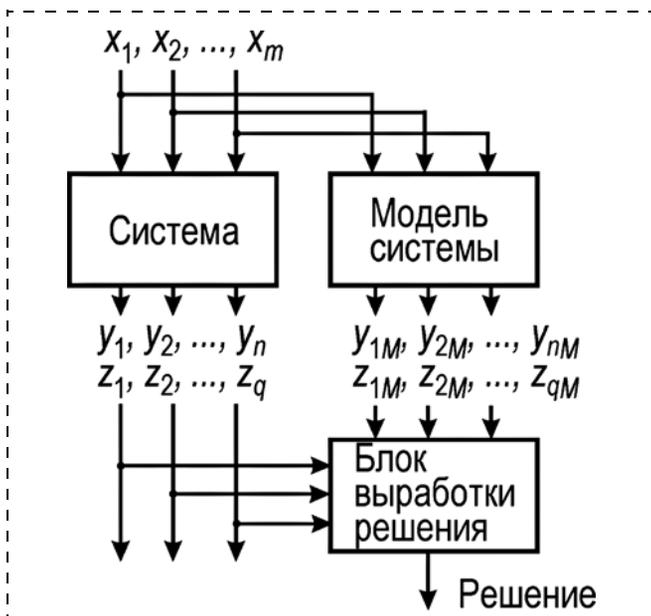


Схема организации и проведения оперативного функционального контроля многопараметрической системы

Такие эксперименты обеспечивают получение в качестве результатов контроля (диагностики, мониторинга) фактических значений системных параметров, представляющих теоретический и практический интерес для аналитиков и системотехников. Необходимым условием эффективности эмпирических исследований являются наблюдаемость и измеримость параметров, а также возможность повторения опытов для подтверждения или опровержения правильности принимаемых системотехнических решений [1].

Рассмотрим возможность построения модели системных процессов, сочетающей в себе эмпирические, статистические, алгоритмические и эвристические приемы отображения системных параметров и связей между ними. В процессе экспериментов аналитики и системотехники получают для некоторых моментов времени наблюдения  $t = t_1, t_2, \dots, t_u$  выборки значений системных параметров — входных (факторных)  $X[i, t]$ , результативных выходных  $Y[j, t]$  и результативных внутренних  $Z[k, t]$ :

$$X[i, t] = \{x_i[t]\}, i = 1, 2, \dots, m;$$

$$Y[j, t] = \{y_j[t]\}, j = 1, 2, \dots, n;$$

$$Z[k, t] = \{z_k[t]\}, k = 1, 2, \dots, q.$$

Обычно выборки получаемых значений отражаются с помощью таблицы корреляционных полей, обеспечивающей "расслоение" параметров, для чего желательно, чтобы выполнялось условие  $u \geq 2m$ . Методология эмпирических исследований требует валидности и надежности получаемых данных, которые по смысловому составу и своим значениям должны отвечать целям и задачам системного анализа и допускать распространение синтезируемых выводов на соответствующие системные процессы.

Решению проблем, связанных с созданием многопараметрических систем и средств их опера-

тивного функционального контроля, может способствовать применение факторного анализа, выполняемого в технологическом режиме [2, 3]. На стадии предварительного исследования он обеспечивает всестороннее описание процессов, протекающих в системах, и в принципе позволяет сформировать обозримые и компактные зависимости между входными, выходными и внутренними параметрами. С помощью факторного анализа возможно выявление латентных (скрытых) факторов, реально обуславливающих наличие корреляционных связей между наблюдаемыми значениями. При этом достигаются следующие цели: определение и оценка взаимосвязи между переменными системы; сокращение числа переменных, необходимых для системного анализа.

Скрытые статистические связи между параметрами системы приводят к их условному группированию. Корреляция значений входных параметров внутри одной группы оказывается гораздо выше, чем корреляция со значениями параметров других групп. Это позволяет для каждой группы реальных переменных поставить в соответствие некоторую укрупненную латентную переменную, которую называют фактором. Каждый фактор условно "объединяет" сильно коррелированные входные параметры в группу и в дальнейшем может представлять группу в операциях системного анализа. В частном случае один фактор может соответствовать одной входной переменной. Выявление наиболее значимых факторов вполне эффективно осуществляется с применением метода главных компонент — практически единственного метода анализа параметров, имеющего достаточно строгое математическое обоснование.

### Применение модели регрессии в организации оперативного функционального контроля системы

В целях предварительного установления функциональных зависимостей между выходными или внутренними параметрами исследуемой системы и входными (факторными) параметрами в пределах корреляционных полей может быть использована регрессионная модель [3, 4]. Путем экстраполяции и интерполяции значений результативных параметров модель регрессии позволяет проводить прогнозирование поведения системы как внутри корреляционных полей, так и в ограниченных пределах за их границами.

Процесс построения регрессионной модели предусматривает выполнение следующих этапов.

**А** — этап спецификации: определяются виды функций  $\{F_{y_j}\}, \{F_{z_k}\}$ , описывающих функциональную связь между результативными параметрами и входными (факторными) параметрами:

$$\{y_j[t] = F_{y_j}(x_1[t], x_2[t], \dots, x_m[t]),$$

$$\{z_k[t] = F_{z_k}(x_1[t], x_2[t], \dots, x_m[t])\}.$$

**Б** — этап идентификации: рассчитываются коэффициенты регрессии. В системах технического назначения для получения значений результативных выходных  $y_j^*[t]$  и внутренних  $z_k^*[t]$  параметров достаточно эффективным является применение линейных моделей с коэффициентами "чистой" регрессии  $\alpha_{j0}, \alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \dots, \alpha_{jm}; \beta_{k0}, \beta_{k1}, \beta_{k2}, \dots, \beta_{km}$ :

$$\{y_j^*[t] = \alpha_{j0} + \alpha_{j1}x_1[t] + \alpha_{j2}x_2[t] + \dots + \alpha_{jm}x_m[t]\};$$

$$\{z_k^*[t] = \beta_{k0} + \beta_{k1}x_1[t] + \beta_{k2}x_2[t] + \dots + \beta_{km}x_m[t]\}.$$

Указанные коэффициенты регрессии, входящие в регрессионную модель, определяются с использованием методики аппроксимации по критерию наименьших квадратов. При этом минимизируется сумма квадратов отклонений расчетных значений  $y_j^*[t], z_k^*[t]$  от соответствующих наблюдаемых значений  $y_j[t], z_k[t]$  в точках  $t = t_1, t_2, \dots, t_u$ :

$$\{E_{y_j} = \sum_t [y_j[t] - y_j^*[t]]^2 \rightarrow \min\};$$

$$\{E_{z_k} = \sum_t [z_k[t] - z_k^*[t]]^2 \rightarrow \min\}.$$

**В** — этап расчета результативных параметров: находятся значения  $y_j^*[t], z_k^*[t]$  результативных параметров для отдельных наборов значений входных параметров (факторов).

