

**А. Б. Филимонов**, д-р техн. наук, проф. filimon\_ab@mail.ru,  
МГТУ МИРЭА, МАИ (НИУ), г. Москва,  
**Н. Б. Филимонов**, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru,  
МГУ им. М. В. Ломоносова, ИПУ им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва,  
**В. Ю. Тихонов**, аспирант, bot-32@ya.ru,  
МГТУ МИРЭА, г. Москва

## Задача прохождения лабиринта интеллектуальными агентами

*Рассматривается задача прохождения лабиринта автоматами. Дается краткий обзор работ, посвященных поведению конечных автоматов в шахматных лабиринтах. Обсуждаются особенности постановки задачи обхода лабиринтов интеллектуальными агентами. Анализируется архитектура интеллектуальных агентов, способных распознавать лабиринт и планировать процессы поиска. Предложена формальная схема ситуационного моделирования поведения интеллектуальных агентов. Обсуждаются вопросы оптимизации маршрутов движения в лабиринте.*

**Ключевые слова:** шахматный лабиринт, поведение автоматов, интеллектуальные агенты, архитектура, ситуационная модель поведения, планирование действий, оптимизация маршрутов

*"Лабиринты — архитектурные сооружения со сложными коридорами, которые строились для того чтобы приводить в трепет непосвященных".*

Мартин Гарднер

Лабиринты как искусственная испытательная среда для экспериментального исследования алгоритмов управления движением автономных мобильных роботов (МР) широко используются в робототехнике. Статья посвящена задачам прохождения лабиринта робототехническими интеллектуальными агентами (ИА).

При разработке агентного подхода к задачам прохождения лабиринтов необходимо учитывать результаты исследований поведения конечных автоматов в лабиринтах (см., например, [1—4]). Они весьма важны, поскольку позволяют понять возможности прохождения лабиринтов реактивными агентами. ИА в отличие от реактивных агентов способны анализировать среду обитания, планировать и оптимизировать свое поведение. В связи с этим для них кардинально меняются и сами постановки и подходы к решению лабиринтных задач.

### Физический и виртуальный лабиринты

Существуют различные толкования слова "лабиринт". Для нас наиболее приемлемо определение лабиринта как сооружения со сложной, запутанной системой помещений и ходов.

Классическая задача прохождения лабиринта заключается в следующем. Имеется исполнитель — автономный робот. Он должен пройти из исходной (стартовой) позиции к целевой (финишной). Под *решением лабиринта* подразумевается поиск такого маршрута. Если конфигурация лабиринта (т.е. его карта, план) известна, то должна решаться задача нахождения кратчайшего маршрута. Возможны различные варианты усложнения задачи: поиск определенного объекта (в частности, "клада"); пат-

рулирование в целях обнаружения динамических объектов; необходимость обходить дополнительно выявляемые в ходе движения препятствия и опасные места и т.п.

МР выполняет функции ориентации и движения. Он обладает набором сенсоров, позволяющих определять наличие стены и контролировать расстояние до нее, а также обнаруживать препятствия.

Физические лабиринты применяются в спортивной робототехнике в качестве полигонов для состязаний роботов [5]. Многие проблемы, с которыми приходится сталкиваться создателям спортивных роботов, находятся на переднем крае научных исследований. Убедительным примером этого являются соревнования в формате Micromouse Competition [6] — конкурс маленьких роботов-мышей по поиску пути в центр лабиринта размером 16×16 ячеек. Соревнование состоит из двух этапов. На первом этапе робот исследует лабиринт и пытается построить в своей памяти его карту. На втором этапе он должен достичь центра лабиринта за кратчайшее время. Здесь используются различные алгоритмы поиска, причем к самым популярным относится алгоритм поиска  $A^*$  и вариации алгоритма Беллмана.

Условимся далее использовать следующую терминологию: мир лабиринта — это сам лабиринт, расположенные в нем объекты и перемещающиеся по лабиринту роботы; окружающая среда робота — лабиринт и объекты в нем.

В работе [7] отмечается, что важную роль в робототехнике играют программные симуляторы, так как они не только упрощают работу инженеров, но и позволяют исследователям испытывать новейшие алгоритмы искусственного интеллекта и машин-

ного обучения. Виртуальные лабиринты и обитающие в них виртуальные роботы являются программной моделью физического лабиринта и реальных роботов соответственно и используются в качестве компьютерного инструментария исследования и алгоритмизации механизмов поведения МР.

### Прямоугольные клетчатые лабиринты

В простейшем случае лабиринт имеет прямоугольную форму и разбит на квадратные клетки (ячейки) одного размера, стороны которых параллельны координатным осям. Все клетки подразделяются на проходимые — белые — и непроходимые (стены) — черные. Из каждой клетки возможно пройти в соседние клетки лишь по горизонтали или вертикали.

Пусть лабиринт имеет форму прямоугольного клеточного поля размера  $M \times N$ . Тогда карта лабиринта задается в виде двумерного бинарного массива

$$C = [c_{ij}]_{M \times N},$$

причем, если клетка  $(i, j)$  является пустой, то  $c_{ij} = 0$ , а если стеной, то  $c_{ij} = 1$ . Путь агента может проходить лишь через пустые клетки.

Схему лабиринта можно задать в виде планарного графа

$$L = (V, H), \quad (1)$$

где  $V$  и  $H$  — множество вершин и множество ребер соответственно. Вершины графа представляют собой проходимые клетки, причем смежные вершины соответствуют соседним клеткам. Естественно полагать, что граф (1) является связным и без мостов.

Задача о лабиринте формулируется как поиск маршрута, соединяющего две заданные вершины  $v_A \in V$  и  $v_B \in V$ .

Виртуальный робот (далее просто — робот) выполняет функции навигации и движения. Он за один ход может переместиться в соседнюю свободную клетку в одном из четырех возможных направлений: север ( $n$ ), восток ( $o$ ), юг ( $s$ ), запад ( $w$ ). Карта лабиринта не известна роботу до начала движения.

Робот оснащен набором локационных сенсоров, позволяющих обнаруживать объекты вокруг. К примеру, это может быть датчик касания, определяющий наличие стены спереди. В более сложном варианте — это датчики обзора окружающего пространства (сканеры, дальномеры) с ограниченным радиусом действия.

Если робот начнет движение в сторону находящейся рядом с ним стены, то он разрушится. В процессе движения робот осуществляет контроль стен: анализирует наличие стены, и если стена есть (сработал датчик касания), то движение робота к стене блокируется.

### Поведение автоматов в лабиринтах

Важным направлением в теории автоматов является изучение поведения автоматов в лабиринтах. Оно развивалось в основном благодаря усилиям ученых Германии, России, Сербии и Черногории, США и Японии. Кратко обсудим основные понятия, проблематику и достижения в данной области исследований, основываясь на материале работ В. Б. Кудрявцева, Г. Килибарды и Ш. Ушчумлича [1–4].

Заметим, что первый самообучающийся МР — изобретенная К. Шенноном [8] робот-мышь — умел "самостоятельно" находить дорогу в лабиринте, используя алгоритм Люка—Тремо [9].

В теоретических исследованиях прохождения лабиринта автоматами используется понятие шахматного лабиринта, который далее условимся рассматривать как геометрический граф [10].

### Шахматный лабиринт

Далее используются стандартные обозначения:  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Z}_+$  и  $\mathbf{N}$  — поле вещественных чисел, множество целых чисел, множество неотрицательных целых и натуральных чисел соответственно.

Множество отрезков  $\mathbf{T}$  в  $\mathbf{R}^2$  называется *регулярной конфигурацией отрезков*, если любые два отрезка из этого множества могут иметь не более одной общей точки, причем, если она есть, то обязательно является концевой для обоих отрезков. Пример такого множества дает рис. 1.

