

Investigation of Characteristics of the Optoelectronic Ring Wave Angular Velocity Transducer

V. I. Busurin, D. Sc., Professor, vbusurin@mai.ru✉,
V. V. Korobkov, Ph. D., Associate Professor, vkor@bk.ru,
Yin Naing Win, Postgraduate Student, integratedchip.88@gmail.com,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation

Corresponding author: **Busurin Vladimir I.**, D. Sc., Professor,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation
e-mail: vbusurin@mai.ru

Received on January 27, 2015

Accepted on February 05, 2015

The article presents a research of the characteristics of the optoelectronic ring angular velocity transducer based on the optical tunneling effect. Nowadays MEMS gyroscopes are used in the aircraft control and navigation systems. A big number of MEMS angular velocity transducers, based on the properties of a vibrating element, are already available. There are several ways to evaluate sensitivity of these angular velocity transducers, including capacitive, electrostatic and piezoresistive means. The main disadvantage of these angular velocity transducers is nonlinear sensitivity. In this article those problems are solved by the research of the optoelectronic ring angular velocity transducer with the optical tunneling readout schematics, which ensures a measurement range of several hundred degrees per second. The response amplitude of a ring resonator depends on various factors, such as the diameter, type of material, radial thickness, and axial length. Reflectivity of the angular velocity transducer is changed by the initial gap, amplitude of the vibrating ring resonator and incident beam angle. The output signal is obtained by varying the amplitude of the secondary radial displacement by means of the optical tunneling. With application of a few hundred degrees per second of the angular velocity, the output sensitivity of the desired angular velocity transducer is more linear than with the use of the capacitive means. So, the desired optoelectronic ring angular velocity transducer can be used in the navigation, moving object control and trajectory tracking systems.

Keywords: ring wave resonator, optoelectronic transducer, angular velocity, optical tunneling, piezoactuator, transfer function, gap, radial displacement, sensitivity, linearity

For citation:

Busurin V. I., Korobkov V. V., Yin Naing Win. Investigation of Characteristics of the Optoelectronic Ring Wave Angular Velocity Transducer, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 340–346.

DOI: 10.17587/mau/16.340-346

References

1. **Tirtichny A.** Calculation of vibrating ring gyroscope characteristics, *Proc. of International forum "Information and communication*

technologies and higher education — priorities of modern society development", May 26–30, 2009, pp. 79–84.

2. **Crekoten F.** *Sovremennye MEMS-giroscopy i akselerometry* (Modern MEMS gyroscopes and accelerometers), St. Petersburg Journal of Electronics, 2011, no. 1 (in Russian).

3. **Eley R., Fox C. H. J., William S. Mc.** The dynamics of vibrating ring multi axis rate gyroscope, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2000, vol. 214, no. 12, pp. 1503–1513.

4. **Irvine T.** Ring vibration modes revision D, available at: <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/> January 26, 2015. 1–15 pp.

5. **Born M., Wolf E.** Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, October 1986, 854 p.

УДК 681.5.01

DOI: 10.17587/mau/17.346-353

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,

М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, проф., medvmihal@sfedu.ru,

Южный федеральный университет, г. Таганрог

Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями¹

Рассматривается задача управления движением группы автономных подвижных объектов при их функционировании в средах со стационарными препятствиями, которая решается в рамках децентрализованной системы управления, с минимизацией обмена информацией между подвижными объектами в группе. Основной особенностью, отличающей разработанный метод от близкого ему метода потенциальных полей, является то, что подвижный объект движется в поле сил, зависящих не только от взаимного расположения объекта и препятствий, но и от дополнительных переменных. Основным отличием предлагаемого подхода от метода позиционно-траекторного управления с использованием неустойчивых режимов является способ введения неустойчивых состояний. В локальных системах управления каждого подвижного объекта используются значения собственных координат и скоростей, а также координат и скоростей только соседних объектов. Препятствия в локальных алгоритмах представляются в виде подвижных объектов, входящих в группу, что позволяет унифицировать системы управления для разнородных групп. Доказаны существование и устойчивость установившихся режимов движения. Проведенное численное моделирование подтверждает результаты синтеза и анализа.

Ключевые слова: позиционно-траекторное управление, групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер

¹ Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14-19-01533, выполняемым Южным федеральным университетом.

Введение

При решении подавляющего большинства задач соответствующие системы автоматического управления обеспечивают асимптотическую устойчивость желаемых режимов функционирования объектов управления. Однако существуют случаи, когда неустойчивые режимы являются предпочтительными. Например, важнейшей характеристикой самолетов-истребителей является их маневренность, которая достигается путем приближения свойств истребителя к границе устойчивости и даже с переходом через эту границу [1]. Распространенным примером неустойчивого объекта является также шагающий робот с основными элементами в виде неустойчивых маятников, управлению которыми посвящено большое количество литературы [2, 3].

Идея формирования неустойчивых состояний в фазовом пространстве систем управления появилась в работах по нелинейной динамике и синергетике [4, 5], в которых широко используются понятия аттракторов и репеллеров. Согласно работе [6] репеллером называется математический образ какого-либо объекта, представляемый в виде отталкивающего множества в фазовом пространстве управляемого объекта или системы. Соответственно, аттрактором называется математический образ установившихся режимов, представляемый в виде притягивающего множества в фазовом пространстве объекта или системы [6].