**Г** — этап анализа: проводится оценка отклонений расчетных значений результативных параметров от эмпирических данных и проверка соответствующих статистических гипотез о регрессии.

Коэффициенты регрессии для каждого из результативных параметров являются корнями систем линейных алгебраических уравнений. Рассмотрим один из функционалов в виде суммы квадратов отклонений  $E_{y_j}$ . Для минимизации функционала достаточно найти коэффициенты  $\alpha$ , обращающие в ноль частные производные в точках наблюдения  $t$ :

$$\{\partial E_{y_j} / \partial \alpha_{ji} = -2\alpha_{j0} \sum_t [y_j[t] - y_j^*[t]] = 0\}.$$

Эта система состоит из  $m + 1$  линейных алгебраических уравнений относительно группы коэффициентов  $\alpha$ . Решение уравнений обеспечивает построение рассматриваемой группы коэффициентов множественной регрессии. Аналогичным образом определяются коэффициенты всех других групп, в том числе группы коэффициентов  $\beta$ .

Качество полученной модели характеризуется определенными статистическими свойствами и точностью (степенью близости к фактическим данным). Оценка качества модели проводится путем исследования гипотез о значимости модели в целом и каждого ее параметра, оценки доверительных интервалов и, в общем случае, анализа остатков. Однако при использовании метода наименьших квадратов последний способ проверки теоретически является излишним.

Модель считается приемлемой со статистической точки зрения, если она адекватна и имеет достаточную точность. Средняя относительная ошибка

при моделировании определяется следующим соотношением:

$$E_{\text{отн}y_j} = u^{-1} \sum \{[y_j[t] - y_j^*[t]]/y_j[t]\}.$$

Уровень точности считается высоким, если  $E_{\text{отн}y_j} \leq 0,05$ , и приемлемым при  $0,05 < E_{\text{отн}y_j} \leq 0,15$ .

Аналогичным образом оценивается уровень точности  $E_{\text{отн}z_k}$ .

Предварительные эмпирические исследования системы и построение регрессионной модели, в принципе, позволяют выполнять формирование приближенных оперативных системных эталонов результативных параметров. Однако в силу самой природы регрессионной модели, ее разведывательного характера, который отражает, прежде всего, основные тенденции, построение модели сопровождается большим объемом необходимых вычислений. При этом значительно возрастает время практического определения значений коэффициентов регрессии и прогнозируемых результативных параметров.

Кроме того, в данном случае знания о предметной области системы могут быть неясными или неполными, а измерения — неточными, или могут содержать методические изъяны. Существует также возможность практического использования лишь недостаточно строгих концепций управления при одновременной необходимости обеспечения принципиального функционирования систем в условиях существования различных НЕ-факторов или малоизученных явлений. В таком случае целесообразно привлечение формального аппарата для работы с неопределенностями, который получил название нечеткой логики (fuzzy logic). Теория нечетких множеств (fuzzy set theory) представляет собой формализм, предназначенный для формирования суждений именно при наличии НЕ-факторов.

Будем полагать, что предварительные эмпирические исследования системы и построение регрессионной модели выполнены, а на этапе идентификации для корреляционных полей рассчитаны коэффициенты регрессии  $\alpha, \beta$ . Интерпретация входных переменных как элементов нечетких множеств позволяет, в свою очередь, рассматривать результативные выходные и внутренние параметры системы в качестве представителей нечетких множеств, состав и назначение которых зависят от функций и режимов работы. Очевидно, что при условии нахождения значений входных переменных в диапазонах используемых корреляционных полей тенденции, определяемые уравнениями регрессии, нарушаться не должны. Это позволяет применить указанные уравнения для оперативного построения функций принадлежности результативных выходных и внутренних переменных к соответствующим нечетким множествам.

Коэффициенты уравнений регрессии следует рассматривать в качестве четких декларативных данных базы знаний интеллектуальных средств функционального контроля.

## Принципы преобразования параметров контролируемой многопараметрической системы в лингвистические переменные

Значениями лингвистических переменных являются не числа, а некоторые словесные предложения естественного языка, которые образуют терм-множества [5, 6]. Любой элемент терм-множества как некоторое словесное значение лингвистической переменной считается термом. Формально терм задается с помощью функции его принадлежности к определенному нечеткому множеству.

Предлагается использовать три естественных типа лингвистических переменных: входной параметр с номером  $i$ ; выходной результативный параметр с номером  $j$ ; внутренний результативный параметр с номером  $k$ . В каждом терм-множестве для каждой лингвистической переменной зададим следующие термы:

- термы  $T_{др}(x_i), T_{др}(y_j), T_{др}(z_k)$  из состава терм-множеств областей допустимых рабочих значений входных, выходных и внутренних параметров (ДР $i$ , ДР $j$ , ДР $k$ );
- термы  $T_{нп}(x_i), T_{нп}(y_j), T_{нп}(z_k)$  из состава терм-множеств областей нижних предупредительных границ для значений входных, выходных и внутренних параметров (НП $i$ , НП $j$ , НП $k$ );
- термы  $T_{вп}(x_i), T_{вп}(y_j), T_{вп}(z_k)$  из состава терм-множеств областей верхних предупредительных границ для значений входных, выходных и внутренних параметров (ВП $i$ , ВП $j$ , ВП $k$ );
- термы  $T_{на}(y_j), T_{на}(z_k)$  из состава терм-множеств областей нижних аварийных границ для значений выходных и внутренних параметров (НА $j$ , НА $k$ );
- термы  $T_{ва}(y_j), T_{ва}(z_k)$  из состава терм-множеств областей верхних аварийных границ для значений выходных и внутренних параметров (ВА $j$ , ВА $k$ ).

