Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project № 16-09-00046).

For citation:

Zhirabok A. N., **Solyanik S. P.**, **Pavlov S. V.** Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2016, vol. 17, no. 8, pp. 507—515.

DOI: 10.17587/mau.17.507-515

References

1. **Mironivskii L. A.** *Funktsional'noe diagnostirovanie dinamicheskikh sistem* (Functional diagnosis in dynamic systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1998 (in Russian).
2. **Zhirabok A., Kucher D., and Filaretov V.** Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems, *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, pp. 142—155.
3. **Kwakernaak H., Sivan R.** *Linear optimal control systems*, New York, A Division of John Sons Inc., 1972.
4. **Shumsky A., Zhirabok A.** *Metody i algoritmy diagnostirovaniya i otkazoustoichivogo upravleniya dinamicheskimi sistemami* (Methods and algorithms for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2009 (in Russian).
5. **Shumsky A.** Functional diagnosis in time delay nonlinear dynamic systems динамических систем с запаздыванием, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, pp. 172—184.
6. **Ding S.** *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*, London, Springer-Verlag, 2014.
7. **Frank P.** Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results, *Automatica,* 1990, vol. 26, pp. 459—474.
8. **Simani S., Fantuzzi C., Patton R.** Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identication, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2002.
9. **Zhirabok A., Pavlov S.** Data-driven method for fault isolation in technical systems, *Proc. 2015 Int. Conference on Process Control.* 9—12 June, 2015, Strbske Pleso, Slovakia, pp. 290—295.

УДК 681.5.01 DOI: 10.17587/mau.17.515-524

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, проф., medvmihal@sfedu.ru,
А. Р. Гайдук, д-р техн. наук, проф., gaiduk_2003@mail.ru,
Южный федеральный университет, г. Таганрог

Алгоритмы управления неоднородными группами подвижных объектов в двумерных средах с препятствиями[1]

Рассматривается проблема распределенного управления группой неоднородных объектов в среде с препятствиями. Дается краткий обзор задач и методов группового управления. Ставится задача синтеза локальных алгоритмов управления, обеспечивающих движение неоднородной группы автономных объектов в двумерной среде с нестационарными препятствиями. В основу предлагаемых алгоритмов положен принцип, в соответствии с которым каждый объект группы воспринимает все соседние с ним объекты как репеллеры. При этом в отличие от известных методов формирования репеллеров, отталкивающие силы формируются специальными динамическими звеньями, что позволяет проводить синтез в пространстве состояний, а не в геометрическом пространстве. В работе выполнен анализ установившихся режимов движения и устойчивости планируемых траекторий движения. Получены выражения, позволяющие найти установившийся режим движения. Также проанализированы движения группы в среде с препятствиями, движущимися с постоянными скоростями. Определены смещения положения объектов, вызванные движущимися препятствиями, и проведен анализ устойчивости. Приведенные результаты моделирования подтверждают результаты анализа. Предлагаемый подход, в случае использования уравнений кинематики и уравнений динамики, позволяет совместить уровень планирования и управления движением.

Ключевые слова: *неоднородные группы, групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер*

Введение

Для эффективного решения многих практических задач с успехом могут применяться подвижные безэкипажные (автономные) объекты. К ним относятся задачи, эффективность решения которых автономными объектами, по сравнению с человеком, существенно выше, а также задачи, решение которых человеком невозможно в связи с опасностью для его жизни [1]. Примером задач первого типа являются сборочные производства автомобилей, электронных приборов и т.п. К задачам второго типа относятся операции разминирования, обезвреживания взрывоопасных предметов, исследование зараженных объектов и т.д. К задачам, которые наиболее эффективно решаются подвижными объектами, относятся задачи мониторинга и охраны крупных энергетических, химических, транспортных и оборонных объектов. При решении задач второго типа подвижные объекты, как правило, должны функционировать в недетерминированной, непредсказуемой среде, часто в условиях противодействия.

Во многих случаях требуется использовать группы подвижных объектов, что позволяет существенно расширить область их применения. Одним из основных факторов, обусловливающих групповое применение подвижных объектов, является цена их производства. Несмотря на то, что производство еди-

[1] Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14-19-01533, выполняемого Южным федеральным университетом.

ничных опытных образцов мини- и микрообъектов является весьма затратным, при массовом производстве их цена существенно снижается. Например, стоимость одного полноразмерного истребителя составляет около 10 млн долларов США, в то время как стоимость летающего мини-робота лежит в пределах 20...30 тысяч долларов, а расчетная стоимость летающего микроробота при их массовом производстве оценивается в 10 долларов за единицу [2]. Особенности и преимущества применения групп автономных летательных аппаратов подробно рассматриваются в работе [3].

Группой объектов называется совокупность некоторого числа однотипных или разнотипных безэкипажных объектов, объединенных общей целевой задачей. Под однотипными понимаются объекты, имеющие одинаковые конструкцию, функциональное назначение и возможности, под разнотипными — объекты, имеющие разные конструкцию, функциональное назначение и функциональные возможности [4, 5]. В группы обычно объединяются объекты, дополняющие функциональные возможности друг друга, так что возможности группы шире возможностей одиночного объекта любого типа.

Для решения поставленной перед группой задачи каждый из подвижных объектов группы или ее части должен выполнить ряд действий, направленных на решение общей задачи. Эти действия, очевидно, должны быть скоординированы, согласованы по времени, а часто, и в пространстве. Таким образом, возникает задача управления группой подвижных объектов, которая заключается либо в реализации заранее найденной последовательности действий, либо в оперативном формировании самими объектами рациональной последовательности действий по решению задачи и реализации этой последовательности. Задача группового управления подвижными объектами включает вопросы информационного обеспечения, вопросы мониторинга и восстановления состояния объектов группы [1, 4, 5].

В рамках данной формулировки задачи группового управления предполагается, что группа состоит из интеллектуальных подвижных объектов. К интеллектуальным принято относить либо системы, снабженные мощным вычислительным комплексом [6], либо системы, построенные на основе интеллектуальных методов, таких как аппарат нечеткой логики Л. Заде, искусственные нейронные сети и экспертные системы [7, 8]. Интеллектуальные методы управления требуют выполнения как математических, так и логических операций. Поэтому реализация интеллектуальных методов управления обусловливает необходимость широких возможностей вычислительного комплекса. В случае интеллектуальных подвижных объектов комплекс должен быть способен, во-первых, осуществлять мониторинг состояния объекта, решение локальных задач управления перемещением объекта и его действиями. Во-вторых, комплекс должен быть способен планировать действия подвижного объекта и решать вопросы взаимодействия объектов друг с другом для совместного решения задачи, поставленной перед группой или ее частью [5, 6, 9].

В ряде случаев для решения конкретной задачи не требуются все объекты группы. В этих случаях в группе формируется подгруппа объектов — кластер, в состав которого входят подвижные объекты, ориентированные на решение данной задачи. Формирование кластеров происходит и в тех случаях, когда перед группой ставится несколько задач [5, 9, 10]. В общем случае формирование кластеров также является составной частью задачи группового управления подвижными объектами [5, 9].

