

9. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. *Metody klassicheskoy i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. V 5 t. T. 4. Teoriya optimizacii sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control. Tutorial in 3 vol. Vol. 2. The Synthesis of Regulators and Optimization Theory of Automatic Control), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 2004 (in Russian).

10. Naidu D. S. *Optimal control systems*, CRC Press LLC, NY, 2003.

11. Bhattacharyya S. P., Datta A., Keel L. H. *Linear Control Theory: Structure, Robustness and Optimization*, CRC Press LLC, NY, 2009.

12. Kim D. P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Mnogomernye, nelinejnye, optimal'nye i adaptivnye sistemy* (Theory of Automatic Control. Vol. 2. Multidimensional, Nonlinear, Optimal and Adaptive Systems). Moscow, FIZMATLIT, 2004 (in Russian).

УДК 62-50

DOI:10.17587/mau.17.801-809

В. В. Тютиков, д-р техн. наук, проф., tv@ispu.ru,
И. В. Вершинин, аспирант, vershinin.ivan@list.ru, **А. Б. Соколов**, доц.,
Ивановский государственный энергетический университет, г. Иваново

Метод больших коэффициентов при синтезе параметрически грубых систем модального управления¹

Решается задача обеспечения параметрической грубости систем модального управления с полиномиальными регуляторами с использованием метода больших коэффициентов усиления.

Ключевые слова: параметрическая грубость, модальное управление, полиномиальный регулятор, метод больших коэффициентов

Введение

Вопросы параметрической грубости САУ, синтезируемых аналитическими методами, интересуют исследователей достаточно давно. Одной из первых работ, посвященной этой тематике, является статья [1]. Позднее анализу таких систем было посвящено значительное число публикаций [2–10]. Синтез параметрически грубых систем также вызывал значительный интерес у исследователей [8, 9, 11–18]. В работе [8] содержится обширная библиография по этой тематике.

Среди направлений синтеза грубых САУ можно выделить два, основу которых составляет комбинация производных выходного сигнала и большого коэффициента усиления: метод больших коэффициентов усиления В. М. Меерова [11] и метод локализации (управления с использованием высшей производной) А. С. Вострикова [12].

В работе [11] показано, что большой коэффициент усиления в контуре позволяет обеспечить не только высокую статическую точность, но и низкую чувствительность к вариациям параметров объекта управления. Введение большого коэффициента усиления осуществляется в два этапа. Вначале проводится синтез основного регулятора (в терминологии автора — "стабилизирующего устройства", состоящего из звеньев с передаточными функциями

вида $H(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s}$), обеспечивающего в зоне суще-

ственных частот необходимые свойства системы, дающие возможность последующего введения в контур "большого" коэффициента усиления. Затем выбирается необходимый коэффициент усиления. При этом качество (характер и темп) переходных процессов САУ с изменением коэффициента усиления также может меняться.

Методы локализации [12] также используют двухэтапную процедуру синтеза САУ, включающую синтез контура, обеспечивающего робастные свойства, и основного контура, придающего САУ необходимые качественные показатели функционирования. Особенностью метода является использование в регуляторе информации о производных, включая высшую (порядка, равного порядку объекта управления).

В последнее время большое число работ посвящено обеспечению параметрической грубости систем, синтезированных методами модального управления, в частности систем с динамическими (полиномиальными) регуляторами в цепи главной обратной связи, поскольку известно, что использование данных методов также может приводить к получению САУ с высокой чувствительностью к вариациям параметров [8, 10, 17]. Причины ее могут быть различны.

Например, большое влияние на параметрическую грубость оказывает наличие нулей в передаточной функции математической модели объекта управления [8, 17], причем это может быть связано как с образованием так называемых "диполей" (близко расположенных нулей полюсов), так и с расположением нулей и полюсов на значительном удалении друг от друга.

¹ Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00972) и при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части госзадания в сфере научной деятельности на 2014–2016 гг.

Также к негрубым решениям может приводить учет при синтезе так называемых "малых постоянных времени", определяющих движения значительно более быстрые, чем в синтезируемой САУ [17].

И в том и в другом случае признаком негрубости будут служить или сильные положительные безынерционные обратные связи в многоконтурных САУ или неминимальнофазовые или неустойчивые динамические звенья в одноконтурных системах. Неустойчивость САУ при этом может наблюдаться при незначительных вариациях параметров объекта управления.

И, наконец, параметрическая грубость системы может быть недостаточной при возможных вариациях параметров даже при отсутствии влияния указанных выше факторов.

Поставим задачу повышения параметрической грубости систем модального управления с полиномиальными регуляторами (ПР) на основе использования метода больших коэффициентов усиления. Синтезируемый регулятор должен обеспечивать как требуемое качество (темп и характер) процессов в САУ на основе соответствующего расположения корней характеристического полинома, так и снижение параметрической чувствительности посредством большого (неограниченного) коэффициента усиления.

1. Системы модального управления с полиномиальными регуляторами

САУ (рис. 1, а) описывается следующими уравнениями:

$$A(s)y(s) = B(s)u(s), \quad C(s)u(s) = R(s)\Delta(s), \\ \Delta(s) = y_0^*(s) - y(s), \quad y_0^*(s) = R(s)^{-1}y_0(s),$$

где $A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0$, $B(s) = b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0$ — полиномы знаменателя и числителя передаточной функции ОУ (далее будут рассматриваться объекты со строго правильными передаточными функциями, т.е. $n > m$);