Термам будут соответствовать нечеткие множества реальных значений параметров, ограниченные нижними и верхними пределами интервалов, которые, в принципе, допускают пересечения:

$$\{(X_{i \text{ нп-н}}, X_{i \text{ нп-в}}), (X_{i \text{ др-н}}, X_{i \text{ др-в}}), (X_{i \text{ вп-н}}, X_{i \text{ вп-в}})\};$$

$$\{(Y_{j \text{ на}}, Y_{j \text{ нп-н}}), (Y_{j \text{ нп-н}}, Y_{j \text{ нп-в}}), (Y_{j \text{ др-н}}, Y_{j \text{ др-в}}), (Y_{j \text{ вп-н}}, Y_{j \text{ вп-в}}), (Y_{j \text{ вп-в}}, Y_{j \text{ ва}})\};$$

$$\{(Z_{q \text{ на}}, Z_{q \text{ нп-н}}), (Z_{q \text{ нп-н}}, Z_{q \text{ нп-в}}), (Z_{q \text{ др-н}}, Z_{q \text{ др-в}}), (Z_{q \text{ вп-н}}, Z_{q \text{ вп-в}}), (Z_{q \text{ вп-в}}, Z_{q \text{ ва}})\}.$$

Параметры могут иметь как непрерывную, так и дискретную природу. При пересечении указанных нечетких множеств в рамках одного параметра преимущество в определении конкретного расположения результата фактического измерения или расчета входных переменных целесообразно отдавать областям предупредительных границ, а выходных и внутренних переменных — областям аварийных границ. Реакции системы на аварийные значения входных переменных должны обеспечивать их блокировку и предотвращение дальнейшего распространения по системе.

На основе экспериментальных данных и экспертных оценок необходимо предварительно сформировать функции принадлежности входных параметров

$$\{W_{x_i}(x_i) \in \{W_{нп}(x_i), W_{др}(x_i), W_{вп}(x_i)\}\}$$

к нечетким множествам соответствующих термов:

$$\{T_{x_i}(x_i) \in T_{tm \ i} = \{T_{нп}(x_i), T_{др}(x_i), T_{вп}(x_i)\},$$

где  $T_{tm \ i}$  — терм-множество для входной переменной  $x_i$ .

Операции могут выполняться в технологическом режиме, и для  $m$  входных переменных максимальное число функций принадлежности составит  $3m$ . Для выходных и внутренних переменных экспериментальным путем оцениваются и экспертно уточняются только ожидаемые границы диапазонов возможного размещения их значений.

Рассмотренные сведения образуют декларативную экспертную часть базы знаний. Организация эффективного оперативного функционального контроля системы диктует необходимость синтеза функций принадлежности результативных выходных и внутренних параметров к соответствующим нечетким множествам в межконтрольные периоды в заданном темпе выполнения операций контроля:

$$\{W_{y_j}(y_j) \in \{W_{на}(y_j), W_{нп}(y_j), W_{др}(y_j), W_{вп}(y_j), W_{ва}(y_j)\},$$

$$\{W_{z_k}(z_k) \in \{W_{на}(z_k), W_{нп}(z_k), W_{др}(z_k), W_{вп}(z_k), W_{ва}(z_k)\}.$$

При выполнении процедур синтеза состав операндов и схема обработки зависят от результатов приема в систему конкретного набора фактических значений входных параметров и оценки их принадлежности тем или иным областям. При этом должны соблюдаться следующие соотношения между функциями принадлежности, диктуемые уравнениями регрессии:

$$\{W_{y_j}(y_j) = \alpha_{j0} + \alpha_{j1}W_{x1}(x_{j1}) + \alpha_{j2}W_{x2}(x_{j2}) + \dots + \alpha_{jm}W_{xm}(x_{jm})\};$$

$$\{W_{z_k}(z_k) = \beta_{k0} + \beta_{k1}W_{x1}(x_{k1}) + \beta_{k2}W_{x2}(x_{k2}) + \dots + \beta_{km}W_{xm}(x_{km})\}.$$

Функции принадлежности конкретных параметров к каждой отдельной области целесообразно задавать с учетом их дискретной аппроксимации линейными сплайнами. Увеличение числа сплайнов в аппроксимации функций принадлежности потенциально увеличивает точность расчетов, но сопровождается лавинообразным увеличением вычислительной сложности процедур и, следовательно, ростом затрат времени на вычисления. Опыты по аппроксимации показывают, что для дискретного представления функций принадлежности входных переменных достаточно применять семиточечные (шестисплайновые) представления, а для выходных и внутренних переменных — девятиточечные (восьмисплайновые) представления. Такие представления обеспечивают полноценное отобра-

жение линейных, треугольных, П-образных, S-образных и других функций принадлежности.

Все операции процедур будем проводить только с нормальными ( $\max W = 1$ ) или с субнормальными ( $W < 1$ ) функциями принадлежности.

Интервальные значения входных, выходных и внутренних переменных, а также функции принадлежности входных переменных соответствующим интервалам как нечетким множествам образуют экспертную часть базы знаний интеллектуальных средств функционального контроля.