Управление объектами группы осуществляется системой группового управления (СГУ) [5, 11]. В СГУ могут реализовываться методы централизованной, децентрализованной или гибридной стратегии управления, особенности которых рассмотрены в монографиях [1, 5] и многочисленных статьях. При реализации методов централизованного управления группа объектов имеет "объект-лидер", вычислительный комплекс которого является технической базой системы управления. На основе информации, поступающей от объектов группы, и информации о задачах, поставленных перед группой системой управления более высокого уровня, СГУ решает задачи формирования кластеров и распределения задач между ними. Она же планирует действия подвижных объектов группы или каждого кластера по решению поставленных задач [9, 10].

Другими словами, при централизованной стратегии система управления каждого подвижного объекта получает алгоритм действий по информационным каналам и реализует его. В этом случае системы управления объектов-исполнителей, фактически, решают лишь локальные задачи управления исполнительными механизмами, поэтому основная часть объектов группы могут иметь несложные вычислительные комплексы. Такого типа системы управления, в частности, применяются в случае мини- и микророботов, когда габаритные размеры робота не позволяют разместить на нем мощный вычислительный комплекс. Однако такая система управления имеет довольно низкую надежность и требует дублирования лидера группы.

Более перспективной представляется децентрализованная стратегия управления, которая приводит к распределенным системам группового управления. В этом случае СГУ реализуется путем информационного объединения вычислительных комплексов нескольких подвижных объектов или всех объектов группы. Решения по распределению задач, формированию соответствующих кластеров и по управлению действиями объектов принимаются самими объектами, точнее, локальными системами управления каждого из них [4, 5, 8, 11].

При построении СГУ применяются различные подходы к разработке методов группового управления: технология потенциальных полей; методы коллективного поиска оптимального решения; методы многоагентного или поведенческого управления; методы рыночной экономики или нечеткой логики; принципы самоорганизации или стайного управления [9, 12—14].

Идея использования отталкивающих и притягивающих множеств в системах управления подвижными объектами впервые реализована в 1970 г. А. К. Платоновым в работах [15, 16], где был представлен метод потенциалов (потенциальных полей) для решения задачи выбора пути для мобильного робота. За рубежом основные ссылки делаются на работы Брукса и Хатиба, вышедшие в свет в 1985 и 1986 гг. [17—19]. В настоящее время метод потенциальных полей получил широкое распространение. Обзор и анализ методов, использующих этот подход, можно найти в работе [20]. В работах [21—23] изложена идея преобразования точечных препятствий в репеллеры с использованием теоремы Ляпунова о неустойчивости. Такой подход позволяет реализовать движение в средах с препятствиями без картографирования. В статье [24] этот подход распространен на трехмерное пространство, а в работе [21] рассматривается задача движения в среде с препятствиями, которые могут образовывать различные конфигурации. В данной статье рассматривается задача управления неоднородной группой подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями с использованием идеологии репеллеров.

Постановка задачи

Рассмотрим группу подвижных объектов (ПО), уравнения кинематики каждого из которых имеют вид

$$\dot{y}_{1i} = V_i \cos\varphi_i, \ \dot{y}_{2i} = V_i \sin\varphi_i, \tag{1}$$

где y_{1i}, y_{2i} и V_i — координаты и скорость, а φ_i — угол курса i-го ПО; $i = \overline{1, n}$; n — число ПО в группе. Таким образом, положение i-го ПО в системе Oy_1y_2 характеризуется координатами y_{1i}, y_{2i} (рис. 1), а изменения скорости V_i и курсового угла φ_i являются управлениями его движением. Предполагается, что локальная система управления (ЛСУ$_i$) каждым объектом ПО$_i$ располагает информацией о координатах и скоростях изменения координат соседних ПО, а также о координатах y_L, y_R области L, в которой функционирует группа. Информация о числе n подвижных объектов в группе локальным системам не доступна.

Ставится задача построения децентрализованного (распределенного) алгоритма управления группой при решении ею следующей задачи: совместное перемещение всей группы в направлении оси Oy_2 с заданной скоростью V_k и с равномерным распределением ПО вдоль оси Oy_1.

Алгоритм управления

Пусть при $t = 0$ $y_{2i} = 0$, а $y_{1i} \neq y_{1j}$, $\forall j \neq i, j = \overline{1, n}$. Пронумеруем ПО таким образом, чтобы индекс $i = \overline{1, n}$ возрастал с увеличением координаты y_{1i}. Предположим, группа состоит из разнородных объектов, требующих поддержания различных расстояний друг от друга. С этой целью введем в рассмотрение линейные функции $f_{Ii}(y_{1i})$ и $f_{IIi}(y_{1i})$, представленные на рис. 2, на основе которых формируются репеллеры. На рис. 2 обозначено: y_{1i} — положение i-го ПО; y_{1i-1} — положение ближайшего слева ПО или препятствия; y_{1i+1} — положение ближайшего справа ПО или препятствия.

Уравнение прямой I_i, представленной на рис. 2 и проходящей через точки $(y_{1i+1} - L, 0)$, (y_{1i+1}, k_{1i}), можно записать следующим образом:

$$\frac{y_{1i} - y_{1i+1} + L}{y_{1i+1} - y_{1i+1} + L} = \frac{f_{Ii} - 0}{k_{1i} - 0}.$$

Отсюда следует уравнение прямой I_i:

$$f_{Ii} = \frac{k_{1i}}{L}(y_{1i} - y_{1i+1} + L). \tag{2}$$

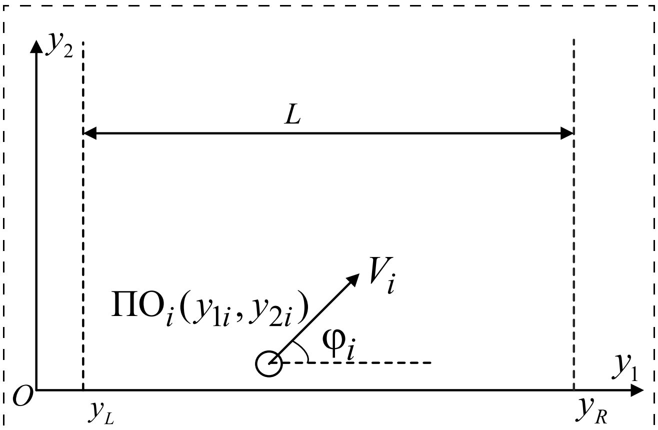

Рис. 1. Координаты ПО и система координат

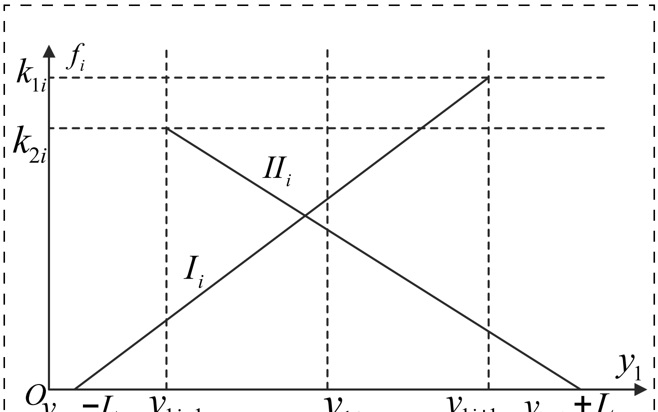

Рис. 2. Формирование линейных сил отталкивания

Аналогичным образом для прямой II_i, проходящей через точки (y_{1i-1}, k_{2i}), $(y_{1i-1} + L, 0)$, получаем

$$\frac{y_{1i} - y_{1i-1}}{y_{1i-1} + L - y_{1i-1}} = \frac{f_{IIi} - k_{2i}}{0 - k_{2i}}$$