Лабиринт (1), где  $V \subset \mathbf{R}^2$ , называется *прямоугольным плоским лабиринтом*, если

- 1) все ребра являются отрезками, параллельными координатным осям;
- 2) множество ребер является регулярной конфигурацией отрезков.

Ребра лабиринта отмечаются направлением перехода к смежным вершинам ( $n, o, s, w$ ), а маршруты задаются словами в цепном коде Фримена [11].

Если  $V \subseteq \mathbf{Z}^2$ , то такой лабиринт называют *целочисленным*, а если при этом длина каждого ребра равна 1, то *мозаичным*.

Пусть  $L$  — некоторый прямоугольный плоский лабиринт. Множество  $\mathbf{R}^2 \setminus L$  является открытым и в общем случае несвязным. Каждую из компонент

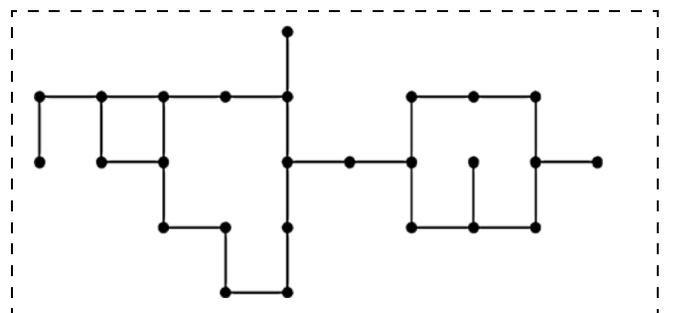


Рис. 1



Будем говорить, что автомат  $\mathcal{A}_{q_0}$  *обходит вершину лабиринта*  $u \in V(L_{q_0})$ , если существует  $q \in Q(\mathcal{A}_{q_0})$  такое, что  $(q, u) \in \pi(\mathcal{A}_{q_0}, L_{q_0})$ .

Обозначим  $\text{Int}(\mathcal{A}_{q_0}, L_{q_0})$  множество всех вершин, которые обходит данный автомат. Очевидно, что

$$\text{Int}(\mathcal{A}_{q_0}, L_{q_0}) = \bigcup_{i=1}^{\infty} \{v_i\}.$$

Пусть  $L_{q_0} \in \mathcal{L}(\Omega, \Sigma)$  и  $\mathcal{A}_{q_0} \in \text{Aut}(\Omega, \Sigma)$ . Будем говорить, что автомат  $\mathcal{A}_{q_0}$  *обходит лабиринт*  $L_{q_0}$ , если

$$\text{Int}(\mathcal{A}_{q_0}, L_{q_0}) = V(L_{q_0}).$$

В противном случае лабиринт  $L_{q_0}$  именуется *ловушкой* для автомата  $\mathcal{A}_{q_0}$ .

Эти понятия можно расширить для любых сочетаний инициальных или неинициальных автоматов и лабиринтов. Понятия "сильно обходит" и "сильная ловушка" применимы в том случае, если эти свойства имеют место для всех вершин лабиринта и всех состояний автомата.

Наряду с поведением автомата в лабиринте можно также рассматривать поведение системы автоматов в лабиринте. В этом случае понадобится более общая трактовка инициального лабиринта — в нем выделено несколько вершин:  $L_{v_1, \dots, v_n}$ .

Пусть задана система допустимых автоматов  $\mathcal{A}$  для класса лабиринтов  $\mathcal{L}(\Omega, \Sigma)$ :

$$\mathcal{A} = (\mathcal{A}_{q_1}^1, \dots, \mathcal{A}_{q_n}^n).$$

Далее  $L_{v_1, \dots, v_n}$  — инициальный лабиринт с выделенными вершинами  $v_1, \dots, v_n \in V(L)$ .

*Поведением независимой системы автоматов*  $\mathcal{A}$  в лабиринте  $L_{v_1, \dots, v_n}$  является упорядоченный набор поведений отдельных автоматов:

$$(\pi(\mathcal{A}_{q_1}^1, L_{v_1}), \dots, (\pi(\mathcal{A}_{q_n}^n, L_{v_n}))).$$

Будем говорить, что система автоматов  $\mathcal{A}$

- *обходит лабиринт*  $L_{v_1, \dots, v_n}$ , если для некоторого  $i \in 1: n$

$$\text{Int}(\mathcal{A}_{q_i}^i, L_{q_i}) = V;$$

- *A-обходит лабиринт*  $L_{v_1, \dots, v_n}$ , если

$$\bigcup_{i=1}^n \text{Int}(\mathcal{A}_{q_i}^i, L_{q_i}) = V.$$

В противном случае лабиринт  $L_{v_1, \dots, v_n}$  называется *ловушкой* и, соответственно, **A-ловушкой** для  $\mathcal{A}$ .

Лабиринт  $L$  называется *сильной ловушкой* для системы автоматов  $\mathcal{A}$ , если для любых  $v_1, \dots, v_n \in V(L)$  лабиринт  $L_{v_1, \dots, v_n}$  является ловушкой для  $\mathcal{A}$ .

Система  $\mathcal{A}$  называется *коллективом*, если входной алфавит каждого автомата системы включает коды текущих состояний всех других автоматов.

### Проблема обхода лабиринта автоматами

Активное изучение поведения автоматов в лабиринтах и на графах началось после появления работ К. Делпа [12, 13]. В них была формализована модель К. Шеннона: в качестве лабиринта рассматривалась подобная шахматной доске связанная конфигурация клеток на плоскости или аналогичных кубиков в пространстве (шахматные лабиринты), а в качестве автоматов — конечные автоматы, которые, обозревая некоторую окрестность клетки, в которой они находятся, могут перемещаться в соседнюю клетку в одном из координатных направлений. Выделен, как актуальный, вопрос о существовании автомата, обходящего все такие лабиринты.

Л. Будах [14] показал, что множество всех односвязных инициальных плоских шахматных лабиринтов может быть обойдено одним инициальным автоматом с некоторым фиксированным числом состояний. Им также было высказано предположение о существовании шахматного лабиринта-ловушки на плоскости. Х. Мюллер [15] показал, что всегда в качестве ловушки можно выбрать шахматный лабиринт, у которого не больше трех дыр.

Исходя из этого в работе [1] делается вывод об ограниченности аналитических возможностей конечных автоматов, что в определенном смысле характеризует их негативно. Вместе с тем, интерес представляет следующий вопрос: для каких содержательно интересных классов лабиринтов существуют обходящие их системы?

А. Н. Зыричев [16] установил, что для любого  $n \in \mathbb{N}$  класс всех плоских шахматных лабиринтов, имеющих дыры с диаметром не более  $n$ , обходится одним автоматом. Показано, что для этого класса существует универсальный обходчик.

Невозможность обхода всех плоских шахматных лабиринтов одним автоматом привела к необходимости рассмотрения вопроса об усилениях модели конечного автомата, решающих задачу обхода. Возможны различные варианты таких усилений.

Одно такое направление усиления модели автомата, предложенное Р. Фишером [17], состоит в разрешении автомату делать отметки в лабиринте. Данная возможность, по существу, означает, что автомат обладает внешней неограниченной памятью.

Главные же варианты усиления возможностей одного автомата связаны с использованием камер, а также переходом к системе автоматов.

*Камень* — это флажок, маркер, который автомат может забирать или оставлять в вершине графа, общее число камней является постоянным. Фактически камни играют роль ограниченной внешней памяти автомата.

Х. Антельман, Л. Будах и Х.-А. Роллик [18] показали, что для любой конечной системы невзаимодействующих автоматов можно построить ловушку, а также построили бесконечную ловушку сразу для всех допустимых автоматов.