### Формирование функций принадлежности результативных переменных контролируемой многопараметрической системы

Объективные потребности в синтезе функций принадлежности результативных выходных и внутренних параметров к соответствующим нечетким множествам на каждом наборе значений входных переменных приводят к необходимости оперативной реализации операций нечеткой арифметики. Арифметические операции  $\bullet$  (+, -,  $\times$ , /) над указанными нечеткими множествами выполняются следующим образом. Для момента времени  $t$  значение входного параметра  $x_i[t] \in X[i, t] = \{x_i[t]\}$  попадает в одно из нечетких множеств областей НП*i*, ДР*i* или ВП*i*, а значение параметра  $x_{i+a}[t] \in X[i, t] = \{x_i[t]\}$  — в одно из нечетких множеств областей НП*i* +  $a$ , ДР*i* +  $a$ , ВП*i* +  $a$  с семиточечными функциями принадлежности:

$$W_{x, i}[w_{x, i}(1)/x_i(1); w_{x, i}(2)/x_i(2); \dots; w_{x, i}(7)/x_i(7)],$$

$$W_{x, i+a}[w_{x, i+a}(1)/x_{i+a}(1), w_{x, i+a}(2)/x_{i+a}(2), \dots, w_{x, i+a}(7)/x_{i+a}(7)].$$

В результате выполнения любой из указанных выше арифметических операций с общим обозначением " $\bullet$ " должно быть сформировано нечеткое множество результата  $C = X_i \bullet X_{i+a}$  с семиточечной функцией принадлежности  $W_C[w_C(1)/c(1), w_C(2)/c(2), \dots, w_C(7)/c(7)]$ , где  $w_{x, i}(\varphi)$ ,  $w_{x, i+a}(\varphi)$ ,  $w_C(\varphi)$  — дискретные значения функций принадлежности;  $x_i(\varphi)$ ,  $x_{i+a}(\varphi)$ ,  $c(\varphi)$  — соответствующие элементы нечетких множеств для  $\varphi = 1, 2, \dots, 7$ .

Значения  $c(\varphi) = x_i(\varphi) \bullet x_{i+a}(\varphi)$  вычисляются по правилам обычной арифметики, однако возникает нарушение принципа однозначности рассматриваемых арифметических операций: для  $\xi$ -точечной аппроксимации функции принадлежности первого операнда и  $\psi$ -точечной аппроксимации функции принадлежности второго операнда образуется  $\rho = \xi \times \psi$  потенциальных результатов. При семиточечных функциях принадлежности следует ожидать получения 49 результирующих значений:

$$c(1) = x_i(1) \bullet x_{i+a}(1), c(2) = x_i(1) \bullet x_{i+a}(2), \dots, c(7) = x_i(1) \bullet x_{i+a}(7),$$

$$c(8) = x_i(2) \bullet x_{i+a}(1), c(9) = x_i(2) \bullet x_{i+a}(2), \dots, c(14) = x_i(2) \bullet x_{i+a}(7),$$

...

$$c(43) = x_i(7) \bullet x_{i+a}(1), c(44) = x_i(7) \bullet x_{i+a}(2), \dots, c(49) = x_i(7) \bullet x_{i+a}(7).$$

В условиях нечетких множеств на указанных выше интервалах могут быть подобраны различные пары значений  $x_i(\varphi = \xi)$ ,  $x_{i+a}(\varphi = \sigma)$ , которые будут, с одной стороны, соответствовать функциям принадлежности  $W_{x, i}$ ,  $W_{x, i+a}$  и, с другой стороны, давать одинаковые результаты  $c(\varphi)$  или результаты, достаточно близкие к этому значению, например,  $c(\varphi)[1 \pm (0,03 \dots 0,05)]$ . Это приводит к образованию групп потенциальных результатов:

$$c(\varphi = 1) = x_i(\varphi = \xi_{11}) \bullet x_{i+a}(\tau = \sigma_{11}) \cong \dots \cong x_i(\varphi = \xi_{1d}) \bullet x_{i+a}(\varphi = \sigma_{1d});$$

$$c(\varphi = 2) = x_i(\varphi = \xi_{21}) \bullet x_{i+a}(\tau = \sigma_{21}) \cong \dots \cong x_i(\varphi = \xi_{2e}) \bullet x_{i+a}(\varphi = \sigma_{2e});$$

...

$$c(\varphi = g) = x_i(\varphi = \xi_{g1}) \bullet x_{i+a}(\tau = \sigma_{g1}) \cong \dots \cong x_i(\varphi = \xi_{gt}) \bullet x_{i+a}(\varphi = \sigma_{gt}).$$

Возможное число групп  $g$  определяет потенциальное число элементов в нечетком множестве результатов операции. Для семиточечных функций значение  $g$  может колебаться от 2 при плотном группировании до 49 при разреженном группировании. Как число групп  $g$ , так и число одинаковых или близких значений  $d, e, \dots, \tau$  в каждой группе заранее предсказать достаточно трудно. Но в каждой группе отдельные одинаковые или близкие по значениям результаты будут иметь индивидуальные значения функций принадлежности. В конечном итоге группа должна быть подвергнута компрессии, из каждой группы выбирается и сохраняется только один представитель.

Рассмотрим одну из групп  $\varphi = v$  ( $v = 1, 2, \dots, g$ ), соответствующую некоторому значению результата

$$c(\varphi = v) = x_i(\varphi = \xi_{v1}) \bullet x_{i+a}(\tau = \sigma_{v1}) \cong \dots \cong x_i(\varphi = \xi_{vh}) \bullet x_{i+a}(\varphi = \sigma_{vh}).$$

Она содержит  $h$  одинаковых или достаточно близких значений. При компрессии для результата  $c(\varphi = v)$  требуется определить значение функции  $w_C(v)$ . На этой стадии искомое значение  $w_C(v)$  устанавливается на основании двухпроходной процедуры, реализующей технологию максимина Л. Заде:

$$w_C(v) = \max\{w_{\varphi = v}, \pi = \min\{w_{x, i}[x_i(\varphi = \xi_{v\pi})], w_{x, i+a}[x_{i+a}(\tau = \sigma_{v\pi})]\}, \pi = 1, 2, \dots, h.$$

На первом проходе для каждой  $\pi$ -й пары операндов  $x_i(\varphi = \xi_{v\pi})$ ,  $x_{i+a}(\tau = \sigma_{v\pi})$ , которые участвуют в формировании соответствующего результата, входящего в группу, отбирается минимальное значение  $w_{\varphi = v, \pi}$  из пары значений их функций принадлежностей  $w_{x, i}[x_i(\varphi = \xi_{v\pi})]$ ,  $w_{x, i+a}[x_{i+a}(\tau = \sigma_{v\pi})]$ . Число пар равно  $\pi$ . На втором проходе находится максимальное значение из выбранных минимальных значений  $w_C(v) = \max\{w_{\varphi = v, \pi}\}$ . Таким образом, для

результата выполнения операции формируется  $g$ -точечная функция принадлежности:

$$W_C[w_C(1)/c(1); w_C(2)/c(2); \dots; w_C(g)/c(g)].$$

Если одним из операндов является четкое постоянное число  $\text{const}$ , то его функция принадлежности считается равной 1.

