

**Е. В. Страшнов**, вед. программист, strashnov\_evg@mail.ru,

**М. А. Торгашев**, канд. физ.-мат. наук, зав. сектором, mtorg@mail.ru,

Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук

## Моделирование динамики электроприводов виртуальных роботов в имитационно-тренажерных комплексах<sup>1</sup>

*Рассматривается задача моделирования динамики электропривода с учетом его паспортных параметров применительно к задачам, решаемым в системах виртуального окружения. Для моделирования системы шарнирно связанных тел в реальном времени с учетом динамики электропривода предлагается использовать метод последовательных импульсов. В данном методе динамика электропривода реализуется с помощью специального ограничения, связывающего координаты тел с углом поворота двигателя. Для реализации сложных механизмов, управляемых одним двигателем, предлагается ввести специальное ограничение "повторителя". Апробация предложенных алгоритмов и методов была проведена в подсистеме динамики имитационно-тренажерного комплекса для моделирования роботов.*

**Ключевые слова:** электропривод, система шарнирно связанных тел, ограничения для электропривода и "повторителя", метод последовательных импульсов, система виртуального окружения

### Введение

Для управления виртуальной моделью робота в имитационно-тренажерных комплексах требуется создать функциональную схему, управляющее воздействие в которой формируется через передаточную функцию, содержащую параметры электропривода (пусковой момент двигателя, скорость холостого хода двигателя, коэффициент редукции передаточного механизма и т.д.). Это управляющее воздействие входит в математическую модель динамики робота. При использовании неточной модели, в которой динамика электропривода описывается без учета его параметров, возможно сильное расхождение поведения виртуальной модели робота с его реальным аналогом. Поэтому необходимо реализовать такую математическую модель динамики электропривода с его реальными параметрами, которая позволит отработать основные режимы управления виртуальным роботом в системах виртуального окружения.

Моделирование роботов и манипуляторов сводится к моделированию динамики шарнирно связанных тел, в сочленении которых может быть установлен электропривод. Данный электропривод формирует такое управляющее воздействие, которое позволяет управлять относительным движением двух тел, соединенных шарниром.

Существуют два подхода для моделирования динамики системы связанных тел. Первый основывается на использовании обобщенных координат (относительных углов или перемещений), а второй подход состоит в использовании полного набора координат (абсолютных координат положения и ориентации каждого тела).

Первому подходу посвящено достаточно много публикаций в робототехнике [1–3], где динамика

электропривода учитывается при построении пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) или пропорционально-дифференцирующего (ПД) регулятора для управления параметрами шарнира (координатой и скоростью). В этих публикациях математическая модель электродвигателя содержит параметры (сопротивление обмоток, постоянная крутящего момента), отличные от его паспортных данных (пусковой момент, скорость холостого хода и электромеханическая постоянная времени [4]). Обычно разработчикам виртуальной модели робота и функциональной схемы для его управления недоступны данные параметры. Поэтому одна из задач, решаемая в данной статье, состоит в том, чтобы построить математическую модель электродвигателя с использованием его паспортных данных.

При моделировании системы шарнирно связанных тел с использованием второго подхода затруднительно непосредственно использовать математическую модель динамики электропривода, так как движение звеньев определяется через их абсолютные координаты, а динамика электропривода определяется через относительные координаты. В публикации [5] для решения задачи компьютерной анимации игровых персонажей используется ПД регулятор, который задается в виде дифференциального уравнения относительно угла поворота двух соединенных шарниром тел, которое имеет аналитическое решение. Далее это решение используется в методе моделирования шарнирно связанных тел на основе импульсов и методов инверсной динамики. Данный подход является достаточно трудоемким и требует значимых вычислительных затрат. В диссертациях [6, 7] рассматривается упрощенная модель электродвигателя, динамика которого реализуется с помощью специального ограничения. В данном ограничении задается желаемая скорость относительного движения в шарнире и модуль

<sup>1</sup> Данная работа выполнена при поддержке грантов РФФИ, проекты № 16-07-01104, № 16-37-00107 мол\_а.

максимального момента, развиваемого двигателем. Такой подход только имитирует поведение электродвигателя, поэтому пригоден лишь в игровых приложениях. Задача, решаемая в данной статье, состоит в разработке методов моделирования динамики системы шарнирно связанных тел на основе полного набора координат с использованием математической модели электропривода. Данные методы являются новыми в рамках моделирования робототехнических средств в имитационно-тренажерных комплексах.

