

Е. С. Лобусов, канд. техн. наук, доц., Хоанг Мань Тьонг, аспирант,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Использование средств инерциальной навигации для определения ориентации в пространстве и угла при вершине прямого кругового конуса

Рассматриваются вопросы, связанные с получением математического описания и алгоритмов обработки данных для устройства, с помощью которого можно определять пространственное угловое положение центральной оси прямого кругового конуса и угол при вершине. Для решения поставленной задачи предлагается использовать свойства скалярного и векторного произведений векторов, перпендикулярных платформе, для различных положений платформы на поверхности конуса, и процедуру интегрирования кинематических уравнений углового движения. Приводятся математическое описание и алгоритмы обработки, позволяющие выполнить обработку текущих данных измерений и получить оценку соответствующих параметров.

Ключевые слова: инерциальная навигация, измеритель угловой скорости (лазерный), коническое тело, кинематические уравнения углового движения, компьютерное моделирование

Введение

Измерение геометрических параметров изделий и определение их положения в пространстве играют огромную роль в машиностроении и станкостроении. Существует большое число технологических задач, требующих для своего выполнения применения современных измерительных средств. К таким задачам можно отнести и задачу определения параметров конических или цилиндрических поверхностей и их ориентации в пространстве [1–7, 10].

Так, например, на бумажных фабриках, а также на металлопрокатных станах цилиндрические валы принимают непосредственное участие в формировании выпускаемой продукции. Непараллельность валов напрямую связана с временем службы бумажных машин или металлопрокатных станов и может сильно повлиять на качество готовой продукции — непараллельность валов является основной причиной обрывов и формирования складок полотна бумаги на бумажном заводе [4, 10].

Возникает подобная задача и при соединении труб большого диаметра, когда необходимо проводить контроль их геометрических параметров. Для этого на предприятии создают системы геометрического контроля.

Можно привести много и других примеров.

В работе [8] показан один из вариантов определения ориентации центральной оси цилиндрической поверхности относительно выбранной эталонной системы координат. Однако, помимо ориентации, важным параметром является и степень конусности поверхности.

В данной работе предлагается вариант решения, связанный с созданием переносимой измерительной платформы, который позволяет в рамках единого подхода определять не только ориентацию центральной оси, но и степень конусности. При этом оказывается возможным устранить угловые возмущения, вызванные действиями оператора.

Постановка задачи

Рассмотрим некоторый прямой круговой конус, который характеризуется углом при вершине φ ($\varphi < \pi/2$) и единичным вектором направления \mathbf{e}_0 центральной оси. Этот конус выступает в качестве геометрической модели реального объекта (трубы, вала и т. п.).

Считается, что угол φ и пространственное положение вектора \mathbf{e}_0 являются неизвестными и подлежат определению относительно некоторой эталон-