Синтез искомой семиточечной функции принадлежности  $W_C[w_C(1)/c(1), w_C(2)/c(2), \dots, w_C(7)/c(7)]$  заключается в прореживании  $g$ -точечной функции принадлежности. С этой целью в качестве первой и седьмой пар назначаются пары  $g$ -точечной функции, удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned} w_{C(\varphi)}(1)/c(1) &= \min\{w_{C(\varphi)}(\varphi)/c(\varphi)\}; \\ w_{C(\varphi)}(7)/c(7) &= \max\{w_{C(\varphi)}(\varphi)/c(\varphi)\}. \end{aligned}$$

Граничные значения  $c(7)$ ,  $c(1)$  задают диапазон возможных значений нечеткого множества результата. Этот диапазон предлагается разбивать на шесть интервалов с одинаковой протяженностью. Оставшиеся пары  $g$ -точечной функции по значениям  $c(\varphi)$  сортируются по указанным интервалам с последующей заменой каждой совокупности отобранных пар одной парой. Если в некоторый интервал с граничными значениями  $c(1) + sD$ ;  $c(1) + (s + 1)D$ ,  $s = 0, 2, \dots, 5$ , попадает совокупность из  $U$  пар

$$\begin{aligned} w_C[c_{(\varphi=v_1)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_1)}^{(s)}; w_C[c_{(\varphi=v_2)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_2)}^{(s)}]; \\ \dots; w_C[c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}], \end{aligned}$$

то в качестве значения  $c(\varphi = 1 + S)$  естественно выбрать среднюю величину:

$$\begin{aligned} c(\varphi = 1 + s) &= \\ &= [c_{(\varphi=v_1)}^{(s)} + c_{(\varphi=v_2)}^{(s)} + \dots + c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}]/U. \end{aligned}$$

Функцию принадлежности  $w_C(1 + s)$ , соответствующую точке  $c(\varphi = 1 + s)$ , целесообразно находить путем расчета центра тяжести функции принадлежности рассматриваемой совокупности:

$$\begin{aligned} w_C(\varphi = 1 + s)/c(\varphi = 1 + s) &= \\ &= \{w_C[c_{(\varphi=v_1)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_1)}^{(s)}]c_{(\varphi=v_1)}^{(s)} + w_C[c_{(\varphi=v_2)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_2)}^{(s)}]c_{(\varphi=v_2)}^{(s)} + \\ &+ \dots + w_C[c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}/c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}]c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}\} [c_{(\varphi=v_1)}^{(s)} + c_{(\varphi=v_2)}^{(s)} + \\ &+ \dots + c_{(\varphi=v_U)}^{(s)}]^{-1}. \end{aligned}$$

Последовательное применение рассмотренных процедур позволяет синтезировать каждую из функций принадлежности результативных выходных или внутренних параметров к соответствующим нечетким множествам в виде семиточечных представлений  $\{W_{y_j}^{(7)}(y_j)\}$ ,  $\{W_{z_k}^{(7)}(z_k)\}$ . Заключительная стадия синтеза указанных функций предпола-

гает преобразование семиточечных представлений функций принадлежности в девятиточечные:

$$\begin{aligned} W_{y_j}^{(7)}(y_j)[w_{C_y}(1)/c_y(1), \dots, w_{C_y}(7)/c_y(7)] \rightarrow \\ \rightarrow W_{y_j}(y_j)[w_{C_y}(0)/c_y(0), \dots, w_{C_y}(8)/c_y(8)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{z_k}^{(7)}(z_k)[w_{C_z}(1)/c_z(1), \dots, w_{C_z}(7)/c_z(7)] \rightarrow \\ \rightarrow W_{z_k}(z_k)[w_{C_z}(0)/c_z(0), \dots, w_{C_z}(8)/c_z(8)]. \end{aligned}$$

С этой целью экспертно назначается протяженность областей НА и ВА в виде значений  $\Delta_{НА}$  и  $\Delta_{ВА}$  соответственно. При этом

$$\begin{aligned} c_y(0) &= c_y(1) - \Delta_{НА} \geq 0; c_y(8) = c_y(7) + \Delta_{ВА}; \\ c_z(0) &= c_z(1) - \Delta_{НА} \geq 0; c_z(8) = c_z(7) + \Delta_{ВА}; \\ w_{C_y}(0) &= w_{C_y}(9) = w_{C_z}(0) = w_{C_z}(9) = 0. \end{aligned}$$

Схемы и процедуры оперативного формирования функций принадлежности результативных выходных и внутренних переменных системы к соответствующим нечетким множествам на основе операций нечеткой арифметики и максиминного обобщения Л. Заде составляют процедурную часть базы знаний.