Возможности коллективов автоматов при обходе лабиринтов много шире, чем возможности независимых систем автоматов. Коллектив автоматов в отличие от независимой системы автоматов анализирует лабиринты с учетом положения его членов в лабиринте.

М. Блюм и Д. Козен [19] показали, что один автомат с двумя камнями или коллектив из двух автоматов могут обойти все конечные плоские мозаичные лабиринты. Ф. Хофман [20] установил, что один автомат с одним камнем не решает эту задачу.

В работе [4] дается обзор работ по проблеме распознавания шахматного лабиринта с помощью коллектива автоматов. Обсуждаемая проблемная область охватывает следующий круг вопросов:

1) возможность обхода коллективом автоматов лабиринтов различных классов;

2) задачу о встрече коллективов автоматов в лабиринте;

3) взаимодействие двух автоматов, имитирующих поведение "хищник—жертва", где "хищник" пытается догнать жертву, а та — убежать от него.

Возможны также различные варианты усложнения задачи прохождения лабиринта. Одно из них заключается в размещении препятствий случайным образом в коридорах лабиринта. Положим, что автомат знает карту лабиринта, но расположение препятствий ему не известно. Тогда препятствие остановится обнаруженным автоматом только в зоне его прямой видимости.

С задачей обхода тесно связана проблема остановки автомата в лабиринте после его обхода.

Подытожим изложенное, следуя работе [4].

Изучение поведения автоматов в лабиринтах привело к созданию и утверждению важного направления в теории автоматов. Разработан понятийный аппарат, позволяющий решать имеющиеся проблемы и формулировать новые.

Основная проблематика для автоматов в лабиринтах включает задачу описания тех автоматов и коллективов автоматов, которые обходят лабиринты из заданного класса. В случае, когда для класса лабиринтов отсутствуют автоматы заданного типа, обходящие эти лабиринты, возникает задача выделения ловушек. В качестве главной модели выступают конечные автоматы в конечных и бесконечных плоских мозаичных лабиринтах.

В работе [21] рассматриваются задачи управления распределенными мобильными системами, элементами которых являются группа МР и, возможно,

совокупность стационарных сенсорных устройств, предназначенных для мониторинга окружающей среды. Движение данной системы задается в *терраине* — ограниченной прямоугольной областью с препятствиями. Для точек террайна вводится отношение видимости: две точки  $x, y$  видимы одна из другой (что записывается как  $x \sim y$ ), если отрезок  $[x, y]$  не пересекает препятствий (но может их касаться). Это отношение является толерантностью, т.е. удовлетворяет свойствам рефлексивности и симметричности (но не обязательно является транзитивным).

В работе [21] в качестве ведущей выделяется задача автономного мобильного патрулирования — информационного мониторинга среды, одной из целей которого является обнаружение и сопровождение динамических объектов. Данный тип задач берет начало от задачи Парсонса "преследования—уклонения" на графах, сформулированной им в 1976 г. [22, 23]. В работе [21] авторы приводят обзор своих работ и работ других авторов по рассматриваемой проблематике.

В работе [24] отмечается, что при распознавании графа несколькими блуждающими по нему агентами основная проблема состоит в обеспечении эффективности их взаимодействия в целях уменьшения затрат времени и памяти на распознавание. Для этого необходимо, чтобы блуждающие агенты не мешали друг другу и не дублировали работу друг друга. Необходимый результат предлагается достичь посредством окраски элементов графа, а также информационного взаимодействия агентов.

В работе [25] рассматривается задача построения автономным мобильным агентом топологической модели своей операционной среды, которая представляет собой связный неориентированный граф с помеченными вершинами. Автором предложен полиномиальный алгоритм восстановления и разметки графа среды для коллектива из агента-исполнителя и агента-вычислителя.

## Мультиагентные системы

В общем арсенале средств интеллектуализации автоматических систем все большее признание получает агентная парадигма [26, 27], которая во многом определяет перспективы развития интеллектуальной робототехники [28].

Под *агентом* понимается любая сущность, которая может воспринимать среду обитания (внешний мир) и воздействовать на нее [29—31]. Искусственный агент может иметь программно-аппаратную (робот) или программную (софбот) реализацию. Программные агенты — это компьютерные программы, которые исполняются асинхронно в соответствии с предписанным им целенаправленным поведением.

Агент способен автономно решать возложенные на него задачи, адаптироваться к изменениям во

внешнем окружении, а также общаться с другими агентами для достижения глобальных целей.

Агенты можно классифицировать по степени развития внутреннего представления внешнего мира и способу реализации поведения. Исходя из этого выделяют два типа агентов — реактивные и интеллектуальные.

*Реактивные* агенты имеют примитивную внутреннюю модель внешнего мира. Для них характерно использование концепции состояния и простейших механизмов поведения типа "стимул—состояние—реакция". Как следствие, реактивные агенты обладают весьма ограниченной возможностью предвидения и практически не способны планировать свои действия. В простейшем варианте реакция агента на внешние события генерируется конечным автоматом, а их поведение описывается языком формальных грамматик.

ИА отличаются от реактивных агентов наличием у них встроенной *базы знаний* и развитого *механизма планирования действий*.

Ментальные свойства агента выражают следующие категории:

- *ощущения* (perceptions) — восприятие обстановки;
- *убеждения* (beliefs) — переменная часть знаний агента о мире;
- *цели* (goals) — желаемый результат воздействий на внешний мир;
- *намерения* (intentions) — сформировавшийся план действий.

*Многоагентная система* (МАС) — система агентов, взаимодействующих между собой. МАС строится как сообщество агентов, которые могут общаться друг с другом с помощью некоторого языка коммуникаций ACL (Agent Communication Language). Агрегированное поведение МАС проявляется вследствие локальных взаимодействий отдельных агентов, которые осуществляют посредством коммуникаций. У агентов общая цель. Предполагается их взаимодействие для ее достижения.

Поведение агента определяется процессами выполнения базовых функций. Принципы организации этих процессов и структура их информационного взаимодействия определяются архитектурой ИА.

Наибольшее признание получили гибридные архитектуры ИА [32, 33], в которых объединяются реактивный уровень, поддерживающий способность агента быстро реагировать на события, и делиберативный уровень, обеспечивающий решение задач планирования.

Функциональность ИА основана на решении следующих задач:

- восприятие обстановки, поддержка коммуникаций и исполнение действий;
- контроль внешней обстановки и результатов действий агентов;
- реактивное управление поведением;
- локальное планирование поведения;
- организация кооперативного поведения;

- анализ окружающей среды в целях построения ее модели;
  - прогнозирование состояния внешнего мира;
  - стратегическое планирование поведения и др.
- Данные задачи распределяются по иерархическим уровням вертикально организованной архитектуры агентов [32].

Наглядным примером может служить InteRRaP-архитектура — ее управляющий компонент имеет три иерархических уровня: реактивный, локально- и кооперативного планирования [34, 35].

*Реактивный уровень* реализует реактивное поведение агента, причем для этого используются фрагменты поведения — шаблонные заготовки реакции агента на стандартные ситуации.

*Уровень локального планирования* позволяет строить локальные планы автономного поведения агента и активирует реактивное поведение через нижележащий уровень управления.

*Уровень кооперативного планирования* конструирует планы коллективного поведения агентов.

Информационная структура агента включает *рабочую память*, которая служит для хранения текущих данных.

Основу компетенции агента составляют процедурные и декларативные знания о мире: они хранятся в иерархической базе знаний и необходимы для решения функциональных задач.

Общая для всех агентов оперативная информация отображается на доске объявлений.

