

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,
С. П. Соляник, канд. техн. наук, доц., **С. В. Павлов**, аспирант,
 Дальневосточный федеральный университет, Владивосток,
 Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом¹

Рассматривается задача диагностирования непараметрическим методом технических систем, описываемых линейными динамическими моделями. На основе декомпозиции модели исходной системы предлагается подход, позволяющий проводить поиск дефектов. Теоретические результаты демонстрируются на иллюстративном и практическом примерах.

Ключевые слова: функциональное диагностирование, наблюдатели, непараметрический метод, декомпозиция, поиск дефектов, матрица синдромов

Введение

Функциональное диагностирование (ФД) является одним из мощных средств повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем, поскольку оно позволяет проверять правильность функционирования системы в процессе выполнения ею своих основных функций и оперативно поставлять информацию о возникающих сбоях и дефектах. За несколько десятилетий были разработаны разнообразные методы ФД на основе диагностических наблюдателей, соотношений паритета и методов идентификации, изучены связи между ними; в значительной мере решены задачи обеспечения робастности на основе активных и пассивных методов, использования адаптивного порога и нечеткой логики, подхода H_∞ ; рассмотрены классы технических систем, описываемых различными моделями — линейными, нелинейными, сингулярными, гибридными [1, 2, 4, 7, 8].

В последнее десятилетие перспективным и активно используемым методом решения задач ФД стал так называемый непараметрический метод [5, 6, 9], особенность которого состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Как правило, этот метод излагается для систем с непрерывным временем, в данной работе он рассматривается применительно к дискретным системам на основе нового метода поиска дефектов.

1. Непараметрический метод

Основные конструкции. Рассмотрим класс технических систем, описываемых линейной моделью

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) + \sum_{i=1}^s D_i d_i(t), \quad y(t) = Hx(t). \quad (1.1)$$

Здесь $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода соответственно; F , G , H и D_1 , D_2 , ..., D_s — известные постоянные матрицы; $d_1(t)$, $d_2(t)$, ..., $d_s(t)$ — скалярные функции, описывающие дефекты: при их отсутствии $d_i(t) = 0$, при появлении i -го дефекта $d_i(t)$ становится неизвестной функцией времени, $i = 1, 2, \dots, s$. Предполагается, что в системе возможны только однократные дефекты, возмущения для простоты не учитываются.

Будем полагать, что в состав некоторых элементов матриц F и G входят параметры, характеризующие вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; i -й дефект в системе проявляется в виде отклонения i -го параметра от его номинального значения, что в модели (1.1) учитывается соответствующим элементом суммы

$$\sum_{i=1}^s D_i d_i(t).$$

Предполагается, что пара (F, H) наблюдаема. Известно [3], что в этом случае система может быть представлена в идентификационной канонической форме, когда все обратные связи выполнены с помощью вектора выхода. Рассмотрим одну из подсистем этой формы, реализуемую с помощью линейных преобразований

$$x_* = \Phi x, \quad y_* = R y \quad (1.2)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-09-00046).

для некоторой матрицы Φ и матрицы-строки R , что дает следующую модель этой подсистемы:

$$\begin{aligned} x_{*i}(t+1) &= x_{*i}(t) + J^{(i)}y(t) + G_*^{(i)}u(t), \\ i &= 1, 2, \dots, N-1, \\ x_{*N}(t+1) &= J^{(N)}y(t) + G_*^{(N)}u(t), \\ y_*(t) &= Ry(t) = x_{*1}(t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

для матриц $J^{(1)}, \dots, J^{(N)}, G_*^{(1)}, \dots, G_*^{(N)}$, некоторые элементы которых зависят от параметров, характеризуемых вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; x_{*i} — i -я компонента вектора состояния x_* , $x_{*i} = \Phi_i x$, Φ_i — i -я строка матрицы Φ , $i = 1, 2, \dots, N$.

Выполним в полученном представлении ряд временных сдвигов и подстановок одних уравнений в другие:

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+2) &= J^{(1)}y(t+1) + G_*^{(1)}u(t+1) + \\ &+ x_{*3}(t) + J^{(2)}y(t) + G_*^{(2)}u(t), \\ x_{*1}(t+3) &= J^{(1)}y(t+2) + G_*^{(1)}u(t+2) + J^{(2)}y(t+1) + \\ &+ G_*^{(2)}u(t+1) + x_{*4}(t) + J^{(3)}y(t) + G_*^{(3)}u(t), \\ &\dots \\ y_*(t+N) &= x_{*1}(t+N) = \\ &= (J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)}) \begin{pmatrix} y(t+N-1) \\ u(t+N-1) \\ \dots \\ y(t) \\ u(t) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Запишем выражение для значения величины y_* для T моментов времени:

$$\begin{aligned} Y_T(t) &= (y_*(t+N+T-1) \ y_*(t+N+T-2) \ \dots \\ &\dots y_*(t+N)) = (J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)})V_T(t), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где

$$\begin{aligned} V_T(t) &= \\ &= \begin{pmatrix} y(t+N+T-2) & y(t+N+T-3) & \dots & y(t+N-1) \\ u(t+N+T-2) & u(t+N+T-3) & \dots & u(t+N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(t+T-1) & y(t+T-2) & \dots & y(t) \\ u(t+T-1) & u(t+T-2) & \dots & u(t) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Характерной особенностью полученного выражения является то, что параметры, значения которых могут быть неизвестны, находятся в строке $(J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)})$; строка $Y_T(t)$ и матрица $V_T(t)$ зависят только от измеряемых значений векторов управления и выхода. Последнее позволяет осуществлять ФД с использованием строки $Y_T(t)$ и матрицы $V_T(t)$, т.е. без знания значений параметров диагностируемой системы.