или

$$f_{IIi} = \frac{k_{2i}}{L}(-y_{1i} + y_{1i-1} + L). \qquad (3)$$

Вычитая из правой части выражения (2) правую часть (3), получаем уравнения динамических звеньев, формирующих репеллеры в пространстве состояний группы подвижных объектов:

$$\dot{z}_i = (k_{1i} - k_{2i}) + \\ + [c_i y_{1i} - k_{1i} y_{1i+1} - k_{2i} y_{1i-1}]/L = w_i, \qquad (4)$$

где $y_{10} = y_L$, $y_{1n+1} = y_R$, $c_i = k_{1i} + k_{2i}$, $i = \overline{1, n}$; z_i, w_i — вспомогательные переменные.

Отметим, что коэффициенты k_{1i}, k_{2i} определяют интенсивность функций отталкивания i-го ПО от соседних ПО или от препятствий и, как следствие, значения расстояний между ПО в установившемся режиме. Поэтому для обеспечения различных расстояний между соседними ПО численные значения этих коэффициентов должны быть различными.

Задача построения искомого алгоритма заключается в определении законов формирования СУ каждого ПО таких управлений V_i и φ_i, при которых обеспечивается стабилизация вспомогательных переменных z_i и движение группы ПО параллельно оси Oy_2 с заданной скоростью V_k. Для решения этой задачи введем в рассмотрение квадратичные функции вида

$$W_i = 0{,}5 z_i^2. \qquad (5)$$

Производные по времени от функций (5) в силу уравнений (4) равны

$$\dot{W}_i = z_i \dot{z}_i = z_i w_i. \qquad (6)$$

Чтобы обеспечить отрицательную определенность производной (6) и поддержание строя в группе, т.е. движение всех объектов группы на одной линии, параллельной оси Oy_1, потребуем выполнения следующих функциональных соотношений:

$$\psi_{1i} = w_i + \alpha_i z_i = 0; \qquad (7)$$

$$\psi_{2i} = \begin{cases} \dot{y}_{21} - V_k = 0, \ i = 1, \\ y_{2i} - y_{2i-1} = 0, \ i = \overline{2, n}. \end{cases} \qquad (8)$$

При выполнении условия (7) производная (6) принимает вид

$$\dot{W}_i = -\alpha_i z_i^2, \qquad (9)$$

а производная по времени функции ψ_{1i} (7) в силу уравнений (1), (4) равна

$$\dot{\psi}_{1i} = \frac{c_i \dot{y}_{1i} - k_{1i} \dot{y}_{1i+1} - k_{2i} \dot{y}_{1i-1}}{L} + \alpha_i \dot{z}_i = \\ = \frac{c_i u_{ix} - v_i}{L} + \alpha_i w_i, \qquad (10)$$

где $v_i = k_{1i} \dot{y}_{1i+1} + k_{2i} \dot{y}_{1i-1}$.

Соответственно, производная по времени функции ψ_{2i} (8) (при $i > 1$) описывается выражениями

$$\dot{\psi}_{2i} = \dot{y}_{2i} - \dot{y}_{2i-1} = u_{iy} - \dot{y}_{2i-1}, \ i = \overline{2, n}. \qquad (11)$$

В выражения (10) и (11) для краткости введены обозначения: $u_{ix} = V_i \cos\varphi_i$, $u_{iy} = V_i \sin\varphi_i$.

Потребуем, чтобы локальные замкнутые системы управления каждого i-го ПО удовлетворяли эталонным уравнениям [22—24] следующего вида:

$$\dot{\psi}_{1i} + T_{1i}\psi_{1i} = 0, \ i = \overline{1, n};$$

$$\psi_{21} = 0, \ \dot{\psi}_{2i} + T_{2i}\psi_{2i} = 0, \ i = \overline{2, n}. \qquad (12)$$

Подставив в систему уравнений (12) выражения (7), (8), (10), (11) и решив полученную систему относительно функций u_{ix} и u_{iy}, найдем

$$\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{L}{c_i}\left(\dfrac{v_i}{L} - \alpha_i w_i\right) - \dfrac{L T_{1i}}{c_i}(w_i + \alpha_i z_i), \\ \begin{cases} V_k, \ i = 1, \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i}(y_{2i} - y_{2i-1}), \ i = \overline{2, n} \end{cases} \end{bmatrix}. \qquad (13)$$

При этом связь функций u_{ix}, u_{iy} со скоростью и углом направления движения i-го ПО определяется, в соответствии с обозначениями $u_{ix} = V_i \cos\varphi_i$, $u_{iy} = V_i \sin\varphi_i$ и уравнениями (1), выражениями

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \varphi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2} \\ \arctan\left(\dfrac{u_{iy}}{u_{ix}}\right) \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

Выражения (4) и (13), (14) представляют искомый распределенный алгоритм управления движениями объектов группы. Этот алгоритм реализуется системой управления каждого i-го объекта, причем для его реализации, очевидно, достаточно данных о собственном положении y_{1i}, y_{2i} каждого i-го ПО, а также о координатах y_{1i-1}, y_{1i+1} и скоростях $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$, $\dot{y}_{2i-1}$ его соседних ПО. При этом скорости $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{2i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ и положения y_{1i-1}, y_{1i+1} соседних подвижных объектов измеряются сенсорными системами каждого i-го ПО [21—24].

В соответствии с выражениями (4), (13), (14) уравнения движения i-го ПО, $i = \overline{1, n}$, имеют вид

$$\dot{y}_{1i} = \frac{L}{c_i}\left(\frac{v_i}{L} - \alpha_i w_i\right) - \frac{LT_{1i}}{c_i}(w_i + \alpha_i z_i), \quad (15)$$

$$\dot{z}_i = w_i, \; i = \overline{1, n}, \quad (16)$$

$$\dot{y}_{2i} = \begin{cases} V_k, \; i = 1, \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i}(y_{2i} - y_{2i-1}), \; i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (17)$$

Проведем анализ устойчивости систем (15)—(17). Для i-й подсистемы переменные y_{1i+1}, y_{1i-1}, фактически, являются внешними воздействиями. Кроме того, в силу линейности этой подсистемы можно ограничиться анализом устойчивости ее нулевого положения равновесия. Эта задача сводится к исследованию устойчивости системы уравнений

$$\dot{y}_{1i} = -(\alpha_i + T_{1i})y_{1i} - \frac{LT_{1i}}{c_i}\alpha_i z_i, \quad (18)$$

$$\dot{z}_i = \frac{c_i}{L}y_{1i}; \quad (19)$$

$$\dot{y}_{2i} = \begin{cases} V_k, \; i = 1, \\ -T_{2i}y_{2i}, \; i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (20)$$

Система уравнений (18)—(20), как и система (15)—(17), представляет собой две независимые подсистемы, одна из которых включает уравнения (18), (19), а вторая — уравнение (20).