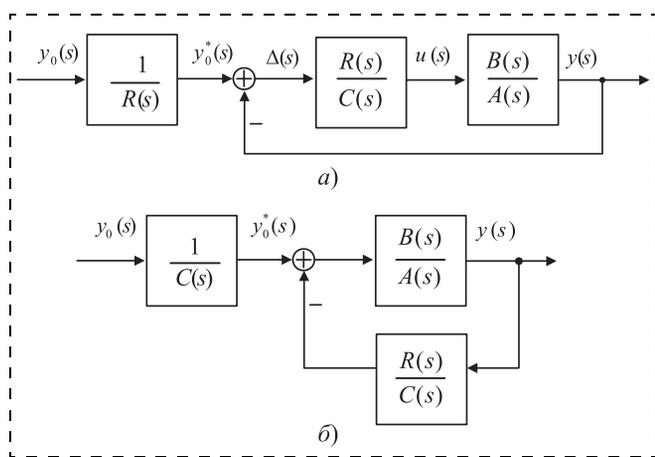


Рис. 1

$C(s) = c_l s^l + c_{l-1} s^{l-1} + \dots + c_1 s + c_0$, $R(s) = r_k s^k + r_{k-1} s^{k-1} + \dots + r_1 s + r_0$ — полиномы знаменателя и числителя передаточной функции регулятора, степени которых выбираются на этапе синтеза; s — комплексная переменная Лапласа; n — порядок математической модели объекта; $y(s)$ — управляемая координата, $u(s)$ — сигнал выхода регулятора, $y_0(s)$ — сигнал задания.

Синтез полиномиального регулятора осуществляют по уравнению синтеза

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (1)$$

обычно принимая

$$\deg R(s) = \deg A(s) - 1;$$

$$\deg C(s) = \begin{cases} 0, & \text{при } \deg B(s) = 0; \\ \deg B(s) - 1, & \text{при } \deg B(s) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

— при синтезе дифференцирующего регулятора или

$$\deg C(s) = \deg R(s)$$

— при синтезе физически реализуемого регулятора (дальнейшее увеличение степени полинома $C(s)$ возможно, но приведет к усложнению управляющего устройства и с практической точки зрения может быть нецелесообразным);

$$\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s),$$

где

$$D(s) = s^{n+l} + d_{n+l-1} s^{n+l-1} + \dots + d_1 s + d_0 = \\ = s^{n+l} + d_{n+l-1}^* \Omega_0 s^{n+l-1} + \dots + \\ + d_1^* \Omega_0^{n+l-1} s + \Omega_0^{n+l} \quad (3)$$

— полином знаменателя передаточной функции САУ

$$H(s) = \frac{y(s)}{y_0(s)} = \frac{B(s)}{A(s)C(s) + B(s)R(s)} = \frac{B(s)}{D(s)},$$

в основном определяющий качество переходных процессов. Полиномы $A(s)$ и $D(s)$ нормированы, т.е. коэффициенты при старшей степени s равны единице. Ω_0 и d_i^* — среднегеометрический корень, определяющий быстродействие, и коэффициенты, устанавливающие характер переходных процессов, соответственно.

САУ, структура которой приведена на рис. 1, б, синтезируется аналогичным образом.

Префильтры с передаточными функциями $1/C(s)$ и $1/R(s)$ вводятся для компенсации "лишних" нулей, появляющихся в главном контуре САУ (рис. 1). Если влияние таких нулей на качество переходных процессов невелико, то для упрощения технической реализации префильтры можно не использовать.

2. Синтез параметрически грубых систем модального управления

Система с дифференцирующим регулятором. Для упрощения изложения положим $B(s) = b_0$ (это ограничение не является жестким, поскольку спра-

ведливо для многих технических объектов и систем) и $C(s) = c_0 = 1$ (дифференцирующий регулятор), тогда уравнение (1) синтеза ПР примет вид

$$A(s) + b_0 R(s) = D(s). \quad (4)$$

Анализируя систему уравнений, составленную из коэффициентов при равных степенях s уравнения синтеза (4) в условиях (2)

$$\begin{cases} a_{n-1} + r_{n-1} = d_{n-1}; \\ \dots\dots\dots; \\ a_1 + r_1 = d_1; \\ a_0 + r_0 = d_0, \end{cases}$$

можно сделать вывод о том, что увеличение значений коэффициентов d_i полинома $D(s)$ (что может быть, согласно (3), легко обеспечено увеличением значения среднегеометрического корня Ω_0) приведет к соответствующему увеличению коэффициентов регулятора r_i :

$$\begin{cases} r_{n-1} = d_{n-1} - a_{n-1}; \\ \dots\dots\dots; \\ r_1 = d_1 - a_1; \\ r_0 = d_0 - a_0, \end{cases}$$

т.е. увеличению коэффициента усиления (r_0) в контуре управления. Это позволит не только снизить статическую ошибку, но и повысить параметрическую грубость САУ.

Связь между коэффициентами и корнями полинома описывается формулами Виета:

$$\begin{aligned} -d_{n-1} &= s_1 + s_2 + \dots + s_n = \sum_{1 \leq j \leq n} s_j; \\ d_{n-2} &= s_1 s_2 + s_1 s_3 + \dots + s_2 s_3 + \dots + s_{n-2} s_{n-1} = \\ &= \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} s_{j_1} s_{j_2}; \\ -d_{n-3} &= s_1 s_2 s_3 + s_1 s_2 s_4 + \dots + s_{n-2} s_{n-1} s_n = \\ &= \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} s_{j_1} s_{j_2} s_{j_3}; \\ (-1)^{n-1} d_1 &= s_1 s_2 \dots s_{n-1} + s_1 s_2 \dots s_{n-2} s_n + \dots + s_2 s_3 \dots s_n; \\ (-1)^n d_0 &= s_1 s_2 \dots s_n. \end{aligned}$$

Очевидно, что увеличение модуля одного или нескольких корней приведет к соответствующему увеличению коэффициентов полинома, а следовательно, и к увеличению коэффициентов полиномов регулятора.