В этой работе предлагается использовать метод последовательных импульсов [8—10] для моделирования динамики системы связанных тел. Для реализации динамики электропривода выводится специальное ограничение, которое связывает координаты двух тел и угол поворота двигателя. Кроме того, для того чтобы смоделировать сложные механизмы, такие как губки захвата манипулятора, предлагается ввести ограничение "повторителя" с аналогичной структурой. Данное ограничение позволит смоделировать плоскопараллельное движение губок манипулятора на основе управления от одного двигателя. Предлагаемые алгоритмы и методы моделирования системы связанных тел с учетом динамики электропривода реализованы и апробированы в подсистеме динамики имитационно-тренажерного комплекса, разработанного в ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН.

### Имитационно-тренажерный комплекс

Имитационно-тренажерный комплекс предназначен для моделирования сложных динамических систем и тренировки операторов по выполнению операций с помощью компьютерной симуляции. Эти динамические системы включают колесные и гусеничные роботы, а также другие управляемые механизмы (например, лифты). Виртуальные 3D-модели роботов и окружающей обстановки создаются в системе трехмерного моделирования Autodesk 3ds Max. Подготовленные модели загружаются в систему динамики и систему визуализации. Для управления движением роботов используются реальные или виртуальные пульта. Воздействия оператора на элементы управления (кнопки, джойстики, тумблеры и т.д.) этих пультов передаются в функциональную схему, которая вычисляет управляющие сигналы — напряжения, подаваемые на электродвигатели робота. Далее подсистема динамики рассчитывает скорости и новые координаты динамических объектов, а также скорости и углы поворотов двигателей. Новые значения передаются по специальному информационному протоколу в систему визуализации, которая синтезирует изображение виртуальной сцены с новыми положениями и ориентациями объектов. Один шаг моделирования и визуализации занимает не более 40 мс, что

обеспечивает режим реального времени (не менее 25 кадров в секунду) и позволяет получить непрерывное и гладкое движение виртуальных объектов.

### Математическая модель динамики электропривода

Для начала получим математическую модель динамики электродвигателя постоянного тока без редуктора и учета нагрузки. Рассматривается идеализированный двигатель с прямолинейной механической характеристикой, в роли индуктора которого используются постоянные магниты. Из электрической схемы для якоря двигателя можно получить его механическую характеристику [1]:

$$\tau_m = \frac{K_t}{R} U - \frac{K_t^2}{R} \omega_m, \quad (1)$$

где  $\tau_m$  — крутящий момент двигателя;  $U$  — напряжение, приложенное к якорю двигателя;  $\omega_m$  — угловая скорость вращения якоря двигателя;  $K_t$  — постоянная крутящего момента (определяется силой магнитного поля, числом обмоток якоря и т.д.);  $R$  — сопротивление обмоток якоря двигателя.

Напряжение  $U$  ограничено по модулю величиной  $U_m$ , т.е.  $|U| \leq U_m$ , где  $U_m > 0$ . Рассмотрим теперь вместо напряжения  $U$  его нормированную величину  $u = \frac{U}{U_m}$ , где  $|u| \leq 1$ . Тогда выражение (1) переписывается в следующем виде:

$$\tau_m = \frac{K_t U_m}{R} \left( u - \frac{K_t}{U_m} \omega_m \right). \quad (2)$$

Перейдем от параметров, используемых в формуле (2), к паспортным данным электродвигателя [4]: пусковому моменту  $M_{\Pi}$  и скорости холостого хода  $\omega_{\text{ХХ}}$ . Пуск двигателя осуществляется при  $u = \pm 1$  и  $\omega_m = 0$ , что соответствует значению момента  $\tau_m = \pm M_{\Pi}$ . В установившемся режиме, когда  $\tau_m = 0$  и  $u = \pm 1$  двигатель разгоняется до скорости  $\omega_m = \pm \omega_{\text{ХХ}}$ . Делая в выражении (2) замены  $M_{\Pi} = \frac{K_t U_m}{R}$  и  $\omega_{\text{ХХ}} = \frac{U_m}{K_t}$ , получим механическую характеристику двигателя, выраженную через его паспортные данные:

$$\tau_m = M_{\Pi} \left( u - \frac{\omega_m}{\omega_{\text{ХХ}}} \right). \quad (3)$$

Тогда основное уравнение динамики электродвигателя примет вид

$$I_m \dot{\omega}_m = \tau_m = M_{\Pi} \left( u - \frac{\omega_m}{\omega_{\text{ХХ}}} \right), \quad (4)$$

где  $I_m$  — момент инерции якоря электродвигателя.

