

Ф. Н. Притыкин, д-р техн. наук, проф., Д. И. Нефедов, студент, 3demon@bk.ru,  
Омский государственный технический университет

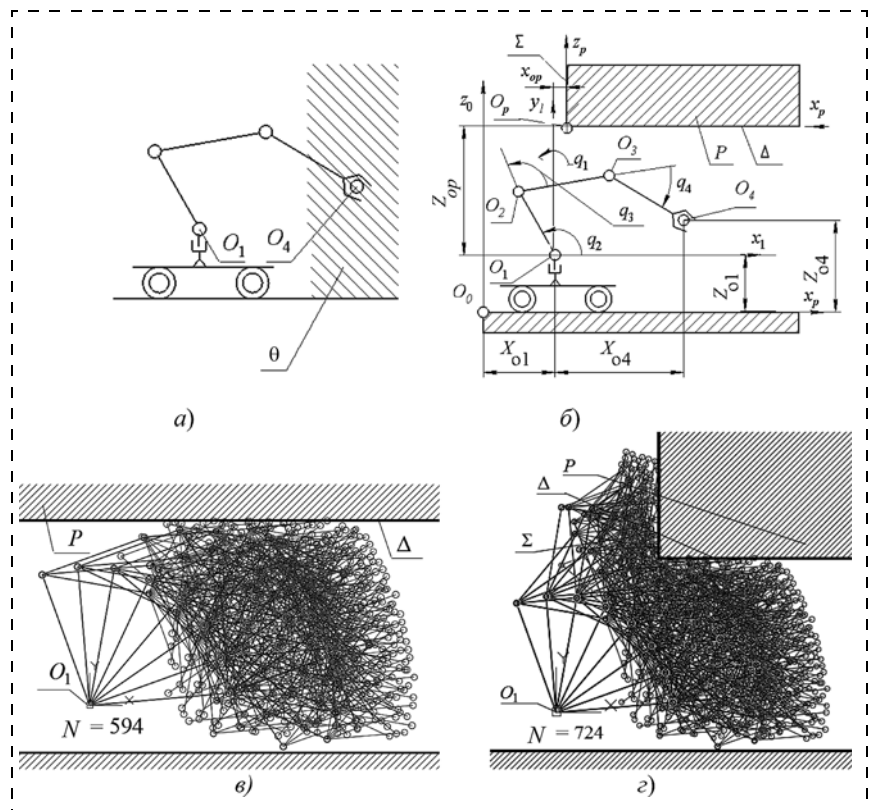
## Исследование поверхностей, задающих границы области разрешенных конфигураций механизма мобильного манипулятора при наличии запретных зон

*Предложен аналитический способ задания области в пространстве обобщенных координат, определяющей множество разрешенных конфигураций для механизма манипулятора мобильного робота с учетом различного расположения запретных зон. Исследованы поверхности, ограничивающие данную область. Результаты исследований позволяют сократить время расчета вектора обобщенных скоростей на этапе анализа виртуального взаимодействия механизма манипулятора с заранее известной окружающей средой.*

**Ключевые слова:** виртуальное моделирование движений роботов, запретные зоны, синтез движений роботов

В настоящее время интенсивно ведутся работы, связанные с созданием интеллектуальных систем управления робототехническими системами. Данные исследования позволяют обеспечить автономное функционирование роботов при наличии запретных зон в рабочем пространстве [1–3]. Важной задачей является сокращение времени расчета, связанного с определением значения вектора приращений обобщенных координат при синтезе движений и наличии двигательной избыточности. Указанный вектор приращений вычисляют с учетом обеспечения заданного безопасного удаления исполнительного механизма манипулятора от запретных зон [4, 5]. В работах [6, 7] предложены алгоритмы синтеза движений механизмов манипуляторов, которые основаны на использовании анализа точек конфигурационного пространства, задающих разрешенные и запрещенные конфигурации. При этом конфигурационное пространство  $L_q$  задают осями системы координат, по направлению которых откладывают значения обобщенных координат  $q_i$  ( $1 < i < n$ ), определяющих углы поворота в шарнирах (рис. 1, а, б). Единицами измерения по осям в этом случае принимаются градусы. Если конфигурация, определяющая положение кинематической цепи робота, удовлетворяет заданным требованиям, она считается разрешенной, в противном случае — неразрешенной. Исследованию области  $\Lambda$  конфигурационного пространства  $L_q$ , задающей точки множества разрешенных конфигураций для исполнительного механизма манипулятора мобильного робота "Варан", посвящены работы [8, 9]. Запретная зона при этом ограничивалась горизонтальной плоско-

стью, располагающейся сверху механизма манипулятора мобильного робота (для случая, когда движение осуществляется внутри туннеля). Однако предлагаемые математические модели в данных работах требуют некоторых дальнейших корректировок и уточнений. Необходимость аналитического способа задания замкнутой области  $\Lambda$  объясняется ее использованием при анализе взаимного положения механизма манипулятора и запретной зоны при виртуальном моделировании движений. Осо-



**Рис. 1. Конфигурации механизма манипулятора мобильного робота:** а — изображение зоны  $\theta$ ; б — геометрические параметры, определяющие положение конфигураций и запретной зоны  $P$ ; в, г — изображения множества разрешенных конфигураций

бую актуальность имеют указанные исследования при наличии двигательной избыточности, когда число конфигураций в заданной точке рабочего пространства, удовлетворяющих заданной точности позиционирования, может достигать нескольких сотен. Предполагаемый подход позволяет свести задачу определения пересечения механизма манипулятора и запретной зоны, заданных совокупностью различных пространственных примитивов, к нахождению принадлежности точек пространства  $L_q$  области  $\Lambda$ . Это позволяет значительно сократить время расчета значений вектора обобщенных скоростей на каждой итерации при виртуальном моделировании движений.