Отметим также, что при степени полинома $B(s)$, отличной от нуля, указанный эффект сохраняется, однако в этом случае ряд коэффициентов полиномов $C(s)$ и/или $R(s)$ (при определенном взаимном расположении корней полиномов $A(s)$, $B(s)$ и $D(s)$) может принимать отрицательные значения [17]. Это значит, что в контур управления будут вводиться неустойчивые или неминимальнофазовые звенья, что нежелательно с точки зрения обеспечения низкой параметрической чувствительности. Поэтому

случай $\deg B(s) > 0$ в дальнейшем рассматриваться не будет.

Система с физически реализуемым регулятором.

Если принять $\deg C(s) = \deg R(s)$ для обеспечения физической реализуемости регулятора, то эффект увеличения коэффициентов полиномов регулятора при увеличении значений коэффициентов характеристического полинома замкнутой системы вследствие роста среднегеометрического корня также сохраняется. Доказательство для случая "физически реализуемого" регулятора приведено в приложении 1.

Итак, увеличение коэффициентов полинома $D(s)$ приводит к росту коэффициентов $R(s)$ и $C(s)$. Однако остается открытым вопрос: увеличится ли коэффициент усиления в контуре, поскольку указанные полиномы являются полиномами числителя и знаменателя передаточной функции регулятора, и увеличение их коэффициентов играет, на первый взгляд, противоположную роль. Эффект увеличения коэффициента петлевого усиления при увеличении коэффициентов полинома $D(s)$ доказан в приложении 2.

Следует заметить, что в приложении доказан эффект увеличения значений полиномов $R(s)$ и $C(s)$ с ростом Ω_0 полинома $D(s)$, если он представим в виде (3).

Однако необходимо учитывать, что использование в качестве характеристического $D(s)$ полинома САУ стандартных полиномов (Ньютона, Баттерворта и т.п.) позволит сохранить лишь характер процессов. Темп процессов будет изменяться пропорционально увеличению Ω_0 . Последнее может быть недопустимо по техническим причинам (ограниченные механическая прочность исполнительных устройств, мощность приводных устройств и т.п.). Поэтому использование таких полиномов при задании свойств САУ не позволяет в полной мере использовать потенциал модального управления.

Для обеспечения параметрической грубости систем предлагается формировать полином $D(s)$ следующим образом:

$$D(s) = D_1(s) D_2(s), \quad (5)$$

используя свойство, что полином $D(s)$ будет содержать все корни полиномов $D_1(s)$ и $D_2(s)$. При этом первая составляющая $D_1(s)$ (и соответствующая ей группа корней) будет обеспечивать повышение коэффициента петлевого усиления и формировать "быстрые процессы", а вторая составляющая $D_2(s)$ (полином 1...2 порядка) — требуемые быстродействие ("низкое") и характер процесса. Обе составляющие могут быть, например, полиномами Ньютона. В этом случае сформированный полином (5) также будет представим в виде (3).

Данный подход позволяет формировать любой коэффициент усиления в контуре при сохранении качества (быстродействия и характера) процессов.

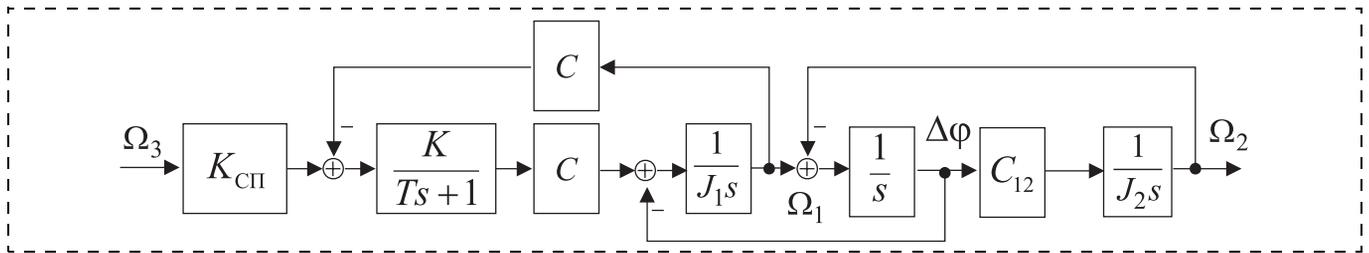


Рис. 2

Пример

Исследования предложенного подхода выполним на математической модели объекта, соответствующей типовой упругой двухмассовой электро-механической системе (рис. 2) с полиномиальным регулятором.

Приняты следующие обозначения: $K_{СП}$ — коэффициент усиления силового преобразователя; K, T — коэффициент передачи и постоянная времени якорной цепи; C, J_1 — конструктивная постоянная и момент инерции якоря электродвигателя; C_{12}, J_2 — коэффициент жесткости кинематической передачи и момент инерции исполнительного органа. В расчетах принято: $K_{СП} = 100$, значения остальных параметров равны единице.

Векторно-матричное описание объекта при векторе состояния $\mathbf{x} = [I \ \Omega_1 \ \Delta\phi \ \Omega_2]$, где переменными состояния являются ток I якорной цепи, частота Ω_1 вращения вала электродвигателя, разность углов $\Delta\phi$ поворота валов электродвигателя и исполнительного механизма и частота Ω_2 вращения исполнительного механизма, имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1],$$

а соответствующая ему передаточная функция равна

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \mathbf{C}(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{100}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 2s + 1}.$$

Исследовалась вариация момента инерции исполнительного механизма как параметра, наиболее подверженного изменениям. Структура исследуемой САУ приведена на рис. 1.

Пусть при номинальных параметрах объекта управления требуется обеспечить аperiodический переходный процесс с временем не более 1,5 с.