Уравнение (4) дополняется кинематическим соотношением, связывающим угол поворота двигателя  $\alpha_m$  с его угловой скоростью:

$$\dot{\alpha}_m = \omega_m. \quad (5)$$

Если момент инерции  $I_m$  неизвестен, то его можно вычислить через электромеханическую постоянную времени  $t_m$ , которая определяет время разгона двигателя до скорости холостого хода  $\omega_{xx}$  при постоянном крутящем моменте  $\tau_m = M_{\Pi}$  и постоянном значении напряжения  $u = 1$ . Интегрируя выражение (4) по  $t$  от 0 до  $t_m$  при  $u = 1$  с  $\tau_m = M_{\Pi}$ , получим  $\frac{I_m \omega_{xx}}{t_m} = M_{\Pi}$ , откуда  $I_m = \frac{M_{\Pi} t_m}{\omega_{xx}}$ .

В действительности время разгона двигателя больше, чем  $t_m$ , так как крутящий момент  $\tau_m$  вида (3) уменьшается при увеличении скорости двигателя. Поэтому интегрируя формулу (4) со значением напряжения  $u = 1$ , получим [4]

$$\omega_m(t) = \omega_{xx} \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_m}} \right),$$

откуда следует, что  $\omega_m(t) \rightarrow \omega_{xx}$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Теперь перейдем к описанию динамики электропривода. Для этого рассмотрим упрощенную модель, когда двигатель управляет только одним звеном (нагрузкой) без учета динамики других звеньев (рис. 1).

Если электродвигатель создает малый крутящий момент, но вращается с высокой угловой скоростью, то между ним и звеном добавляется редуктор (шестерочный механизм передачи движения от электродвигателя к звену) с коэффициентом редукции  $r \geq 1$  (в отсутствии редуктора  $r = 1$ ).

При использовании механизма передачи с двумя шестеренками  $r = \frac{n_2}{n_1}$ , где  $n_1$  — число зубьев входной шестеренки,  $n_2$  — число зубьев выходной шестеренки. Тогда угловая скорость и крутящий момент нагрузки будут определяться через угловую ско-

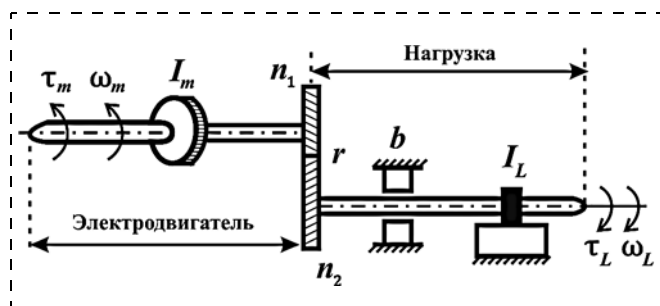


Рис. 1. Структура электропривода с нагрузкой

рость и крутящий момент электродвигателя следующим образом:

$$\omega_L = \frac{1}{r} \omega_m; \tau_L = r \tau_m, \quad (6)$$

где  $\omega_L$  — угловая скорость нагрузки;  $\tau_L$  — момент, действующий на звено.

Выведем уравнение динамики для нагрузки с учетом динамики электродвигателя. Добавляя в уравнение (4) момент от нагрузки, передаваемый через редуктор, согласно второму уравнению в (6) получим

$$I_m \dot{\omega}_m = M_{\Pi} \left( u - \frac{\omega_m}{\omega_{xx}} \right) - \frac{1}{r} \tau_L. \quad (7)$$

Динамика нагрузки определяется моментом, приложенным к звену, а также трением в подшипниках с коэффициентом трения  $b$ . Поэтому уравнение динамики нагрузки примет вид

$$I_L \dot{\omega}_L = \tau_L - b \omega_L,$$

где  $I_L$  — приведенный момент инерции нагрузки относительно ее оси вращения.

Подставляя первое уравнение (6) в выражение (7), получим математическую модель динамики электропривода, управляющего одним звеном:

$$(I_L + r^2 I_m) \dot{\omega}_L = r M_{\Pi} \left( u - \frac{r \omega_L}{\omega_{xx}} \right) - b \omega_L. \quad (8)$$

Уравнение вида (8) имеет схожую структуру с математическими моделями, полученными в работах [1, 2], которые позволяют с требуемой точностью моделировать динамику виртуальных роботов и манипуляторов в имитационно-тренажерных комплексах при использовании обобщенных координат.

### Динамика шарнирно связанных тел

Моделирование динамики роботов осуществляется на основе их представления в виде шарнирно связанных тел. В статье [8] разработан метод последовательных импульсов с описанием системы тел с помощью полного набора координат (абсолютного положения и ориентации каждого тела). Данный метод заключается в последовательном вычислении таких импульсов, которые стремятся обеспечить выполнение ограничений, накладываемых на скорости тел. В работах [8, 9] разработан метод отдельных импульсов, который осуществляет стабилизацию ограничений относительно координат тел. Метод последовательных импульсов со стабилизацией ограничений на основе отдельных импульсов является итеративным, а для обеспечения реального времени используются специальные критерии окончания итераций [10].