#### Применение нечетких продукционных правил для формирования выводов о результатах контроля

Продукционная система задается некоторым множеством продукций  $\{PR_r\}$  и соответствующими группами продукционных правил, образующих эти продукции. Каждая продукция позволяет сформировать определенный вывод или заключение в виде логического следования. Типовая модель  $s$ -го правила  $r$ -й продукции  $PR_r$  представляет собой кортеж следующего вида:

$$N_{rs}: \langle S_{rs}; U_{rs}; \text{Ant}_{rs} \rightarrow \text{Cons}_{rs}; PU_{rs}; (F_{rs}); \text{Comment}_{rs} \rangle,$$

где  $N_{rs}$  — индивидуальный номер правила;  $S_{rs}$  — идентификатор области или класса ситуаций, в которых предполагается использование правила;  $U_{rs}$  — формализованное условие применения правила;  $\text{Ant}_{rs} \rightarrow \text{Cons}_{rs}$  — ядро правила, по смыслу соответствующее логической конструкции "если (if)  $\text{Ant}_{rs}$ , то (then)  $\text{Cons}_{rs}$ ";  $\text{Ant}_{rs}$  — antecedentная группа ядра;  $\text{Cons}_{rs}$  — консеквентная группа ядра;  $PU_{rs}$  — формализованное постусловие в виде спецификации действий, подлежащих выполнению после использования правила;  $F_{rs}$  — весовой коэффициент правила в группе правил продукции;  $\text{Comment}_{rs}$  — неформализованные комментарии (например, спецификация особенностей использования правила, время его введения в базу, продолжительность разрешенного интервала времени применения правила). Элементы  $N_{rs}$ ,  $S_{rs}$ ,  $U_{rs}$ ,  $PU_{rs}$ ,  $F_{rs}$ ,  $\text{Comment}_{rs}$  являются факультативными.

Для оперативного решения задач контроля и управления в системах технического назначения должны быть заблаговременно синтезированы со-

вокупность продукций и группа правил, обеспечивающих формирование логических следований. Под логическими следованиями будем понимать обоснованные управленческие выводы или заключения, которые определяют поведение системы при определенных условиях в тех или иных ситуациях. Управленческие выводы и заключения требуются строить на основе исходных утверждений или посылок, в качестве которых в большинстве случаев выступают декларативные знания и выявленные текущие состояния системы, а также их актуальные фактографические физико-технические параметры.

Отличительной чертой четкого логического следования является возможность его отображения всего одной строкой таблицы истинности операции импликации. Оно является истинным только в том случае, если антецедентная и консеквентная группы ядра одновременно являются истинными с уровнями истинности  $W_A = 1$ ,  $W_C = 1$  соответственно. Теория четкого логического следования в принципе не содержит правил, позволяющих перейти от истинных антецедентов к консеквентам, для которых  $W_C < 1$ .

В теории нечеткого логического следования антецедентная и консеквентная группы ядра могут иметь уровни истинности  $W_A \leq 1$ ,  $W_C \leq 1$ . Для нечеткого логического следования уровень истинности  $W_{нч}$  устанавливается в соответствии с выражением

$$W_{нч} = \min\{W_A, W_C\} \leq 1.$$

Рассмотрим особенности конструкций антецедентных и консеквентных частей правил, на основе которых могут формироваться логические следования в средствах оперативного функционального контроля.

Одно алгебраическое отношение  $\langle A_1 \rangle$  (алгебраическая операция отношения)  $\langle A_2 \rangle$ , построенное на основе алгебраических выражений  $A_1$ ,  $A_2$  и соединяемое с другими алгебраическими отношениями с помощью логических операций, соответствует самостоятельному подусловию антецедентной части Ant. Указанная антецедентная часть может включать  $m$  подусловий.

Консеквентная часть правила четкого логического следования образуется с помощью некоторых алгебраических выражений и операций "равно". Эта консеквентная часть может содержать несколько равенств, обрамленных разделительными символами:  $C_1 = \langle \text{алгебраическое выражение } C_{11} \rangle$  (разделитель)  $C_2 = \langle \text{алгебраическое выражение } C_{21} \rangle$  (разделитель) ...

При вычислении значений логических выражений старшинство операций устанавливается последовательностью их выполнения: скобированные операции — отрицание — конъюнкция — дизъюнкция.

Применение аппарата четкого логического следования обеспечивает выполнение операций фаз-

зификации значений входных переменных на интервалах времени проведения оперативного контроля  $X[i, \tau] = \{x_i[\tau]\}$ , измеренных для моментов времени начала контроля  $\tau$ . Фаззификация в рассматриваемом тематическом приложении решает следующие задачи:

- для текущего значения переменной каждого типа  $x_i[\tau]$  с помощью трех правил продукции  $PR_r$  определяется терм  $T_{x_i}(x_i)$ , соответствующий фактическому размещению значения в одном из нечетких множеств выделенных интервалов:

$$N_{r1}: \text{if } x_i[t] \in (X_{i \text{ нп н}}, X_{i \text{ нп в}}) \text{ then } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{нп}}(x_i) \text{ or}$$

$$N_{r2}: \text{if } x_i[t] \in (X_{i \text{ др н}}, X_{i \text{ др в}}) \text{ then } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{др}}(x_i) \text{ or}$$

$$N_{r3}: \text{if } x_i[t] \in (X_{i \text{ вп н}}, X_{i \text{ вп в}}) \text{ then } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{вп}}(x_i);$$

- для значения термина  $T_{x_i}(x_i)$ , соответствующего фактическому размещению значения переменной  $x_i[\tau]$  в нечетких множествах выделенных интервалов, с помощью трех правил продукции  $PR_{r+1}$  определяется функция  $W_{x_i}(x_i)$  принадлежности к соответствующему нечеткому множеству и с помощью безусловного правила находится фаззифицирующее значение  $W_{x_i\tau}$ :

$$N_{r+1, 1}: \text{if } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{нп}}(x_i) \text{ then } W_{x_i}(x_i) = W_{\text{нп}}(x_i)$$

$$\text{or } N_{r+1, 2}: \text{if } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{др}}(x_i) \text{ then } W_{x_i}(x_i) = W_{\text{др}}(x_i)$$

$$\text{or } N_{r+1, 3}: \text{if } T_{x_i}(x_i) = T_{\text{вп}}(x_i) \text{ then } W_{x_i}(x_i) = W_{\text{вп}}(x_i);$$

$$N_{r+1, 4}: x_i = x_i[\tau]; W_{x_i\tau} = W_{x_i}(x_i).$$

В теории нечеткого логического следования основу антецедентных частей некоторого  $s$ -го правила  $r$ -й продукции  $PR_s$  составляют лингвистические формулы следующего вида:

$$\text{Ant}_{rs} = \langle X_{rs 1} \text{ есть (is) } T_{rs a} \in \{T_{\text{тм } rs 1}\} \rangle$$