Под *миссией* агента будем понимать главную задачу (главную цель) его деятельности. Конкретизация миссии приводит к *дереву целей*, которое состоит из целей нескольких уровней: главная цель и подчиненные ей цели первого, второго и последующего уровней. Самый нижний уровень образован локальными целями. Достижение главной цели предполагает реализацию частных целей.

Высокоуровневой моделью поведения агентов является *сценарий деятельности* — он предписывает правила поведения агентов для достижения локальных целей.

Нас интересует вопрос применения ИА в качестве универсальных обходчиков лабиринтов. Поэтому их архитектура должна позволять решать следующие базисные задачи:

- 1) составить карту лабиринта;
- 2) спланировать оптимальный маршрут движения к цели;
- 3) исполнить движение по выработанному маршруту;
- 4) реализовать обход дополнительно выявляемых в ходе движения препятствий и опасных мест.

При этом необходимо учитывать возможность их кооперирования для достижения общих целей.

*Пример.* Рассмотрим задачу обхода шахматного лабиринта группой агентов. Положим, зоной обзора агента является окрестность фон Неймана, т.е. четыре его окружающие клетки. Двигательный ме-

ханизм агента дает возможность делать шаг в пределах данной окрестности.

Здесь частные цели — обход каждого помещения, составление плана помещения, составление карты лабиринта, прокладка кратчайших маршрутов и др.

Сценарий устанавливает общие правила действий агентов наподобие следующих:

1. Помещения обходятся последовательно одно за другим.

2. Каждое помещение вначале проходится по его периметру, в результате чего устанавливается наличие проходов в нем.

3. Если в неразведанное или частично разведанное помещение зашли несколько агентов, то один из них продолжает его обход, а остальные стремятся покинуть его.

4. План каждого разведанного помещения наносится на карту лабиринта.

5. Для прохождения к неразведанным помещениям через разведанную часть лабиринта прокладываются кратчайшие маршруты и т.п.

### Мир Вампуса

Простой испытательной средой для ИА являются микромиры [36], одним из которых является так называемый мир Вампуса [31]. Виртуальные лабиринты по существу являются такими же микромирами.

Мир Вампуса — это пещера, состоящая из залов, соединенных проходами. По пещере бродит Вампус — страшный зверь, который поедает каждого, кто входит в зал, где он находится. В пещере действует агент (охотник), он ищет золото. Агент может убить Вампуса стрелой. В пещере имеются бездонные ямы, в которые может провалиться агент, но это исключено для Вампуса, поскольку он слишком велик для них. Местоположение ям, золота и Вампуса неизвестны.

Уточним исходные данные задачи.

Среда. Пещера моделируется в виде клеточного пространства, в котором залы представлены клетками. Проходам между залами отвечают общие границы клеток. Агент не знает конфигурацию среды.

Исполнительные механизмы. Агент может двигаться вперед, поворачиваться влево и вправо на 90°. Он может выстрелить стрелой лишь один раз и прямо перед собой.

Датчики. Агент имеет пять датчиков, посредством которых он воспринимает внешний мир: 1) чувствует ветерок в соседних с ямой залах; 2) попадая в зал с золотом, видит его; 3) ощущает соприкосновение со стеной; 4) чувствует неприятный запах, если Вампус находится в соседнем зале; 5) слышит жалобный крик смертельно пораженного Вампуса.

Интеллект. Поведение агента базируется на логических рассуждениях, для чего применяются пропозициональная логика и логика предикатов.

Далее при обсуждении функциональных свойств ИА будут использоваться примеры, относящиеся к миру Вампуса.

### Ситуационный подход

Ситуационный подход находит широкое применение в сфере организационного управления, автоматизации сложных технических систем, а также в системах искусственного интеллекта. Его истоки правомерно связывать с работой Дж. Маккарти [37], в которой развивается *ситуационное исчисление* — формальный аппарат для построения модели мира и выполнения рассуждений о воздействиях на мир.

Ситуационный подход также актуален для проблематики агентно-ориентированного проектирования систем [27].

Многие исследователи отождествляют понятия ситуации и состояния системы (см., например, работы [38, 39]). Так, у Д. А. Поспелова [39] находим следующую формулировку: "текущая ситуация — совокупность всех сведений о структуре объекта и его функционировании в данный момент времени". Однако такое определение ситуации малопродуктивно для МАС.

Как правило, агент не располагает полной информацией об окружающей среде (ОС). В связи с этим Д. А. Поспелов в работе [40] специально вводит понятие *открытых сред*, предполагающее отказ от постулата полноты знаний у агента и введение локальных описаний среды обитания. Согласно работе [41] к числу фундаментальных свойств ИА относятся способность восприятия среды с *ограниченным разрешением* и способность строить *локальное* представление этой среды на основе ее восприятия. Именно такой случай имеет место в задачах прохождения агентами неизвестного лабиринта.

Агенты воспринимают лишь ограниченную часть ОС и руководствуются лишь локальным представлением о ней, которое выражается понятием ситуации. Ситуация характеризуется совокупностью некоторых динамических факторов (условий и обстоятельств), которые воспринимаются агентом в данное конкретное время и определяют его дальнейшее поведение.

**Примеры.** Следующие примеры демонстрируют возможные дескрипторы ситуаций:

1. Исходная ситуация: агент вошел в неразведанный коридор и начинает перемещаться вдоль него. Возможны два события в процессе его следования по коридору: обнаружил вход в помещение, либо оказался в тупике. Каждое из этих событий порождает новую ситуацию, в которой необходимо принимать определенное решение по дальнейшим действиям.

2. Для агентов, осуществляющих групповой поиск выхода из лабиринта, текущая ситуация определяется местонахождением всех членов МАС и картой, составленной для разведанной части лабиринта.

3. Для агента в мире Вампуса текущая ситуация определяется текущими показаниями датчиков и данными, накопленными агентом в процессе блуждания по пещере.

Простейшая ситуационная модель поведения агентов является статической и строится на основе продукций "ситуация—действие". Однако для планирования поведения ИА необходима динамическая ситуационная модель, дополненная событийным механизмом контроля ситуаций. В этом случае цикл управления поведением агента, инициированный некоторым событием, включает следующие этапы: анализ ситуации — генерация локальной цели — планирование действий — исполнение плана.

Фактические результаты действий агента могут отличаться от запланированных вследствие наступления неблагоприятных событий. В этом случае осуществляется корректировка локальной цели и соответствующего локального плана действий.

### Ситуационные модели поведения агентов

Обсудим методологические аспекты ситуационного моделирования поведения ИА.

Будем полагать, что МАС — группа из  $n$  равноправных агентов.

Введем обозначения:

- $X, A, U$  — соответственно пространство состояний, алфавит (конечное множество) действий и множество стратегий поведения каждого агента в МАС;
- $X_T, A_T, U_T$  — соответственно пространство состояний, алфавит действий и множество стратегий поведения группы агентов.

Пусть  $A^*$  — множество всех строк в алфавите  $A$ . Возможные стратегии  $u \in U$  будем рассматривать в качестве строк в алфавите  $A$ , а  $U$  — как формальный язык в данном алфавите:

$$U \subseteq A^*.$$

Аналогично определяется множество групповых стратегий  $U_T$ :

$$U_T = (A_T)^*.$$

Если агенты действуют автономно, то  $X_T = (X)^n$  и  $A_T = A^n$ .

Поведение МАС подчиняется поставленным локальным целям и зависит от процессов в окружающей среде.

Введем дополнительные обозначения:

- $X_W, Z$  — соответственно пространство состояний ОС и ситуационное пространство МАС;
- $E_W$  — множество возможных событий во внешнем мире.