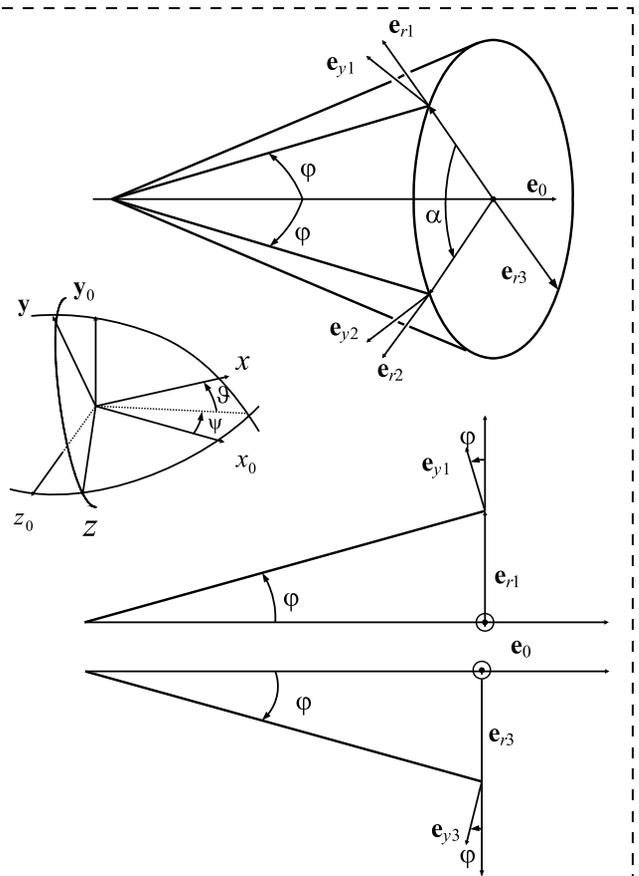


Рис. 1. Ориентация конической поверхности

ной системы координат. Для этой цели в окрестности реального объекта выделяется фиксированное место (стол), на котором предварительно устанавливается переносная платформа с жестко закрепленным на ней векторным измерителем угловой скорости (ВИУС).

Система координат СК₀ (x₀, y₀, z₀), связанная со столом, является неподвижной относительно Земли, а система координат СКП (x, y, z) связана с платформой, и ее вертикальная ось y перпендикулярна плоскости платформы. В начальный момент времени системы координат СК₀ и СКП совпадают. Углы ψ и φ характеризуют текущее положение выделенной оси x СКП в процессе манипулирования с платформой (рис. 1).

Установим платформу на поверхность конуса и выделим два достаточно произвольных положения П₁ и П₂ платформы на его поверхности.

В каждом положении П₁ и П₂ платформы соответствующие оси y₁ и y₂ перпендикулярны образующим конуса, а угловое расстояние между плоскостями, в которых находятся вертикальные оси y₁ и y₂, равно α (рис. 1).

В нижней части рис. 1 дано сечение конуса плоскостью, проходящей через ось конуса e₀. Вектор e_{r₁} — это вектор, лежащий в плоскости основания конуса, проведенный из центра основания конуса в точку на поверхности конуса, а вектор e_{r₃} противоположен по направлению вектору e_{r₁}.

Решение поставленной задачи с использованием свойства скалярного и векторного произведения векторов

Проведем предварительное исследование. Примем систему координат, образованную тройкой единичных векторов e₀, e_{r₁}, [e₀, e_{r₁}], как *начально ориентированную систему координат* (СКНО) (здесь [e₀, e_{r₁}] — векторное произведение e₀ и e_{r₁}).

Разложим единичный вектор e_{y_i} оси y_i на две составляющие — по направлению единичного вектора центральной оси конуса e₀ и по направлению соответствующего единичного радиус-вектора e_{r_i}:

$$\mathbf{e}_{y_i} = -\mathbf{e}_0 \sin \varphi + \mathbf{e}_{r_i} \cos \varphi, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где φ — угол при вершине конуса.

Осуществим теперь поворот исходного вектора e_{y_i} = [−sinφ cosφ 0]^T, заданного в СКНО, на угол α вокруг оси с единичным вектором e₀, т. е. e_{y₁} → e_{y₂}.

Матрица преобразования (пассивная точка зрения) между двумя системами координат e₀, e_{r₁}, [e₀, e_{r₁}] и e₀, e_{r₂}, [e₀, e_{r₂}] в этом случае равна

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

а вектор e_{y₂} в СКНО имеет вид

$$\mathbf{e}_{y_2} = [-\sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha \cos \varphi \sin \alpha]^T.$$

Отсюда скалярное произведение S двух векторов e_{y₁} и e_{y₂} равно

$$(\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}) = S = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos \alpha. \quad (2)$$

Из соотношения (2) можно видеть, что скалярное произведение S достигает минимального значения при угле α = ±π. Его значение в этой точке равно

$$S_{\min} = \sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi = -\cos(2\varphi),$$

что позволяет определить угол φ по формуле

$$\varphi = \frac{\arccos(-S_{\min})}{2}.$$

Рассмотрим теперь векторное произведение V двух векторов e_{y₁} и e_{y₂} в СКНО, которое равно

$$[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}] = [\cos^2 \varphi \sin \alpha, \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha, \sin \varphi \cos \varphi (1 - \cos \alpha)]^T.$$

Модуль вектора [e_{y₁}, e_{y₂}] равен

$$V = \cos \varphi \sqrt{\cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \varphi (1 - \cos \alpha)}. \quad (3)$$

Из соотношения (3) следует, что норма векторного произведения V при угле α = ±π равна V_{min} = sin(2φ), что позволяет определить угол φ по формуле

$$\varphi = \frac{\arcsin(V_{\min})}{2}.$$

Таким образом, оказывается возможным определить неизвестный угол наклона конуса по скалярному или по векторному произведениям, используя экстремальные свойства произведений. Однако существуют области предпочтения, если проанализировать погрешности вычисления.