В статьях [8–10] достаточно подробно описано, как составлять различные типы ограничений: в виде равенств и неравенств, а также ограничения для учета трения. Выведем теперь ограничение для

электропривода и специальное ограничение "повторителя".

На рис. 2 изображено осевое шарнирное соединение двух тел с номерами  $i$  и  $j$ , относительное движение в котором управляется с помощью электропривода. Для учета динамики электропривода рассматриваются такие ограничения, которые накладываются не только на координаты тел, но и на угол поворота двигателя  $\alpha_m$ , который вычисляется с помощью уравнения (5). Данные ограничения будут иметь следующий вид:

$$G(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j, \alpha_m) = 0, \quad (9)$$

где  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{X}_j$  — координаты, задающие положения и ориентации  $i$ -го и  $j$ -го тел (например, координаты центра масс и кватернион).

В соотношении (9) входят такие ограничения, в которых содержатся только координаты, задающие ориентацию тел. Поэтому после дифференцирования (9) получим ограничение в терминах угловых скоростей тел (без линейных скоростей) и угловой скорости двигателя:

$$\dot{G} = \mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{J}_j \boldsymbol{\omega}_j + J_m \omega_m = 0, \quad (10)$$

где  $\mathbf{J}_i$  и  $\mathbf{J}_j$  — строки-якобианы ограничения для тел размерности 1 на 3;  $J_m$  — якобиан ограничения для двигателя;  $\boldsymbol{\omega}_i$  и  $\boldsymbol{\omega}_j$  — угловые скорости тел.

Сформируем ограничения (9) и (10) для учета динамики электропривода. Задача состоит в том, чтобы обеспечить следующее соотношение между относительным углом в шарнире  $\alpha$  (рис. 2), отсчитываемым против часовой стрелки, и углом поворота двигателя:

$$\alpha - \frac{1}{r} \alpha_m = 0.$$

Запишем это ограничение в виде

$$\begin{aligned} G_m &= \sin\left(\frac{\alpha_m}{r} - \alpha\right) = \\ &= \sin\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) \cos\alpha - \cos\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) \sin\alpha = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Для описания шарнира введем две системы координат (рис. 2), имеющих общее начало в точке  $P$ : одна из них жестко связана с  $i$ -м звеном и определяется ортами  $\{\mathbf{n}_{i0}, \mathbf{n}_{i1}, \mathbf{n}_{i2}\}$ , а другая жестко связана с  $j$ -м звеном и определяется ортами  $\{\mathbf{n}_{j0}, \mathbf{n}_{j1}, \mathbf{n}_{j2}\}$  (для наглядности введенные системы координат изображены на рис. 2 вне точки шарнира). При моделировании эти системы координат в начальный момент времени совпадают, а орты вычисляются через абсолютные координаты двух тел  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{X}_j$  соответственно. Осевой шарнир определяется таким образом, что орты  $\mathbf{n}_{i0}$  и  $\mathbf{n}_{j0}$  совпадают и соответствуют оси вращения. Поэтому, используя геометри-

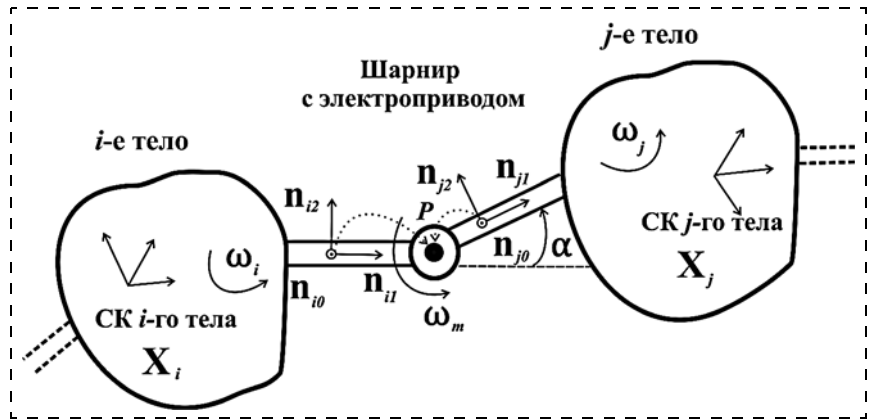


Рис. 2. Шарнирное соединение двух тел с электроприводом

ческое определение скалярного произведения, косинус и синус угла  $\alpha$  можно вычислить с помощью данных ортов следующим образом:

$$\cos\alpha = \mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j1}; \quad \sin\alpha = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j2}. \quad (12)$$