Идея использования отталкивающих и притягивающих множеств в системах управления подвижными объектами впервые была реализована в 1970 г. в работах А. К. Платонова, в которых представлен метод потенциалов в задаче выбора пути [7, 8]. За рубежом основные ссылки делаются на работы Брукса и Хатиба, которые вышли в свет в 1985 и 1986 гг. [9–11]. Вместе с тем, работа фирмы Хитачи по управлению мобильным роботом, в которой использована идея "силового поля", выпущена в 1984 г. [12]. В настоящее время метод потенциальных полей получил широкое распространение в робототехнике. Обзор и анализ методов, использующих потенциальные поля, можно найти в работе [13].

В работах [14–16] изложена идея преобразования точечных препятствий в репеллеры с использованием теоремы Ляпунова о неустойчивости. Согласно этому методу для подвижного объекта, описываемого уравнениями кинематики и динамики, синтезируется закон управления, который обеспечивает асимптотическую устойчивость желаемых траекторий движения, трансформируя их в аттракторы, а препятствие трансформируется в репеллер, т. е. в отталкивающее многообразие, с радиусом обхода, не превышающим некоторое значение r .

В работах [14–16] на основе представленного подхода решается задача обхода точечного неподвижного препятствия подвижным объектом (ПО) на базе колесной тележки. Предложенные процедуры организации репеллеров в пространстве движения ПО позволяют организовать корректное перемещение объекта в априори неформализованных сре-

дах с точечными препятствиями. В отличие от известных подходов полученные структурно-алгоритмические решения не требуют информации о значениях скоростей и ускорений препятствий.

В работе [17] рассматривается движение подвижного объекта в трехмерной среде, базирующееся на уравнениях кинематики и динамики твердого тела. Изучается влияние типов бифуркации на функционирование системы управления. В этой работе исследуются способы обеспечения неустойчивых режимов в случаях: а) два одинаковых действительных корня характеристического уравнения системы изменяются, принимая положительные значения; б) один из двух одинаковых действительных корней характеристического уравнения системы изменяется, принимая положительное значение; в) два комплексно-сопряженных корня изменяются так, что их действительные части принимают положительные значения, а мнимые части остаются неизменными. Соответствующие системы управления сравниваются по двум показателям — минимальному расстоянию между подвижным объектом и препятствием и длине траектории. При этом наиболее эффективной оказывается система управления, в которой неустойчивый режим обеспечивается за счет изменения одного действительного корня.

В работе [13] рассматривается задача движения ПО в среде с препятствиями, которые могут образовывать различные конфигурации. Ставится задача попадания из произвольной точки (y_{01}, y_{02}) в заданную целевую точку (y_{f1}, y_{f2}) с выполнением условия

$$r_j \geq r, \quad (1)$$

где r_j — расстояние до ближайшего препятствия; r — константа, задающая допустимое расстояние от характерной точки ПО до любого из препятствий P_j .

На основании результатов работ [18, 19] в работе [13] для обеспечения неустойчивых режимов вводится бифуркационный параметр вида

$$\beta = \sum_{j=1}^{n_p} |r_j - r| - \sum_{j=1}^{n_p} (r_j - r), \quad (2)$$

где n_p — число препятствий, обнаруженных системой управления. При этом параметры эталонного уравнения замкнутой системы формируются таким образом, что при ненулевом параметре (2) корни ее характеристического уравнения становятся положительными. Однако такой алгоритм в средах со сложными препятствиями может приводить к циклическим движениям.

В работах [20, 21] указанный недостаток устраняется за счет того, что пропорционально бифуркационному параметру (2) изменяется направление движения ПО на угол

$$\gamma = k_p \beta. \quad (3)$$

В данной статье развивается метод позиционно-траекторного управления с использованием репеллеров путем его распространения на задачу группового управления подвижными объектами.

Постановка задачи

Как отмечалось в работе [13], метод позиционно-траекторного управления с использованием неустойчивых режимов обеспечивает наибольшую эффективность по показателю безопасности (расстоянию до препятствий) при обходе препятствий и требует наименьшего количества информации для функционирования системы управления. В связи с этим при решении одной из ключевых проблем развития систем управления автономными подвижными объектами, которой является их групповое функционирование, неустойчивые режимы могут обеспечить движение ПО с минимальным обменом информации и на максимально безопасном расстоянии от препятствий.

Поскольку решается задача планирования траекторий движения ПО, то ограничимся рассмотрением его уравнений кинематики вида

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1i} &= V_i \cos \varphi_i; \\ \dot{y}_{2i} &= V_i \sin \varphi_i,\end{aligned}\quad (4)$$

где y_{1i}, y_{2i}, V_i — координаты и скорость i -го объекта; φ_i — угол курса объекта; $i = \overline{1, n}$.