Погрешность вычисления скалярного произведения (с точностью до членов 2-го порядка малости) равна

$$\delta = (\mathbf{e}_{y_1} + \delta \mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2} + \delta \mathbf{e}_{y_2}) - (\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}) \approx (\mathbf{e}_{y_1}, \delta \mathbf{e}_{y_2}) + (\mathbf{e}_{y_2}, \delta \mathbf{e}_{y_1}) \quad (4)$$

или

$$|\delta| \leq \|\delta \mathbf{e}_{y_2}\| + \|\delta \mathbf{e}_{y_1}\| \leq 2\delta_0,$$

где δe_{y_i} — погрешность оценки вектора e_{y_i}, δ₀ — максимальная погрешность вычисления нормы (модуля) вектора e_{y_i}.

Отсюда для точки α = ±π погрешность получаемой оценки

$$\delta S_{\min} = 2 \sin(2\varphi) \delta \varphi \text{ и } |\delta S_{\min}| < 2\delta_0,$$

что дает

$$|\delta S_{\min}| = |2 \sin(2\varphi) \delta \varphi| < 2\delta_0 \rightarrow |\delta \varphi| \leq \frac{\delta_0}{|\sin(2\varphi)|}. \quad (5)$$

Таким образом, простейший анализ полученной формулы (5) показывает, что в любом случае при использовании *скалярного произведения* точность определения существенно зависит от погрешности по норме и от предполагаемого значения угла при вер-

шине конуса φ . Последнее приводит к выделению предпочтительного диапазона по измеряемому углу φ .

Подобным образом и для векторного произведения в точке $\alpha = \pm\pi$ погрешность получаемой оценки

$$\delta V_{\min} = 2\cos(2\varphi)\delta\varphi,$$

что дает

$$|\delta V_{\min}| = |2\cos(2\varphi)\delta\varphi| \leq 2\delta_0 \rightarrow |\delta\varphi| \leq \frac{\delta_0}{|\cos(2\varphi)|}. \quad (5')$$

Таким образом, полученный результат показывает, что при использовании *векторного произведения* точность определения зависит от предполагаемого значения угла при вершине конуса φ , что также приводит к выделению предпочтительного диапазона по измеряемому углу φ .

Необходимо отметить следующий важный факт, который будет раскрыт далее. Так как для вычисления положения векторов используется процедура интегрирования кинематических соотношений, то следует обращать внимание на точность выбранной процедуры интегрирования, в данном случае — на коррекцию нормы [9].

Особенности реализации найденного решения

Изложенное выше математическое решение задачи является основой для практической реализации. Воспользуемся уже известными результатами, относящимися к использованию кинематического подхода [8], основанного на интегрировании кинематических уравнений углового движения.

В соответствии с данным подходом выделяются следующие три этапа решения задачи.

- *Этап оценки угловой скорости Земли.* Так как интерес представляет относительное движение, то угловую скорость Земли следует исключить из процесса измерений. Оценка угловой скорости Земли происходит при нахождении платформы на столе. Компенсация измеренной угловой скорости Земли осуществляется в алгоритме интегрирования кинематических соотношений углового движения.
- *Этап переноса платформы.* Данный перенос осуществляется оператором и заканчивается установкой платформы на поверхность тела.
- *Этап проведения измерений.* Этот этап является самым важным. Он начинается с момента установки платформы на поверхность конуса (приблизительно в положение P_1). После этого оператор перемещает платформу по поверхности конуса вокруг его центральной оси. В каждом положении платформы посредством цифровой обработки (либо в текущем времени, либо по записям после проведения измерений) определяется текущее значение скалярного и векторного произведений единичного вектора \mathbf{e}_1 (начальное положение P_1) и текущего вектора \mathbf{e}_i (текущее положение P_i). Причем векторы \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_i определяются в эталонной СК₀.