(логическая операция)

$$\langle X_{rs 2} \text{ есть (is) } T_{rs b} \in \{T_{\text{тм } rs 2}\} \rangle$$

(логическая операция)

$$\langle X_{rs m} \text{ есть (is) } T_{rs q} \in \{T_{\text{тм } rs m}\} \rangle$$

(логическая операция),

где переменные  $X_{rs 1}$ ,  $X_{rs 2}$ , ...,  $X_{rs m}$  имеют статус входных лингвистических переменных;  $T_{rs a}$ ,  $T_{rs b}$ , ...,  $T_{rs q}$  — термы из состава терм-множеств [5, 7]. Одна из приведенных конструкций

$$\langle X_{rs i} \text{ есть (is) } T_{rs i} \in \{T_{\text{тм } rs i}\} \rangle,$$

соединяемая с другими аналогичными конструкциями с помощью логических операций, соответствует самостоятельному подусловию антецедентной части правила. Эта часть правила может включать  $m$  подусловий.

Если  $M(T_{\text{тм } rs i})$  — число термов, применяемых в  $i$ -м терм-множестве  $T_{\text{тм } rs i}$ , то при использовании в правилах  $m$  подусловий общее число продукционных правил  $M(PR_s)$  продукций с различными ва-

риантами antecedентных частей определяется следующим выражением:

$$M(PR_s) = M(T_{TM\ rs\ 1}) \times M(T_{TM\ rs\ 2}) \times \dots \times M(T_{TM\ rs\ m}).$$

Уровень истинности  $W_{Ant}(r, s)$  любой antecedентной части  $Ant_{rs}$  одного  $r$ -го правила  $s$ -й продукции определяется процедурой построения значения логического агрегата из отдельных значений функций принадлежности  $W_{x_i\tau}$  фаззифицированных входных переменных. Он вычисляется по схемам агрегирования нечеткой логики с учетом скобирования, установленного порядка выполнения логических операций и объединения результатов. При этом применяется технология отбора в качестве результата максимального значения из совокупности значений представленных функций принадлежности [5, 7]:

$$W_A \vee_{rs, i} = \max\{W_{x_i\tau}\}, i = a \geq 1, b, c, \dots, k \leq m.$$

Последний прием используется и при объединении результатов выполнения отдельных совокупностей многоместных операций конъюнкции подусловий на непересекающихся интервалах значений  $i$  в целях оценки уровня истинности  $W_{Ant}(r, s)$  всей antecedентной части  $r$ -го правила  $s$ -й продукции логического следования:

$$W_{Ant}(r, s) = \max\{W_{A \& rs, i}\}.$$

Консеквентная часть правила нечеткого логического следования образуется с помощью конструкций следующего вида:

$$\langle Y_{rs} \text{ есть (is) } Y_{rs} \in \{Y_{TM\ rs}\} \rangle, \langle Z_{rs} \text{ есть (is) } Z_{rs} \in \{Z_{TM\ rs}\} \rangle,$$

где переменные  $Y, Z$  имеют статус, соответственно, выходной и внутренней лингвистических переменных. Совокупности всех возможных словесных значений указанных лингвистических переменных образуют терм-множества выходных  $\{Y_{TM\ rs}\}$  и терм-множества внутренних  $\{Z_{TM\ rs}\}$  переменных, при этом их значениями являются подвыводы (подзаключения). В частных случаях указанные терм-множества могут содержать лишь по одному терму, каждый из которых будет непосредственно соответствовать некоторому выводу (заключению).

Для консеквентной части правила нечеткого вывода уровень истинности определяется значением синтезированных девятиточечных функций принадлежности выходной или внутренней переменных к соответствующим нечетким множествам:

$$W_{Cons}(r, s) = W_{y_j}(y_j) \text{ или } W_{Cons}(r, s) = W_{z_k}(z_k).$$

Это позволяет активизировать рассматриваемый подвывод (подзаключение) и оценить уровень истинности нечеткого логического следования  $W_{нчлс}(r, s)$ , который вытекает из одного  $r$ -го правила  $s$ -й продукции:

$$W_{нчлс}(r, s) = F_{rs} \bullet \min\{W_{Ant}(r, s); W_{Cons}(r, s)\}.$$

Если значение весового коэффициента  $F_{ki}$  не задано, то по умолчанию принимается  $F_{ki} = 1$ .

В ряде случаев antecedентные группы различных правил логических следований могут определять один и тот же по смыслу вывод или заключение продукции. В этом случае требуется аккумуляция всех возможных вариантов получения этого вывода (заключения):

$$W_{нчлс\ y}[Y_{rs}] = \max\{W_{нчлс}(r, s) \text{ для правил с общим термом } Y_{rs}\};$$

$$W_{нчлс\ z}[Z_{rs}] = \max\{W_{нчлс}(r, s) \text{ для правил с общим термом } Z_{rs}\}.$$

При выполнении данной операции принимаются во внимание результаты активизации  $W_{нчлс}(r, s)$  для всех подвыводов, которые учитываются при формировании рассматриваемого вывода (заключения).

Проведение скаляризации (дефаззификации) формируемого вывода (заключения) выполняется путем расчета центра тяжести требуемого нечеткого множества и позволяет найти прогнозируемые значения результативных выходных и внутренних переменных, которые могут быть приняты в качестве эталонов в операциях оперативного функционального контроля:

$$y_j M = \{y_0 x^{W_{нчлс\ y}[y_0]} + \dots + y_8 x^{W_{нчлс\ y}[y_8]}\} \times \{y_0 + \dots + y_8\}^{-1};$$

$$z_k M = \{z_0 x^{W_{нчлс\ z}[z_0]} + \dots + z_8 x^{W_{нчлс\ z}[z_8]}\} \times \{z_0 + \dots + z_8\}^{-1}.$$

Для текущих значений переменных каждого типа  $y_j[\tau], z_k[\tau]$  с помощью продукционных правил выполняется определение термов  $T_{y_j}(y_j), T_{z_k}(z_k)$ , соответствующих фактическому размещению значений в одном из нечетких множеств выделенных интервалов. Это принципиально позволяет сопоставить прогнозируемые и фактические значения результативных параметров и оценить их непротиворечивость на основе принятых экспертами допустимых отклонений. При этом продукции и правила образуют продукционную часть базы знаний.