Тогда при синтезе полиномиального регулятора в условиях:

$$\begin{aligned} \deg A(s) &= 4, \quad \deg B(s) = 0, \\ \deg R(s) &= 4 - 1 = 3, \quad \deg C(s) = R(s) = 3, \\ \deg D(s) &= \deg A(s) + \deg C(s) = 7 \end{aligned}$$

в случае использования в качестве $D(s)$ полинома Ньютона $D(s) = (s + 10)^7$ ($s_{1-7} = -10$) получаем передаточную функцию регулятора

$$\begin{aligned} H_{p1}(s) &= \frac{R(s)}{C(s)} = \\ &= \frac{3110s^3 + 19\,975s^2 + 69\,324s + 99\,672}{s^3 + 69s^2 + 2026s + 32\,763}, \end{aligned}$$

а при использовании предлагаемого подхода для $s_{1-6} = -20$ (быстрая составляющая), $s_7 = -3,3$ (медленная составляющая):

$$\begin{aligned} H_{p2}(s) &= \frac{R(s)}{C(s)} = \\ &= \frac{27\,358s^3 + 265\,878s^2 + 1\,270\,074s + 2\,110\,268}{s^3 + 122s^2 + 6270s + 173\,160}. \end{aligned}$$

Графики переходных процессов при номинальных параметрах объекта управления приведены на рис. 3, а (сплошная линия для $H_{p1}(s)$, пунктирная линия — для $H_{p2}(s)$).

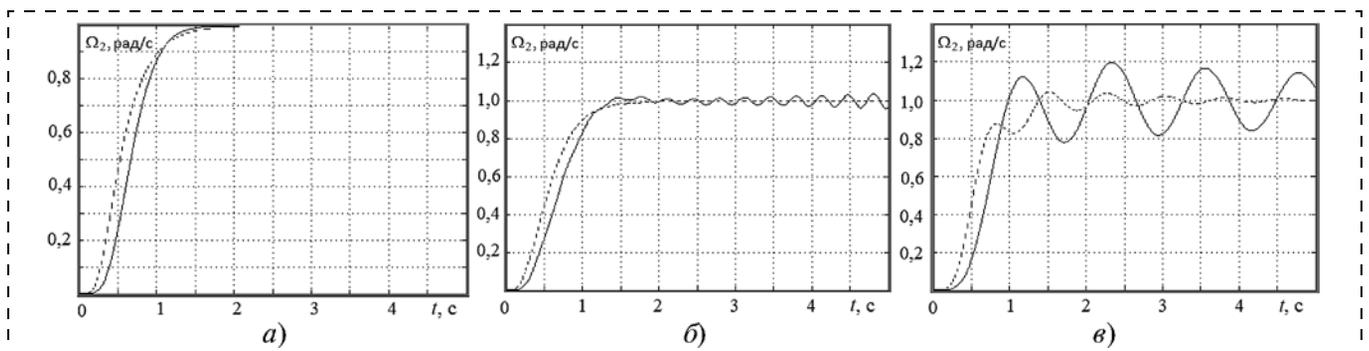


Рис. 3

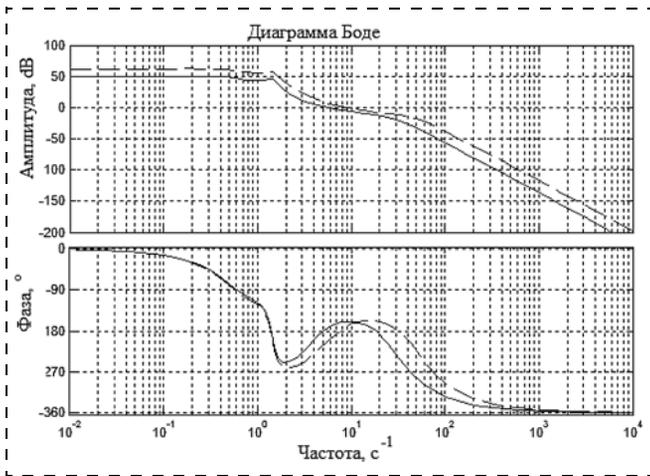


Рис. 4

Графики, полученные при уменьшении момента инерции рабочего органа в два раза, приведены на рис. 3, б; при увеличении в два раза — на рис. 3, в (сплошная линия для $H_{p1}(s)$). Очевидно, что система, синтезированная по предложенному принципу, обладает значительно большей параметрической грубостью (влияние параметрических возмущений приводит к значительно меньшему влиянию на переходный процесс).

Дальнейшее увеличение значений корней характеристического полинома "быстрой" подсистемы обеспечит соответствующий рост коэффициента петлевого усиления, а значит, и усиление эффекта "грубости" САУ. "Побочным" эффектом этого будет повышение статической точности.

Диаграммы Бode для разомкнутого главного контура систем с регуляторами $H_{p1}(s)$ (непрерывная линия) и $H_{p2}(s)$ (штриховая линия) приведены на рис. 4.

Очевидно, что частотные свойства систем очень близки. Это свидетельствует о том, что помехоустойчивость САУ, синтезированной предложенным методом, будет мало отличаться от системы, регулятор которой получен на основе стандартных полиномов.

Следует заметить, что положительность коэффициентов полиномов $R(s)$ и $C(s)$ при степенях выше второй не гарантирует их устойчивости. А включение в контурную, а тем более внеконтурную часть систем (см. рис. 1), неустойчивых звеньев не позволит обеспечить параметрическую грубость САУ. Поэтому необходимо оценивать свойства полиномов регулятора в каждом отдельном случае.

В рассматриваемом примере значения корней полиномов числителя и знаменателя передаточных функций $H_{p1}(s)$ и $H_{p2}(s)$ соответственно равны

- $R(s)$: $s_1 = -38,5$, $s_{2,3} = -15,5 \pm i24,9$;
 $C(s)$: $s_1 = -1,32$, $s_{2,3} = -2,55 \pm i4,21$;
- $R(s)$: $s_1 = -67$, $s_{2,3} = -27,5 \pm i43,8$;
 $C(s)$: $s_1 = -2,89$, $s_{2,3} = -3,41 \pm i3,88$.

Заключение

1. Использование разбиения характеристического полинома САУ на "быструю" и "медленную" части в рамках метода модального управления в полиномиальной трактовке позволяет обеспечить динамическим системам свойство параметрической грубости.