Обозначим x_0, y_0, z_0 эталонную систему координат СК₀, x, y, z — систему координат, связанную с подвижной платформой СКП, а $x_{н0}, y_{н0}, z_{н0}$ — СКНО.

Введем в рассмотрение следующие матричные операторы (матрицы направляющих косинусов (МНК)), причем используемые далее матрицы преобразования соответствуют повороту системы координат):

\mathbf{A}_3 — МНК между эталонной СК₀ и подвижной СКП, связанной с платформой; \mathbf{A}_{30} — МНК между СК₀ и СКНО; $\mathbf{A}_3(\varphi)$ — элементарная МНК между СКНО и повернутой СК, обусловленная наличием конусности; $\mathbf{A}_2(\Delta\psi)$ — элементарная МНК, обусловленная угловыми колебаниями платформы относительно ее вертикальной оси на угол ψ (далее будет показано, что повороты относительно вертикальной оси не оказывают влияния); $\mathbf{A}_1(\alpha)$ — элементарная МНК, определяемая поворотом на угол α относительно вектора \mathbf{e}_0 .

Между введенными МНК существует простая связь:

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_2(\Delta\psi)\mathbf{A}_3(\varphi)\mathbf{A}_1(\alpha)\mathbf{A}_{30}.$$

Положение векторов \mathbf{e}_{y_1} и \mathbf{e}_{y_2} в эталонной системе координат равно

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1 = \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_2 = \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

а их скалярное произведение в эталонной СК₀ будет равно

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1^T \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_2 &= [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_2(\Delta\psi_1) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_{30} \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_1^T(\alpha) \times \\ &\times \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{32}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = (\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Здесь \mathbf{A}_{31} и \mathbf{A}_{32} — МНК, определяющие положение СКП в двух положениях соответственно. Эти МНК являются расчетными, т. е. вычисляются процедурой интегрирования кинематических уравнений углового движения в процессе переноса платформы. Также отчетливо видно, что вращение

относительно вертикальной оси не оказывает влияния на результат скалярного произведения.

Рассмотрим теперь более подробно операцию векторного умножения $[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}]$ в СК₀ (ранее эта операция была выражена в СКНО):

$$[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}] \equiv \left(\mathbf{A}_{\varphi_0}^T \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \times \left(\mathbf{A}_{\varphi_0}^T \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right).$$

Раскрывая в матричном представлении данное векторное произведение, получим

$$\mathbf{A}_{\varphi_0}^T \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_2(\psi_1) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_{\varphi_0} \mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_2(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_3^T|_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_3^T|_1 \mathbf{A}_3^T|_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}]. \quad (6)$$

Поскольку операторы $\mathbf{A}_3^T|_1$ и $\mathbf{A}_3^T|_2$ известны, то векторное произведение (6) вычисляется, причем оно не зависит от вращения относительно вертикальной оси, так как

$$\mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_2(\Delta\psi_1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Знание скалярного и векторного произведений позволяет вычислить значение угла φ . Для этой цели осуществляется перемещение измерительной платформы по поверхности конуса на угол $\alpha = 180^\circ$, что определяется по экстремальному значению векторного произведения (окрестность значения, равного $\sin(2\varphi)$, фиксируемому в процессе поворота, или скалярного произведения (окрестность значений $-\cos(2\varphi)$).

Знание угла при вершине конуса φ теперь позволяет найти положение центральной оси конуса в СК₀.

Действительно, по известным (т.е. вычисляемым) положениям векторов \mathbf{e}_{y_1} и \mathbf{e}_{y_3} в эталонной системе координат (см. соотношение (6)) в силу их симметрии относительно центральной оси конуса (рис. 1), непосредственно по их сумме определяется направление вектора центральной оси конуса \mathbf{e}_0 :

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_3 = -k_0 \mathbf{e}_0,$$

где k_0 — норма (модуль) суммы двух векторов ($k_0 = 2\sin\varphi$).

Значение нормы позволяет непосредственно судить о реальной форме. Если $k_0 < \varepsilon$, где ε — заранее задаваемая константа (задается разработчиком), то имеем цилиндр, если $k_0 > \varepsilon$, то конус.