Положение подвижного объекта характеризуется координатами y_{1i}, y_{2i} во внешней системе координат Oy_1y_2 (рис. 1). Скорость V_i и курсовой угол φ_i

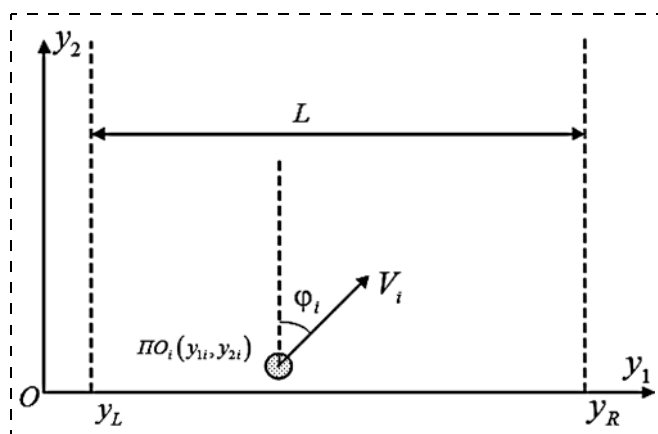


Рис. 1. Переменные состояния и система координат

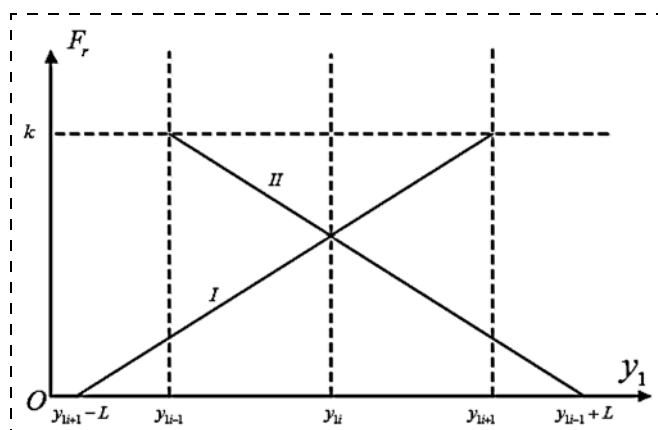


Рис. 2. Формирование репеллеров с линейными функциями отталкивания

являются управлениями движением i -го ПО. Каждый объект рассматриваемой группы ПО имеет информацию о расположении соседних подвижных объектов и о координатах y_L, y_R области L , в которой функционирует группа. Число n ПО в группе неизвестно. Ставится задача перемещения группы в направлении оси Oy_2 с равномерным распределением объектов вдоль оси Oy_1 .

Алгоритмы группового управления

Пусть при $t = 0$ $y_{2i} = 0$, а $y_{1i} \neq y_{1j}, \forall i \neq j, i, j = \overline{1, n}$. Пронумеруем подвижные объекты таким образом, чтобы индекс $i = \overline{1, n}$ возрастал с увеличением координаты y_{1i} . В этом случае алгоритм управления для i -го подвижного объекта можно синтезировать следующим образом.

Предположим, каждый подвижный объект группы является для соседнего объекта репеллером (отталкивающим многообразием). В этом случае взаимодействие соседних подвижных объектов можно представить функциями, изображенными на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложены координаты y_{1i} подвижных объектов, а по оси ординат — линейные функции, на основе которых строятся силы отталкивания репеллеров.

Прямая I , представленная на рис. 2 и проходящая через точки $(y_{1i+1} - L, 0), (y_{1i+1}, k)$, описывается уравнением

$$\frac{y_{1i} - y_{1i+1} + L}{y_{1i+1} - y_{1i+1} + L} = \frac{f_I - 0}{k - 0} \Rightarrow f_I = \frac{k}{L}(y_{1i} - y_{1i+1} + L). \quad (5)$$

Аналогично, прямая II , проходящая через точки $(y_{1i-1}, k), (y_{1i-1} + L, 0)$, описывается уравнением вида

$$\frac{y_{1i} - y_{1i-1}}{y_{1i-1} + L - y_{1i-1}} = \frac{f_{II} - k}{0 - k} \Rightarrow f_{II} = \frac{k}{L}(-y_{1i} + y_{1i-1} + L). \quad (6)$$

Вычитая из правой части выражения (5) правую часть (6), получаем уравнения дополнительных динамических звеньев, формирующих репеллеры в пространстве состояний группы подвижных объектов:

$$\dot{z}_i = \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}), \quad i = \overline{2, n}, \quad (7)$$

где $y_{10} = y_L; y_{1n+1} = y_R$.

Рассмотрим задачу стабилизации дополнительных переменных z_i и движения подвижных объектов параллельно оси Oy_2 с постоянными скоростями. Для решения этой задачи введем в рассмотрение квадратичные функции вида

$$V_i = 0,5 z_i^2, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Производная от функции V_i (8) в силу уравнения (7) равна

$$\dot{V}_i = z_i \dot{z}_i = \frac{k}{L} z_i (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Если выражение (9) отрицательно определено, то системы (7) асимптотически устойчивы относи-

тельно некоторых установившихся состояний. Чтобы обеспечить отрицательную определенность функций (9) и реализовать движение ПО с постоянной скоростью, потребуем выполнения следующих функциональных соотношений:

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Производная по времени от первого элемента вектора (10) в силу уравнений (4) и (7) равна

$$\begin{aligned} \dot{e}_i[1] &= V_i \cos \varphi_i - \\ &- \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2}, \\ &i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с методом позиционно-траекторного управления потребуем, чтобы компоненты $e_i[1]$ и $e_i[2]$ векторов (10) удовлетворяли эталонным уравнениям вида

$$\dot{e}_i[1] + T_{0i}e_i[1] = 0, \quad e_i[2] = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12)$$

где T_{0i} — постоянные положительные числа.