Подставляя данные соотношения в формулу (11), получим ограничение вида (9) для моделирования динамики электропривода:

$$G_m = \sin\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) \mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j1} + \cos\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) \mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j2} = 0. \quad (13)$$

Дифференцируя (13), получим ограничение вида (10) в терминах скоростей:

$$\dot{G}_m = (\boldsymbol{\omega}_j - \boldsymbol{\omega}_i) \mathbf{w} + \omega_m w_m = 0, \quad (14)$$

где  $\mathbf{J}_i = -\mathbf{w}^T$ ,  $\mathbf{J}_j = \mathbf{w}^T$ ,  $J_m = w_m$ ,

$$\mathbf{w} = (\mathbf{n}_{j1} \times \mathbf{n}_{i1}) \sin\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) + (\mathbf{n}_{j2} \times \mathbf{n}_{i1}) \cos\left(\frac{\alpha_m}{r}\right),$$

$$w_m = \frac{1}{r} \left( \mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j1} \cos\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) - \mathbf{n}_{i1} \mathbf{n}_{j2} \sin\left(\frac{\alpha_m}{r}\right) \right).$$

При дифференцировании были использованы формула Бура [11]  $\dot{\mathbf{n}}_* = \boldsymbol{\omega}_* \times \mathbf{n}_*$  (для дифференцирования в мировой системе координат, здесь звездочка означает произвольный индекс), свойство смешанного произведения  $\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  и уравнение (5).

Из определения векторного произведения получим, что  $\mathbf{n}_{j1} \times \mathbf{n}_{i1} = -\sin\alpha \mathbf{n}_{i0}$  и  $\mathbf{n}_{j2} \times \mathbf{n}_{i1} = -\sin(\pi/2 + \alpha) \mathbf{n}_{i0} = -\cos\alpha \mathbf{n}_{i0}$  (рис. 2). Далее, подставляя формулы (12) в выражение для  $w_m$ , запишем ограничение (14) в виде

$$\begin{aligned} \dot{G}_m &= -\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_m}{r}\right) (\boldsymbol{\omega}_j - \boldsymbol{\omega}_i) \mathbf{n}_{i0} + \\ &+ \omega_m \frac{1}{r} \cos\left(\alpha - \frac{\alpha_m}{r}\right) = 0. \end{aligned}$$

Углы  $\alpha$  и  $\alpha_m$  находятся в пределах  $-\pi \leq \alpha \leq \pi$  и  $-r\pi \leq \alpha_m \leq r\pi$ , а в начальный момент времени

$\alpha = \alpha_m = 0$ . Если ограничение (11) будет выполнено, то  $\sin\left(\frac{\alpha_m}{r} - \alpha\right) = 0$ . Поэтому, поделив данное выражение на  $\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_m}{r}\right) \neq 0$ , получим эквивалентное ограничение

$$\dot{G}_m = -(\omega_j - \omega_i)\mathbf{n}_{i0} + \omega_m \frac{1}{r} = 0.$$

Данное соотношение совпадает с первым уравнением в (6), так как скорость  $\omega_L$  определяет относительную скорость между телами, т. е.  $\omega_L = (\omega_j - \omega_i)\mathbf{n}_{i0}$ .

Теперь рассмотрим специальный тип ограничения "повторителя". В некоторых механизмах, таких как двухстепенная механическая рука (рис. 3, см. третью сторону обложки), предназначенная для захвата предмета, электропривод может управлять одновременно несколькими звеньями. Звено, которым управляет электропривод, называется основным, остальные управляемые звенья называются "повторителями". Для описания движения "повторителя" вводится специальное ограничение, связывающее его угол поворота с углом поворота двигателя. Такая связь имеет вид

$$\alpha - \frac{k}{r}\alpha_m = 0,$$

где  $k \neq 0$  — коэффициент "повторителя" (для губок руки захвата  $k = -1$ ).

Аналогично выражению (13), используя соотношение (12), ограничение "повторителя" можно записать в виде

$$G_r = \sin\left(\frac{k\alpha_m}{r} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right)\mathbf{n}_{i1}\mathbf{n}_{j1} + \cos\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right)\mathbf{n}_{i1}\mathbf{n}_{j2} = 0. \quad (15)$$

Относительно скоростей тел и скорости двигателя ограничение вида (10) после дифференцирования (15) примет вид

$$\dot{G}_r = (\omega_j - \omega_i)\mathbf{w}' + \omega_m \mathbf{w}'_m = 0, \quad (16)$$