Знание вектора направления центральной оси

$$\mathbf{e}_0 = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_0 \cos\psi_0 \\ -\sin\vartheta_0 \cos\psi_0 \\ \sin\psi_0 \end{bmatrix}$$

позволяет вычислить и углы последовательных поворотов ψ_0 и ϑ_0 , определяющих положение этой оси, по известным проекциям (рис. 1).

Компьютерное моделирование

Наиболее важным этапом является этап измерений. Для этого этапа проведено детальное исследование на основе компьютерного моделирования согласно блок-схеме, представленной на рис. 2, где использованы следующие обозначения:

$\boldsymbol{\omega}_r^B = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ — вектор относительной угловой скорости; $\boldsymbol{\omega}_a^B$ — вектор абсолютной угловой скорости платформы (СКП); $\boldsymbol{\omega}_\oplus^S$ — вектор угловой скорости Земли на установочном столе (в СК₀); $\boldsymbol{\omega}_\oplus^B$ — вектор угловой скорости Земли в осях платформы (СКП); $\mathbf{V}_s \equiv \mathbf{A}_3$ — кватернион углового положения платформы (СКП) относительно установочного стола (СК₀); $\mathbf{A}_i(\cdot)$ — матрица элементарного поворота относительно i -й оси ($i = 2, 3$).

Отметим особенности основных элементов данной блок-схемы.

Кинематические уравнения в углах последовательных поворотов при движении платформы по поверхности конуса имеют следующий вид

$$\boldsymbol{\omega}_a^B = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_a^B = \mathbf{A}_2(\Delta\psi) \mathbf{A}_3(\varphi) \times \left(\mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_{\varphi_0} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^S + \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\omega}_\oplus^B = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^B = \mathbf{A}_2(\Delta\psi) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_{\varphi_0} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^S.$$

Блоки Фильтр 1 и Фильтр 2 являются фильтрами второго порядка и введены для целей получения выходной переменной и ее производной. Уравнения данных фильтров (с одним входом и двумя выходами, с парой комплексно-сопряженных полюсов и с передаточным коэффициентом, равным 1) в переменных состоянии имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases}$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_f^2 & -2\alpha \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_f^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 0] \text{ или } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Разностные уравнения Фильтров 1 и 2, эквивалентные непрерывным при кусочно-постоянной аппроксимации входного сигнала

$$u(t) \rightarrow u_{k-1} = \text{const}, k = 1, 2, 3, \dots,$$

на k -м шаге имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{A}_\Delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_\Delta u(t); \\ y_k &= \mathbf{C} \mathbf{x}_k, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\mathbf{A}_\Delta = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t}, \Delta t = (t_k - t_{k-1}), \mathbf{B}_\Delta = (\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B},$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2\alpha}{\omega_f^2} & -\frac{1}{\omega_f^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

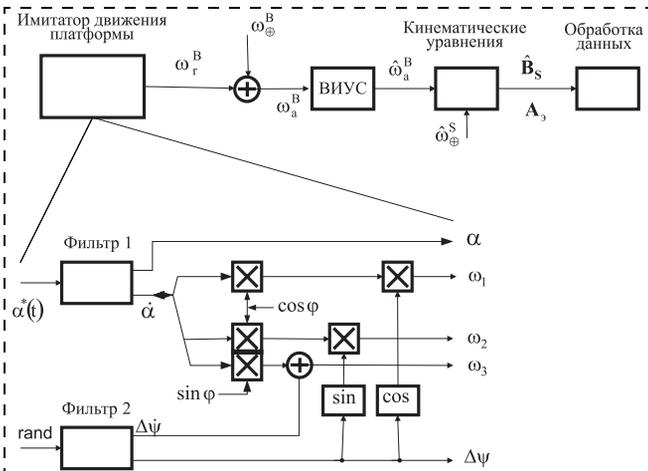


Рис. 2. Блок-схема этапа проведения измерений (символ $\hat{\quad}$ над переменной обозначает оценку)