Условимся положение механизма манипулятора, изображенного на рис. 1, *a, б*, задавать в пространстве  $L_q$  точкой. Исследуем область пространства  $L_q$ , которая определяет совокупность точек, задающих конфигурации, не пересекающие препятствие  $P$ , и координаты центра выходного звена которых принадлежат зоне  $\theta$ , заданной неравенствами:

$$x_{o4} > 500 \text{ мм}, z_{o4} > 0. \quad (1)$$

Указанная зона  $\theta$  изображена на рис. 1, *a* и представляет собой объединение двух зон, заданных неравенствами (1). Примем  $q_1 = 0^\circ$ , тогда размерность пространства конфигураций  $L_q$  будет равна трем. Точки пространства  $L_q$  при этом будем задавать в узлах сетки с шагом  $\Delta q_i = 15^\circ$  (будем исследовать точки пространства  $L_g$  с шагом  $\Delta q_i = 15^\circ$ ). На рис. 1, *б* показан геометрический смысл параметров  $x_{op}$  и  $z_{op}$ , характеризующих взаимное положение манипулятора и запретной зоны  $P$ . Положение манипулятора в инерциальной системе координат  $O_0$  определяют координаты  $x_{o1}$  и  $z_{o1}$ , задающие начало системы  $O_1x_1z_1$ . Функционирование механизма манипулятора происходит в пределах ограниченной области  $\Omega$  пространства  $L_q$ . Область  $\Omega$ , в общем случае заданная гиперпараллелепипедом, имеет такой вид, что для любого значения вектора  $\mathbf{q} = (0, q_2, q_3, q_4)$  выполняются неравенства

$$q_i^{\min} \leq q_i \leq q_i^{\max}, \quad i = 2, 3, 4, \quad (2)$$

где  $q_i^{\min}$ ,  $q_i^{\max}$  — нижние и верхние предельные значения обобщенных координат. Для рассматриваемого примера

$$q_i^{\min} = \begin{cases} 0^\circ, & i = 2; \\ -120^\circ, & i = 3; \\ -120^\circ, & i = 4; \end{cases} \quad q_i^{\max} = \begin{cases} 120^\circ, & i = 2; \\ 120^\circ, & i = 3; \\ 120^\circ, & i = 4. \end{cases}$$

Точки, не входящие в область  $\Omega$ , называются запрещенными [6, 7]. Внутри области  $\Omega$  могут также присутствовать точки, задающие запрещенные конфигурации, при которых происходит взаимное пересечение звеньев механизма. Данные точки необходимо вычесть из области  $\Omega$ . Запрещенными являются также конфигурации, которые пересекаются с препятствиями. В условиях известной среды данные конфигурации могут быть заранее вычислены.

Исследуем положение и форму области  $\Lambda$ , когда запретная зона  $P$  ограничивается или одной или двумя плоскостями  $\Sigma$  и  $\Delta$ , положения которых относительно механизма манипулятора определяются параметрами  $x_{op}$  и  $z_{op}$  (рис. 1, *б*). Длины звеньев механизма манипулятора примем равными следующим значениям:  $O_1O_2 = 900$  мм,  $O_2O_3 = 700$  мм и  $O_3O_4 = 500$  мм. На рис. 1, *в* изображены множества разрешенных конфигураций при наличии запретной зоны, заданной горизонтальной плоскостью  $P$  при значении  $z_{op} = 1200$  мм. На рис. 1, *г* положение запретной зоны определяется значениями  $z_{op} = 1200$  мм и  $x_{op} = 800$  мм. Параметр  $N$  на рис. 1, *в, г* задает число разрешенных конфигураций, которые не пересекают препятствие  $P$  при  $\Delta q_i = 15^\circ$ . При фиксированных значениях обобщенной координаты  $q_2$  в пространстве  $L_q$  совокупность точек, задающих разрешенные конфигурации, будут задавать сечения области  $\Lambda$  в различных параллельных плоскостях, располагающихся на расстоянии  $15^\circ$ . На основе исследования формы и положения отдельных указанных сечений при различных значениях  $q_2$ , существует возможность провести также анализ формы и положения в целом области  $\Lambda$ . В конечном итоге необходимо получить аналитическое описание области, позволяющее определять принадлежность различных точек пространства  $L_q$  области  $\Lambda$ .

На рис. 2 представлены различные сечения области  $\Lambda$ , определяющие точки разрешенных конфигураций при  $q_2 = \text{const}$  для трех различных случаев. На рис. 2, *a* изображено одно из сечений области  $\Lambda$  при отсутствии запретной зоны  $P$ , соответствующее значению  $q_2 = 30^\circ$ . Сечения построены в системах координат  $O_qq_3q_4$  при  $q_2 = 0^\circ, 15^\circ, \dots, 120^\circ$ . Для задания наружного контура сечения, изображенного на рис. 2, *a*, использованы несколько граничных линий, в качестве которых выступают три прямые и один эллипс. Среди различных кривых второго порядка эллипс наилучшим образом соприкасается на определенном месте контура с крайними точками сечения области  $\Lambda$ . В связи с этим данная кривая (эллипс) выбрана в качестве одного из фрагментов, задающих контур сечения. Анализ положения указанных четырех линий в различных параллельных плоскостях сечений области  $\Lambda$  пространства  $L_q$  (построенных с шагом  $15^\circ$ ) позволил определить, что совокупность данных линий принадлежит трем плоскостям и поверхности эллиптического цилиндра. Образующей эллиптического цилиндра является эллипс  $d_1$ , центр которого смещается вдоль заданной некоторой прямой  $l$ . Данные плоскости и поверхность в пространстве  $L_q$  ограничивают область  $\Lambda$ . Область  $\Lambda$  для этого случая можно определить на основе использования операций теории множеств [10]:

$$\Lambda \rightarrow (((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2) \cap \Omega_3) \cap \Omega_4 \geq 0, \quad (3)$$