Генерация невязки. Для принятия решения о возникших дефектах значение T выбирается мини-

мальным, при котором $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$ [5, 6]. Отсюда следует, что последний столбец матрицы $V_T(t)$ линейно выражается через предыдущие столбцы, т.е. существует ненулевой вектор $v_T(t)$, для которого $V_T(t)v_T(t) = 0$; это означает, что матрица $V_T(t)$ имеет непустое ядро. Из (1.4) тогда следует равенство $Y_T(t)v_T(t) = 0$, которое является соотношением паритета. Из сказанного следует, что правило генерации невязки

$$r_T(t) = Y_T(t)v(T), \quad v(T) \in \ker(V_T(t)), \quad (1.5)$$

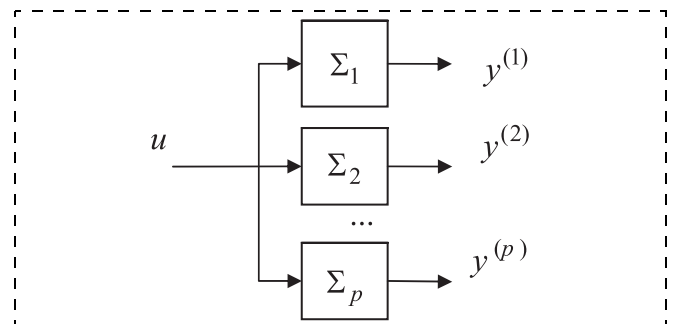
предложенное для непрерывных систем в работах [5, 6], является робастным в том смысле, что оно строится без знания значений элементов матриц системы. Для генерации невязки достаточно знать размерности векторов системы, но вычисление элементов соотношения (1.5) должно проводиться непосредственно в процессе ФД в реальном масштабе времени. Этим правило (1.5) отличается от известных методов генерации невязки, опирающихся на детальное описание системы, что дает возможность выполнить ряд вычислений предварительно — перед проведением процесса ФД. Отметим, что невязка $r_T(t)$ генерируется для каждого момента t , т.е. временное окно T является скользящим.

Ясно, что операции определения значения T , при котором $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$, требуют определенных ресурсов времени и не всегда могут быть реализованы в реальном масштабе времени. Для устранения этого недостатка предлагается выбирать T заранее так, чтобы число столбцов матрицы $V_T(t)$ было больше числа ее строк. При известных матрицах J и G_* такое значение T можно определить следующим образом. Пусть $N(J, G_*)$ — число ненулевых элементов матриц J и G_* , тогда условие $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$ выполняется при $T \geq N(J, G_*) + 1$.

2. Поиск дефектов

Главная идея поиска дефектов, предлагаемая в данной работе, основана на декомпозиции исходной системы, представленной на рисунке. Здесь $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_p$ — некоторые подсистемы, $y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(p)}$ — линейные функции компонент вектора выхода y :

$$y^{(1)} = R^{(1)}y, \quad y^{(2)} = R^{(2)}y, \quad \dots, \quad y^{(p)} = R^{(p)}y,$$



Декомпозиция исходной системы

где $R^{(1)}, \dots, R^{(p)}$ — матрицы-строки, $p \leq \min(l, s)$. Отметим, что каждая подсистема работает независимо от остальных.

В результате такой декомпозиции компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство p множеств $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p\}$, где множество Γ_i содержит определенные параметры из вектора $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ в соответствии с тем, какие параметры входят в описание подсистемы Σ_i .

Для поиска дефектов процедура обнаружения дефектов, рассмотренная выше, применяется к подсистемам $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_p$ путем формирования матриц $V_{T_1}^{(1)}(t), V_{T_2}^{(2)}(t), \dots, V_{T_p}^{(p)}(t)$, образованных измерениями $\{u(\tau), y^{(1)}(\tau)\}, \{u(\tau), y^{(2)}(\tau)\}, \dots, \{u(\tau), y^{(p)}(\tau)\}$ соответственно в пределах временного окна размера $T_\Sigma = \max(T_1, T_2, \dots, T_p)$. Невязки $r_{T_1}^{(1)}(t), r_{T_2}^{(2)}(t), \dots, r_{T_p}^{(p)}(t)$, генерируемые с помощью матриц $V_{T_1}^{(1)}(t), V_{T_2}^{(2)}(t), \dots, V_{T_p}^{(p)}(t)$ соответственно, строятся согласно соотношению (1.5). Ясно, что процедура поиска дефекта может быть реализована с точностью до множества $\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, p$.