Взаимодействие агентов с ОС описывается уравнениями вида

$$x_W(t+1) = f_W(x_W(t), e(t), a_T(t)); \quad (5)$$

$$x_T(t+1) = f_T(x_W(t), x_T(t), a_T(t)), \quad (6)$$

где  $x_W \in X_W$  — состояние ОС;  $x_T \in X_T$  — состояние системы агентов;  $e \in E_W$  — событие во внешней среде;  $a_T \in A_T$  — кортеж групповых действий агентов;  $f_W: X_W \times E_W \times A_T \rightarrow X_W$ ,  $f_T: X_W \times X_T \times A_T \rightarrow X_T$  — функции перехода состояний ОС и МАС.

Процессы в системе (5)—(6) протекают в абстрактном времени

$$t \in \{0, 1, 2, \dots\}.$$

По характеру отсчета дискретного времени процессы могут быть синхронными и асинхронными. В первом случае моменты времени определяются принудительно синхронизирующими сигналами. Во втором случае ход времени связан с изменениями в мире.

Текущая ситуация  $z(t) \in Z$  определяется состоянием ОС и МАС:

$$z(t) = g(x_W(t), x_T(t)),$$

где  $g: X_W \times X_T \rightarrow Z$  — оператор идентификации ситуаций.

Далее  $Y$  — множество локальных целей (пространство целей), а  $X_G$  — пространство состояний главной задачи, под которым будем понимать булеан множества  $Y$ , т.е. множество всех его подмножеств. Тогда  $x_G(t) \in X_G$  — множество всех локальных целей, достигнутых к моменту времени  $t$ .

Необходимость в изменении локальной цели возникает при наступлении определенных ситуаций. Положим, такая ситуация возникла в момент времени  $t = t'$ . Процедура целеполагания описывается моделью вида

$$y(t') = f_G(x_G(t'), z(t')),$$

где  $x_G$  — состояние задачи,  $z \in Z$  — ситуация,  $y \in Y$  — новая локальная цель;  $f_G: X_G \times Z \rightarrow Y$ .

Выбор стратегий поведения ИА зависит от новой цели и текущей ситуации:

$$u_{T|t'+1} = h(y(t'), z(t')), \quad h: Y \times Z \rightarrow U_T.$$

Функционирование МАС определяется следующими факторами:

- 1) начальной ситуацией  $z(0)$ ;
- 2) событиями в ОС  $e(0), e(1), e(2), \dots$ ;
- 3) действиями агентов  $a_T(0), a_T(1), a_T(2), \dots$ .

Эффективным средством описания ситуаций является логика предикатов первого порядка.

Ситуационную модель системы можно представить *ситуационным графом*. Для этого необходимо расширить число типов контролируемых событий. Пусть  $E_G$  и  $E_T$  — множества событий, связанных с процессами целеполагания и действиями агентов соответственно. Введем также множество всех возможных событий без дифференциации их типа:

$$E = E_G \cup E_W \cup E_T.$$

В ситуационном графе вершины представляют ситуации, а ориентированные ребра означают события  $e \in E$  и отражают смену ситуаций.

## Координация действий агентов

Каждый агент имеет доступ к совместно формируемой карте лабиринта, на которой отображается их текущее местоположение. Данная карта является динамической компонентой его базы знаний. Агенты посредством доски объявлений обмениваются информацией о своих намерениях, чтобы избежать конфликтных ситуаций, например, встречного движения по узкому коридору.

Процедура анализа лабиринта направлена на поэтапное составление его карты. На ее основе осуществляется планирование маршрутов перемещений агентов. Эффективность совместных действий агентов оценивается временем прохождения лабиринта и общей длиной пройденных маршрутов. Процесс координации действий агентов в лабиринте должен быть направлен на согласование перемещений агентов с целью минимизировать эти показатели.

## Задачи оптимальной маршрутизации

Многие задачи для лабиринтов с известной конфигурацией сводятся к базисной задаче построения кратчайшего маршрута, соединяющего заданные точки лабиринта. Для ее решения могут быть использованы известные результаты в области планирования траекторий движения мобильных роботов, которые достаточно полно освещены в работах [42—45]. Это касается и проблематики совместного планирования прохождения лабиринта группой агентов — здесь также следует учитывать результаты исследования вопросов планирования и координации движения для группы МР (см., например, [46—48]).

Среди алгоритмов построения кратчайшего маршрута в лабиринте [49] весьма популярным является волновой алгоритм (алгоритм Ли) [50, 51]. Однако данный алгоритм оказывается трудоемким для лабиринтов с большим числом ячеек и поэтому малоприменим для задач, в которых вследствие динамически изменяющихся условий требуется оперативно прокладывать новые маршруты. В этом случае предлагается исходную оптимизационную задачу для клетчатого лабиринта редуцировать к более простой задаче поиска кратчайшего маршрута на взвешенных графах. Идея такого сведения заключается в следующем.

Полагаем, что лабиринт состоит из помещений — залов и соединяющих их коридоров. В залах могут находиться препятствия, которые необходимо обходить. Положим, что в каждом проходном помещении построены кратчайшие внутренние трассы, соединяющие различные входы помещения. Данная задача может решаться с помощью волнового алгоритма или других известных алгоритмов, например, *метода графа видимости* (visibility graphs) или *метода декомпозиции на ячейки* (cell decom-

position) [42—45]. Здесь можно отметить также алгоритмы, обсуждаемые в работе [52].

Построенные трассы будем рассматривать как сегменты геометрического графа: его вершины соответствуют точкам входа в помещения, а ребра — построенным трассам. Данный граф, по сути, является *дорожной картой* (roadmap) [43]. Далее решается задача поиска кратчайших маршрутов по дорожной карте каким-либо стандартным алгоритмом (см., например, [49, 53]).

Задача оптимальной маршрутизации возникает также на этапе распознавания лабиринта — при прохождении агентами через разведанную часть лабиринта к неразведанным помещениям.

## Выводы

Задача анализа и прохождения неизвестной среды блуждающими по нему автоматами является предметом изучения теоретической информатики. Весьма популярной геометрической моделью такой среды является лабиринт.

Многие принципиальные аспекты алгоритмизации поведения МР могут быть изучены посредством компьютерного моделирования лабиринтного поиска. В статье обсуждается концепция виртуальных лабиринтов и обитающих в них виртуальных роботов.

Дан краткий обзор результатов исследований поведения конечных автоматов в лабиринтах.

Проведен анализ базовых функции и архитектуры ИА, способных решать широкий класс лабиринтных задач.

Исследован вопрос построения ситуационных моделей поведения ИА. Простейшая ситуационная модель поведения агентов является статической и строится на основе продукций "ситуация—действие". Однако для планирования поведения ИА необходима динамическая ситуационная модель, дополненная событийным механизмом контроля ситуаций. В этом случае цикл управления поведением агента включает следующие этапы: анализ ситуации — генерация локальной цели — планирование действий — исполнение плана. Предложена формальная схема построения математических моделей процессов ситуационного управления и планирования действий интеллектуальных агентов.

Приводятся соображения по координации действий агентов. Предложен метод оптимизации маршрутов движения в лабиринте, основанный на сведениях исходной оптимизационной задачи для клетчатого лабиринта к более простой задаче поиска кратчайшего маршрута на взвешенных графах.

## Список литературы

1. Кудрявцев В. Б., Килибарда Г., Ушчумлич Ш. М. О поведении автоматов в лабиринтах // Дискретная математика. 1992. Т. 4, Вып. 3. С. 3—28.