Во второй подсистеме (20) первое уравнение, соответствующее $i = 1$, устойчиво по Ляпунову, а условия асимптотической устойчивости остальных, очевидно, имеют вид

$$T_{2i} > 0, \; i = \overline{2, n}. \quad (21)$$

Характеристические уравнения подсистем уравнений (18), (19) имеют вид

$$p^2 + (\alpha_i + T_{1i})p + \alpha_i T_{1i} = 0, \; i = \overline{1, n}. \quad (22)$$

Таким образом, условия устойчивости движений рассматриваемой группы ПО под управлением (4), (13), (14) имеют вид

$$\alpha_i > 0, \; T_{1i} > 0, \; T_{2i} > 0, \; i = \overline{1, n}. \quad (23)$$

Рассмотрим теперь установившееся движение группы ПО. Так как система уравнений (15)—(17) устойчива, то в ней существует установившийся режим, характеризуемый нулевыми скоростями $\dot{y}_{1i}$, $\dot{z}_i$; тогда из соотношений (15), (16) следует

$$0 = -\alpha_i w_i - T_{1i}(w_i + \alpha_i z_i), \; 0 = w_i, \; i = \overline{1, n}.$$

Отсюда с учетом выражения для функции w_i (4) находим

$$y_{1i} = \frac{k_{1i}y_{1i+1} + k_{2i}y_{1i-1} - (k_{1i} - k_{2i})L}{k_{1i} + k_{2i}},$$

$$z_i = 0, \; i = \overline{1, n}. \quad (24)$$

Выражение (24) при $i = 1$ можно записать в виде

$$f_{11}y_{11} = k_{11}y_{12} + k_{21}y_{1L} - f_{21}L, \quad (25)$$

где $f_{11} = k_{11} + k_{21}$, $f_{21} = k_{11} - k_{21}$. Аналогично запишем выражение (24) при $i = 2$:

$$f_{12}y_{12} = k_{12}y_{13} + k_{22}y_{11} - f_{22}L, \quad (26)$$

где $f_{12} = k_{12} + k_{22}$, $f_{22} = k_{12} - k_{22}$. Подставив уравнение (25) в соотношение (26), найдем

$$f'_{12}y_{12} = f_{11}k_{12}y_{13} + k_{22}k_{11}y_{1L} - f'_{22}L. \quad (27)$$

Здесь $f'_{12} = f_{11}f_{12} - k_{22}k_{21}$, $f'_{22} = k_{22}f_{21} + f_{11}f_{22}$.

Продолжая аналогичные вычисления при $i = 3$ и $i = 4$, получаем

$$f'_{13}y_{13} = f'_{12}k_{13}y_{14} + k_{23}k_{22}k_{21}y_{1L} - f'_{23}L, \quad (28)$$

$$f'_{14}y_{14} = f'_{13}k_{14}y_{15} + k_{24}k_{23}k_{22}k_{21}y_{1L} - f'_{24}L, \quad (29)$$

где $f'_{13} = f'_{12}f_{13} - k_{23}k_{12}f_{11}$, $f'_{23} = k_{23}f'_{22} + f'_{12}f_{23}$,

$f'_{14} = f'_{13}f_{14} - k_{24}k_{13}f'_{12}$, $f'_{24} = k_{24}f'_{23} + f'_{13}f_{24}$,

$f_{14} = k_{14} + k_{24}$, $f_{24} = k_{14} - k_{24}$.

Проводя анализ полученного ряда (25), (27)—(29), получаем, что при $i = 1,2$ справедливы выражения (25), (27), а для $i = \overline{3, n}$ можно записать

$$f'_{1i}y_{1i} = f'_{1i-1}k_{1i}y_{1i+1} + \prod_{j=1}^{i} k_{2j}y_{1L} - f'_{2i}L, \quad (30)$$

где $f'_{1i} = f'_{1i-1}f_{1i} - f'_{1i-2}k_{2i}k_{1i-1}$, $f'_{2i} = k_{2i}f'_{2i-1} - f'_{1i-1}f_{2i}$, $f_{1i} = k_{1i} + k_{2i}$, $f_{2i} = k_{1i} - k_{2i}$, $f'_{11} = f_{11}$, $f'_{10} = 1$. Введем обозначение $f''_{1i} = f'_{1i-1}k_{1i}$ и запишем выражение (30) следующим образом:

$$f'_{1i}y_{1i} = f''_{1i}y_{1i+1} + \prod_{j=1}^{i} k_{2j}y_{1L} - f'_{2i}L. \quad (31)$$

Запишем выражение (31) при $i = n$ с учетом равенства $y_{1i+1} = y_{1R}$:

$$f'_{1n}y_{1n} = f''_{1n}y_{1R} + \prod_{j=1}^{n} k_{2j}y_{1L} - f'_{2n}L. \quad (32)$$

Аналогично при $i = n - 1$ получаем:

$$f'_{1n-1}y_{1n-1} = f''_{1n-1}y_{1n} + \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j}y_{1L} - f'_{2n-1}L. \quad (33)$$

Подстановка выражения (31) в формулу (32) дает

$$f'_{1n} f'_{1n-1} y_{1n-1} = f''_{1n-1} f''_{1n} y_{1R} + f''_{1n-1} \prod_{j=1}^{n} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} - f''_{1n-1} f'_{2n} L - f'_{1n} f'_{2n-1} L. \quad (34)$$

Проводя аналогичные вычисления для $i = n - 2$ и $i = n - 3$, получаем

$$f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} y_{1n-2} = f''_{1n-2} f''_{1n-1} f''_{1n} y_{1R} + f''_{1n-2} f''_{1n-1} \prod_{j=1}^{n} k_{2j} y_{1L} + f''_{1n-2} f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^{n-2} k_{2j} y_{1L} - f''_{1n-2} f''_{1n-1} f'_{2n} L - f''_{1n-2} f'_{1n} f'_{2n-1} L - f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{2n-2} L, \quad (35)$$

и

$$f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} f'_{1n-3} y_{1n-3} = f''_{1n-3} f''_{1n-2} f''_{1n-1} f''_{1n} y_{1R} + f''_{1n-3} f''_{1n-2} f''_{1n-1} \prod_{j=1}^{n} k_{2j} y_{1L} + f''_{1n-3} f''_{1n-2} f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} + f''_{1n-3} f'_{1n} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^{n-2} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} \prod_{j=1}^{n-3} k_{2j} y_{1L} - f''_{1n-3} f''_{1n-2} f''_{1n-1} f'_{2n} L - f''_{1n-3} f''_{1n-2} f'_{1n} f'_{2n-1} L - f''_{1n-3} f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{2n-2} L - f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} f'_{2n-3} L. \quad (36)$$