Построение подсистем. Опишем процесс построения подсистемы, не содержащей параметр γ_1 . Предполагается, что она описывается в общем виде линейной моделью

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + Jy_*(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Предполагается также, что при отсутствии дефектов векторы x_* и x связаны равенством (1.2). Тогда по аналогии с работами [2, 7] можно получить следующие матричные уравнения, которым подчиняются матрицы, описывающие системы (1.1) и (2.1):

$$RH = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + JH_*\Phi, G_* = \Phi G, \Phi D_1 = 0. \quad (2.2)$$

Решение этих уравнений дает минимальную размерность k подсистемы и матрицы R и J .

Для возможности применения непараметрического метода каждая подсистема должна быть реализована в канонической форме с матрицами F_* и H_* вида

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0). \quad (2.3)$$

Последнее связано с тем, что в этом случае для каждой подсистемы могут быть составлены соотношения паритета в виде выражений, получаемых на основе ее вход-выходного описания, а именно это требуется для решения задачи ФД непараметрическим методом. Из (2.3) следует, что два первых

уравнения в (2.2) можно представить в виде совокупности k уравнений:

$$\begin{aligned} RH &= \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i RH, i = 1, \dots, k-1, \\ \Phi_k F &= J_k RH. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Известно [2], что семейство последних уравнений можно свернуть в одно:

$$RHF^k = J_1 RHF^{k-1} + J_1 RHF^{k-2} + \dots + J_k RH. \quad (2.5)$$

Запишем это уравнение в виде

$$(R - J_1 R - J_2 R + \dots - J_k R)U^{(k)} = 0,$$

где

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Необходимым условием существования нетривиального решения этого уравнения является неравенство

$$\text{rank}(U^{(k)}) < l(k+1). \quad (2.6)$$

Из него определяется минимальное значение размерности подсистем.

Из (2.4) можно получить выражения для первых строк матричного произведения ΦD_1 :

$$\begin{aligned} \Phi_1 D_1 &= RHD_1, \\ \Phi_2 D_1 &= (\Phi_1 F - J_1 RH)D_1 = RHF D_1 - J_1 RHD_1, \\ \Phi_3 D_1 &= (\Phi_2 F - J_2 RH)D_1 = ((RHF - J_1 H)F - \\ &- J_2 RH)D_1 = RHF^2 D_1 - J_1 RHF D_1 - J_2 RHD_1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Поскольку по условию рассматриваемая подсистема не содержит параметр γ_1 , должно выполняться условие $\Phi D_1 = 0$, или $\Phi_i D_1 = 0, i = 1, 2, \dots, k$. Тогда из (2.7) следует $RHD_1 = 0, RHF D_1 = 0, \dots, RHF^{k-1} D_1 = 0$, что можно записать в виде

$$R(HD_1, HFD_1, \dots, HF^{k-1} D_1) = 0. \quad (2.8)$$

Из вида этого уравнения ясно, что оно выступает только в роли ограничения на выбор матрицы R , само решение находится из уравнения (2.5).

Обозначим k_0 — минимальное значение k , при котором выполняется условие (2.6). Поскольку рассматривается первый дефект, то для конкретности матрицы R, Φ и J , входящие в (2.7), отметим верхним индексом ⁽¹⁾.

Рассмотрим уравнение

$$R^{(1)}(HD_1, HFD_1, \dots, HF^{k_0-1} D_1) = 0 \quad (2.9)$$

и обозначим все его линейно независимые решения $R_1^{(1)}, \dots, R_{l_1}^{(1)}$; отсутствие решений означает, что подсистемы, не содержащей параметр γ_1 , не существует. Для каждой полученной строки $R_j^{(1)}, j = 1, 2, \dots, l_1$, и $k = k_0$ решается уравнение (2.5) и

определяется матрица $J_j^{(1)}$, $j = 1, 2, \dots, l_1$. Если для строки $R_j^{(1)}$ решение уравнения (2.5) существует только при некотором $k > k_0$, проверяются равенства $R_j^{(1)} H F^{k_0} D_1 = 0, \dots, R_j^{(1)} H F^{k-1} D_1 = 0$. При их выполнении строка $R_j^{(1)}$ сохраняется для дальнейшего анализа, в противном случае — отбрасывается. Если для строки $R_j^{(1)}$ решение уравнения (2.5) отсутствует, она отбрасывается.

Аналогичным образом рассматриваются параметры $\gamma_2, \dots, \gamma_s$, на основе чего определяется множество пар $(R_1^{(1)}, k_1^{(1)}), \dots, (R_{l_1}^{(1)}, k_{l_1}^{(1)}), \dots, (R_1^{(s)}, k_1^{(s)}), \dots, (R_{l_s}^{(s)}, k_{l_s}^{(s)})$, где $k_{l_j}^{(i)}$ — минимальное значение k , при котором уравнение (2.5) имеет решение для строки $R_{l_j}^{(i)}$; им соответствуют решения уравнения (2.5) в виде матриц $J_1^{(1)}, \dots, J_{l_1}^{(1)}, \dots, J_1^{(s)}, \dots, J_{l_s}^{(s)}$.