где  $\Omega$  — область, определяемая параллелепипедом, заданным предельными значениями изменений обобщенных координат (2). Заметим, что области

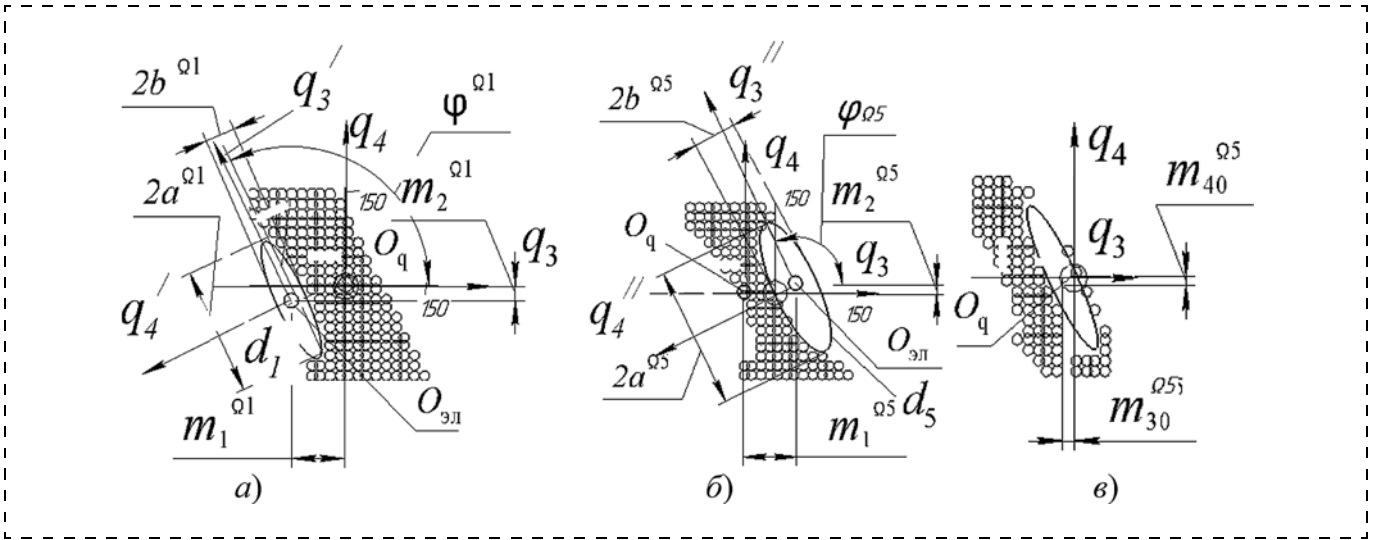


Рис. 2. Сечения области  $\Lambda$ :

$a$  — сечения при  $q_2 = 30^\circ$  и отсутствии запретной зоны  $P$ ;  $b$  — сечения при  $q_2 = 30^\circ$  и наличии запретной зоны  $P$ , заданной в виде горизонтальной плоскости уровня  $z_{op} = 800$  мм;  $c$  — сечения при  $q_2 = 60^\circ$  и наличии запретной зоны  $P$ , заданной в виде прямоугольника  $z_{op} = 800$  мм,  $x_{op} = 500$  мм,  $l_p = 400$  мм,  $h_p = 50$  мм

$\Omega_1, \dots, \Omega_4$  в неравенстве (3) необходимо использовать при наложении условий (1).  $\Omega_1$  — область, заданная эллиптическим цилиндром, сечение  $d_1$  которого изображено на рис. 2,  $a$ . В целях аналитического описания области  $\Lambda$  определим неравенства, задающие точки, принадлежащие отдельным областям  $\Omega_1, \dots, \Omega_4$ . Неравенство, определяющее точки, располагающиеся снаружи эллиптического цилиндра  $\Omega_1$ , имеет следующий вид:

$$\frac{(q_3 \sin \varphi^{\Omega_1} + q_4 \cos \varphi^{\Omega_1} + k_1^{\Omega_1}(q_2) + m_1^{\Omega_1})^2}{(a^{\Omega_1})^2} + \frac{(q_3 \cos \varphi^{\Omega_1} + q_4 \sin \varphi^{\Omega_1} + k_2^{\Omega_1}(q_2) + m_2^{\Omega_1})^2}{(b^{\Omega_1})^2} - 1 \geq 0, (4)$$

где  $a^{\Omega_1}, b^{\Omega_1}, k_1^{\Omega_1}, k_2^{\Omega_1}, m_1^{\Omega_1}, m_2^{\Omega_1}, \varphi^{\Omega_1}$  — параметры, задающие положение и форму фрагмента контура сечения эллипса  $d_1$  области  $\Omega_1$  (рис. 2,  $a$ ). Центр эллипса смещается по заданной прямой  $l$  в пространстве  $L_q$ , если происходит непрерывное изменение обобщенной координаты  $q_2$ . Положение прямой  $l$  определяется экспериментальным путем на основе исследования множества сечений области  $\Lambda$ . Параметры  $k_1^{\Omega_1}, k_2^{\Omega_1}, m_1^{\Omega_1}, m_2^{\Omega_1}$  задают уравнения проекции прямой  $l$  на плоскостях, определяемых координатами  $q_2, q_3$  и  $q_2, q_4$ . Значения  $a^{\Omega_1}$  и  $b^{\Omega_1}$  задают размеры, соответственно, большой и малой полуосей эллипса  $d_1$ . Заметим, что данные значения при  $q_2 = \text{var}$  не изменяются. Параметр  $\varphi^{\Omega_1}$  задает угол наклона большой полуоси эллипса  $d_1$  (оси  $q_3'$ ) к оси  $q_3$  (рис. 2,  $a$ ). Неравенство (4) получают на основе ис-