На основе соотношений (35), (36) можно записать для $i = \overline{n-3, 1}$ следующее выражение:

$$y_{1i} \prod_{j=n}^{i} f'_{1j} = y_{1R} \prod_{j=n}^{i} f''_{1j} + y_{1L}\left(\prod_{j=n-1}^{i} f''_{1j} \times \prod_{j=1}^{n} k_{2j} + \prod_{j=n}^{i+1} f'_{1j} \times \prod_{j=1}^{i} k_{2j} + \sum_{k,l,m} \prod_{j=k}^{i} f''_{1j} \times \prod_{j=n}^{l} f'_{1j} \times \prod_{j=1}^{m} k_{2j} \right) - L\left(f'_{2n} \prod_{j=n-1}^{i} f''_{1j} + f'_{2i} \prod_{j=n}^{i+1} f'_{1j} + \sum_{k,l,m} \prod_{j=k}^{i} f''_{1j} \times \prod_{j=n}^{l} f'_{1j} \times f'_{2m} \right), \quad (37)$$

где $k = \overline{n-2, i}$, $l = \overline{n, i+2}$, $m = \overline{n-1, i+1}$, $i = \overline{n-3, 1}$.

Полученные выражения (32)—(37) определяют установившийся режим движения неоднородной группы объектов с различными коэффициентами отталкивания.

На рис. 3 представлены результаты моделирования замкнутой системы управления (15)—(17) при $\alpha_i = 2$, $T_{1i} = 3$, $T_{2i} = 3$, $i = \overline{1, 5}$, $V_k = 1{,}5$ м/с. Число объектов в группе равно 5. Когда в зоне функционирования группы объектов препятствия отсутствуют, коэффициенты k_{ji} полагаются одинаковыми: $k_{ji} = L$, $j = 1{,}2$; $i = \overline{1, 5}$. Поэтому в начале движения роботы распределяются равномерно вдоль оси Oy_1. При появлении препятствия ближайшие к нему слева и справа роботы изменяют свои коэффициенты отталкивания. В данном примере препятствие появляется между вторым и третьим объектом, поэтому при его обходе системы управления этих объектов изменяют значения коэффициентов k_{13} и k_{23}, полагая $k_{12} = 1{,}3L$, $k_{23} = 1{,}3L$. Значения остальных коэффициентов k_{ji} остаются прежними.

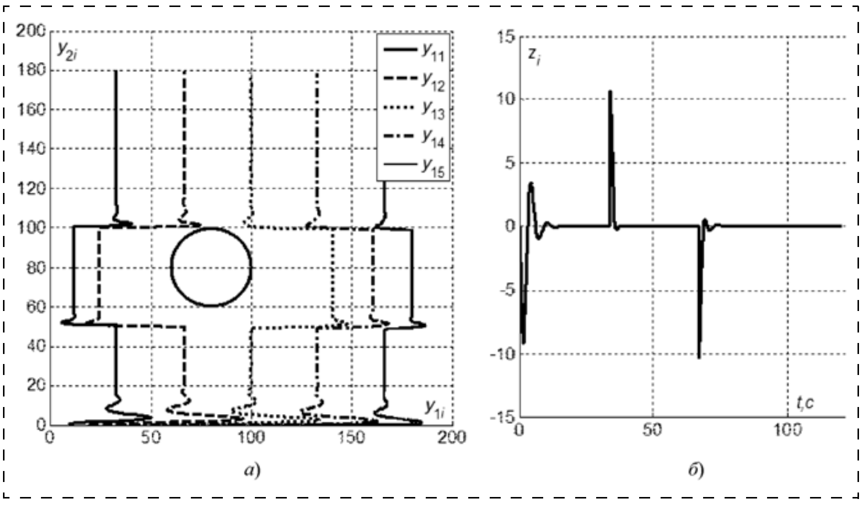

Рис. 3. Результаты моделирования системы (15)—(17):
а — траектории подвижных объектов; *б* — переменная z_2

В силу того, что препятствие разделяет группу на две подгруппы, при его обходе можно выбирать коэффициенты k_{ji} не по размерам всей области функционирования, а по размерам подобластей, на которые область разделяется препятствиями.

На рис. 3 видно, что после старта объекты принимают заданный строй и движутся параллельно друг другу и оси Oy_2 с заданной скоростью. При появлении препятствия объекты обходят его, после чего снова движутся заданным строем. Таким образом, предложенный распределенный алгоритм управления (4), (13), (14) обеспечивает движение группы подвижных объектов (1) заданным образом, в том числе и в среде с препятствиями.

Анализ алгоритма управления в среде с подвижными препятствиями

В целях наглядности и простоты изложения далее рассматривается случай равных коэффициентов $k_{ji} = k$, однако все рассуждения могут быть применены и для случая неоднородной группы объектов, т.е. объектов, которые должны двигаться на различных расстояниях друг от друга. Это обеспечивается рассматриваемым алгоритмом, как показано выше, при задании различных значений коэффициентов отталкивания.

Предположим, в некоторый момент времени t_1 препятствие попадает в зону действия i-го объекта, а в момент времени $t_2 > t_1$ препятствие выходит из этой зоны. Полагая $k_{ji} = L$, $\alpha_i = k/L$, переменные y_{1i+1}, y_{1i-1} внешними для i-го объекта, а скорости препятствий и объектов постоянными, из соотношения (13) получаем следующую систему:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_i \\ \dot{y}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{2k}{L} \\ -\dfrac{T_{1i}}{2} & -\dfrac{k}{L} - T_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_i \\ y_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 t + A_2 \\ A_3 t + A_4 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

где

$$A_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{L} + T_{1i}\right)(V_{i-1} + V_{i+1}),$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(V_{i-1} + V_{i+1}) + \frac{1}{2}\left(\frac{k}{L} + T_{1i}\right)(Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0),$$

$$A_3 = -\frac{k}{L}(V_{i-1} + V_{i+1}),\ A_4 = -\frac{k}{L}(Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0),$$

$$\dot{y}_{1i-1} = V_{i-1},\ y_{1i-1} = V_{i-1}t + Y_{i-1}^0,$$

$$\dot{y}_{1i+1} = V_{i+1},\ y_{1i+1} = V_{i+1}t + Y_{i+1}^0,$$

а V_{i-1}, Y_{i-1}^0, V_{i+1}, Y_{i+1}^0 — измеряемые константы, соответствующие моменту t_1.

Система (38) является линейной системой дифференциальных уравнений с постоянными параметрами и внешним воздействием [25, 26]. Решив данную систему, получим

$$\begin{cases} z_i = C_1 \mathbf{e}^{-\frac{k}{L}t} + C_2 \mathbf{e}^{-T_{1i}t}; \\ y_{1i} = -\dfrac{C_1}{2}\mathbf{e}^{-\frac{k}{L}t} - \dfrac{C_2 T_{1i} L}{2k}\mathbf{e}^{-T_{1i}t} + \\ + \dfrac{V_{i-1} + V_{i+1}}{2}t + \dfrac{Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0}{2}, \end{cases} \quad (39)$$

где C_1, C_2 — постоянные интегрирования, определяющие интенсивность свободных составляющих, обусловленных значениями переменных при $t = t_1$.