где  $\mathbf{J}_i = -\mathbf{w}'^T$ ,  $\mathbf{J}_j = \mathbf{w}'^T$ ,  $\mathbf{J}_m = \mathbf{w}'_m$ ,

$$\mathbf{w}' = (\mathbf{n}_{j1} \times \mathbf{n}_{i1})\sin\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right) + \mathbf{n}_{j2} \times \mathbf{n}_{i1}\cos\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right),$$

$$\mathbf{w}'_m = \frac{k}{r}\left(\mathbf{n}_{i1}\mathbf{n}_{j1}\cos\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right) - \mathbf{n}_{i1}\mathbf{n}_{j2}\sin\left(\frac{k\alpha_m}{r}\right)\right).$$

Выполняя с формулой (16) преобразования, аналогичные сделанным с ограничением (14), получим  $\omega_L = \frac{k\omega_m}{r}$ .

При численном моделировании динамики шарнирно связанных тел и электропривода используется полунявная схема Эйлера, в которой по явной схеме сначала вычисляются скорости тел и скорость двигателя (на основе (4)) под действием всех известных внешних сил. После вычисления новых скоростей ограничения типа (10) в общем случае нарушаются. Поэтому в методе последовательных импульсов требуется вычислить такой импульс  $p$  реакции связи вида (9), который обеспечит выполнение (10) уже относительно новых скоростей. Согласно [13] и уравнению (7) скорости тел и двигателя изменяются под действием импульса  $p$  следующим образом:

$$\omega'_i = \omega_i + p\mathbf{I}_i^{-1}\mathbf{J}_i^T;$$

$$\omega'_j = \omega_j + p\mathbf{I}_j^{-1}\mathbf{J}_j^T;$$

$$\omega'_m = \omega_m + pI_m^{-1}J_m.$$

где  $\mathbf{I}_i^{-1}$  и  $\mathbf{I}_j^{-1}$  — обратные тензоры инерции двух тел.

Подставляя данные соотношения в формулу (10), получим следующее выражение для вычисления импульса  $p$ :

$$p(\mathbf{J}_i\mathbf{I}_i^{-1}\mathbf{J}_i^T + \mathbf{J}_j\mathbf{I}_j^{-1}\mathbf{J}_j^T + I_m^{-1}J_m^2) = -(\mathbf{J}_i\omega_i + \mathbf{J}_j\omega_j + J_m\omega_m).$$

На каждой итерации метода последовательных импульсов скорости тел  $\omega_i$ ,  $\omega_j$  и скорость двигателя  $\omega_m$  являются текущими по отношению к данной итерации, поэтому после вычисления скоростей  $\omega'_i$ ,  $\omega'_j$  и  $\omega'_m$  ограничение (10) автоматически выполнено. Однако, так как требуется обеспечить выполнение других ограничений, то ограничение (10) будет выполнено с заданной точностью только после проведения нескольких итераций.

Выполнимость ограничений вида (9) обеспечивается с помощью технологии стабилизации на основе отдельных импульсов, с которой можно ознакомиться в работах [8, 9]. После вычисления скоростей тел и двигателя вычисляются новые координаты тел по неявной схеме относительно скоростей.

## Результаты моделирования

В качестве апробации разработанных методов моделирования системы шарнирно связанных тел с учетом динамики электропривода рассмотрим мотор-редуктор WG-7152 [14] и проверим на нем адекватность разработанного метода последовательных импульсов, используя ограничения (13) и (14) в задаче управления одним звеном. Выберем режим работы электропривода со следующими параметрами:  $r = 50$ ,  $b = 0$ ,  $M_{\Pi} = 0,2$  Н·м,  $\omega_{\text{xx}} = 49$  мин<sup>-1</sup>. Приведенный момент инерции нагрузки равен  $I_L = 30,833$  кг·м<sup>2</sup>. Максимальная угловая скорость звена равна скорости холостого хода, поделенной на

коэффициент редукции, т.е.  $\omega_L^{\max} = 0,1026$  рад/с. Моделирование проводится на основе метода последовательных импульсов с использованием ограничений (13) и (14), с постоянным шагом  $\Delta t = 0,01$  с и с постоянным значением напряжения  $u = 1$ .

На рис. 4 приведена зависимость угловой скорости звена, управляемого двигателем, от времени для двух значений постоянной времени:  $t_m = 1$  с (график 1),  $t_m = 0,5$  с (график 2). Полученные результаты совпадают с аналитическим решением уравнения (8) с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ . Таким образом, разработанные в статье методы моделирования шарнирно связанных тел с учетом динамики электропривода обладают точностью, необходимой для моделирования роботов в имитационно-тренажерных комплексах.