Тогда, подставив в систему уравнений (12) выражения (10), (11), получим

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} - T_{0i}\left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2}\right) \\ V_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом управления каждым ПО группы определяются выражениями

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \Phi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2} \\ \arctan\left(\frac{u_{iy}}{u_{ix}}\right) \end{bmatrix}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Выражения (13), (14) представляют собой локальный алгоритм системы управления i -го подвижного объекта. Для его реализации необходимы данные о собственном положении y_i каждого i -го ПО, а также о координатах y_{1i-1} , y_{1i+1} и скоростях $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ его соседних ПО. При этом скорости $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ и положения y_{1i-1} , y_{1i+1} соседних подвижных объектов измеряются или оцениваются по алгоритмам, представленным в работах [22–24].

Оценим устойчивость систем управления движениями ПО группы. С этой целью, подставляя выра-

жения (13), (14) в соотношения (4), (7), получим уравнения замкнутой системы управления i -го ПО:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{1i} \\ \dot{y}_{2i} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} - \\ - T_{0i}\left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2}\right) \\ V_k \\ \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что замкнутая система декомпозируется на две независимые подсистемы, из которых одна описывается первым и третьим уравнениями, а другая — вторым уравнением. Проведем сначала анализ устойчивости первой подсистемы. При этом учтем, что переменные y_{1i-1} , y_{1i+1} являются внешними измеряемыми сигналами по отношению к системе управления i -го объекта. Поэтому при анализе устойчивости системы управления i -го подвижного объекта полагаем $y_{1i-1} = y_{1i+1} = \dot{y}_{1i-1} = \dot{y}_{1i+1} = 0$. Тогда первое и третье уравнения системы (15) принимают вид

$$\dot{y}_{1i} = -\left(\frac{k}{L} + T_i\right)y_{1i} - \frac{T_i}{2}z_i, \quad \dot{z}_i = \frac{2k}{L}y_i. \quad (16)$$

Система (16) является линейной стационарной системой. Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$s^2 + \left(\frac{k}{L} + T_i\right)s + T_i\frac{k}{L} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, условиями устойчивости замкнутой подсистемы (16) являются неравенства

$$T_i > 0, \quad k > 0. \quad (18)$$

Вторая подсистема, описываемая уравнениями $\dot{y}_{2i} = V_k$, $i = \overline{1, n}$, очевидно, является устойчивой по Ляпунову.

В целях расширения возможностей управления модифицируем алгоритм управления (13), (14), введя в выражение (10) дополнительную составляющую $k_2(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})/L$. В результате это выражение примет вид

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i - \frac{k_2}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix} = 0, \quad (19)$$

а выражение (13) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{L}\right)u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)(\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1}) - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} - \\ - T_i\left(\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)y_{1i} - \frac{\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)(y_{1i-1} + y_{1i+1}) - z_i}{2}\right) \\ V_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (20)$$

Соответственно, характеристическое уравнение (17) примет вид

$$s^2 + \left(\frac{k}{L+k_2} + T_i \right) s + T_i \frac{k}{L+k_2} = 0. \quad (1)$$

Отличием алгоритма управления (20) от алгоритма (13) является возможность изменения обеих корней характеристического уравнения (21) независимо от заданной ширины зоны L и коэффициента k . При этом условия устойчивости (18) принимают вид

$$T_i > 0, k > 0, k_2 > -L. \quad (2)$$

В выражении (20) параметрами настройки регулятора являются T_i, k_2 .

Анализ алгоритмов группового управления в средах с препятствиями

Предположим, что в среде присутствуют одно или несколько неподвижных препятствий, представляющих собой окружности с центрами в точках (y_1^{pj}, y_2^{pj}) . Размер препятствия характеризуется радиусом $r_p^j, j = \overline{1, n_p}, n_p$ — число препятствий.

Рассмотрим замкнутую систему (15). Учитывая, что при выполнении условий (18) первая подсистема системы (15) асимптотически устойчива, запишем ее уравнения равновесия, полагая производные равными нулю:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{k}{2L} (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}) - \\ &\quad - T_i \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right), \\ 0 &= \frac{k}{L} (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Из системы (23) находим

$$z_i = 0, y_{1i} = \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1}}{2}, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

т. е. в установившемся режиме каждый ПО группы находится точно посередине между своими соседями.

С учетом того что $y_0 = y_L, y_{n+1} = y_R$, решение (24) можно переписать в следующем виде:

$$y_n = \frac{y_L + n y_R}{n+1}, y_i = \frac{y_L}{i+1} + \frac{i y_{1i+1}}{i+1}, i = \overline{n-1, 1}. \quad (5)$$

Из выражения (25) находим расстояние между соседними подвижными объектами в установившемся режиме:

$$y_{1i} - y_{1i-1} = \frac{y_R - y_L}{n+1} = \frac{L}{n+1}. \quad (6)$$

Идея применения подхода, описанного в предыдущем разделе, для сред с неподвижными препятствиями состоит в том, что последние формально представляются подвижными объектами. В этом случае распределенная система управления груп-

пой роботов (15) будет успешно функционировать при выполнении следующего условия:

$$r_p^j < \frac{L}{n + n_p + 1}, \quad (7)$$

где r_p^j — радиус препятствия.