пользования преобразований координат, определяющих переход от системы  $O_{эл}q_3'q_4'$  (связанной с эллипсом) к системе  $O_qq_3q_4$ :

$$\begin{aligned} q_3' &= q_3 \cos \varphi^{\Omega_1} - q_4 \sin \varphi^{\Omega_1} + k_1^{\Omega_1}(q_2) + m_1^{\Omega_1}; \\ q_4' &= q_3 \sin \varphi^{\Omega_1} + q_4 \cos \varphi^{\Omega_1} + k_2^{\Omega_1}(q_2) + m_2^{\Omega_1}. \end{aligned} (5)$$

Области  $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$  задают полупространства, ограниченные тремя плоскостями, определяемые неравенствами

$$\sum_{l=2}^4 d_{l1} q_l \geq b_1, \dots, \sum_{l=2}^4 d_{lm} q_l \geq b_m, (6)$$

где  $m$  — число плоскостей, ограничивающих область  $\Lambda$  (для рассматриваемого примера  $m = 3$ );  $l = 3$  — параметр, определяющий размерность пространства конфигураций  $L_q$  при  $q_1 = 0^\circ$ ;  $d_{11}, d_{12}, \dots, d_{lm}$ ,  $b_1, b_2, \dots, b_m$  — коэффициенты уравнений плоскостей, задаваемые координатами опорных точек, располагающихся на сечениях. Данные точки определяют на сечениях области  $\Lambda$  экспериментальным путем на основе исследования множества сечений. На рис. 3 изображена последовательность задания области  $\Lambda$  при отсутствии запретной зоны. Использование неравенства (3) позволяет определять принадлежность точек пространства  $L_q$  области  $\Lambda$  и находить разрешенные и запрещенные конфигурации механизма манипулятора при отсутствии запретной зоны. Для вычисления области  $\Lambda$ , заданной неравенством (3), используют операцию конъюнкции, которую определяют следующим выражением [10]:

$$X_1 \wedge X_2 = X_1 + X_2 - \sqrt{X_1^2 + X_2^2}, (7)$$

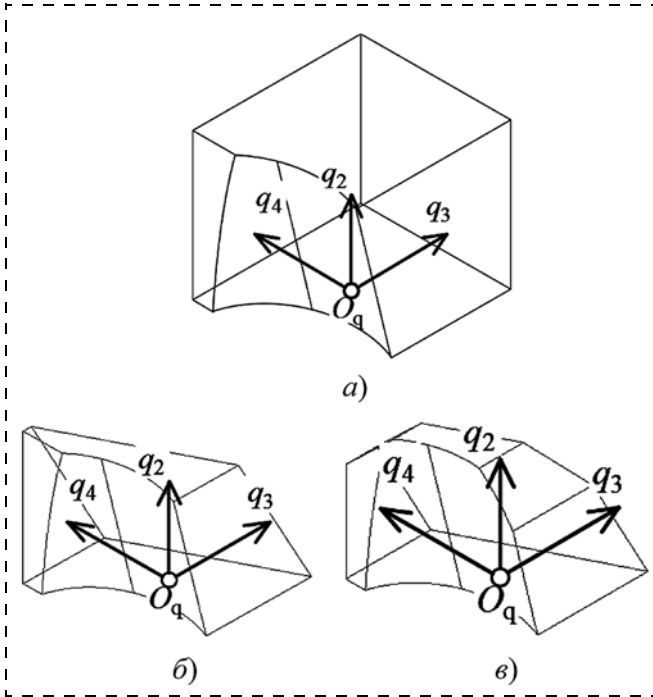


Рис. 3. Изображение области  $\Omega$  в пространстве  $L_q$  с использованием неравенств (1)–(3), (4), (6):  
 $a - \Omega \cap \Omega_1$ ;  $\text{б} - ((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2)$ ;  $\text{в} - (((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2) \cap \Omega_3) \cap \Omega_4$

где  $X_1$  и  $X_2$  являются аргументами  $R$ -функции, которые задаются неравенствами (4), (6). Подставляя вначале два неравенства (2) в уравнение (7), получаем пересечение двух полупространств, образующих область  $\Omega'$ . Затем полученное неравенство области  $\Omega'$  и третье неравенство (3) подставляем вновь в уравнение (7) и определяем уравнение области  $\Omega''$ . Получаем пересечение трех областей. В результате использования всех шести неравенств (3) имеем уравнение области  $\Omega$ . Далее уравнение области  $\Omega$  и уравнение (4) подставляем вновь в уравнение (7) и получаем область  $\Omega \cap \Omega_1$ . Затем поочередно используем три неравенства (6), при этом свободные члены этих неравенств переносим в правую часть. В конечном итоге получаем неравенство, задающее область  $\Lambda$  при отсутствии запретной зоны.