2. **Кудрявцев В. Б., Килибарда Г., Ушчумлич Ш. М.** Независимые системы автоматов в лабиринтах // Дискретная математика. 2003. Т. 15, Вып. 2. С. 3—39.
3. **Килибарда Г., Кудрявцев В. Б., Ушчумлич Ш. М.** Коллективы автоматов в лабиринтах // Дискретная математика. 2003. Т. 15, Вып. 3. С. 3—39.
4. **Кудрявцев В. Б., Килибарда Г., Ушчумлич Ш. М.** Системы автоматов в лабиринтах // Интеллектуальные системы. 2006. Т. 10, Вып. 1—4. С. 449—562.
5. **Маргынченко Ю. Г.** Динамика мобильных роботов // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6, № 5. С. 110—116.
6. **Micromouse** — конкурс для маленьких роботов. URL: <https://geektimes.ru/post/133577/>.
7. **Рейнер П.** Роботы, лабиринты и архитектура поглощения. URL: <http://pandia.ru/text/79/049/45546.php>.
8. **Shannon C. E.** Presentation of a Maze-Solving Machine // Cybernetics Trans. of the 8th Conf. of the Josiah Macy Jr. Found / Editor: H. Forester, 1951. P. 173—180.
9. **Гарднер М.** Математические головоломки и развлечения. М.: Мир, 1999. 447 с.
10. **Басакер Р., Саати Т.** Конечные графы и сети. М.: Наука, 1974. 368 с.
11. **Freeman H.** On the Encoding of Arbitrary Geometric Configurations // IEEE Trans. Electron. Comput. 1961. Vol. 10, N. 2. P. 260—268.
12. **Дьорр К.** Automaten in Labirinth. I // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1971. Vol. 7, N. 2. P. 79—94.
13. **Дьорр К.** Automaten in Labirinth. II // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1971. Vol. 7, N. 3. P. 167—190.
14. **Budach L.** Automata and Labyrinths // Mathematische Nachrichten. 1978. Vol. 86. P. 195—282.
15. **Müller H.** Automata Catching Labyrinths with at Most Three Components // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1979. Vol. 15, N. 1/2. P. 3—9.
16. **Зыричев А. Н.** О синтезе автомата, обходящего плоские лабиринты с ограниченными дырами // Дискретная математика. 1991. Т. 3, Вып. 1. С. 105—113.
17. **Fischer P. C.** Multi-Tape and Infinite-State Automata: A survey // Communication of the ACM. 1965. Vol. 8, N. 12. P. 799—805.
18. **Antelmann H., Budach L., Rollik H. A.** On Universale Traps // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1979. Vol. 15, No. 3. P. 123—131.
19. **Blum M., Kozen D.** On the Power of the Compass // Proc. 19th Annual Symposium on Foundations of Computer Sci. 1978. C. 132—142.
20. **Hoffmann F.** One pebble does not suffice to search plane labyrinths // Lecture Notes of Computer Science. 1981. Vol. 117. P. 433—444.
21. **Ахтеров А. В., Кирильченко А. А., Павловский В. Е., Рогозин К. В.** Способы управления распределенной мобильной системой в условиях неопределенности // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2012. № 67. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-67>.
22. **Parsons T. D.** Pursuit-Evasion in a Graph / In Theory and Applications of Graphs. Springer-Verlag. 1976. P. 426—441.
23. **Megiddo N., Hakimi S. L., Garey M. R., Johnson D. S., Papadimitriou C. H.** The Complexity of Searching a Graph // Journal of the ACM. 1988. Vol. 35, N. 1. P. 18—44.
24. **Степкин А. В.** Использование коллектива агентов для распознавания графа // Компьютерные исследования и моделирование. 2013. Т. 5. № 4. С. 525—532.
25. **Сапунов С. В.** Восстановление графа с помеченными вершинами перемещающимся по нему мобильным агентом // Известия Саратовского ун-та. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15, Вып. 2. С. 228—238.
26. **Теряев Е. Д., Петрин К. В., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Агентные технологии в автоматизированных информационно-управляющих системах. Ч. I. Основы агентного подхода // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 7. С. 11—27.
27. **Теряев Е. Д., Петрин К. В., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Агентные технологии в автоматизированных информационно-управляющих системах. Ч. II. Агентные решения в задачах контроля и управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 10. С. 25—34.
28. **Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Худак Ю. И., Кучерский Р. В.** Модели и алгоритмы планирования действий и распределения заданий в мультиагентных робототехнических системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5. С. 44—50.
29. **Jennings N. R., Wooldridge M. J.** Agent Technology. Berlin; Heidelberg; New-York: Springer-Verlag, 1998.
30. **Wooldridge M. J.** An Introduction to MultiAgent Systems. John Wiley & Sons Ltd, 2002. 366 p.
31. **Рассел С., Норвиг П.** Искусственный интеллект: современный подход. М.: ИД "Вильямс", 2007. 1408 с.
32. **Городецкий В. И., Грушинский М. С., Хабалов А. В.** Многоагентные системы (обзор) // Новости искусственного интеллекта. 1998. № 2. С. 64—116.
33. **Швецов А. Н.** Агентно-ориентированные системы: от формальных моделей к промышленным приложениям // Всероссийский конкурсный отбор обзорно-аналитических статей по приоритетному направлению "Информационно-телекоммуникационные системы". 2008. 101 с.
34. **Ржевский Дж.** Мультиагентные системы в логистике и e-коммерции // International Conference on Intelligent Manufacturing. Wuhan, China, 1995.
35. **Muller J. P.** The Design of Intelligent Agents: A Layered Approach. Springer-Verlag, Berlin. 1996.
36. **Люгер Дж. Ф.** Искусственный интеллект: стратегия и методы решения сложных проблем. М.: Изд. дом "Вильямс", 2005. 864 с.
37. **McCarthy J.** Situations, Actions and Causal Laws // Stanford Artificial Intelligence Project: Memo2, 1963.
38. **Клыков Ю. И.** Ситуационное управление большими системами. М.: Энергия, 1974. 136 с.
39. **Поспелов Д. А.** Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. 288 с.
40. **Поспелов Д. А.** От коллектива автоматов к мультиагентным системам // Труды Междунар. семинара "Распределенный искусственный интеллект и многоагентные системы" (DAIMAS'97). СПб., 1997. С. 319—325.
41. **Тарасов В. Б.** Агенты, многоагентные системы, виртуальное сообщества: стратегическое направление в информатике и искусственном интеллекте // Новости искусственного интеллекта. 1998. № 2. С. 5—64.
42. **Sieewart R., Nourbakhsh I. R.** Introduction to Autonomous Mobile Robots. Massachusetts: Bradford Book, 2004. 340 p.
43. **Choset H., Lynch K. M., Hutchinson S., Kantor G., Burgard W., Kavraki L. E., Thrun S.** Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms and Implementations. MIT Press, Cambridge, MA, 2005. 603 p.
44. **LaValle S. M.** Planning Algorithms. Cambridge. U. K.: Cambridge University Press, 2006. 1007 p.
45. **Coenen S. A. M., Steinbuch M., van de Molengraff M. J. G., Lunenburg J. J. M., Maus G. J. L.** Motion Planning for Mobile Robots: a Guide. Eindhoven, Eindhoven University of Technology. 2012. 79 p.
46. **Parker L. E.** Path Planning and Motion Coordination in Multiple Mobile Robot Teams. Encyclopedia of Complexity and System Science. R. A. Meyers (ed.). Springer Verlag, 2009. P. 5783—5800.
47. **Desaraju V. R., How J. P.** Decentralized Path Planning for Multi-Agent Teams with Complex Constraints // Autonomous Robots. January 2012. P. 1—19.
48. **Alonso-Mora J.** Collaborative Motion Planning for Multi-Agent Systems, Dr. Diss. Eidgenössische Technische Hochschule ETH Zurich. No 21705. 2014. 176 p.
49. **Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К.** Алгоритмы: построение и анализ. М.: Вильямс, 2013. 1328 с.
50. **Rubin F.** The Lee path connection algorithm // IEEE Transactions on Computers. 1974. Vol. C-23, Iss. 9. P. 907—914.
51. **Волновой** алгоритм поиска пути. URL: <http://www.100byte.ru/100btwrks/wv/wv.html>.
52. **Алдошкин Д. Н., Царев Р. Ю.** Поиск пути мобильного робота в условиях наличия препятствий и неполноты информации о среде // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 7. С. 465—470.
53. **Изотова Т. Ю.** Обзор алгоритмов поиска кратчайшего пути в графе // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. 2016. Вып. 19. С. 341—344.