При наличии препятствий длина траекторий подвижных объектов может существенно различаться, поэтому возникает задача одновременного поддержания строя всеми подвижными объектами. Данная задача заключается в том, что подвижные объекты в установившемся режиме должны выстраиваться в линию, параллельную оси Oy_1 . Для решения этой задачи введем следующую стратегию. Подвижный объект, в текущий момент времени являющийся крайним левым, назначается ведущим, поэтому его система управления реализует движение с постоянной скоростью V_k . Остальные ПО, сохраняя прежнюю стратегию поведения при распределении вдоль оси Oy_1 , имеют уставкой по координате y_2 координату соседнего слева подвижного объекта.

Таким образом, в среде с препятствиями требуется управление подвижным объектом по обеим координатам. В связи с этим введем в рассмотрение следующие векторы ошибок:

$$e_1 = \begin{bmatrix} y_{11} - \frac{y_L + y_{12} - z_1}{2} \\ \dot{y}_{21} - V_k \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \\ y_{2i} - y_{2i-1} \end{bmatrix}, i = \overline{2, n}. \quad (9)$$

При этом локальные позиционно-траекторные алгоритмы управления подвижными объектами принимают вид

$$\begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1L} + \dot{y}_{12} - \dot{z}_1}{2} - T_{11} \left(y_{11} - \frac{y_{1L} + y_{12} - z_1}{2} \right) \\ V_k \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \dot{z}_i}{2} - T_{1i} \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i} (y_{2i} - y_{2i-1}) \end{bmatrix}, \quad i = \overline{2, n}. \quad (11)$$

В выражениях (30), (31), как и ранее, считается, что координаты и скорости соседних подвижных объектов измеряются или оцениваются. При этом законы изменения скоростей V_i и углов ориентации φ_i ПО по-прежнему определяются выражением (14).

В этом случае уравнения замкнутой системы управления группой ПО имеют вид

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{11} \\ \dot{y}_{21} \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1L} + \dot{y}_{12} - \dot{z}_1}{2} - T_{11} \left(y_{11} - \frac{y_{1L} + y_{12} - z_1}{2} \right) \\ V_k \\ k(2y_{11} - y_{1L} - y_{12})/L \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{1i} \\ \dot{y}_{2i} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \dot{z}_i}{2} - T_{1i} \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i}(y_{2i} - y_{2i-1}) \\ k(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})/L \end{bmatrix},$$

$$i = \overline{2, n}. \quad (13)$$

Из системы (32), (33) следует, что установившийся режим по переменным z_i и y_{1i} описывается выражениями (24), а условия устойчивости по-прежнему имеют вид (18).

Для анализа установившегося режима относительно переменных y_{2i} запишем вторые уравнения из (32), (33):

$$\begin{aligned} \dot{y}_{21} &= V_k; \\ \dot{y}_{22} &= \dot{y}_{21} - T_2(y_{22} - y_{21}) = V_k - T_2(y_{22} - y_{21}); \\ \dot{y}_{23} &= \dot{y}_{22} - T_2(y_{23} - y_{22}) = V_k - T_2(y_{22} - y_{21}) - \\ &- T_2(y_{23} - y_{22}) = V_k - T_2(y_{23} - y_{21}); \\ &\dots \\ \dot{y}_{2i} &= V_k - T_2(y_{2i} - y_{21}), \\ &\dots \end{aligned} \quad (14)$$

Проинтегрируем первое уравнение (34):

$$y_{21} = y_{21}^0 + V_k t. \quad (15)$$

Тогда, с учетом (35), последнее уравнение из соотношений (34) принимает вид

$$\dot{y}_{2i} + T_2 y_{2i} = V_k + T_2(y_{21}^0 + V_k t). \quad (16)$$

Решая уравнение (36), получаем

$$y_{2i}(t) = (y_{2i}^0 - y_{21}^0) e^{-T_2 t} + y_{21}^0 + V_k t, \quad (17)$$

где y_{21}^0, y_{2i}^0 — начальные положения подвижных объектов.

Из выражения (37) следует, что

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_{2i}(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} ((y_{2i}^0 - y_{21}^0) e^{-T_2 t} + y_{21}^0 + V_k t) = \\ &= y_{21}^0 + V_k t. \end{aligned} \quad (18)$$

Сравнивая выражения (35) и (38), получаем, что с течением времени положения всех подвижных объектов вдоль оси Oy_2 стремятся к положению самого левого подвижного объекта, т. е. группа подерживает строй.

Для того чтобы системы управления ПО могли учитывать наличие препятствий, алгоритмы локальных управлений (30), (31) дополняются следующими логическими условиями.

Если $i = i^*$ -й подвижный объект группы обнаруживает препятствие слева от себя, то номер ПО увеличивается на единицу, а алгоритм управления (31) принимает вид

$$\begin{bmatrix} u_{i^*x} \\ u_{i^*y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i^*-1} + \dot{y}_{1i^*+1} - \dot{z}_{i^*}}{2} - T_{1i^*} \left(y_{1i^*} - \frac{y_{1i^*-1} + y_{1i^*+1} - z_{i^*}}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i^*-1} - T_{2i^*}(y_{2i^*} - y_{2i^*-1}) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Если i -й подвижный объект в группе обнаруживает препятствие справа от себя, то его алгоритм управления (31) остается неизменным.