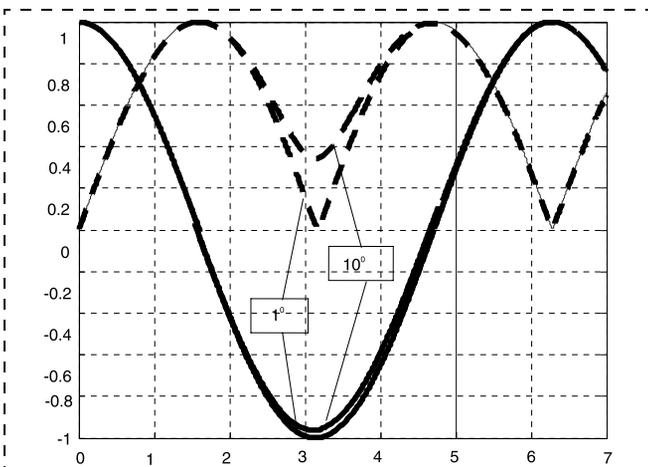


Рис. 3. Зависимость скалярного (сплошная) и модуля векторного произведения (штриховая линия) от угла α при конусности $\varphi = 1^\circ$ и 10°

Параметры фильтров выбраны одинаковыми.

Модель ВИУС соответствует блок-схеме, приведенной в работе [9]. Полагаем, что собственные погрешности измерителя отсутствуют; они компенсируются на этапе калибровки ВИУС.

Случайный сигнал — сигнал дискретного белого шума, который имеет ограниченное нормальное распределение.

На рис. 3 приведены зависимости скалярного и модуля векторного произведения от угла α .

Выводы

1. Предлагается подход, основанный на использовании скалярного и векторного произведений векторов, к определению ориентации и угла при вершине конуса, что позволяет исключить влияние поворотов относительно вертикальной оси измерительной платформы.

2. Исследованы возможные варианты получения оценки угла при вершине конуса и пространственного углового положения центральной оси конуса (направление оси конуса), получено математическое описание и соответствующие алгоритмы.

3. Проведено моделирование предлагаемых алгоритмов в соответствии с разработанной процедурой, которое показало работоспособность данных алгоритмов по определению угла при вершине конуса и пространственного положения оси конуса. Особое внимание следует уделять алгоритмам интегрирования кинематических уравнений и собственным погрешностям измерителя угловой скорости.

Список литературы

1. Alexandru Potoraс, Dorel Prodan. Devices for external conical surfaces measurements // Fascicle of Management and Technological Engineering. 2014. Vol. XXIII. P. 309-312. URL: <http://imt.utoradea.ro/conf/2013/Potoraс%20Alexandru%202.pdf>.
2. Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez. Shaft cone crown measurement system and methodology. United states patent N US777920254B2. Apr. 5, 2011.
3. Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez. Shaft cone metrology system and method. United states patent N US7253889B2. Aug. 7, 2007.
4. URL: <http://www.prufttechnik.com/ru/resheniya/oblasti-pri-meneniya/izmerenie-vaikov.html>.
5. Komar, N. Vulic, R. Antonic. Specifics of shafting alignment for ships in service // Promet-traffic & Transportation, 2009. Vol. 21, N. 5. P. 349-357.
6. Prasad D. Tupkari, Dr. P. K. Sharma. Shaft alignment in ship // International journal of advanced technology in engineering and science. 2014. Iss. 5, N. 2. P. 325-331.
7. Ковалев Л. Д., Суевой С. Н. Специальные приборы для измерения линейных и угловых величин. Минск: БНТУ, 2003. 237 с. URL: <http://rep.bntu.by/handle/data/4636>.
8. Лобусов Е. С. Использование инерциальных средств для определения углового положения цилиндрических тел // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 8. С. 31-35.
9. Лобусов Е. С., Фомичев А. В. Алгоритмизация основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной системы навигации и управления движением малогабаритного космического аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 1. С. 54-59.
10. Овчинникова Е. В. Определение параллельности валов при помощи Paralign @ // Российский научно-технический журнал MEGATECH — новые технологии в промышленной диагностике и безопасности. 2011. Т. 2-3. С. 88-89.