### Заключение

Рациональное сочетание эмпирических, статистических, алгоритмических и эвристических приемов отображения входных, выходных и внутренних параметров исследуемой системы обеспечивает создание модели для оперативной выработки совокупностей системных эталонов на каждом наборе значений входных переменных. Это позволяет организовать функциональный контроль многопараметрических систем в масштабе времени системных процессов с сохранением необходимого режима функционирования контролируемой системы в контурах управления.

Предложенные принципы и схема выработки системных эталонов в практической реализации модели оперативного функционального контроля

сложных многопараметрических систем характеризуются наличием совокупности быстрых логических операций. При этом придание определенным функциям и процедурам технологического статуса существенно сокращает вычислительную сложность программной реализации разработанной интеллектуальной модели контроля систем.

Предложенная интеллектуальная технология позволяет организовать распараллеливание вычислительных процессов по различным входным переменным системы и применять при создании специализированных интеллектуальных средств оперативного контроля стандартные элементы нейронных сетей. В то же время создаются предпосылки для расширения функциональных возможностей интеллектуальных компонентов за счет комплексного использования результатов различных системотехнических

экспериментальных исследований, экспертных оценок и алгоритмических приемов.

#### Список литературы

1. **Основы** технической диагностики / Под ред. П. П. Пахоменко. М.: Энергия, 1976. 464 с.
2. **Гурман В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2004. 479 с.
3. **Дрейп Н., Смит Г.** Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия. М.: Диалектика, 2007. 912 с.
4. **Купер К.** Индивидуальные различия. М.: Аспект — Пресс, 2000. 527 с.
5. **Заде Л.** Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
6. **Борисов В. В., Федулов А. С., Зернов М. М.** Основы нечеткой арифметики. М.: Горячая линия — Телеком, 2014. 98 с.
7. **Штовба С. Д.** Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. М.: Горячая линия — Телеком, 2007. 288 с.

## Intelligent Technologies for an Operative Functional Control of the Multivariable Systems

**A. V. Gulay**, is@bntu.by✉, **V. M. Zaitsev**, is@bntu.by,  
Belarus National Technical University, Belarus, 220013, Minsk

Corresponding author: **Gulay Anatoly V.**, Associate Professor, Chief of Department, Belarus National Technical University, Belarus, 220013, Minsk, e-mail: is@bntu.by

Received on March 23, 2017

Accepted on April 07, 2017

*Principles of organization of the operative functional control for a complex multivariable system were proposed with retention of its operation process in the control circuits. For the use of the real values of the system in the control checks and for an operative formation of the system templates a high-speed system model was constructed for operation in the time scale of the system processes. The model combines the empiric, statistical, algorithmic and heuristic devices for imaging of the system parameters and links between them. Implementation of the proposed model presupposes establishment of the specialized components of the system for its intelligent control with the use of the processors. The model construction is based on performance of the preliminary empiric studies and use of the results of the technological regression analysis of the system in organization of the operative control based on the fuzzy logic instrument and fuzzy conclusions. The input, output and internal parameters of the studied system were conferred, the status of the linguistic variables, and possible intervals of the real values of the input system variables were set in an expert way, as well as the functions of their belonging. This makes it possible for every set of the input parameters to operatively build the functions of their belonging of the effective output and internal variables to the required fuzzy sets with the aid of the beta coefficients, fuzzy arithmetic operations and maximal generalization. The use of the fuzzy production rule, provision of conclusions (summaries) at the current values of the input parameters ensures forecasting of a possible location of the input and output variables of the system in the fuzzy sets, which correspond to the preliminarily allocated intervals of the values. Being so, a range of the operative effective output and internal parameters is formed in the controlled multivariable system. The use of the offered model of the operative functional control ensures a collation of the forecasted and real values of the effective parameters of the complex multivariable system and assessment of their non-contradiction.*

**Keywords:** multivariable systems, functional control, intelligent technologies, fuzzy sets, regression models

For citation:

**Gulay A. V., Zaitsev V. M.** Intelligent Technologies for an Operative Functional Control of the Multivariable Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 10, pp. 670–678.

DOI: 10.17587/mau.18.670-678

#### References

1. **Пахоменко П. П.** ed. *Osnovy' texnicheskoj diagnostiki* (Basics of technical diagnostics), Moscow, E'nergiya, 1976, 464 p. (in Russian).
2. **Гурман В. Е.** *Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika* (Theory of Probability and Mathematical Statistics), Moscow, Vy'sshaya shkola, 2004, 479 p. (in Russian).

3. **Дрейп Н., Смит Г.** *Prikladnoj regressionny'j analiz. Mnozhestvennaya regressiya* (Applied regression analysis. Multiple Regression), Moscow, Dialektika, 2007, 912 p. (in Russian).
4. **Купер К.** *Individual'ny'e razlichiya* (Individual differences), Moscow, Aspekt — Press, 2000, 527 p. (in Russian).
5. **Заде Л.** *Ponyatie lingvisticheskoy peremennoj i ee primenenie k prinyatiyu priblizhenny'x reshenij* (The concept of a linguistic variable and its application to making approximate decisions), Moscow, Mir, 1976, 165 p. (in Russian).
6. **Борисов В. В., Федулов А. С., Зернов М. М.** *Osnovy' nechetkoj arifmetiki* (The concept of a linguistic variable and its application to making approximate decisions), Moscow, Goryachaya liniya — Telekom, 2014, 98 p. (in Russian).
7. **Штовба С. Д.** *Proektirovanie nechetkix sistem sredstvami MATLAB* (Designing fuzzy systems using MATLAB), Moscow, Goryachaya liniya — Telekom, 2007, 288 p. (in Russian).