На рис. 2, б представлено сечение области  $\Lambda$  при наличии запретной области  $P$ , которая ограничивается горизонтальной плоскостью уровня. Данный случай отражает движение мобильного робота внутри тоннеля (см. рис. 1, в). Анализ сечений области  $\Lambda$  для этого случая показывает, что запрещенные конфигурации, которые пересекают запретную зону, в пространстве  $L_q$  определяются точками, принадлежащими другому эллиптическому цилиндру  $\Omega_5$  и параболическому цилиндру  $\Omega_6$ . В аналитическом виде в этом случае область  $\Lambda$  задается неравенствами на основе использования операций пересечения:

$$\Lambda \rightarrow ((((((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2) \cap \Omega_3) \cap \Omega_4) \cap \Omega_5) \cap \Omega_6) \geq 0. (8)$$

Неравенство, определяющее точки, которые располагаются снаружи эллиптического цилиндра  $\Omega_5$ , имеет следующий вид:

$$\frac{(q_3 \sin \varphi^{\Omega_5} + q_4 \cos \varphi^{\Omega_5} + k_1^{\Omega_5}(q_2) + m_1^{\Omega_5})^2}{(a^{\Omega_5})^2} + \frac{(q_3 \cos \varphi^{\Omega_5} + q_4 \sin \varphi^{\Omega_5} + k_2^{\Omega_5}(q_2) + m_2^{\Omega_5})^2}{(b^{\Omega_5})^2} - 1 \geq 0, (9)$$

где  $a^{\Omega_5}, b^{\Omega_5}, k_1^{\Omega_5}, k_2^{\Omega_5}, m_1^{\Omega_5}, m_2^{\Omega_5}, \varphi^{\Omega_5}$  — параметры, задающие положение и форму фрагмента контура сечения эллипса  $d_5$  области  $\Omega_5$  (см. рис. 2, б). Эллипс  $d_5$  наилучшим образом описывает часть контура сечения, форма которого принимает теперь другой вид. При аналитическом задании контура сечения в этом случае используют три прямые и два эллипса  $d_1$  и  $d_5$ . Параметры  $a^{\Omega_5}, b^{\Omega_5}$  определяют большую и малую полуоси эллипса  $d_5$ , образующего поверхности эллиптического цилиндра  $\Omega_5$ . Анализ сечений показывает, что размеры данных полуосей при  $q_2 = \text{var}$  также не изменяются. Параметры  $k_1^{\Omega_5}, k_2^{\Omega_5}, m_1^{\Omega_5}, m_2^{\Omega_5}$  задают, соответственно, проекции прямой, по которой смещается центр эллипса  $d_5$ . Угол  $\varphi^{\Omega_5}$  определяет наклон большой оси эллипса  $d_5$  (оси  $q_3''$ ) к оси  $q_3$ . Неравенство (6) получают на основе преобразований координат, задающих переход от системы  $O_{\text{эл}} q_3'' q_4''$  к системе  $O_{q_3 q_4}$ :

$$q_3'' = q_3 \cos \varphi^{\Omega_5} + q_4 \sin \varphi^{\Omega_5} + k_1^{\Omega_5}(q_2) + m_1^{\Omega_5};$$

$$q_4'' = q_3 \sin \varphi^{\Omega_5} + q_4 \cos \varphi^{\Omega_5} + k_2^{\Omega_5}(q_2) + m_2^{\Omega_5}. (10)$$

На рис. 4, а показано, что часть контура изображения области  $\Lambda$  наилучшим образом определяет кривая, являющаяся параболой  $l_6$ . В связи с этим принято область  $\Omega_6$  определять параболическим цилиндром, образующие которого параллельны оси  $q_3$ . Неравенство, задающее точки, которые располагаются снаружи области  $\Omega_6$ , имеет в этом случае следующий вид:

$$(q_2 \cos \varphi^{\Omega_6} + q_3 \sin \varphi^{\Omega_6} + m_2^{\Omega_6}) - 2p^{\Omega_6}(q_2 \sin \varphi^{\Omega_6} + q_3 \cos \varphi^{\Omega_6} + m_3^{\Omega_6}) \geq 0, (11)$$

где  $m_2^{\Omega_6}, m_3^{\Omega_6}, p^{\Omega_6}$  определяют параметры формы и положения параболы, задающей точки, которые располагаются снаружи области  $\Omega_6$ . Параметры  $m_2^{\Omega_6}, m_3^{\Omega_6}$  задают центр системы координат  $O_q''' q_2''' q_3'''$ , связанной с точкой параболы, имеющей

координату  $q_2''' = 0$  (рис. 4, а). Параметр  $\varphi^{\Omega_6}$  определяет угол наклона оси  $q_2'''$  (определяющей ориентацию параболы) к оси  $q_2$ . Значение параметра  $p^{\Omega_6}$  задает положение фокуса параболы. Изображение проекций фрагментов области  $\Lambda$  на плоскости проекций  $O_q q_2 q_3$  и в прямоугольной изометрии представлены на рис. 4, а, б. На рис. 4, а параболический цилиндр проецируется в виде параболы  $l_6$ . Неравенство (11) получают на основе преобразований координат, задающих переход от системы  $O_{эл} q_2''' q_3'''$  к системе  $O_q q_2 q_3$  (рис. 4, а):

$$\begin{aligned} q_2''' &= q_2 \cos \varphi^{\Omega_6} + q_3 \sin \varphi^{\Omega_6} + m_2^{\Omega_6}; \\ q_3''' &= q_2 \sin \varphi^{\Omega_6} + q_3 \cos \varphi^{\Omega_6} + m_3^{\Omega_6}. \end{aligned} \quad (12)$$

На рис. 5 представлены изображения, определяющие последовательность формирования области  $\Lambda$  в соответствии с неравенством (8). На этом рисунке изображена область при наличии запретной зоны, ограниченной горизонтальной плоскостью уровня.