# The Problem of Maze Passage by the Intelligent Agents

**A. B. Filimonov**, filimon\_ab@mail.ru,  
Moscow Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation,  
**N. B. Filimonov**, nbfilimonov@mail.ru✉,  
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation  
**V. Ju. Tikhonov**, bot-32@ya.ru,  
Moscow Technological University, 119454, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Filimonov Nikolay B.**, Professor, Dr. Sci. Tech.,  
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation,  
e-mail: nbfilimonov@mail.ru

Received on July, 20, 2016

Asepted on July, 30, 2016

The problems of the analysis and passage of the unknown medium by wandering automata over it is the subject of the study of the theoretical computer science. The maze is very popular geometric model of such medium. The mazes as the artificial testing medium for the experimental research of traffic control algorithms of the autonomous mobile robots are widely used in robotics. The paper is dedicated to the problems of maze passage by robotic intelligent agents (IA). The most principle aspects of the algorithmization of mobile robots conduct may be study by means of computer simulation of maze search. The conception of virtual mazes and virtual robots living in them is discussed in the article. It is given the short review of the results of the theoretical researches of the final automata conduct in chess mazes. They permit to understand the possibilities of mazes passage by the reactive agents. The problem of going around of mazes by the IA occupies the central place in the article. The IA in contrast to the reactive agents are capable to analyze the habitat, to design and optimize its own conduct. In connection with it the statement of the maze problems is changed cardinally. The architecture of the IA which are able to decide the wide class of the maze problems is analyzed. The question of the structure of the situating models of IA conduct occupies the central place in the article. The simplest situating model of the agents' conduct is the static one and it is constructed on the basis of the productions "situation-action". But for the planning of IA conduct it is necessary the dynamic situating model complemented with the event mechanism of the situations control. In this case the cycle of control by the agent conduct has the following stages: the analysis of the situation — the generation of local purpose — the planning of actions — the fulfillment of plan. The formal scheme of the structure of the mathematical models of the situating control processes and the planning of the actions of the IA is proposed. The considerations about the co-ordination of the agents' actions are reduced. The method of the optimization of the routes of the movement in the maze based on the reduction of the initial optimization problems for the checked maze to more simple problem of search of the shortest route of the weigh graphs is suggested.

**Keywords:** chess maze, automata conduct, intelligent agents, architecture, the situating model of conduct, planning of actions, optimization of routes

**Acknowledgements:** The work was supported by grant of the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 16-08-00313-a).

For citation:

**Filimonov A. B., Filimonov N. B., Tikhonov V. Ju.** The Problem of Maze Passage by Intelligent Agents, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 11, pp. 750—761.

DOI: 10.17587/mau.17.750-761

## References

1. **Kudryavcev V. B., Kilibarda G., Ushchumlich Sh. M.** *O povedenii avtomatov v labirintah* (About the behavior of automata in labyrinths), *Diskretnaya Matematika*, 1992, vol. 4, iss. 3, pp. 3—28 (in Russian).
2. **Kudryavcev V. B., Kilibarda G., Ushchumlich Sh. M.** *Nezavisimye sistemy avtomatov v labirintah* (Independent systems of automata in labyrinths), *Diskretnaya Matematika*, 2003, vol. 15, iss. 2, pp. 3—39 (in Russian).
3. **Kilibarda G., Kudryavcev V. B., Ushchumlich Sh. M.** *Kollektivny avtomatov v labirintah* (Collectives of automata in labyrinths), *Diskretnaya Matematika*, 2003, vol. 15, iss. 3, pp. 3—39 (in Russian).
4. **Kudryavcev V. B., Kilibarda G., Ushchumlich Sh. M.** *Sistemy avtomatov v labirintah* (About the behavior of automata in labyrinths), *Intellektual'nye Sistemy*, 2006, vol. 10, iss. 1-4, pp. 449—562 (in Russian).
5. **Martynenko Yu. G.** *Dinamika mobil'nyh robotov* (Dynamics of mobile robots), *Sorosovskij Obrazovatel'nyj Zhurnal*, 2000, vol. 6, no. 5, pp. 110—116 (in Russian).
6. **Micromouse** — konkurs dlya malen'kih robotov (Micromouse — competition for small robots), available at: <https://geektimes.ru/post/133577/>.
7. **Rejner P.** *Roboty, labirinty i arhitektura pogloshcheniya* (Robots, mazes, and subsumption architecture), available at: <http://pandia.ru/text/79/049/45546.php>.
8. **Shannon Cl. E.** Presentation of a Maze-Solving Machine, *Cybernetics Trans. of the 8th Conf. of the Josiah Macy Jr. Found.*, Editor: H. Forester, 1951, P. 173—180.
9. **Gardner M.** *Matematicheskie golovolomki i razvlecheniya* (Mathematical puzzles and entertainment), Moscow, Mir, 1999, 447 p.
10. **Basaker R., Saati T.** *Konechnye grafy i seti* (Finite graphs and networks), Moscow, Nauka, 1974, 368 p.
11. **Freeman H.** On the Encoding of Arbitrary Geometric Configurations, *IEEE Trans. Electron. Comput.*, 1961, vol. 10, no. 2, pp. 260—268.
12. **Döpp K.** Automaten in Labirint. I, *Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik*, 1971, vol. 7, no. 2, pp. 79—94.
13. **Döpp K.** Automaten in Labirint. II, *Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik*, 1971, vol. 7, no. 3, pp. 167—190.
14. **Budach L.** Automata and Labyrinths, *Mathematische Nachrichten*, 1978, vol. 86, pp. 195—282.
15. **Müller H.** Automata Catching Labyrinths with at Most Three Components, *Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik*, 1979, vol. 15, no. 1/2, pp. 3—9.
16. **Zyrichev A. N.** *O sinteze avtomata, obhodyashchego ploskie labirinty s ogranichennymi dyrami* (About the synthesis of the machine, bypassing the flat labyrinths with limited holes), *Diskretnaya Matematika*, 1991, vol. 3, iss. 1, pp. 105—113 (in Russian).
17. **Fischer P. C.** Multi-Tape and Infinite-State Automata: A Survey, *Communication of the ACM*, 1965, vol. 8, no. 12, pp. 799—805.
18. **Antelmann H., Budach L., Rollik H. A.** On Universale Traps, *Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik*, 1979, vol. 15, no. 3, pp. 123—131.
19. **Blum M., Kozen D.** On the Power of the Compass, *Proc. 19th Annual Symposium on Foundations of Computer Sci.*, 1978, pp. 132—142.