Разработанные методы реализованы в виде программных модулей на языке С++ и внедрены в подсистему динамики имитационно-тренажерного комплекса, созданного в ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН. Комплексная апробация описанных методов и ал-

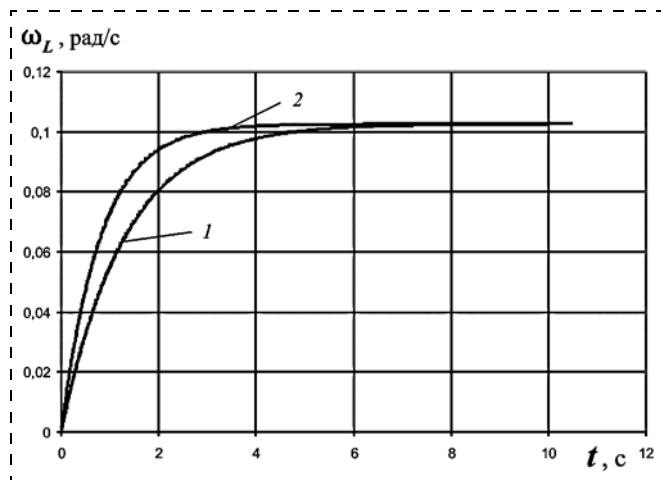


Рис. 4. Зависимость угловой скорости звена  $\omega_L$  от времени  $t$



Рис. 5. Захват контейнера с помощью робота MF-4

горитмов на многих моделях показала полную их адекватность требованиям систем виртуального окружения. На рис. 5 показана модель робота MF-4, для которого решается задача захвата контейнера с помощью губок манипулятора. Для моделирования динамики электроприводов используются ограничения (13) и (14), а повторяемое движение губки реализуется через ограничения (15) и (16).

## Заключение

Предложенные в статье методы и алгоритмы позволяют в масштабе реального времени моделировать динамику электропривода в системах виртуального окружения. Использование паспортных параметров электропривода упрощает создание моделей роботов и построение системы управления на основе функциональной схемы. Апробация разработанных методов в имитационно-тренажерном комплексе показала их применимость для решения задач, связанных с реализацией различных режимов управления роботами. В дальнейшем предложенные алгоритмы и методы могут быть использованы в имитационных комплексах, виртуальных лабораториях, системах моделирования динамики сложных объектов и т.д.

## Список литературы

1. Asada H. Introduction to Robotics. Lecture Notes, 2005.
2. Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
3. Тягунов О. А. Математические модели и алгоритмы управления промышленных транспортных роботов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2007. Т. 5, № 5. С. 63—69.
4. Кардонов Г. А. Электрические машины: Курс лекций. СПб.: Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики, 2002. 145 с.
5. Weinstein R., Guendelman E., Fedkiw R. Impulse-Based Control of Joints and Muscles. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics // Ref. Libr. 2008. Vol. 14, N. 1. P. 37—46.
6. Kenny Erleben. Stable, robust, and versatile multibody dynamics animation, PhD thesis, University of Copenhagen, 2004.
7. Steffen Wittmeier. Physics-Based Modeling and Simulation of Musculoskeletal Robots, PhD thesis, Technical University of Munich, 2014.
8. Михайлюк М. В., Страшнов Е. В. Моделирование системы связанных тел методом последовательных импульсов // Труды НИИСИ РАН. 2014. Т. 4, № 2. С. 52—60.
9. Страшнов Е. В., Михайлюк М. В. Моделирование ограничений на относительное движение шарнирно связанных тел // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 10. С. 678—685.
10. Михайлюк М. В., Страшнов Е. В. Моделирование динамики системы связанных тел с учетом трения в шарнирах // Наука и Образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. 2016. № 1. С. 108—124.
11. Курс теоретической механики: Учебник для вузов / В. И. Дронг, В. В. Дубинин, М. М. Ильин и др.; Под общ. ред. К. С. Колесникова / М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 736 с.
12. DAGU MK II claw with servo motor. URL: <http://www.electronshtk.ru/item/mk-ii-robotic-claw-with-servo-motor-1263193> (дата обращения: 18.02.2016).
13. Shabana A. A. Computational Dynamics, Third edition, John Wiley & Sons Inc., 2010.
14. URL: <http://electroprivod.ru/wg7152.htm> (дата обращения: 20.02.2016).