Как видно из рис. 5, площадь сечений при увеличении значения  $q_2$  уменьшается. На рис. 2, в представлено сечение области  $\Lambda$ , когда запретная зона  $P$  задана двумя плоскостями  $\Lambda$  и  $\Sigma$  (см. рис. 1, б). Анализ фрагментов контуров сечений области  $\Lambda$  в этом случае показывает, что запрещенные конфигурации задаются точками, располагающимися внутри области, определяемой кинематической поверхностью. В этом случае вместо области эллиптического цилиндра  $\Omega_5$ , задающей запрещенные конфигурации, будет выступать область, определяемая кинематической поверхностью. В связи с этим данную область будем также обозначать  $\Omega_5$ . При этом образующими кинематической поверхности являются эллипсы  $d_5$ , которые теперь изменяют форму (размеры большой и малой полуосей  $a^{\Omega_5}$  и  $b^{\Omega_5}$ ) при изменении значения обобщенной координаты  $q_2$ . Начальные положения центров эллипсов и длины большой и малой полуосей при этом изменяются в зависимости от параметров  $x_{op}$ ,  $z_{op}$  и  $q_2$ . В работе [9] вычислены координаты  $m_{30}^{\Omega_5}$  и  $m_{40}^{\Omega_5}$  точек  $O_{эл}$  указанных центров эллипсов в зависимости от значений  $x_{op}$  и  $z_{op}$ . В результате

построения множеств сечений области  $\Lambda$  определены также графики  $m_{30}^{\Omega_5} = f_1(x_{op}, z_{op})$ ,  $m_{40}^{\Omega_5} = f_2(x_{op}, z_{op})$ . Анализ множества полученных сечений области  $\Lambda$  показывает, что в этом случае размеры большой  $a^{\Omega_5}$  и малой  $b^{\Omega_5}$  полуосей эллипсов зависят от обобщенной координаты  $q_2$  и изменяются нелинейно.

Начальные численные значения большой и малой осей эллипсов определяют функции  $a_o^{\Omega_5} = f_3(x_{op}, z_{op})$  и  $b_o^{\Omega_5} = f_4(x_{op}, z_{op})$  [9]. Угол наклона большой оси эллипса  $\varphi^{\Omega_5}$  по отношению к оси  $O_q q_3$  для различных значений  $x_{op}$ ,  $z_{op}$  и  $q_2$  не изменяется и равен  $\varphi^{\Omega_5} \approx 110^\circ$ .

На основе анализа фрагментов контуров сечений (эллипсов  $d_5$ ) было решено в этом случае значения

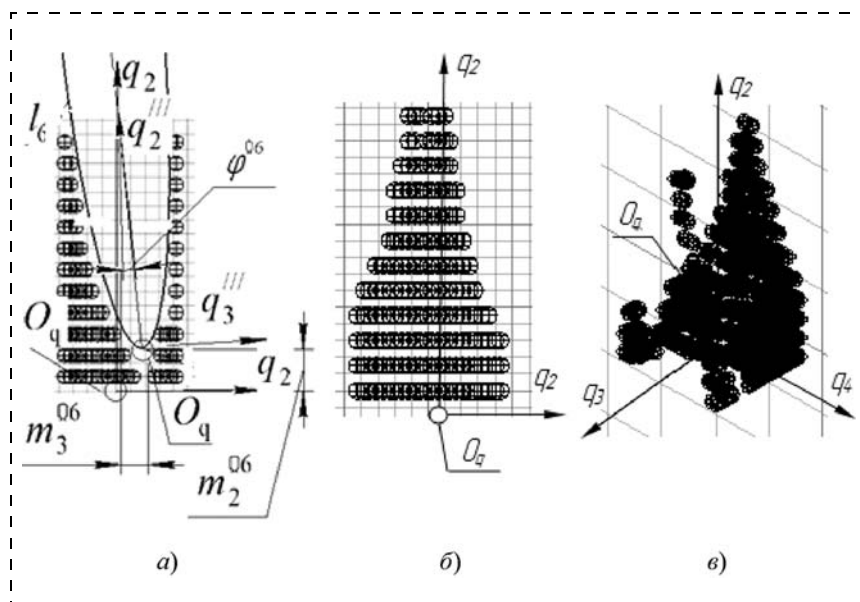


Рис. 4. Изображение области  $\Lambda$  при  $y_{op} = 600$  мм:

а — на плоскости проекции  $O_q q_2 q_3$ ; б — на плоскости проекции  $O_q q_2 q_4$ , в — изображение в прямоугольной изометрии

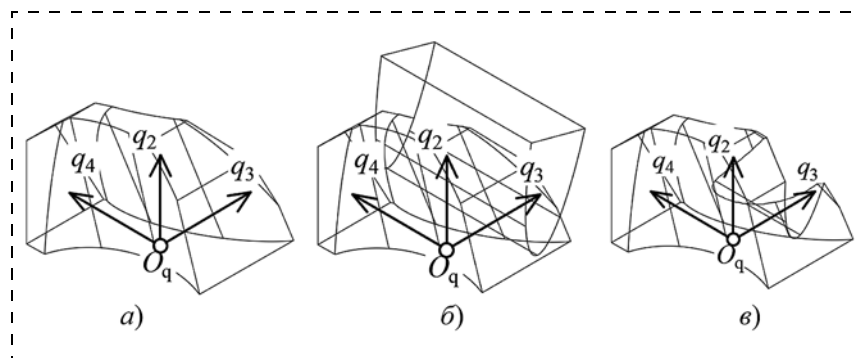


Рис. 5. Задание области  $\Lambda$  с помощью неравенств (8), (9), (11):

а —  $(((((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2) \cap \Omega_3) \cap \Omega_4) \cap \Omega_5)$ ; б — изображение областей  $\Lambda$  и  $\Omega_6$ ; в —  $(((((\Omega \cap \Omega_1) \cap \Omega_2) \cap \Omega_3) \cap \Omega_4) \cap \Omega_5) \cap \Omega_6$