Свободные составляющие выражений (39) при положительных значениях k/L и T_{1i} стремятся с течением времени к нулю. Вынужденная составляющая приводит к изменению положения i-го объекта на величину

$$\Delta y_{1i} = \frac{V_{i-1} + V_{i+1}}{2}(t_2 - t_1). \quad (40)$$

Как будет показано ниже, выражение (40) позволяет оценить смещение вдоль оси Oy_1 каждого объекта группы при появлении препятствия, двигающегося в течение времени $(t_2 - t_1)$ со скоростью V_p.

Приведенные выше соотношения можно использовать в системах управления группой объектов, движущихся в области с переменными границами. Рассмотрим, например, ситуацию, представленную на рис. 4. Предположим, что группа объектов (на рис. 4 показан один из них) движется с постоянной скоростью V_k, направленной вдоль оси Oy_2.

Поперечные скорости объектов к моменту подхода к линии излома левой границы равны нулю. Тогда смещение границы области функционирования в рамках предлагаемого подхода интерпретируется локальной системой управления i-го объекта как подвижное препятствие, двигающееся с постоянной скоростью.

Рассмотрим треугольник ABC, представленный на рис. 4. Пусть роботы, двигаясь со скоростью V_k, проходят отрезок BC за время $(t_2 - t_1)$. Тогда из треугольника ABC получаем:

$$BC = V_k(t_2 - t_1),\ AC = BC\mathrm{ctg}\gamma = V_k(t_2 - t_1)\mathrm{ctg}\gamma. \quad (41)$$

Вместе с тем, можно записать

$$AC = V_L(t_2 - t_1), \quad (42)$$

где V_L — скорость смещения левой границы области.

Приравнивая левую и правую части (41) и (42), получаем

$$V_L = V_k\mathrm{ctg}\gamma. \quad (43)$$

Рассмотрим теперь ситуацию, когда между i^*-м и $(i^* - 1)$-м объектами на интервале времени $(t_2 - t_1)$

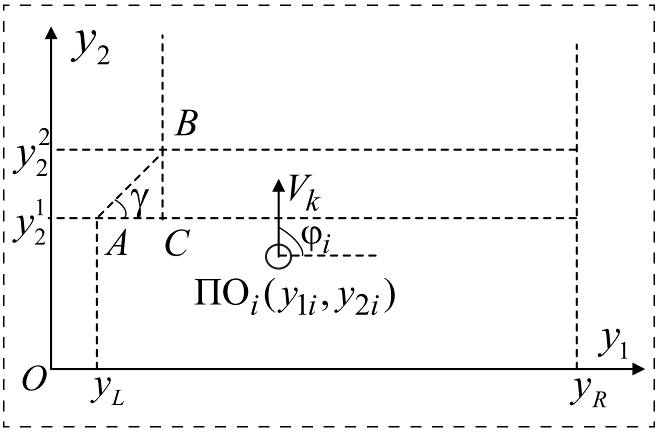

Рис. 4. Движение группы роботов в области с переменными границами

возникло подвижное препятствие, движущееся вправо со скоростью V_p. В этом случае группа роботов распадается на две подгруппы, каждая из которых слева или справа имеет препятствие. При этом препятствию присваивается i^*-й номер, а i^*-му объекту — $(i^* + 1)$-й номер и т.д.

Рассмотрим одну из получившихся подгрупп, например, состоящую из объектов с 1-го по $i^* - 1$-й. Для $j = 1$ по формуле (40), учитывая, что $V_{10} = V_L$, имеем:

$$\Delta\bar{y}_{11} = \frac{V_L + V_{12}}{2}\Delta t \to V_{11} = \frac{V_L + V_{12}}{2}, \qquad (44)$$

где V_{11} — скорость собственного смещения первого объекта вдоль оси Oy_1.

Для $j = 2$ аналогично получаем

$$\Delta\bar{y}_{12} = \frac{V_{11} + V_{13}}{2}\Delta t \to V_{12} = \frac{V_{11} + V_{13}}{2} = $$

$$= \frac{\frac{V_L + V_{12}}{2} + V_{13}}{2} \to V_{12} = \frac{V_L + 2V_{13}}{3}. \qquad (45)$$

Продолжая ряд, можно найти

$$\Delta\bar{y}_{1j} = \frac{V_L + jV_{1j+1}}{j+1}\Delta t;\ j = \overline{1, i^* - 1}. \qquad (46)$$

Теперь, учитывая, что $V_{1i^*} = V_p$ и подставляя в формулу (46) $j = i^* - 1$, $j = i^* - 2$, $j = i^* - 3$, ..., получаем выражение

$$V_{1i^* - j} = \frac{jV_L + (i^* - j)V_p}{i^*},\ j = 0, 1, ..., i^* - 1. \qquad (47)$$

Для оценки корректности формулы (47), учитывая, что i^*-й объект — это, на самом деле, подвижное препятствие, движущееся со скоростью V_p, положим в (47) $j = 0$, тогда $V_{1i^*} = V_p$, что соответствует условиям синтеза и свидетельствует о корректности формулы (47).

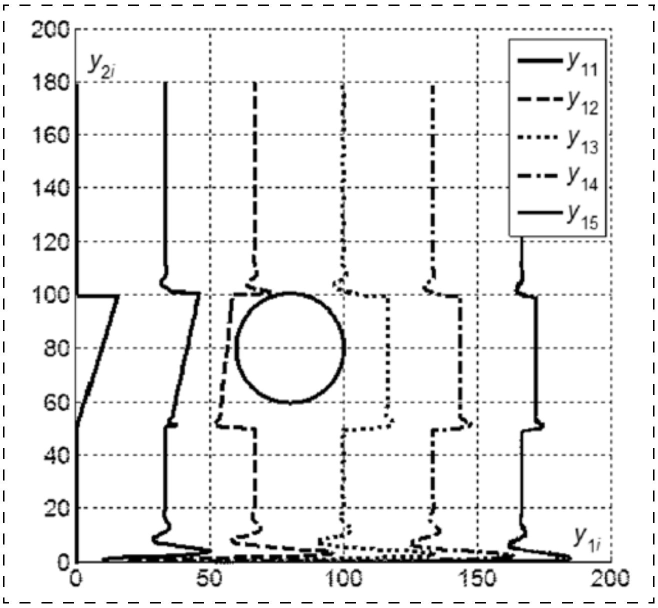

Рис. 5. Движение группы объектов в области с переменными границами

На рис. 5 представлены результаты моделирования группы, состоящей из пяти роботов. Условия моделирования совпадают с условиями предыдущего примера. Левая граница области функционирования описывается выражением

$$y_L = \begin{cases} 0,\ \forall(y_2 > 100)\ \&\ (y_2 < 50); \\ 0{,}5t,\ \forall(50 \leqslant y_2 \leqslant 100),\ \ j = 1, i - 1. \end{cases}$$

На основе результатов моделирования заключаем, что реакция систем управления объектов на изменение формы области функционирования проявляется в смещении части объектов вдоль оси Oy_1 в соответствии с выражением (47).