2. Возможность варьирования темпа "быстрых" процессов дает возможность рационального выбора значения коэффициентов регулятора для его последующей технической реализации.

3. Связь коэффициента петлевого усиления и статической точности САУ позволяет также повысить статическую точность синтезируемых систем.

Список литературы

1. Надеждин П. В. О практической неустойчивости (негрубости) систем, полученных по методу статьи [1] // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1973. № 5. С. 196—198.
2. Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З. Частотные критерии робастной устойчивости и аperiodичности линейных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1990. № 9. С. 45—54.
3. Браверман М. Э., Розоноэр Л. И. О грубости линейных динамических систем. Ч. 1 // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1991. № 11. С. 17—23.
4. Браверман М. Э., Розоноэр Л. И. О грубости линейных динамических систем. Ч. 2 // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1992. № 1. С. 41—52.
5. Петров Ю. П. Устойчивость линейных систем при вариациях параметров // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1994. № 11. С. 186—189.
6. Волгин Л. Н. О грубых системах управления // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1989. № 4. С. 186—187.
7. Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 3—28.
8. Гайдук А. Р. Синтез систем управления при слабо обусловленной полноте объектов // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С. 133—144.
9. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. 2005. № 5. С. 7—46.
10. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 8—13.
11. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
12. Востриков А. С. Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1990. 120 с.
13. Киселев О. Н., Поляк Б. Т. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H^∞ и по критерию максимальной робастности // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 119—132.
14. Гончаров В. И., Лиепиньш А. В., Рудницкий В. А. Синтез робастных регуляторов низкого порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 4. С. 36—43.
15. Колесников А. А. Основы теории синергетического управления. М.: Испо-сервис, 2000. 264 с.
16. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
17. Гютиков В. В., Тарарыкин С. В. Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: ИГЭУ, 2006. 256 с.
18. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 2—10.
19. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 3—10.
20. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.
21. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2004.

Приложение 1

Пусть $A(s) = \sum_{k=0}^n a_k s^k$ — полином степени n от s , причем $a_n = 1$; $D(s) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k$ — полином степени $2n-1$ от s , причем коэффициенты $d_k = d_k(\Omega)$ зависят от положительного параметра Ω : $d_k = d'_k \Omega^{2n-1-k}$ при каждом $k = 0, 1, \dots, 2n-1$, где $d'_k > 0$.

Рассмотрим уравнение

$$A(s)C(s) + b_0 R(s) = D(s), \quad (*)$$

где $C(s) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k$, $R(s) = \sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k$ — неизвестные полиномы степени $n-1$ от s , $b_0 > 0$ — положительное число.

Теорема

1. При каждом $\Omega \in (0; +\infty)$ уравнение (*) имеет единственное решение, т.е. уравнение (*) однозначно определяет $2n-1$ функций $c_k = c_k(\Omega)$, $r_k = r_k(\Omega)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$.

2. Существует Ω_0 , зависящее только от a_k , b_0 и d'_k , такое что

- а) $c_k(\Omega) > 0$, $r_k(\Omega) > 0$ при $\Omega > \Omega_0$, $k = 0, 1, \dots, n-1$;
- б) функции $c_k(\Omega)$, $r_k(\Omega)$ возрастают к $+\infty$ на промежутке $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ при каждом $k = 0, 1, \dots, n-1$.

Потребуется следующие вспомогательные утверждения и определения.

Утверждение 1. Пусть $\mathbf{T} = \{t_{ki}\}_{k,i}^m$ — нижнетреугольная матрица с определителем, равным произведению ее элементов, стоящих на главной диагонали: $\det \mathbf{T} = \prod_{k=1}^m t_{kk}$ [21], причем $t_{kk} > 0$ при всех $k = \overline{1, m}$. Зафиксируем номер столбца $1 \leq i_0 \leq m$.

Тогда

1) $A_{ki} = 0$ для всех k таких, что $i_0 \leq k \leq m$;

2) $A_{i_0 i_0} = \frac{1}{t_{i_0 i_0}} \prod_{k=1}^m t_{kk} > 0$.

Из 1), 2) следует, что наибольший индекс k , для которого $A_{ki_0} \neq 0$, равен i_0 , при этом $A_{i_0 i_0} > 0$. Здесь $A_{ki} = (-1)^{k+i} \Delta_{ki}$ — алгебраические дополнения соответствующих элементов t_{ki} матрицы \mathbf{T} .

Доказательство утверждения 1.

Зафиксируем номер строки k_0 такой, что $i_0 \leq k_0 \leq m$, и рассмотрим матрицу $\mathbf{T} = \{t'_{ki}\}_{k,i=1}^{m-1}$, получающуюся из матрицы \mathbf{T} путем вычеркивания i_0 -го столбца и k_0 -й строки, тогда $\Delta_{k_0 i_0} = \det \mathbf{T}'$ — соответствующий минор элемента $t_{k_0 i_0}$ исходной матрицы.

Докажем, что тогда \mathbf{T}' — нижнетреугольная матрица, т.е. что $t'_{ki} = 0$, если $k \neq i$.

Неравенства

$$\begin{cases} i_0 \leq k_0; \\ k < i \end{cases} \quad (+)$$

означают, что при $k > k_0$ имеет место неравенство $i > i_0$ (либо тогда $i_0 \leq k_0 \leq k < i$), поэтому при выполнении (+) могут иметь место только три случая:

$$\begin{cases} k < k_0; \\ i < i_0; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} k < k_0; \\ i \geq i_0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} k \geq k_0; \\ i > i_0. \end{cases} \quad (3)$$

В случае (1): $t'_{ki} = t_{ki} = 0$ (так как $k < i$) и \mathbf{T} — нижнетреугольная.

В случае (2): $t'_{ki} = t_{k, i+1} = 0$ (так как $k < i < i+1$).