Сформируем множество всех пар $P = \{(R_1^{(1)}, k_1^{(1)}), \dots, (R_{l_s}^{(s)}, k_{l_s}^{(s)})\}$, для которых уравнение (2.5) имеет решение. Если имеются две пары $(R_i^{(a)}, k_i^{(a)}), (R_j^{(b)}, k_j^{(b)})$, такие что $R_i^{(a)} = R_j^{(b)}$, а $k_i^{(a)} \leq k_j^{(b)}$, то оставляем во множестве P первую пару, поскольку вторая дает подсистему размерности не меньше первой. Полученное в результате множество P является основой для построения семейства, состоящего из $p = |P|$ подсистем, описываемых моделью (2.1) с вектором состояния $x_{*j}^{(i)}$, размерность каждой из них определяется числом $k_j^{(i)}$. Матрицы $F_{*j}^{(i)}$ и $H_{*j}^{(i)}$ имеют канонический вид (2.3); $G_{*j}^{(i)} = \Phi_{*j}^{(i)} G$, где строки матрицы $\Phi_{*j}^{(i)}$ находятся из соотношений (2.4) на основе матриц $R_j^{(i)}$ и $J_j^{(i)}$; вектор выхода $y_{*j}^{(i)}$ формируется матрицей $R_j^{(i)}$ ($y_{*j}^{(i)} = R_j^{(i)}(y)$).

На основе подсистем по изложенным выше правилам генерируется совокупность невязок $r_{T_1}^{(1)}(t), r_{T_2}^{(2)}(t), \dots, r_{T_p}^{(p)}(t)$; для принятия решения о возникшем дефекте используется матрица синдромов S , которая определяется следующим образом. Для параметра γ_i строится вектор-синдром S_i по следующему правилу: если этот параметр входит в описание i -й подсистемы, полагаем $S_{i0} = 1$, в противном случае $S_{i0} = 0$, $i = 1, 2, \dots, s$.

Совпадение синдромов S_i и S_j для некоторых параметров γ_i и γ_j означает, что i -й и j -й дефекты в рамках рассматриваемого подхода неразличимы. В этом случае параметры γ_i и γ_j помещаются в одно множество Γ_c для некоторого c . Параметры, имеющие индивидуальные синдромы, образуют множества, включающие в себя только один параметр. В результате компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство непересекающихся множеств $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_s\}$. Матрица синдромов S строится из множества векторов-синдромов, соответствующих различным дефектам, как из столбцов.

Представим сказанное выше в виде укрупненного алгоритма.

Алгоритм

1. Найти минимальное значение размерности k_0 , при котором выполняется условие (2.6).
2. Для параметра γ_i найти все решения уравнения (2.9) в виде набора векторов-строк $R_1^{(i)}, \dots, R_{l_i}^{(i)}$ и набор пар строка — число $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$, удовлетворяющих уравнению (2.5).
3. Для каждой пары $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$ решить уравнение (2.5) и определить матрицу $J_{l_s}^{(i)}$.
4. Сформировать множество пар вида $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$ с линейно независимыми первыми компонентами.
5. Построить набор подсистем, описываемых моделью (2.1) с вектором состояния $x_{*j}^{(i)}$, $i = 1, \dots, k_j^{(i)}$, $j = 1, \dots, p$.
6. Построить семейство векторов-синдромов $\{S_j\}$ и матрицу синдромов S .

Модифицированный подход. Независимость подсистем декомпозиции друг от друга является ограничением, из-за чего в ряде случаев задача ФД может не иметь решения. Для устранения этого недостатка предлагается при построении каждой подсистемы использовать все выходы исходной системы, а не только выход рассматриваемой подсистемы. Следствием такой модификации является то, что первое уравнение в (2.1) принимает вид

$$x_*(t+1) = F_*x_*(t) + G_*u(t) + Jy(t).$$

Как результат, упрощаются формулы (2.4), (2.5) и (2.7):

$$RH = \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i H, \\ i = 1, \dots, k-1, \Phi_k F = J_k H, \quad (2.10)$$

$$RHF^k = J_1 HF^{k-1} + J_2 HF^{k-2} + \dots + J_k H, \quad (2.11)$$

$$\Phi_1 D_1 = RHD_1,$$

$$\Phi_2 D_1 = (\Phi_1 F - J_1 H)D_1 = RHFD_1 - J_1 HD_1,$$

$$\Phi_3 D_1 = (\Phi_2 F - J_2 H)D_1 = RHF^2 D_1 - J_1 HFD_1 - J_2 HD_1.$$

Перепишем две последние формулы в блочном виде:

$$\begin{aligned}\Phi_2 D_1 &= R H F D_1 - J_1 H D_1 = (R - J_1) \begin{pmatrix} H F D_1 \\ H D_1 \end{pmatrix}, \\ \Phi_3 D_1 &= R H F^2 D_1 - J_1 H F D_1 - J_2 H D_1 = \\ &= (R - J_1 - J_2) \begin{pmatrix} H F^2 D_1 \\ H F D_1 \\ H D_1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Отсюда и из равенства $\Phi_1 D_1 = R H D_1$ нетрудно заключить, что

$$\Phi D_1 = (R - J_1 - J_2 \dots - J_k) B^{(k)},$$

где

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} H D_1 & H F D_1 & H F^2 D_1 & \dots & H F^{k-1} D_1 \\ 0 & H D_1 & H F D_1 & \dots & H F^{k-2} D_1 \\ 0 & 0 & H D_1 & \dots & H F^{k-3} D_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Условие $\Phi D_1 = 0$ полной развязки от первого дефекта теперь принимает вид $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k) B^{(k)} = 0$; поскольку строка $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$ также должна удовлетворять условию (2.11), в результате получаем уравнение

$$(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)(U^{(k)} B^{(k)}) = 0. \quad (2.12)$$