20. **Hoffmann F.** One Pebble does not Suffice to Search Plane Labyrinths, *Lecture Notes of Computer Science*, 1981, vol. 117, pp. 433–444.
21. **Ahterov A. V., Kiril'chenko A. A., Pavlovskij V. E., Rogozin K. V.** *Sposoby upravleniya raspredelennoj mobil'noj sistemoy v usloviyah neopredelennosti* (The control methods by the distributed mobile system in the conditions of uncertainty), *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha*, 2012, no. 67, 32 p., available at: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-67>.
22. **Parsons T. D.** Pursuit-Evasion in a Graph, *In Theory and Applications of Graphs*, Springer-Verlag, 1976, pp. 426–441.
23. **Megiddo N., Hakimi S. L., Garey M. R., Johnson D. S., Papadimitriou C. H.** The Com-plexity of Searching a Graph, *Journal of the ACM*, 1988, vol. 35, no. 1, pp. 18–44.
24. **Stepkin A. V.** *Ispol'zovanie kolektiva agentov dlya raspoznaniya grafa* (The use of a team of agents to recognize the graph), *Kompyuternye Issledovaniya i Modelirovanie*. 2013, vol. 5, no. 4, pp. 525–532 (in Russian).
25. **Sapunov S. V.** *Vosstanovlenie grafa s pomechennymi vershinami peremeshhayu-shhimsya po nemu mobil'nym agentom* (Reconstruction of a Labeled Graph by a Graph-walking Mobile Agent), *Izvestiya Saratovskogo un-ta. Novaya seriya. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2015, vol. 15, iss. 2, pp. 228–238 (in Russian).
26. **Teryaev E. D., Petrin K. V., Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Agentnye tekhnologii v avtomatizirovannykh informacionno-upravlyayushchih sistemah. Ch. I. Osnovy agentnogo podhoda* (Agent Technologies for Automated Information Control Systems. Part I. The Bases of Agent Approach), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2010, no. 7, pp. 11–27.
27. **Teryaev E. D., Petrin K. V., Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Agentnye tekhnologii v avtomatizirovannykh informacionno-upravlyayushchih sistemah. Ch. II. Agentnye resheniya v zadachah kontrolya i upravleniya* (Agent Technologies for Automated Information-Control Systems. Part II. The Agent Decision in Problems of Control and Management), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, no. 10, pp. 25–34 (in Russian).
28. **Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P., Kryuchenkov E. N., Hudak Yu. I., Kucherskiy R. V.** *Modeli i algoritmy planirovaniya dejstviy i raspredeleniya zadaniy v mul'tiagentnykh robototekhnicheskikh sistemah* (Action Planning and Tasks Distribution Models and Algorithms for Multiagent Robotic Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 5, pp. 44–50 (in Russian).
29. **Jennings N. R., Wooldridge M. J.** *Agent Technology*, Berlin; Heidelberg; New-York: Springer-Verlag, 1998.
30. **Wooldridge M. J.** *An Introduction to MultiAgent Systems*, John Wiley & Sons Ltd, 2002, 366 p.
31. **Rassel S., Norvig P.** *Iskusstvennyy intellekt: sovremennyy podhod* (Artificial intelligence: a modern approach), Moscow, Publishing house "Vil'yams", 2007, 1408 p. (in Russian).
32. **Gorodeckij V. I., Grushinskij M. S., Habalov A. V.** *Mnogo-agentnye sistemy (obzor)* (Multi-agent systems (review)), *Novosti Iskusstvennogo Intellekta*, 1998, no. 2, pp. 64–116 (in Russian).
33. **Shvecov A. N.** *Agentno-orientirovannye sistemy: ot formal'nykh modelej k promyshlennym prilozheniyam* (Agent-oriented systems: from formal models to industrial applications), *Vserossiyskiy konkursnyy otbor obzorno-analiticheskikh statej po prioritetnomu napravleniyu "Informacionno-telekommunikacionnye sistemy"*, 2008, 101 p. (in Russian).
34. **Rzhevskij Dzh.** *Mul'tiagentnye sistemy v logistike i e-kommercii* (Multi-agent systems in logistics and e-commerce), *International Conference on Intelligent Manufacturing*. Wuhan, China, 1995.
35. **Muller J. P.** *The Design of Intelligent Agents: A Layered Approach*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
36. **Lyuger Dzh. F.** *Iskusstvennyy intellekt: strategiya i metody resheniya slozhnykh problem* (Artificial intelligence: strategy and methods for solving of complex problems), Moscow, Publishing house "Vil'yams", 2005, 864 p. (in Russian).
37. **McCarthy J.** *Situations, Actions and Causal Laws*, Stanford Artificial Intelligence Project: Memo2, 1963.
38. **Klykov Yu. I.** *Situacionnoe upravlenie bol'shimi sistemami* (Situational control of large systems), Moscow, EHnergiya, 1974, 136 p. (in Russian).
39. **Pospelov D. A.** *Situacionnoe upravlenie: teoriya i praktika* (Situational management: theory and practice), Moscow, Nauka, 1986, 288 p.
40. **Pospelov D. A.** *Ot kolektiva avtomatov k mul'tiagentnym sistemam* (From team automata to multi-agent systems), *Trudy Mezh-dunarodnogo seminar "Raspredelennyy iskusstvennyy intellekt i mnogo-agentnye sistemy" (DAIMAS'97)*, SPb., 1997, pp. 319–325 (in Russian).
41. **Tarasov V. B.** *Agenty, mnogoagentnye sistemy, virtual'nye soobshchestva: strategicheskoe napravlenie v informatike i iskusstvennom intellekte* (Agents, multi-agent systems, virtual communities: strategic direction in computer science and artificial intelligence), *Novosti Iskusstvennogo Intellekta*, 1998, no. 2, pp. 5–64 (in Russian).
42. **Siegrwart R., Nourbakhsh I. R.** *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. Massachusetts: Bradford Book, 2004, 340 p.
43. **Choset H., Lynch K. M., Hutchinson S., Kantor G., Burgard W., Kavraki L. E., Thrun S.** *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms and Implementations*, MIT Press, Cambridge, MA, 2005, 603 p.
44. **LaValle S. M.** *Planning Algorithms*. Cambridge, U. K.: Cambridge University Press, 2006, 1007 p.
45. **Coenen S. A. M., Steinbuch M., van de Molengraff M. J. G., Lunenburg J. J. M., Maus G. J. L.** *Motion Planning for Mobile Robots: a Guide*. Eindhoven, Eindhoven University of Technology, 2012, 79 p.
46. **Parker L. E.** *Path Planning and Motion Coordination in Multiple Mobile Robot Teams*. Encyclopedia of Complexity and System Science. R. A. Meyers (ed.), Springer Verlag, 2009, pp. 5783–5800.
47. **Desaraju V. R., How J. P.** *Decentralized Path Planning for Multi-Agent Teams with Complex Constraints*, *Autonomous Robots*, January, 2012, pp. 1–19.
48. **Alonso-Mora J.** *Collaborative Motion Planning for Multi-Agent Systems*, Dr. Diss. Eidgenössische Technische Hochschule ETH Zurich, no. 21705, 2014, 176 p.
49. **Kormen T. H., Lejzerson Ch. I., Rivest R. L., Shtajn K.** *Algoritmy: postroyeniye i analiz* (Algorithms: construction and analysis), Moscow, Vil'yams, 2013, 1328 p. (in Russian).
50. **Rubin F.** *The Lee path connection algorithm*, *IEEE Transactions on Computers*, 1974, vol. C-23, iss. 9, pp. 907–914 (in Russian).
51. **Volnovoj** *algoritmy poiska puti* (Ripple pathfinding algorithm), available at: <http://www.100byte.ru/100btwrks/wv/wv.html>.
52. **Aldoshkin D. N., Carev R. Yu.** *Poisk puti mobil'nogo robota v usloviyah nalichiya prepyatstviy i nepolnoty informacii o srede* (Mobile Robot Path Planning in the Presence of Obstacles and Lack of Information about the Environment), *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, no. 7, pp. 465–470 (in Russian).
53. **Izotova T. Yu.** *Obzor algoritmov poiska kratchajshogo puti v grafe* (Overview of algorithms for finding the shortest path in the graph), *Novye informacionnye tekhnologii v avtomatizirovannykh sistemah*, 2016, iss. 19, pp. 341–344 (in Russian).