В случае (3): $t'_{ki} = t_{k+1, i+1} = 0$ (так как $k+1 < i+1$).

Таким образом, в любом случае из неравенства $k < i$ следует, что $t'_{ki} = 0$, и матрица \mathbf{T}' — нижне-

треугольная. Тогда $\Delta_{k_0 i_0} = \det \mathbf{T}' = \prod_{k=1}^{m-1} t'_{kk}$.

Предположим, что $i_0 < k_0 \leq m$. Тогда $i_0 \leq m-1$ и $t'_{i_0 i_0} = |\text{Случай 2}| = t_{i_0, i_0+1} = 0$, поэтому $\Delta_{k_0 i_0} =$

$\prod_{k=1}^{m-1} t'_{kk} = 0$ (произведение содержит множитель

$t'_{i_0 i_0} = 0$), следовательно и $A_{k_0 i_0} = (-1)^{k_0+i_0} \Delta_{k_0 i_0} = 0$, если $k_0 > i_0$, и 1) доказано.

Предположим, что $k_0 = i_0$, тогда либо $k < k_0$ и $t'_{kk} = t_{kk}$, либо $k \geq k_0$, и тогда $t'_{kk} = t_{k+1, k+1}$, поэтому в случае 2) ($k_0 = i_0$) будем иметь $A_{i_0 i_0} =$

$(-1)^{i_0+i_0} \Delta_{i_0 i_0} = \det \mathbf{T}' = \prod_{k \neq i_0} t_{kk} = \frac{1}{t_{i_0 i_0}} \prod_{k=1}^m t_{kk} > 0$.

Утверждение 1 доказано.

Так как предполагается исследовать зависимость коэффициентов полиномов регулятора от Ω , введем в рассмотрение полином $P(\Omega)$.

Утверждение 2. Пусть $P(\Omega) = \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^k$ — полином от Ω с положительным старшим коэффициентом $\alpha_m > 0$. Тогда существует $\Omega_0 > 0$ такое, что:

1) $P(\Omega) > 0$ при всех $\Omega > \Omega_0$;

2) полином $P(\Omega)$ возрастает к $+\infty$ на интервале $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$.

Доказательство утверждения 2.

Так как $\alpha_k > 0$, то $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P(\Omega) = \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^k = \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \Omega^m \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^{k-m} = +\infty$ (так как $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^m \alpha_k \times \Omega^{k-m} = \alpha_m$). Следовательно, найдется число $\Omega_1 > 0$ такое, что $P(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_1; +\infty)$.

Рассмотрим производную $P'(\Omega) = \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-1}$

— полином степени $m-1$ с положительным старшим коэффициентом $k\alpha_k > 0$.

$$\begin{aligned} \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P'(\Omega) &= \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-1} = \\ &= \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \Omega^{m-1} \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-m} = +\infty, \end{aligned}$$

значит, найдется число $\Omega_2 > 0$ такое, что $P'(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_2; +\infty)$.

Обозначим $\Omega_0 = \max\{\Omega_1; \Omega_2\}$. Тогда $P'(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$, и функция $P(\Omega)$ монотонно возрастает на промежутке $(\Omega_0; +\infty)$. Кроме того, $P(\Omega) > 0$ при $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ и $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P(\Omega) = +\infty$.

Утверждение 2 доказано.

Доказательство теоремы.

Подставим в уравнение (*)

$$\begin{aligned} A(s) &= \sum_{k=0}^n a_k s^k, D(s) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k, \\ C(s) &= \sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k, R(s) = \sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k. \end{aligned}$$

$$\left(\sum_{k=0}^n a_k s^k \right) \left(\sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k \right) + b_0 \left(\sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k \right) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k.$$

(**)

Приравняв в уравнении (**) коэффициенты при одинаковых степенях s , стоящих в левой и правой частях, получим систему из $2n$ линейных уравнений относительно $2n$ неизвестных $c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_0, r_{n-1}, r_{n-2}, \dots, r_0$.

Матрица \mathbf{T} данной системы размерности $2n \times 2n$ — нижнетреугольная:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a_n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{n-1} & a_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & b_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & \dots & a_{n-3} & 0 & 0 & b_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 \end{pmatrix}.$$

По главной диагонали матрицы \mathbf{T} стоят n чисел a_n и n чисел b_0 . Обозначив $c_{n-1} = x_1, c_{n-2} = x_2, \dots, c_0 = x_n, r_{n-1} = x_{n+1}, \dots, r_0 = x_{2n}$,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{2n} \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{2n-1} \\ d_{2n-2} \\ \dots \\ d_0 \end{pmatrix},$$

получим запись системы в матричном виде [20]:

$$\mathbf{TX} = \mathbf{D}. \quad (***)$$

Так как \mathbf{T} — нижнетреугольная матрица, то [21]

$$\Delta = \det \mathbf{T} = \prod_{k=1}^{2n} t_{kk} = a_n^n b_0^n > 0,$$

и по теореме Крамера система (***) для любого столбца \mathbf{T} имеет единственное решение, определяемое по формуле Крамера: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, где Δ_i — определитель матрицы, полученной из матрицы \mathbf{T} путем замены i -го столбца на \mathbf{D} .

При каждом $i = \overline{1, 2n}$ разложим определитель Δ_i по i -му столбцу:

$$\Delta_i = \sum_{k=1}^{2n} d_{2n-k} A_{ki} = \sum_{k=1}^{2n} d'_{2n-k} \Omega^{k-1} A_{ki},$$

где A_{ki} — алгебраические дополнения соответствующих элементов t_{ki} матрицы \mathbf{T} .

Матрица \mathbf{T} удовлетворяет условиям утверждения 1, так как она нижнетреугольная и по ее главной диагонали стоят числа $a_n > 0$ и $b_0 > 0$. Следовательно, по утверждению 1 $A_{ki} = 0$ при $k > i$ и $A_{ki} = A_{ii} > 0$ при $k = i$.