Алгоритмы управления крайнего левого и крайнего правого подвижных объектов не изменяются при обнаружении ими препятствий.

Результаты моделирования

Модель подвижного объекта описывается уравнениями (4), а закон управления — выражениями (7), (14), (30), (31). Ширина рабочей зоны $L = 200$ м, $y_L = 0$ м, $y_R = 200$ м; число подвижных объектов $n = 5$; уставки по скорости $V_{0i} = 1$ м/с; $T_{0i} = 1$ с⁻¹; начальные условия $y_{2i} = 0$, $y_{11} = 10$, $y_{12} = 20$, $y_{13} = 30$, $y_{14} = 40$, $y_{15} = 50$ м; координаты центра и радиус препятствия (80, 60) и 20 м. В целях обеспечения безопасности маневры подвижных объектов начинаются за 10 м до достижения препятствия. Первым маневр обхода начинает подвижный объект, наиболее близкий к обнаруженному препятствию. На рис. 3 приведены результаты моделирования движений группы пяти ПО при алгоритмах управления, описываемых выражениями (30), (31).

На рис. 3 видно, что группа подвижных объектов после старта распределяется равномерно по исследуемой области. При приближении второго и третьего подвижных объектов к препятствию на расстояние менее 10 м они начинают учитывать обнаруженное препятствие как еще один подвижный объект. В результате группа разбивается на две подгруппы. Первая подгруппа проходит слева от препятствия, а вторая — справа от него. После прохождения препятствия подвижные объекты снова группируются в исходную конфигурацию и продолжают движение. При этом локальные системы управления ПО не только осуществляют независимо друг от друга равномерное размещение подвижных объектов вдоль оси Oy_1 , но и обеспечивают сохранение строя, т. е. движение всех ПО на одной линии, параллельной этой оси.

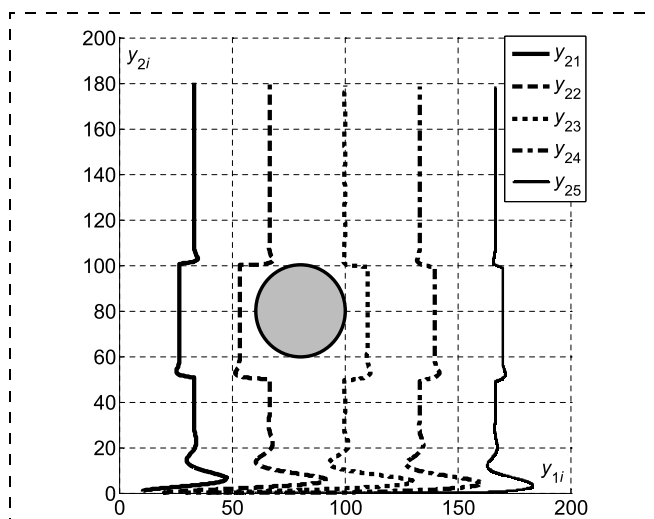


Рис. 3. Результаты моделирования движения группы ПО (4), (7), (14), (30), (31), (39) при наличии неподвижного препятствия

Заключение

В статье предложены и проанализированы алгоритмы распределенного управления группой подвижных объектов, использующие принцип управления, основанный на интерпретации всех соседних объектов как репеллеров. Предложены методы введения репеллеров, отличающиеся динамическим способом формирования отталкивающих сил, в том числе посредством неустойчивых режимов. Отметим, что представленные на рис. 2 графики не являются графиками отталкивающих сил.

Проведенный анализ и результаты моделирования позволяют говорить об эффективности предложенных методов в средах с препятствиями. Предложенный подход может применяться и для нестационарных сред, так как препятствия формально могут представляться как подвижные объекты.

Предлагаемые алгоритмы могут использоваться в системах планирования движения различных подвижных объектов. При этом планируемые траектории обеспечивают устойчивость движения на уровне кинематики подвижных объектов. Реализация спланированных траекторий требует специальных регуляторов с учетом динамики собственно ПО и исполнительных механизмов [25, 26].

При использовании уравнений кинематики и динамики подвижных объектов предлагаемый метод позволяет объединить уровни планирования и управления движением. При этом возможно формирование репеллеров как функций положений, скоростей и ускорений подвижных объектов.

Список литературы

1. Федосов Б. Т. Управление неустойчивыми объектами. URL: <http://model.exponenta.ru/>.
2. Формальский А. М. О стабилизации перевернутого маятника с неподвижной или подвижной точкой подвеса // ДАН. 2006. Т. 406, № 2. С. 175–179.
3. Формальский А. М. О стабилизации двойного перевернутого маятника при помощи одного управляющего момента // Изв. РАН. ТИСУ. 2006. № 3. С. 5–12.
4. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
5. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985.
6. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики. Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. М.: КомКнига, 2005. 312 с.
7. Платонов А. К., Карпов И. И., Кирильченко А. А. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР, 1974. 27 с.

8. Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2001.
9. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. 1985. P. 500–505.
10. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // Int. Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5, N. 1. P. 90–98.
11. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // IEEE Int. Robotics and Automation. 1986.
12. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots // Robot. 1984. N. 44. P. 31–36.
13. Белоглазов Д. А., Гузик В. Ф., Косенко Е. Ю., Крухмалев В. А., Медведев М. Ю., Переверзев В. А., Пшихопов В. Х., Пьявченко А. О., Сапрыкин Р. В., Соловьев В. В., Финаев В. И., Чернухин Ю. В., Шиповалов И. О. Интеллектуальное планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: Физматлит, 2014. 300 с.
14. Пшихопов В. Х. Атракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. 2006. № 3 (58). С. 117–123.
15. Пшихопов В. Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 34–41.
16. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. М.: Наука, 2011. 350 с.
17. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Крухмалев В. А. Позиционно-траекторное управление подвижными объектами в трехмерной среде с точечными препятствиями // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1 (162). С. 238–250.
18. Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971. 112 с.
19. Зимин М. Ф. Об уравнениях, определяющих площади, объемы и их границы // Математическое образование. 1930. № 1.
20. Pshikhov V. Kh., Ali A. S. Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments // Proc. of 2011 IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2011. P. 540–545.
21. Пшихопов В. Х., Али А. С. Обход локальных минимумов функции ошибки при движении робота в неопределенной среде // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2011. № 6 (164). С. 26–31.
22. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Оценка и управление в сложных динамических системах. М.: Физматлит, 2009. С. 295.
23. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Алгоритмы оценивания в системе управления автономного роботизированного дирижабля // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 2 (139). С. 200–207.
24. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Структурный синтез автопилотов подвижных объектов с оцениванием возмущений // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. № 1. С. 103–109.
25. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р., Нейдорф Р. А., Беляев В. Е., Федоренко Р. В., Костюков В. А., Крухмалев В. А. Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой: математическая модель // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 6. С. 14–21.
26. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р., Нейдорф Р. А., Беляев В. Е., Федоренко Р. В., Костюков В. А., Крухмалев В. А. Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой: алгоритмы управления // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 7. С. 13–20.

Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles

V. Kh. Pshikhov, pshichop@rambler.ru, M. Ju. Medvedev, medvmihal@sfedu.ru,
Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation

Corresponding author: Pshikhov Vjacheslav Kh., D. Sc., Professor,
Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation
e-mail: pshichop@rambler.ru

The topic of the article is movement of a group of autonomous mobile objects during their functioning in the environments with stationary obstacles. The task is solved within the framework of the decentralized control systems. Thus the exchange of information between the mobile objects in a group is minimized. During the planning of the movement and control of the mobile objects the obstacles are transformed into repellers by means of synthesizable controls. The method of the potential fields and the method of control of the mobile objects with the use of unstable modes are the closest to the proposed method. The main difference of the developed method from the method of the potential fields is that a mobile object moves to the field of the forces depending not only on the relative positioning of the robot and an obstacle, but also on the additional dynamic variables. The dynamic way of formation of the repellent forces allows one to operate robots within the system of a decentralized control. The main difference of the offered approach from the method of position and trajectory control with the use of the unstable modes is the way of introduction of the unstable states. In the method of position and trajectory control the change of the parameters of the reference equation of a control system is used. In the offered method additional dynamic variables are used. Stable and unstable states of this variable depend on the state variables of a robot and the objects, next to it. In the local control systems of each mobile object the only values used are those of the own coordinates and speeds, and also coordinates and speeds of the neighboring objects. At that, a centralized algorithm of control is absent. Obstacles in the local algorithms are presented as mobile objects, which makes it possible to unify the control systems for the heterogeneous groups. An analysis was carried out, during which the existence and asymptotic stability of the steady movement modes were proved. The carried out numerical modeling confirmed the results of the analysis and synthesis.

Keywords: position path control, group control, vehicle, decentralized control, re-peller

Acknowledgements: This work was supported by a grant from the Russian Science Foundation 14-19-01533 and implemented by Southern Federal University

For citation:

Pshihopov V. Kh., Medvedev M. Yu. Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 346–353.