параметров  $m_3^{\Omega_5}$ ,  $m_4^{\Omega_5}$ ,  $a^{\Omega_5}$  и  $b^{\Omega_5}$  задавать функциями от параметра  $q_2$  в виде полиномов третьей степени:

$$\begin{aligned} m_3^{\Omega_5} &= m_{33}^{\Omega_5} q_2^3 + m_{32}^{\Omega_5} q_2^2 + m_{31}^{\Omega_5} q_2 + m_{30}^{\Omega_5}; \\ m_4^{\Omega_5} &= m_{43}^{\Omega_5} q_2^3 + m_{42}^{\Omega_5} q_2^2 + m_{41}^{\Omega_5} q_2 + m_{40}^{\Omega_5}; \\ a^{\Omega_5} &= a_3^{\Omega_5} q_2^3 + a_2^{\Omega_5} q_2^2 + a_1^{\Omega_5} q_2 + a_0^{\Omega_5}; \\ b^{\Omega_5} &= b_3^{\Omega_5} q_2^3 + b_2^{\Omega_5} q_2^2 + b_1^{\Omega_5} q_2 + b_0^{\Omega_5}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $m_{33}^{\Omega_5}$ ,  $m_{32}^{\Omega_5}$ , ...,  $b_2^{\Omega_5}$ ,  $b_1^{\Omega_5}$ ,  $b_0^{\Omega_5}$  — коэффициенты полиномов (13), задающих область  $\Omega_5$ , определяемую кинематической поверхностью. Значения данных коэффициентов получены экспериментальным путем на основе получения множества сечений при различных значениях  $x_{op}$ ,  $z_{op}$  и  $q_2$ .

Неравенство, определяющее область  $\Omega_5$ , задающее запрещенные конфигурации для этого случая, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} &\frac{(q_3 \sin \varphi^{\Omega_5} + q_4 \cos \varphi^{\Omega_5} + (m_{33}^{\Omega_5} q_2^3 + m_{32}^{\Omega_5} q_2^2 + m_{31}^{\Omega_5} q_2 + m_{30}^{\Omega_5}))^2}{(a_3^{\Omega_5} q_2^3 + a_2^{\Omega_5} q_2^2 + a_1^{\Omega_5} q_2 + a_0^{\Omega_5})^2} + \\ &+ \frac{(q_3 \cos \varphi^{\Omega_5} + q_4 \sin \varphi^{\Omega_5} + (m_{43}^{\Omega_5} q_2^3 + m_{42}^{\Omega_5} q_2^2 + m_{41}^{\Omega_5} q_2 + m_{40}^{\Omega_5}))^2}{(b_3^{\Omega_5} q_2^3 + b_2^{\Omega_5} q_2^2 + b_1^{\Omega_5} q_2 + b_0^{\Omega_5})^2} - \\ &- 1 \geq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Использование соотношений (1)—(14) позволяет вычислять в приближенном виде разрешенные конфигурации при нахождении механизма манипулятора мобильного робота в непосредственной близости от заранее известных запретных зон.

Расчет пересечений исполнительного механизма, заданного набором пространственных примитивов, и заранее известных запретных зон в реальном масштабе времени требует значительных затрат на время вычислений. Результаты исследований могут решить указанную проблему. Использование соотношений (1)—(14) позволяет значительно сократить указанное время вычислений. Это связано с тем, что определяется лишь принадлежность точек пространства  $L_q$  рассчитанным заранее областям  $L$ . Предлагаемый способ расчета разрешенных конфигураций требует на несколько порядков меньшего времени вычислений. При этом сравнение проводилось со способами, при которых необходимо на каждой итерации определять взаимное пресечение механизма манипулятора и запретных зон (заданных совокупностями трехмерных тел).

Отказ от использования аналитических зависимостей, используемых при определении пересечения звеньев и запретных зон в расчетной модели, может позволить высвободить ресурсы операционной системы реального времени, под управлением которой работает универсальный промышленный робот. Предлагаемый метод позволил также упростить математические модели манипулятора (манипулятор рассматривается в качестве отрезков прямых) и запретных зон, необходимые для определения их взаимного расположения.

Разработанное программное обеспечение и полученные аналитические зависимости могут быть использованы как составная часть интеллектуальных систем управления, которые позволяют планировать траектории перемещения манипуляторов в заранее известном сложно организованном пространстве для обеспечения автономного функционирования роботов.

#### Список литературы

1. Ющенко А. С. Интеллектуальное планирование в деятельности роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 3. С. 5—18.
2. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Евстигнеев Д. В., Семенов А. В. Интеллектуальные робототехнические системы: принципы построения и примеры реализации. Ч. 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 11. С. 14—23.
3. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными робототехническими системами. М.: МВТУ, 2000. 400 с.
4. Isto P. A parallel motion planner for systems with many degrees of freedom // Proc. of the 10th Intemat. Conf. on Advanced Robotics (ICAR 2001), August 22—25, 2001, Hotel Mercure Buda, Budapest, Hungary. P. 339—344.
5. Притыкин Ф. Н. Виртуальное моделирование движений роботов, имеющих различную структуру кинематических цепей. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. 172 с.
6. Lopatin P. K. Algorithm of a manipulator movement amidst unknown obstacles // Proc. of the 10th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2001). August 22—25. 2001. Hotel Mercure Buda, Budapest, Hungary. P. 327—331.
7. Егоров А. С., Лопатин П. К. Использование алгоритма полиномиальной аппроксимации в задаче управления манипулятором в среде с неизвестными препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 3. С. 24—29.
8. Притыкин Ф. Н., Осадчий А. Ю. Исследование областей пространства конфигураций, задающих совокупность достижимых точек рабочей зоны манипулятора с учетом положения запретных зон // Омский научный вестник. 2014. № 3 (133). С. 70—74.
9. Притыкин Ф. Н., Нефедов Д. И., Рингельман А. В. Исследование областей, задающих множества разрешенных конфигураций при нахождении механизма мобильного манипулятора в близости от запретных зон // Инженерный вестник Дона. 2015. № 2. Ч. 2. URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3007>
10. Рвачев В. Л. Методы алгебры логики в математической физике. Киев: 1974. 256 с.