Отметим, что ситуацию на рис. 5 можно также рассматривать как моделирование случая появления при $t = t_1$ слева от первого объекта группы подвижного препятствия, которое движется вдоль левой границы области функционирования роботов.

Заключение

В статье предложен и исследован алгоритм распределенного управления группой неоднородных ПО, функционирующих в среде с препятствиями. Алгоритм строится на основе принципа управления, интерпретирующего все соседние объекты как репеллеры. Предложен метод введения репеллеров, отличающийся тем, что силы отталкивания формируются динамическим звеном на основе информации о расстояниях до соседних объектов или препятствий.

Проведенный анализ и результаты моделирования позволяют говорить об эффективности предложенного алгоритма управления объектами, движущимися в средах с препятствиями. Предложенный подход может применяться и в случае нестационарных сред, так как движущиеся препятствия формально представляются как подвижные объекты.

Предлагаемый алгоритм может использоваться в системах планирования движений. При этом планируемые траектории обладают устойчивостью на уровне кинематики объекта. Реализация спланированных траекторий требует отдельного регулятора и учета динамики подвижных объектов и их исполнительных механизмов [25—27].

При использовании уравнений кинематики и динамики подвижных объектов предлагаемый метод позволяет объединить уровень планирования и управления движением. При этом возможно формирование репеллеров как функций положений, скоростей и ускорений подвижных объектов.

Список литературы

1. **Интеллектуальные** роботы. Е. И. Юревич и др. М.: Машиностроение, 2007. 360 с.

2. **Соколов В. Б., Теряев Е. Д.** Беспилотные летательные аппараты: некоторые вопросы развития и применения (обзор по материалам публикаций в Интернете) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 12—23.

3. **Амелин К. С., Антал Е. И., Васильев В. И., Гранчина Г. О.** Адаптивное управление автономной группой беспилотных летательных аппаратов // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. Т. 5. № 1—1. С. 157—166.

4. **Юревич Е. И.** О проблеме группового управления роботами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 2. С. 9—13.

5. **Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 278 с.

6. **Saridis G. N.** Self-Organizing Control Stochastic Systems. New York: Marcel Dekker, 1977.

7. **Васильев С. Н.** От классических задач регулирования к интеллектуальному управлению. I, II // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 1. С. 5—21; № 2. С. 5—22.

8. **Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. М.: Наука, 2011. 350 с.

9. **Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г.** Распределенные системы планирования действий коллективов роботов. М.: Янус-К, 2002. 292 с.

10. **Ивченко В. Д., Корнеев А. А.** Анализ методов распределения заданий в задаче управления коллективом роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 7. С. 36—42.

11. **Гайдук А. Р., Шаповалов И. О.** Структура и алгоритмы распределенных систем управления движением группы роботов // Матер. Восьмой Всеросс. науч.-практ. конф. "Перспективные системы и задачи управления", Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2013. С. 111—116.

12. **Kapustyan C. G., Gaiduk A. R., Shapovalov I. O.** Self-Organization in Groups of the Intelligent Robots //Advances in Intelligent Systems and Computing. 2015. Vol. 345. P. 177—181.

13. **Gazi V.** Swarm Aggregations Using Artificial Potentials and Sliding Mode Control // Proc. IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, December 2003. P. 2041—2046.

14. **Назарова А. В., Рыжова Т. П.** Система управления коллективом роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 4. С. 45—50.

15. **Платонов А. К., Карпов И. И., Кирильченко А. А.** Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР, 1974. 27 с.

16. **Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А.** Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2001.

17. **Khatib O.** Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. 1985. P. 500—505.

18. **Khatib O.** Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // Int. Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5, № 1. P. 90—98.

19. **Brooks R. A.** Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // IEEE Int. Robotics and Automation. 1986.

20. **Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N.** On mobility and autonomous properties of mobile robots // Robot. 1984. № 44. P. 31—36.

21. **Белоглазов Д. А., Гузик В. Ф., Косенко Е. Ю., Крухмалев В. А., Медведев М. Ю., Переверзев В. А., Пшихопов В. Х., Пьявченко А. О., Сапрыкин Р. В., Соловьев В. В., Финаев В. И., Чернухин Ю. В., Шаповалов И. О.** Интеллектуальное планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: Физматлит, 2014. 300 с.

22. **Пшихопов В. Х.** Аттракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. 2006. № 3(58). С. 117—123.

23. **Пшихопов В. Х.** Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 34—41.

24. **Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Крухмалев В. А.** Позиционно-траекторное управление подвижными объектами в трехмерной среде с точечными препятствиями // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1 (162). С. 238—250.

25. **Шнейдер В. Е.** и др. Краткий курс высшей математики. Учеб. пособие для втузов. М.: Высшая школа, 1972. 640 с.

26. **Гайдук А. Р.** Математические методы анализа динамических систем. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. 281 с.

27. **Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Оценивание и управление в сложных динамических системах. М.: Физматлит, 2009. С. 295.

28. **Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Gurenko B. V.** Control system design for autonomous underwater vehicle // Proc. 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013. P. 77—82. doi: 10.1109/LARS.2013.61.

29. **Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Блочный синтез робастных систем при ограничениях на управления и координаты состояния // Мехатроника, автоматизация и управление. 2011. № 1. С. 2—8.

Control Algorithms for the Heterogeneous Groups of Vehicles in the Two-Dimensional Environments with Obstacles

V. Kh. Pshikhopov, pshichop@rambler.ru, **M. Yu. Medvedev**, medvmihal@sfedu.ru,
Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation,
A. R. Gaiduk, gaiduk_2003@mail.ru∀⌧,
Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation,
Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute, Kislovodsk, Pobedy prosp. 37a, 357700, Russian Federation

Corresponding author: **Gaiduk Anatoly R.**, D. Sc., Professor,
Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation;
Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute, Kislovodsk, Pobedy prosp. 37a, 357700, Russian Federation,
e-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Received on February 17, 2016
Accepted on February 28, 2016

The article is devoted to the problem of the distributed control of a heterogeneous group of vehicles in the environment with obstacles. A brief overview is presented of the objectives and methods of the group control. A task is set of synthesis of the local control algorithms, ensuring movement of the heterogeneous groups in a two-dimensional environment with non-stationary obstacles. The model of the movements' planning is based on the equations of kinematics in a two-dimensional environment. The results of the algorithm are the desired speed and direction of movement of each object in the group. The proposed algorithms are based on the assumption that all the neighboring objects are repellers. At that, in contrast to the known methods for formation of the repellers, the repulsive forces are generated at the output of the dynamic system, which allows synthesis in the *state space, and not in the geometrical space. The proposed method allows us to introduce for consideration the repellers, which depend not only on the position of an object, but also on its speed and acceleration. The paper presents an analysis of the steady state motion and stability of the planned trajectories. Expressions were received allowing to determine a steady state of motion. Also an analysis was done of the movement of the robots' groups in the environments with the obstacles moving with constant velocities. Displacements of the robots' positions were defined, caused by the moving obstacles, and an analysis of sustainability was done. Similarly, it is possible to analyze the situation with the obstacles moving with constant accelerations. Simulation confirmed the results of the analysis. The proposed approach, in case the kinematics and dynamics equations are used, allows us to combine the level of planning and movement control.*

Keywords: *heterogeneous groups, group control, vehicle, decentralized control, repeller*

Acknowledgements: This work was supported by a grant from the Russian Science Foundation 14-19-01533 for Southern Federal University.