DOI: 10.17587/mau/16.346-353

References

1. Fedosov B. T. *Upravlenie neustojchivymi ob'ektami* (Control of unstable objects), available at <http://model.exponenta.ru/>
2. Formal'skij A. M. *O stabilizacii perevernutogo majatnika s nepodvizhnoj ill podvizhnoj tochkoy podvesa* (About stabilization of an inverse pendulum with fixed or mobile point of subweight), *Reports of Academy of Sciences*, vol. 406, no. 2, 2006, pp. 175–179 (in Russian).
3. Formal'skij A. M. *O stabilizatsii dvojnogo perevernutogo majatnika pri pomoshchi odnogo upravlyayushchego momenta* (About stabilization of the double inverse pendulum with single control moment), *Izvestiya RAS. Theory and control systems*, 2006, no. 3, pp. 5–12 (in Russian).
4. Nikolis G., Prigozhin I. *Samoorganizatsiya v neravnovesnykh sistemah* (Self-organization in nonequilibrium systems), Moscow, 1979 (in Russian).
5. Haken G. *Sinergetika. Ierarhiya neustojchivostej v samoorganizatsionnykh sistemah i ustroystvakh* (Synergetic. Hierarchy of not stability in the self-organizing systems and devices), Moscow, 1985 (in Russian).
6. Malineckij G. G. *Matematicheskie osnovy sinergetiki. Haos, struktury, vychislitel'nyj jeksperiment* (Mathematical basis of the synergetic. Chaos, structures, computing experiment), Moscow, KomKniga, 2005, 312 p. (in Russian).
7. Platonov A. K., Karpov I. I., Kiril'chenko A. A. *Metod potentsialov v zadache prokladki trassy* (Potential method in problem of the path planning), Moscow, Preprint Instituta prikladnoy matematiki AN SSSR, 1974, 27 p. (in Russian).
8. Platonov A. K., Kiril'chenko A. A., Kolganov M. A. *Metod potentsialov v zadache vyboraputi: istoriya i perspektivy. IPM im. M. V. Kel'dysha RAN* (Potential method in problem of the path planning: background and perspectives), Moscow, Publishing house of Institute of Applied Mathematics of M. V. Keldysh RAS, 2001 (in Russian).
9. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 1985, pp. 500–505.
10. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots, *Int. Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90–98.
11. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots, *IEEE Int. Robotics and Automation*, 1986.
12. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots, *Robot*, 1984, no. 44, pp. 31–36.
13. Beloglazov D. A., Guzik V. F., Kosenko E. Yu., Kruhmalev V. A., Medvedev M. Yu., Pereverzev V. A., Pshihopov V. H., P'yavchenko A. O., Saprykin R. V., Solov'ev V. V., Finaev V. I., Chernuhin Yu. V., Shapovalov I. O. *Intellektual'noe planirovanie traektorij podvizhnykh ob'ektov v sredah s prepyatstviyami* (Intelligent planning of vehicles path in the environment with obstacles), Moscow, FIZMATLIT, 2014, 300 p. (in Russian).
14. Pshihopov V. H. *Attraktory i repellery v konstruirovani sistem upravleniya podvizhnymi ob'ektami* (Attractors and repellers in design of control system of vehicles), *Izvestiya TRTU*, 2006, no. 3 (58), pp. 117–123 (in Russian).
15. Pshihopov V. H. *Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami* (Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 34–41 (in Russian).
16. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Upravlenie podvizhnymi ob'ektami v opredelennykh i neopredelennykh sredakh* (Control of vehicles in certain and uncertain environments), Moscow, Nauka, 2011, 350 p. (in Russian).
17. Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu., Kruhmalev V. A. *Pozitsionno-traektornoe upravlenie podvizhnymi ob'ektami v trekhmernoy srede s tochechnymi prepyatstviyami* (Position-path control of vehicles in the three dimensional environment with point obstacles), *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie Nauki*, 2015, no. 1 (162), pp. 238–250 (in Russian).
18. Bojchuk L. M. *Metodstruktornogo sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Method of structure design of nonlinear automatic control systems), Moscow, Jenergiya, 1971, 112 p. (in Russian).
19. Zimin M. F. *Ob uravneniyah, opredelyayushchih ploshhadi, obemy i ih granicy* (About the equations determining the areas, volumes and their borders), *Matematicheskoe Obrazovanie*, 1930, no. 1 (in Russian).
20. Pshihopov V. Kh., Ali A. S. Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments, *2011 IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2011 — Proceedings*, pp. 540–545.
21. Pshihopov V. H., Ali A. S. *Obhod lokal'nykh minimumov funktsii oshibki pri dvizhenii robota v neopredelennoy srede* (Avoidance local minimum of control error during robot movement in uncertain environment), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Severo-Kavkazskij Region. Tekhnicheskie Nauki*, 2011, no. 6 (164), pp. 26–31 (in Russian).
22. Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu. *Otsenivanie i upravlenie v slozhnykh dinamicheskikh sistemah* (Estimation and control in complex dynamical systems), Moscow, Fizmatlit, 2009, pp. 295 (in Russian).
23. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Algoritmy otsenivaniya v sisteme upravleniya avtonomnogo robotizirovannogo dirizhablja* (Estimation algorithms for control system of robotized airship), *Izvestiya JuFU. Tekhnicheskie Nauki*, 2013, no. 2 (139), pp. 200–207 (in Russian).
24. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Strukturnyj sintez avtopilotov podvizhnykh ob'ektov s ocenivaniem vozmushhenij* (Structure design of vehicle autopilot with disturbances estimation // The information, measuring and control systems), *Informatsionno-Izmeritel'nye i Upravlyayushchie Sistemy*, 2006, no. 1, pp. 103–109 (in Russian).
25. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju., Gajduk A. R., Nejdorf R. A., Beljaev V. E., Fedorenko R. V., Kostjukov V. A., Kruhmalev V. A. *Sistema pozitsionno-traektorno upravleniya robotizirovannoj vozduhoplavitel'noj platformoj: matematicheskaja model'* (Position-path control system of robotic airship: mathematical model), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 6, pp. 14–21 (in Russian).
26. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju., Gajduk A. R., Nejdorf R. A., Beljaev V. E., Fedorenko R. V., Kostjukov V. A., Kruhmalev V. A. *Sistema pozitsionno-traektorno upravleniya robotizirovannoj vozduhoplavitel'noj platformoj: algoritmy upravleniya* (Position-path control system of robotic airship: control algorithms), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 7, pp. 13–20 (in Russian).