# Study of the Surfaces Defining the Area Boundaries of the Allowable Configurations of the Mobile Manipulator Mechanism with the Available Forbidden Zones

F. N. Pritykin, pritykin@mail.ru, D. E. Nefedov, 3demon@bk.ru✉,  
Omsk State Technical University, Omsk, 644050, Russian Federation

Corresponding author: Nefedov Dmitry E., Postgraduate, Omsk State Technical University,  
Omsk, 644050, Russian Federation, e-mail: 3demon@bk.ru

Received on December 25, 2015

Accepted on January 12, 2016

In this work the authors propose a method for analyzing information about the mechanism of the manipulator's positions and use of the restricted area in the field to set permissions in the configuration space of the generalized coordinates. Permissions' configuration reflects a model of the environment and is used in a system, which autonomously generates a robot's movement in accordance with the job description. Features of the manipulator are associated with the execution of the tasks in advance and on the eve of implementation of a virtually simulated movement. If the desired job is virtually modeled, it is executed as a sequence of operations with the use of the force-torque control algorithm and sensitizing system. At the same time, virtual modeling avoids unjustified and unnecessary movement of the manipulator in the presence of a motor redundancy. An approximate method for setting the resolved configurations is used in the collection of the planes and surfaces of the second order, limiting this area. The developed mathematical model of the area made feasible the configurations based on the use of the sets of inequalities and the unit of R-functions. Analysis of the relative position of the manipulator's motion paths and the field configurations admitted in the space of the generalized coordinates, allows predicting deadlocks, in which an arm can move. The results of the computational experiments and studies prove a reduction of the calculation time of the generalized vector of velocity and the trajectory of the manipulator motion in the phase of analysis of the mechanism of virtual manipulator interaction with the known environment. The analytical dependencies can be used in the intelligent control systems for the robots operating autonomously in the presence of the forbidden zones.

**Keywords:** virtual simulation of the robot motions, forbidden zones, robot motion synthesis

For citation:

Pritykin F. N., Nefedov D. E. Study of the Surfaces Defining the Area Boundaries of the Allowable Configurations of the Mobile Manipulator Mechanism with the Available Forbidden Zones, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 407–413.

DOI: 10.17587/mau.17.407-413

## References

1. Yushchenko, A. S. *Intellektual'noe planirovanie v deyatel'nosti robotov* (Intelligent planning in robots activities), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2005, no. 3, pp. 5–18 (in Russian).
2. Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P., Evstigneev D. V., Semenov A. V. *Intellektual'nye robototekhnicheskie sistemy: principy postroeniya i primery realizatsii. Chast' 1* (Intelligent Robotic Systems: principles and examples of implementation. Part 1), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2004, no. 11, pp. 14–23 (in Russian).
3. Zenkevich S. L., Yushchenko A. S. *Upravlenie robotami. Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robototekhnicheskimi sistemami* (Managing robots. Fundamentals of management manipulation robotic systems), Moscow, Publishing house of MVTU, 2000, 400 p. (in Russian).
4. Isto P. A parallel motion planner for systems with many degrees of freedom, *Proc. of the 10th Internal Conf. on Advanced Robotics (ICAR 2001)*, August 22–25, 2001, Budapest, Hungary, pp. 339–344.
5. Pritykin F. N. *Virtual'noe modelirovanie dvizhenij robotov, imeyushchih razlichnyuyu strukturu kinematicheskikh cepej* (Virtual modeling

of movements of robots with different structures kinematic chains), Omsk, Publishing house of OmGTU, 2014, 172 p. (in Russian).

6. Lopatin P. K. Algorithm of a manipulator movement amidst unknown obstacles, *Proc. of the 10th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2001)*, August 22–25, 2001, Budapest, Hungary, pp. 327–331.

7. Egorov A. S., Lopatin P. K. *Ispol'zovanie algoritma polinomial'noj approksimatsii v zadache upravleniya manipulyatorom v srede s neizvestnymi prepyatstviyami* (Using the algorithm in polynomial approximation of the manipulator control problem in an environment with unknown obstacles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 3, pp. 24–29 (in Russian).

8. Pritykin F. N., Osadchij A. Y. *Issledovanie oblastej prostranstva konfiguratsij, zadayushchih sovokupnost' dostizhimykh tochek rabochej zony manipulyatora s uchetom polozheniya zapretnykh zon* (The research areas of space configurations, defining a set of achievable points manipulator working area, taking into account the situation of exclusion zones), *Omskij Nauchnyj Vestnik*, 2014, no. 3 (133), pp. 70–74 (in Russian).

9. Pritykin F. N., Nefedov D. I., Ringel'man A. V. *Issledovanie oblastej, zadayushchih mnozhestva razreshennykh konfiguratsij pri nahozhdenii mekhanizma mob'noy manipulyatora v blizosti ot zapretnykh zon* (Research areas that define a plurality of allowed configurations when the mobile arm mechanism in the vicinity of the exclusion zones), *Inzhenernyj Vestnik Dona*, 2015, no. 2, part 2, available at: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3007>

10. Rvachev V. L. *Metody algebry logiki v matematicheskoy fizike* (Methods of algebra of logic in mathematical physics), Kiev, 1974, 256 p. (in Russian).