Таким образом, $\Delta_i = \sum_{k=1}^i d'_{2n-k} \Omega^{k-1} A_{ki}$ при каж-

дом $i = 1, 2, \dots, 2n$ и $x_i(\Omega) = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \sum_{k=1}^i \frac{d'_{2n-k}}{\Delta} \Omega^{k-1} A_{ki}$ —

полином степени $i-1$ со старшим коэффициентом $\frac{d'_{2n-k}}{\Delta} A_{ii} > 0$.

Тогда по утверждению 2 для каждого $i = 1, 2, \dots, 2n$ найдется число $\Omega_{0i} > 0$ такое, что

- 1) $x_i(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_{0i}; +\infty)$;
- 2) функция $x_i(\Omega)$ возрастает к $+\infty$ на промежутке $(\Omega_{0i}; +\infty)$.

Пусть $\Omega_0 = \max_{1 \leq i \leq 2n} \Omega_{0i} > 0$.

Тогда при $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ $x_i(\Omega) > 0$ при всех $i = 1, 2, \dots, 2n$; функции $x_i(\Omega)$ возрастают к $+\infty$ на $(\Omega_0; +\infty)$ при каждом $i = 1, 2, \dots, 2n$.

Теорема доказана.

Приложение 2

Утверждение

При каждом $i = 0, 1, \dots, n - 1$ имеет место равенство $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} = +\infty$, в частности $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_0(\Omega)}{c_0(\Omega)} = +\infty$.

Доказательство

$$c_i(\Omega) = x_{n-i} = \frac{\Delta_{n-i}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, n-i} \Omega^{k-1} -$$

полином степени $n - 1 - i$ со старшим коэффициентом $\frac{1}{\Delta} \gamma_{n+i} A_{n+i, n-i} > 0$,

$$r_i(\Omega) = x_{2n-i} = \frac{\Delta_{2n-i}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{2n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, 2n-i} \Omega^{k-1} -$$

полином степени $2n - 1 - i$ со старшим коэффициентом $\frac{1}{\Delta} \gamma_i A_{2n-i, 2n-i} > 0$.

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} &= \frac{\sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, 2n-i} \Omega^{k-1}}{\sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, n-i} \Omega^{k-1}} = \\ &= \frac{\gamma_i A_{2n-i, 2n-i} \Omega^{2n-1-1} (1 + 0(1))}{\gamma_{n+i} A_{n+i, n-i} \Omega^{n-1-1} (1 + 0(1))} = \\ &= \frac{\gamma_i}{\gamma_{n+i}} \frac{A_{2n-i, 2n-i}}{A_{n+i, n-i}} \Omega^n \frac{(1 + 0(1))}{(1 + 0(1))} \end{aligned}$$

при $\Omega \rightarrow +\infty$, следовательно

$$\frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} \approx \frac{\gamma_i A_{2n-i, 2n-i}}{\gamma_{n+i} A_{n+i, n-i}} \Omega^n \rightarrow +\infty$$

при $\Omega \rightarrow +\infty$.

Значит и

$$\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} = +\infty.$$

Method of Large Coefficients in Synthesis of the Parametrically Robust Systems of Modal Control

V. V. Tyutikov, tv@ispu.ru, I. V. Vershinin, vershinin.ivan@list.ru, A. B. Sokolov, higher@math.ispu.ru, Ivanovo State Power University, Ivanovo, 153003, Russian Federation

Corresponding author: Tyutikov Vladimir V., D. Sc., Professor, Ivanovo State Power University, Ivanovo, 153003, Russian Federation, e-mail: tvv@ispu.ru

Received on June 17, 2016

Accepted on June 27, 2016

Parametric robustness is an important property of the systems synthesized by analytical methods. The article presents a solution to the problem of the parametrical robustness of the modal control systems with polynomial regulators, during which the parameters can vary in a wide range. The authors investigate a possible application of the approach, the basis of which is the use of a high coefficient of amplification in the control path. They also analyze certain methods of the robust systems' synthesis: the method of high coefficients of amplification by V. M. Meerov and the method of localization (control with the use of higher derivative) by A. S. Vostrikov. Their advantages and disadvantages are noted. The methodology of the synthesis of the automatic control single-loop system with polynomial regulators is proposed, it guarantees both a high coefficient of amplification in the control path and the necessary quality of the transients (operating speed and nature of the process). A high coefficient of amplification ensures the parametrical robustness and high static accuracy for the system. The methodology is based on the formation of a characteristic system of a polynomial with two groups of roots: "fast" and "slow", the former one ensures a high coefficient of amplification and, consequently, a parametrical robustness, the latter ensures the quality of the transients. A possibility of variation within the magnitude of the "fast" roots of the characteristic polynomial allows us to choose the rate of the automatic control of the system's robustness. The article presents versions of synthesis of the regulators with an irregular (physically unrealizable, differential), and a regular (physically realizable) transfer functions. The research based on a computing experiment with the use of the mathematical model of the typical dual-mass electromechanical object and variation of the control member moment of inertia as a parameter, most susceptible to alternation, confirmed the efficiency of the proposed synthesis methodology. In the supplement the authors provide confirmation of the given approach allowing one to increase the coefficient of amplification with preservation of the quality of the transients.

Keywords: parametric robustness, modal control, polynomial controller, method of large coefficients

Acknowledgements: This research was done due to a grant from the Russian Scientific Fund (project № 14-19-00972) and with financial support from the RF Ministry of Education as part of the base part goszadaniya in scientific activities for 2014–2016.

For citation:

Tyutikov V. V., Vershinin I. V., Sokolov A. B. Method of Large Coefficients in Synthesis of the Parametrically Robust Systems of Modal Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 801–809.