Минимальное значение размерности k , при котором это уравнение имеет нетривиальные решения, определяется условием, аналогичным (2.6):

$$\text{rank}(U^{(k)} B^{(k)}) < l(k + 1). \quad (2.13)$$

При его выполнении найдется вектор-строка $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$, удовлетворяющая уравнению (2.12). Далее по формулам (2.10) определяются строки матрицы Φ , рассчитывается матрица $G_* = \Phi G$ и строится подсистема в форме (1.3) при $N = k$.

3. Примеры

1. Рассмотрим систему, описываемую следующей моделью:

$$x_1^+ = \gamma_1 x_1 + \gamma_1 x_5 + \gamma_4 x_2 - x_6 + u_1 - \gamma_3 u_2;$$

$$x_2^+ = \gamma_2 x_1 + \gamma_2 x_5;$$

$$x_3^+ = \gamma_3 x_4 - \gamma_2 x_1 - \gamma_2 x_5 + \gamma_4 u_2;$$

$$x_4^+ = x_2 + x_3 + \gamma_3 u_1;$$

$$x_5^+ = x_6 + \gamma_3 u_2;$$

$$x_6^+ = \gamma_4 x_5 + u_1;$$

$$y_1 = x_1 + x_5; y_2 = x_2 + x_3; y_3 = x_5,$$

где для простоты используются обозначения $x^+ = x(t + 1)$, $x = x(t)$, $u = u(t)$. Нетрудно видеть, что система имеет следующее матричное описание:

$$F = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1 & -1 \\ \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 \\ -\gamma_2 & 0 & 0 & \gamma_3 & -\gamma_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & \gamma_4 \\ \gamma_3 & 0 \\ 0 & \gamma_3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$D_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T; D_2 = (0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0)^T;$$

$$D_3 = (-1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)^T; D_4 = (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)^T.$$

Для удобства дальнейших вычислений найдем матрицы

$$H F = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H F^2 = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 & \gamma_1 \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 & 0 \\ 0 & \gamma_3 & \gamma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что $k_0 = 2$.

Выполним необходимые операции для параметра γ_1 . Поскольку $H D_1 = (1 \ 0 \ 0)^T$, $H F D_1 = (\gamma_1 \ 0 \ 0)^T$, то ясно, что уравнение (2.9) имеет решения для строк $R_1^{(1)} = (0 \ 1 \ 0)$ и $R_2^{(1)} = (0 \ 0 \ 1)$. Так как

$$R_1^{(1)} H F^2 = (0 \ \gamma_3 \ \gamma_3 \ 0 \ 0 \ 0)^T = \gamma_3 R_1^{(1)} H, \text{ то } J_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \end{pmatrix};$$

$$\text{по аналогии } J_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_4 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим параметр γ_2 . Так как $H D_2 = (0 \ 0 \ 0)^T$ и $H F D_2 = (\gamma_4 \ 0 \ 0)^T$, ясно, что решение совпадает с полученным выше для параметра γ_1 .

Так как $H D_3 = (0 \ 1 \ 1)^T$ и $H F D_3 = (0 \ \gamma_3 \ 0)^T$, ясно, что уравнение (2.8) имеет только одно решение $R^{(3)} = (1 \ 0 \ 0)$. Из выражения

$$\begin{aligned}R^{(3)} H F^2 &= (\gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 \ \gamma_1 \gamma_4 \ 0 \ 0 \ \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 \ 0)^T = \\ &= \gamma_1^2 R^{(3)} H F + \gamma_2 \gamma_4 R^{(3)} H\end{aligned}$$

$$\text{ясно, что } J^{(3)} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \gamma_4 \end{pmatrix}.$$

Для четвертого дефекта $HD_4 = (1 \ 1 \ 0)^T$ и $HFD_4 = (\gamma_1 \ 0 \ 1)^T$; матрица R , удовлетворяющая условиям $RHD_4 = 0$ и $RHFD_4 = 0$, имеет вид $R = (1 \ -1 \ -\gamma_1)$. Нетрудно проверить, что она не является решением уравнения (2.5) при $k = 2$. Приняв $k = 3$, получаем $HF^2D_4 = (\gamma_1^2 + \gamma_2\gamma_4 \ \gamma_3 \ 0)^T$, откуда ясно, что матрицы R , удовлетворяющей условиям $RHF^jD_4 = 0$ при $j = 0, 1, 2$, не существует, и подсистему, инвариантную к γ_4 , построить невозможно.