# Simulation of the Actuator Dynamics of the Virtual Robots in the Training Complexes

E. V. Strashnov, strashnov\_ev@mail.ru✉, M. A. Torgashev, mtorg@mail.ru,  
Scientific Research Institute for System Analysis, RAS, Moscow, 117218, Russian Federation

Corresponding author: **Strashnov E. V.**, Leading Programmer,  
Scientific Research Institute for System Analysis, RAS, Moscow, 117218, Russian Federation  
e-mail: strashnov\_ev@mail.ru

Received on May 25, 2016

Accepted on June 04, 2016

The topic of the article is the problem of the actuator dynamics simulation for the training complexes. Usually, when the mathematical model for a motor is formulated, its passport parameters are used: starting torque, idle speed and electromechanical time constant. The actuator creates the control action, which makes it possible to control the relative motion of the two joining rigid bodies. For the real-time dynamic simulation of the articulated rigid bodies the method of the sequential impulses is proposed. Within this method the actuator dynamics is realized by means of a special constraint, which correlates the bodies' coordinates with the engine's angle rotation. In order to model the complex mechanisms, which are controlled by a single motor, a special "repeater" constraint is proposed. This constraint allows us to simulate the movement of the manipulator gripper jaws. The method of the sequential impulses with stabilization on the basis of the split impulses is iterative, while the use of the specific criteria for the end of iteration allows a real-time simulation. The proposed algorithms and methods are implemented in the software modules written in C++. Their approbation was carried out in a dynamic subsystem for a robot simulator. The studies demonstrated that the proposed methods and algorithms allow us to solve the problems, associated with implementation of different kinds of robots control. Such technologies can also be used in the virtual labs, simulation complexes, systems of augmented virtual environment and other applications.

**Keywords:** actuator, articulated body system, actuator constraint and "repeater" constraint, sequential impulses method, virtual environment system

**Acknowledgements:** This work was supported by RFBR grant projects № 16-07-01104, № 16-37-00107 mol\_a

For citation:

**Strashnov E. V., Torgashev M. A.** Simulation of the Actuator Dynamics of the Virtual Robots in the Training Complexes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 10, pp. 762–768.

DOI: 10.17587/mau.17.762-768

## References

1. **Asada H.** Introduction to Robotics, *Lecture Notes*, 2005.
2. **Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M.** Robot Modeling and Control, New York, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
3. **Tjagunov O. A.** *Matematicheskie modeli i algoritmy upravleniya promyshlennykh transportnykh robotov* (Mathematical Models and Control Algorithms of Industrial Transport Robots), *Informacionno-izmeritel'nye i upravljajushhie sistemy*, 2007, vol. 5, no. 5, pp. 63–69 (in Russian).
4. **Kardonov G. A.** *Jelektricheskie mashiny* (Electrical Machines), Lecture Notes, Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj institut tochnoj mehaniki i optiki, 2002, 145 p. (in Russian).
5. **Weinstein R., Guendelman E., Fedkiw R.** Impulse-Based Control of Joints and Muscles, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2008, vol. 14, no. 1, pp. 37–46.
6. **Kenny Erleben.** Stable, robust, and versatile multibody dynamics animation, PhD thesis, University of Copenhagen, 2004.
7. **Steffen Wittmeier.** Physics-Based Modeling and Simulation of Musculoskeletal Robots, PhD thesis, Technical University of Munich, 2014.
8. **Mihajljuk M. V., Strashnov E. V.** *Modelirovanie sistemy svyazannykh tel metodom posledovatel'nykh impul'sov* (Simulation of Articulated Multibody System Using Sequential Impulses Method), *Trudy NIISI RAN*, 2014, vol. 4, no. 2, pp. 52–60 (in Russian).
9. **Strashnov E. V., Mihajljuk M. V.** *Modelirovanie ogranichenij na otositel'noe dvizhenie sharnirno svyazannykh tel* (Simulation of Restrictions for the Relative Motion of the Articulated Rigid Bodies in the Virtual Environment Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 10, pp. 678–685 (in Russian).
10. **Mihajljuk M. V., Strashnov E. V.** *Modelirovanie dinamiki sistemy svyazannykh tel s uchedom trenija v sharnirah* (Simulating Dynamics of the System of Articulated Rigid Bodies with Joint Friction), *Science & Education of the Bauman MSTU, Electronic journal*, 2016, no. 1, pp. 108–124 (in Russian).
11. **Kolesnikov K. S.** ed. *Kurs teoreticheskoy mehaniki: Uchebnik dlja vuzov* (Course of Theoretical Mechanics: A Textbook for high schools), Moscow, Publishing House of the Bauman MSTU, 2005, 736 p. (in Russian).
12. **DAGU MK II** claw with servo motor, available at: <http://www.electronshtik.ru/item/mk-ii-robotic-claw-with-servo-motor-1263193> [2016-18-02].
13. **Shabana A. A.** *Computational Dynamics*, Third edition, John Wiley & Sons Inc., 2010.
14. available at: <http://electroprivod.ru/wg7152.htm> [2016-20-02].