Inertial Navigation Facility for Space Orientation and Vertex Angle Identification of Right Circular Cone

E. S. Lobusov, evgeny.lobusov@yandex.ru✉, **Manh Tuong**, manhtuongbm@yahoo.com, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Lobusov Evgeny S.**, PhD, Assistant Professor, Moscow State Technical University named after N. E. Bauman, Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: evgeny.lobusov@yandex.ru

Received on September 11, 2015

Accepted on November 03, 2015

Questions related to description and algorithms for device (platform) used to identify space orientation and vertex angle of right circular cone are considered. The main measuring facility — rate gyro attached rigidly to measuring platform is used. Reference frame of platform coincides with gyro frame. For getting solution of the task pointed out above it is suggested to organize three stage process. First—measuring the Earth angular rate; second — carrying the measuring platform by operator from one initial position served as a reference to another desired one (cone surface) and third—performing measurements by relocating the platform on cone surface without loss of contact. The most important stage — performing the measurements. To try out the third stage it was worked out an environmental simple software-based simulator. To delete disturbances from operator activity it is suggested to measure the vertical axis angular direction of reference platform frame in current platform position. So properties of dot and cross products for platform different angular positions (for vertical axis only) are used together with procedure of kinematic equation integration. Mathematical description and processing algorithms are given to perform on-line treatment of current measurement data and get the estimates of orientation and vertex angle. Experiments were performed on software-based simulator which showed good results. It is turned out the suggested approach may be extended to more wider area of application as estimation of mutual orthogonality of separate construction elements and so on.

Keywords: inertial navigation, (laser) rate gyro, cone body, kinematic equation, simulation

For citation:

Lobusov E. S., Manh Tuong. Inertial Navigation Facility for Space Orientation and Vertex Angle Identification of Right Circular Cone, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no 1, pp. 211—216.

DOI: 10.17587/mau/17.211-216

References

1. **Alexandru Potorac, Dorel Prodan.** Devices for external conical surfaces measurements // Fascicle of Management and Technological Engineering. Volume XXIII, 2014, pp. 309-312, available at <http://imtuoradea.ro/conf/2013/Potorac%20Alexandru%202.pdf> (date of access: 20.09.2015).
2. **Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez.** Shaft cone crown measurement system and methodology, United states patent № .US777920254B2. Apr. 5, 2011.
3. **Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez.** Shaft cone metrology system and method, United states patent № .US7253889B2. Aug. 7, 2007.
4. **Available at** <http://www.pruftechnik.com/ru/resheniya/oblasti-primeneniya/izmerenie-valkov.html> (date of access: 20.09.2015).

5. **Komar, N. Vulic, R. Antonic.** Specifics of shafting alignment for ships in service, *Promet-traffic & Transportation*, 2009, vol. 21, no. 5, pp. 349—357.

6. **Prasad D. Tupkari, Dr. P. K. Sharma.** Shaft alignment in ship, *International journal of advanced technology in engineering and science*, 2014, vol. 2, iss. 5, pp. 325—331.

7. **Kovalev L. D., Surovoj S. N.** *Special'nye pribory dlja izmereniya linejnyh i uglovyh velichin* (Special devices for the measurement of linear and angular measurements), Minsk, BNTU, 2003, 237 p. available at <http://rep.bntu.by/handle/data/4636> (date of access: 20.09.2015).

8. **Lobusov E. S.** *Ispol'zovanie inertial'nykh sredstv dlya opredeleniya uglovogo polozheniya tsilindricheskikh tel* (Inertial Navigation Facilities Usage for Attitude Calculation of Cylindrical Bodies), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 8, pp. 31—35 (in Russian).

9. **Lobusov E. S., Phomitchev A. V.** *Algoritimizatsiya osnovnykh rezhimov funkcionirovaniya besplatformennoi inertial'noi sistemy navigatsii i upravleniya dvizheniem malogabaritnogo kosmicheskogo apparata* (Forming of Strapdown Inertial Navigation System algorithms and main control modes for small-sized spacecraft), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 1, pp. 54—59 (in Russian).

10. **Ovchinnikova E. V.** Shaft parallelism detection with help of Paralign @, *Russian Technical Science Journal MEGATECH — new technologies in industrial diagnostics and safety*, 2011, vol. 2—3, pp. 88—89.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Т. В. Пчелкина*.

Сдано в набор 25.12.2015. Подписано в печать 12.02.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН316. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.