Таким образом, существуют три линейно независимые строки

$$R^{(1)} = R^{(3)} = (1 \ 0 \ 0)^T, \quad R^{(2)} = R_1^{(1)} = (0 \ 1 \ 0)^T, \\ R^{(3)} = R_2^{(1)} = (0 \ 0 \ 1)^T.$$

На основе соотношений (2.2) и (2.4) найдем матрицы $\Phi^{(i)}$ и $G_*^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$:

$$\Phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_4 \\ \gamma_3^2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Приведем описания всех подсистем:

- первая с $x_{*1}^{(1)} = x_1 + x_5$, $x_{*2}^{(1)} = \gamma_4 x_2$:

$$x_{*1}^{(1)+} = x_{*2}^{(1)} + \gamma_1 y_1 + u_1,$$

$$x_{*2}^{(1)+} = \gamma_2 \gamma_4 y_1,$$

$$y_{*1} = x_{*1}^{(1)} = y_1.$$

- вторая с $x_{*1}^{(2)} = x_2 + x_3$, $x_{*2}^{(2)} = \gamma_3 x_4$:

$$x_{*1}^{(2)+} = x_{*2}^{(2)} + \gamma_4 u_2,$$

$$x_{*2}^{(2)+} = \gamma_3 y_2 + \gamma_3^2 u_1,$$

$$y_{*2} = x_{*1}^{(2)} = y_2.$$

- третья с $x_{*1}^{(3)} = x_5$, $x_{*2}^{(3)} = x_6$:

$$x_{*1}^{(3)+} = x_{*2}^{(3)} + \gamma_3 u_2,$$

$$x_{*2}^{(3)+} = \gamma_4 y_3 + u_1,$$

$$y_{*2} = x_{*1}^{(3)} = y_3.$$

Из того, какие параметры входят в построенные модели подсистем, нетрудно получить матрицу синдромов

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

откуда следует, что дефекты, соответствующие параметрам γ_1 и γ_2 , неразличимы в рамках рассматриваемого подхода.

Приведем описание первой подсистемы к вход-выходному виду:

$$y_1(t+1) = x_{*1}^{(1)}(t+1) = x_{*2}^{(1)}(t) + \gamma_1 y_1(t) + u_1(t),$$

$$y_1(t+2) = x_{*2}^{(1)}(t+1) + \gamma_1 y_1(t+1) + u_1(t+1) = \\ = \gamma_2 \gamma_4 y_1(t) + \gamma_1 y_1(t) + u_1(t+1).$$

Так как $N(J, G_*) = 3$, то $T = 4$. Запишем последнее выражение для четырех моментов времени и скомпонуем полученные результаты:

$$(y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)) = \\ = (\gamma_2 \gamma_4 \ \gamma_1 \ 1) V_4^{(1)}(t),$$

где

$$V_4^{(1)}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ u_1(t+4) & u_1(t+3) & u_1(t+2) & u_1(t+1) \end{pmatrix}.$$

Матрицы $V_4^{(2)}(t)$ и $V_4^{(3)}(t)$ строятся аналогичным образом.

Практический пример. Рассмотрим линейаризованную модель электропривода при отсутствии внешнего нагрузочного момента:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{i_p} x_2;$$

$$\dot{x}_2 = \frac{K_M}{J_H} x_3;$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{K_\omega}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{K_U}{L} u,$$

где x_1 — угол поворота вала нагрузки; x_2 — угловая скорость вращения вала двигателя; x_3 — ток якоря; i_p — передаточное отношение редуктора; J_H — приведенный момент инерции; K_M — коэффициент крутящего момента; K_ω — коэффициент противоЭДС; R — активное сопротивление цепи якоря; L — индуктивность цепи якоря; K_U — коэффициент усиления усилителя мощности.

Дискретизированную модель представим в виде

$$x_1^+ = k_1 x_2 + x_1;$$

$$x_2^+ = k_2 x_3 + x_2;$$

$$x_3^+ = k_3 x_2 + k_4 x_3 + k_5 u,$$

где коэффициенты $k_1, \dots, k_5$ представляют описанные выше параметры и интервал дискретизации.

Полагая, что измеряемыми являются переменные x_1 и x_3 , а дефекты моделируются изменениями коэффициентов $k_1, \dots, k_5$, рассматриваемую модель опишем следующими матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & k_1 & 0 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & k_3 & k_4 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_5 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для решения задачи будем использовать модифицированный подход. Нетрудно проверить, что условие (2.13) выполняется при $k = 2$.

Проведем необходимые операции для первого дефекта. Непосредственные вычисления дают следующий результат:

$$HD_1 = HFD_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(V^{(2)}, B^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 2k_1 & k_1 k_2 & 1 & 1 \\ 0 & k_3(1+k_4) & k_2 k_3 + k_4^2 & 0 & 0 \\ 1 & k_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & k_3 & k_4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно проверить, что уравнение (2.12) имеет решение в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ 0 \ -(1+k_4) \ 0 \ -(k_2 k_3 - k_4)).$$

$$\text{Тогда } \Phi_1 = (0 \ 0 \ 1), \Phi_2 = (0 \ k_3 \ -1), G_* = \begin{pmatrix} k_5 \\ -k_5 \end{pmatrix}.$$