DOI: 10.17587/mau.17.801-809

References

1. Nadezhdin P. V. *O prakticheskoy neustojchivosti (norobustness) sistem, poluchennykh po metodu stat'i [1]* (On the practical instability (norobust) systems obtained by the method described in [1]), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1973, no. 5, pp. 196–198 (in Russian).
2. Polyak B. T., Tsyppin Ya. Z. *Chastotnye kriterii robastnoj ustojchivosti i aperiodichnosti lineynykh sistem* (Frequency domain criteria for robust stability and aperiodicity of linear systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 9, pp. 45–54 (in Russian).

3. **Braverman M. Eh., Rozonoehr L. I.** *O grubosti lineynykh dinamicheskikh sistem. ch. 1.* (About the rudeness of linear dynamic systems. part 1.), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1991, no. 11, pp. 17–23 (in Russian).
4. **Braverman M. Eh., Rozonoehr L. I.** *O grubosti lineynykh dinamicheskikh sistem. ch.2* (About the rudeness of linear dynamic systems. part 2.), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1992, no. 1, pp. 41–52 (in Russian).
5. **Petrov Yu. P.** *Ustojchivost' lineynykh sistem pri variatsiyakh parametrov* (Stability of linear systems with parameter variations), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1994, no. 11, pp. 186–189 (in Russian).
6. **Volgin L. N.** *O grubykh sistemakh upravleniya* (About the robust control systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1989, no. 4, pp. 186–187 (in Russian).
7. **Dzhuri E. H. I.** *Robastnost' diskretnykh sistem* (The robustness of discrete-time systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 3–28 (in Russian).
8. **Gajduk A. R.** *Sintez sistem upravleniya pri slabo obuslovlennoj polnote ob'ektov* (Synthesis of control systems under weak due to the completeness of objects), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1997, no. 4, pp. 133–144 (in Russian).
9. **Polyak B. T., Scherbakov P. S.** *Trudnye zadachi lineynoj teorii upravleniya. Nekotorye podkhody k resheniyu* (Hard problems of linear control theory. Some approaches to the solution of), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2005, no. 5, pp. 7–46 (in Russian).
10. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *O probleme nerobastnosti spektra v zadachakh modal'nogo upravleniya* (The problem of probastat of the spectrum in problems of modal control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 10, pp. 8–13 (in Russian).
11. **Meerov M. V.** *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo regulirovaniya vysokoj tochnosti* (The synthesis of structures of automatic control systems of high precision), Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
12. **Vostrikov A. S.** *Sintez nelineynykh sistem metodom lokalizatsii* (The synthesis of nonlinear systems by the localization method), Novosibirsk, Publishing house of Novosib. university, 1990, 120 p. (in Russian).
13. **Kiselev O. N., Polyak B. T.** *Sintez regulyatorov nizkogo porjadka po kriteriyu i po kriteriyu maksimal'noj robastnosti* (The synthesis of low-order controllers on the criterion and on the criterion of maximum robustness), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 119–132 (in Russian).
14. **Goncharov V. I., Liepin'sh A. V., Rudnitskij V. A.** *Sintez robastnykh regulyatorov nizkogo poryadka* (Synthesis of robust controllers of low order), *Izv. RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2001, no. 4, pp. 36–43 (in Russian).
15. **Kolesnikov A. A.** *Osnovy teorii sinergeticheskogo upravleniya* (Fundamentals of the theory of synergetic control), Moscow, Ispoversis, 2000, 264 p. (in Russian).
16. **Polyak B. T., Scherbakov P. S.** *Robastnaya ustojchivost' i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).
17. **Tyutikov V. V., Tararykin S. V.** *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob'ektami* (Robust modal control of technological objects), Ivanovo, IGEHU, 2006, 256 p. (in Russian).
18. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Metod bol'shikh koefffitsientov usileniya i ehffekt lokalizatsii dvizhenij v zadachakh sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Method of large gains and the effect of localization movements in problems of synthesis of systems of automatic control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 2, pp. 2–10 (in Russian).
19. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Robastnaya korrektsiya v sistemakh upravleniya s bol'shim koefffitsientom usileniya* (Robust correction in control systems with high gain), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 12, pp. 3–10 (in Russian).
20. **Gajduk A. R.** *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyj podkhod)* (Theory and analytical methods of synthesis of automatic control systems (polynomial approach)), Moscow, FIZMATLIT, 2012, 360 p. (in Russian).
21. **Gantmakher F. R.** *Teoriya matrits* (The theory of matrices), Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).

УДК 621.316.71

DOI:10.17587/mau.17.809-816

Л. А. Краснодубец, д-р техн. наук, проф., lakrasno@gmail.com,
А. М. Олейников, д-р техн. наук, проф., oma091041@gmail.com,
 Севастопольский государственный университет

ПИД регулятор как платформа для реализации адаптивных законов управления электроприводом

Ставится и решается задача аналитического конструирования закона прямого адаптивного управления электроприводом. Показано, что сконструированный закон может быть реализован на аналоговой либо компьютерной платформе ПИД регулятора. При этом традиционный ПИД регулятор преобразуется в адаптивный просто путем изменения параметров его настройки при неизменном элементном составе, включающем интегратор, дифференциатор и усилители.

Ключевые слова: адаптация, градиентный метод, закон управления, локальная оптимизация, адаптивный регулятор, ПИД регулятор, электропривод

Введение

Новые технологии проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением [1], основанные на концепциях обратных задач динамики и локальной оптимизации, приводят к аналитическим выражениям для законов адаптивного управления с неявными эталонными моделями, предназначенных для управления такими динамическими объектами, которые имеют неполное описание или параметры которых могут существ-

венно изменяться в процессе функционирования. Регуляторы, реализующие такие законы управления, придают построенным на их основе замкнутым системам адаптивные свойства, а их структурная интерпретация позволяет увидеть знакомые очертания традиционного ПИД регулятора. Это наводит на мысль о возможной реализации новых законов адаптивного управления для существующих электроприводов постоянного тока, оборудованных традиционными регуляторами. При этом процедура