For citation:

Pshikhopov V. Kh., **Medvedev M. Yu.**, **Gaiduk A. R.** Control Algorithms for the Heterogeneous Groups of Vehicles in the Two-Dimensional Environments with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2016, vol. 17, no. 8, pp. 515—524.

DOI: 10.17587/mau.17.515-524

References

1. *Intellektual'nye roboty.* **E. I. Yurevich** i dr (Intelligent robots), Moscow, Mashinostroenie, 2007 (in Russian)

2. **Sokolov V. B., Teryaev E. D.** *Bespilotnye letatel'nye apparaty: nekotorye voprosy razvitiya i primeneniya (obzor po materialam publikuemij v Internete)* (Unmanned aerialvehicles: somequestions of development and application (overview according to the materials of Internet), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 12—23 (in Russian).

3. **Amelin K. S., Antal E. I., Vasil'ev V. I.**, **Granchina G. O.** *Adaptivnoe upravlenie avtonomnoj gruppoj bespilotnyh letatel'nyh apparatov* (Adaptive control of autonomous aerialvehicles group), *Stochastic optimization in Informatics*, 2009, vol. 5, no. 1—1, pp. 157—166 (in Russian).

4. **Yurevich E. I.** *O probleme gruppovogo upravleniya robotami* (About the problem of robots group control), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2004, no. 2, pp. 9—13 (in Russian).

5. **Kalyaev I. A., Gaiduk A. R., Kapustyan S. G.** *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppah robotov*, (Models and algorithms of collective control of robot groups), Moscow, Fizmatlit. 2009 (in Russian).

6. **Saridis G. N.** Self-Organizing Control Stochastic Systems, New York, Marcel Dekker, 1977.

7. **Vasil'ev S. N.** *Ot klassicheskih zadach regulirovaniya k intellektual'nomu upravleniyu,* (From classical regulators to intelligent control), *Izvestiya RAS. Theory and control systems*, 2001, no. 1, pp. 5—21, no. 2, pp. 5—22 (in Russian).

8. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Upravlenie podvizhnymi ob'ektami v opredelennyh i neopredelennykh sredakh* (Control of vehicles in certain and uncertain environments), Moscow, Nauka. 2011 (in Russian).

9. **Kalyaev I. A., Gajduk A. R., Kapustyan S. G.** *Raspredelennye sistemy planirovaniya dejstvij kollektivov robotov* (Distributed planning systems teams of robots), Moscow, Yanus-K, 2002, pp. 292 (in Russian).

10. **Ivchenko V. D., Korneev A. A.** *Analiz metodov raspredeleniya zadanij v zadache uprav-leniya kollektivom robotov* (Analysis of distribution tasks in the problem of robots group control) *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2009, no. 7, pp. 36—42 (in Russian).

11. **Gaiduk A. R., Shapovalov I. O.** *Struktura i algoritmy raspredelennyh sistem upravleniya dvizheniem gruppy robotov* (Structure and algorithms of decentralized control of robots group movement). *Materialy Vos'moj Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii "Perspektivnye sistemy i zadachi upravleniya",* Taganrog, Izd-vo TTI YUFU, 2013, pp. 111—116 (in Russian).

12. **Kapustyan C. G., Gaiduk A. R., Shapovalov I. O.** *Self-Organization in Groups of the Intelligent Robots*, Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 345, 2015, pp. 177—181.

13. **Gazi V.** Swarm Aggregations Using Artificial Potentials and Sliding Mode Control, *Proceedings IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, December* 2003, pp. 2041—2046.

14. **Nazarova A. V., Ryzhova T. P.** *Sistema upravleniya kollektivom robotov* (Control system of robots group), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2014, no. 4, pp. 45—50 (in Russian).

15. **Platonov A. K., Karpov I. I., Kiril'chenko A. A.** *Metod potencialov v zadache prokladki trassy* (Potential method in problem of the path planning), *Preprint Instituta prikladnoj matematiki AN SSS*R, Moscow, 1974, 27 p. (in Russian).

16. **Platonov A. K., Kiril'chenko A. A., Kolganov M. A.** *Metod potencialov v zadache vybora puti: istoriya i perspektivy* (Potential method in problem of the path planning: background and perpectives), *Institute of Applied Mathematics of M. V. Keldysh RAS.* Moscow, 2001 (in Russian).

17. **Khatib O.** Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 1985, pp. 500—505.

18. **Khatib O.** Real-Time obstacles avoidance for manipulators and mobile robots, *Int. Journal of Robotics Research.* 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90—98.

19. **Brooks R. A.** Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots, *IEEE Int. Robotics and Automation*, 1986.

20. **Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N.** On mobility and autonomous properties of mobile robots, *Robot*, 1984, no. 44, pp. 31—36.

21. **Beloglazov D. A., i dr.** *Intellektual'noe planirovanie traektorij podvizhnykh ob"ektov v sredakh s prepyatstviyami* (Intelligent planning of vehicles path in the environment with obstacles), Moscow, Fizmatlit, 2014 (in Russian).

22. **Pshihopov V. H.** *Attraktory i repellery v konstruirovanii sistem upravleniya podvizhnymi ob"ektami* (Attractors and repellers in design of control system of vehicles), *Izvestiya of TSURE.* 2006, no. 3 (58), pp. 117—123 (in Russian).

23. **Pshihopov V. H.** *Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami* (Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 34—41 (in Russian).

24. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu., Kruhmalev V. A.** *Pozitsionno-traektornoe upravlenie podvizhnymi ob"ektami v trekhmernoj srede s tochechnymi prepyatstviyami* (Position-path control of vehicles in the three dimensional environment with point obstacles), *Izvestiya SFEDU. Technical sciences*, 2015, no. 1 (162), pp. 238—250 (in Russian).

25. **Shneider V. E.** i dr. *Kratkij kurs vysshei matematiki. Ucheb. posobie dlya vtuzov* (A brief course of higher mathematics. Tutorial) Moscow, *Vysshaya Shkola.* 1972 (in Russian).

26. **Gaiduk A. R.** *Matematicheskie metody analiza dinamicheskikh system* (Mathematical analysis of dynamic systems) Saarbrücken: *LAP LAMBERT Academic Publishing*, Deutschland, 2015, pp. 281 (in Russian).

27. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Otsenivanie i upravlenie v slozhnykh dinamicheskikh sistemakh* (Estimation and control in complex dynamical systems), Moscow, *Fizmatlit.* 2009, pp. 295 (in Russian).

28. **Pshikhopov V. H., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Gurenko B. V.** Control system design for autonomous underwater vehicle, *Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS* 2013, pp. 77—82. doi: 10.1109/LARS.2013.61.

29. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Blochnyi sintez robastnykh sistem pri ogranicheniyakh na upravleniya i koordinaty sostoyaniya* (Block design of robust systems with bounded control and state space variables), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie,* 2011, no. 1, pp. 2—8 (in Russian).