Подсистема описывается уравнениями

$$x_{*1}^+ = x_{*2} + (1+k_4)y_2 + k_5 u,$$

$$x_{*2}^+ = (k_2 k_4 - k_4)y_2 - k_5 u,$$

$$y_{*1} = x_{*1} = y_2,$$

где $x_{*1} = x_3, x_{*2} = k_2 x_2 - x_3$. Временные сдвиги дают:

$$y_2(t+1) = x_{*2}(t) + (1+k_4)y_2(t) + k_5 u(t);$$

$$y_2(t+1) = (k_2 k_3 - k_4)y_2(t) - k_5 u(t) + (1+k_4)y_2(t+1) + k_5 u(t+1).$$

Так как $N(J, G_*) = 4$, то $T = 5$. Запишем полученные выражения в виде (1.4), приняв $y_* = R_y = y_2$:

$$(y_2(t+6) \ y_2(t+5) \ y_2(t+4) \ y_2(t+3) \ y_2(t+2)) = (1+k_4 \ k_5 \ k_2 k_3 - k_4 \ k_5) \times$$

$$\times \begin{pmatrix} y_2(t+5) & y_2(t+4) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) \\ u(t+5) & u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) \\ y_2(t+3) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \\ u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) & u(t) \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$Y_4^{(1)}(t) = (y_2(t+6) \ y_2(t+5) \ y_2(t+4) \ y_2(t+3) \ y_2(t+2));$$

$$V_4^{(1)}(t) =$$

$$= \begin{pmatrix} y_2(t+5) & y_2(t+4) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) \\ u(t+5) & u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) \\ y_2(t+3) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \\ u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) & u(t) \end{pmatrix},$$

$$\text{и } r_4^{(1)}(t) = Y_4^{(1)}(t) v(4), v(4) \in \ker(V_4^{(1)}(t)).$$

Опуская анализ дефектов во втором уравнении, для третьего дефекта получаем:

$$HD_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, HFD_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ k_4 \end{pmatrix},$$

$$(V^{(2)}, B^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 2k_1 & k_1 k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_3(1+k_4) & k_2 k_3 + k_4^2 & 1 & k_4 \\ 1 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 & k_4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение (2.12) имеет решение в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ -2 \ 0 \ 1 \ -k_1 k_2),$$

откуда $\Phi_1 = (1 \ 0 \ 0)$, $\Phi_2 = (-1 \ k_1 \ 0)$, $G_* = 0$. Подсистема описывается уравнениями

$$x_{*1}^+ = x_{*2} + 2y_1;$$

$$x_{*2}^+ = -y_1 + k_1 k_2 y_2;$$

$$y_{*1} = x_{*1} = y_1,$$

где $x_{*1} = x_1$, $x_{*2} = k_1 x_2 - x_1$; временные сдвиги дают:

$$y_2(t+1) = x_{*2}(t) + 2y_1(t),$$

$$y_2(t+1) = -y_1(t) + k_1 k_2 y_2(t) + 2y_1(t+1).$$

Поскольку $N(J, G_*) = 3$, то $T = 4$. Приведем выражение (1.4), приняв $y_* = y_1$:

$$(y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)) = \\ = (2 \ -1 \ k_1 k_2) \begin{pmatrix} y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$T = 3, \ Y_3^{(2)}(t) = (y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)),$$

$$V_3^{(2)}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{и } r_3^{(3)}(t) = Y_3^{(1)}(t)u(3), \ u(3) \in \ker(V_3^{(2)}(t)).$$

Нетрудно видеть, что матрица синдромов имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

где строки соответствуют невязкам $r_4^{(1)}(t)$ и $r_3^{(3)}(t)$, столбцы — дефектам.

Заключение

В работе предложен новый метод решения задачи поиска дефектов для технических систем, описываемых линейными моделями, на основе непараметрического метода. Особенность этого метода состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Предлагаемый в работе подход к поиску дефектов базируется на декомпозиции исходной системы на подсистемы и решении задачи ФД для каждой из них.

Список литературы

1. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
2. Жирабок А. Н., Кучер Д. Н., Филаретов В. Ф. Обеспечение робастности при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 159—173.
3. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. Москва: Мир, 1977.
4. Шумский А. Е., Жирабок А. Н. Методы и алгоритмы диагностирования и отказоустойчивого управления динамическими системами. Владивосток: ДВГТУ, 2009.
5. Шумский А. Функциональное диагностирование нелинейных динамических систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2009. № 2. С. 172—184.
6. Ding S. Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems. London: Springer-Verlag, 2014.
7. Frank P. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results // Automatica. 1990. V. 26. P. 459—474.
8. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
9. Zhirabok A., Pavlov S. Data-driven method for fault isolation in technical systems // Proc. 2015 Int. Conference on Process Control. 9—12 June, 2015. Strbske Pleso, Slovakia. P. 290—295.

Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru ✉, S. P. Solyanik, S. V. Pavlov,
Far-East Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Aleksey N., D. Sc., Professor,
Far-East Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,
e-mail: zhirabok@mail.ru

Received on April 12, 2016

Accepted on April 21, 2016

The topic of the article is the problem of fault diagnosis in the technical systems described by the linear dynamic models based on the non-parametric method. A feature of this method for the linear system models is that for the purpose of diagnosis the knowledge of the system's constant parameters is not required; it is sufficient to know only the dimensions of the input, state, and output vectors of the system. Thus, this method ensures an active robustness, which is concentrated at the stage of the residual generation and makes the residual insensitive to the uncertainties and, simultaneously, sensitive to the faults. The objective of the present paper is to extend the known non-parametric method to the linear discrete-time systems taking into account the specific features of the linear models. In order to isolate the faults, special decomposition and canonical form of each subsystem are used and then the redundancy relations based on these subsystems are obtained. A feature of the proposed solution is that in order to check the redundancy relations it is necessary to find a kernel of some matrix of the functional, which is constructed by on-line processing the system's inputs and outputs measured over a finite time window, i.e. without knowledge of the system's parameters. In order to decrease the computational complexity, it is suggested to calculate the time window on the basis of the structure of the matrices describing each subsystem. For decision making, the matrix of the syndromes is used. The theoretical results are illustrated by practical examples.

Keywords: linear models, fault diagnosis, fault isolation, observer, non-parametric method, decomposition, matrix of syndromes

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project № 16-09-00046).

For citation:

Zhirabok A. N., Solyanik S. P., Pavlov S. V. Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 507–515.

DOI: 10.17587/mau.17.507-515

References

1. **Mironivskii L. A.** *Funktsional'noe diagnostirovanie dinamicheskikh sistem* (Functional diagnosis in dynamic systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1998 (in Russian).
2. **Zhirabok A., Kucher D., and Filaretov V.** Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems, *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, pp. 142–155.
3. **Kwakernaak H., Sivan R.** *Linear optimal control systems*, New York, A Division of John Sons Inc., 1972.

4. **Shumsky A., Zhirabok A.** *Metody i algoritmy diagnostirovaniya i otkazoustoichivogo upravleniya dinamicheskimi sistemami* (Methods and algorithms for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2009 (in Russian).

5. **Shumsky A.** Functional diagnosis in time delay nonlinear dynamic systems динамических систем с запаздыванием, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, pp. 172–184.

6. **Ding S.** *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*, London, Springer-Verlag, 2014.

7. **Frank P.** Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results, *Automatica*, 1990, vol. 26, pp. 459–474.

8. **Simani S., Fantuzzi C., Patton R.** *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2002.

9. **Zhirabok A., Pavlov S.** Data-driven method for fault isolation in technical systems, *Proc. 2015 Int. Conference on Process Control*. 9–12 June, 2015, Strbske Pleso, Slovakia, pp. 290–295.

УДК 681.5.01

DOI: 10.17587/mau.17.515-524

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, проф., medvmihal@sfnu.ru,
А. Р. Гайдук, д-р техн. наук, проф., gaiduk_2003@mail.ru,
Южный федеральный университет, г. Таганрог

Алгоритмы управления неоднородными группами подвижных объектов в двумерных средах с препятствиями¹

Рассматривается проблема распределенного управления группой неоднородных объектов в среде с препятствиями. Дается краткий обзор задач и методов группового управления. Ставится задача синтеза локальных алгоритмов управления, обеспечивающих движение неоднородной группы автономных объектов в двумерной среде с нестационарными препятствиями. В основу предлагаемых алгоритмов положен принцип, в соответствии с которым каждый объект группы воспринимает все соседние с ним объекты как репеллеры. При этом в отличие от известных методов формирования репеллеров, отталкивающие силы формируются специальными динамическими звеньями, что позволяет проводить синтез в пространстве состояний, а не в геометрическом пространстве. В работе выполнен анализ установившихся режимов движения и устойчивости планируемых траекторий движения. Получены выражения, позволяющие найти установившийся режим движения. Также проанализированы движения группы в среде с препятствиями, движущимися с постоянными скоростями. Определены смещения положения объектов, вызванные движущимися препятствиями, и проведен анализ устойчивости. Приведенные результаты моделирования подтверждают результаты анализа. Предлагаемый подход, в случае использования уравнений кинематики и уравнений динамики, позволяет совместить уровень планирования и управления движением.

Ключевые слова: неоднородные группы, групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер

Введение

Для эффективного решения многих практических задач с успехом могут применяться подвижные безэкипажные (автономные) объекты. К ним относятся задачи, эффективность решения которых автономными объектами, по сравнению с человеком, существенно выше, а также задачи, решение которых человеком невозможно в связи с опасностью для его жизни [1]. Примером задач первого типа являются сборочные производства автомобилей, электронных приборов и т.п. К задачам второго типа относятся операции разминирования,

обезвреживания взрывоопасных предметов, исследование зараженных объектов и т.д. К задачам, которые наиболее эффективно решаются подвижными объектами, относятся задачи мониторинга и охраны крупных энергетических, химических, транспортных и оборонных объектов. При решении задач второго типа подвижные объекты, как правило, должны функционировать в недетерминированной, непредсказуемой среде, часто в условиях противодействия.

Во многих случаях требуется использовать группы подвижных объектов, что позволяет существенно расширить область их применения. Одним из основных факторов, обуславливающих групповое применение подвижных объектов, является цена их производства. Несмотря на то, что производство еди-

¹ Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14-19-01533, выполняемого Южным федеральным университетом.