

А. А. Искендеров, д-р техн. наук, проф., elesger_54@mail.ru, **Г. Ю. Аббасова**, докторант,
Сумгаитский государственный университет, г. Сумгаит, Азербайджан

Оптимальное управление забором и распределением воды на высокорасположенных территориях

Рассмотрена высокорасположенная автоматизированная система водоснабжения, питающаяся из нижележащего источника воды, состоящая из последовательных насосных станций — отрезков трубопровода-водоемов на склоне — и перегораживающих сооружений — участков канала на вышерасположенной равнине, где в конце канала имеется аварийный сброс, удаляющий излишки воды. Для эффективной работы системы предложена новая постановка задачи оптимального управления водоснабжением. Приведен пример решения частного варианта поставленной задачи с использованием метода линейного программирования в среде MATLAB.

Ключевые слова: управление, водоем, оптимизация водораспределения, насосная станция, трубопроводная линия, перегораживающее сооружение

Введение

Значительная часть населения, а также промышленные и сельскохозяйственные объекты находятся на высокорасположенных участках Земли, а источники воды — несколько ниже уровня рассматриваемых участков. Поэтому в системе водоснабжения этих объектов используются насосные станции, трубопроводы и другое оборудование, доставляющее воду к потребителям. Для эффективного функционирования этой системы необходимо разработать автоматизированную систему управления, использовать математически обоснованные оптимальные режимы забора и распределения воды.

Имеется множество публикаций, посвященных решению вопроса автоматизации водоснабжения высокорасположенных участков. Например, в монографии [1] рассматриваются вопросы автоматического управления водораспределением в горных условиях. В ней приводится алгоритм оптимального водораспределения с помощью способа динамического программирования. В работе [2] рассматривается проблема научного обоснования рациональной технологии орошения для региона горного земледелия в Республике Азербайджан. Здесь авторами разработаны принципиальные схемы для орошения склонов с различными уклонами местности. Отмечается, что преимуществом полива по микророздам является снижение размыва почвы, равномерное увлажнение по ширине междурядий и по длине поля, уменьшение поверхностного сброса и увеличение производительности труда. В работе [3] рассматривается вопрос синтеза оптимального алгоритма оперативного управления водораспределением в период дефицита оросительной воды на основе учета характеристик случайной величины расхода источника орошения, особенностей применяемых в мелиорации датчиков расхода воды, а также с использованием экономического критерия управления и т. д.

Но в приведенных и других подобных работах не рассматриваются высокорасположенные объекты с наклонной и горизонтальной частями территории и не приводится математическая постановка и решение задачи оптимального управления водоснабжением подобных систем.

С целью устранить эти недостатки в настоящей работе предлагается рассмотреть задачу оптималь-

ного управления водоснабжением объектов высокорасположенной территории, которая имеет наклонную часть на склоне и горизонтальную часть на вершине территории. Для такой системы разработана задача составления оптимального графика работы сооружений, которая позволит организовать рациональное функционирование системы водоснабжения. Подобная задача рассмотрена в работах авторов для систем водоснабжения, функционирующих на высокорасположенных участках Земли [4].

В данной статье предлагается новая постановка задачи, в которой уточнена целевая функция и ограничения согласно особенностям рассматриваемого объекта, а для ее решения используется пакет математического программирования MATLAB [5].

Постановка и особенности задачи оптимального управления забором и распределением воды

Предположим, что требуется решить задачу оптимального управления системой водоснабжения высокорасположенной территории, часть объектов которой расположена на склоне, а другая часть — в горизонтальном участке вершины этой территории. Система водоснабжения такой территории состоит из трубопроводной линии — для обеспечения потребителей на склоне — и из канала — для обеспечения потребителей на горизонтальном участке. Трубопроводная линия имеет k последовательно расположенных участков с насосными агрегатами, отрезками трубопроводной линии и водоемами, предназначенными для накопления и передачи воды к потребителям на склоне, к следующим вышестоящим участкам склона и участкам горизонтального канала. Канал является продолжением трубопроводной линии и состоит из l участков с перегораживающими сооружениями, предназначенными для распределения воды между потребителями горизонтальной территории и передачи ее к следующим участкам этого канала (рис. 1).

На рис. 1 приведена схема высокорасположенной системы водоснабжения. Здесь h_1, \dots, h_k — уровни расположения водоемов на склоне над горизонтальной линией, проходящей через первый насос; h — уровень горизонтальных участков канала; N_1, \dots, N_{k+1} — насосные агрегаты; T_1, \dots, T_{k+1} — отрезки трубопроводной линии; B_1, \dots, B_k — водоемы, предназначен-

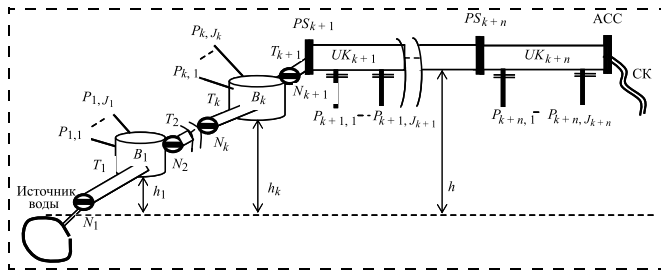


Рис. 1. Система водоснабжения высокогорного массива со склоном

ные для накопления, перекачки воды и для уменьшения напоров насосных станций, расположенных на склоне; $PS_{k+1}, \dots, PS_{k+n}$ — перегораживающие сооружения; $UK_{k+1}, \dots, UK_{k+n}$ — участки канала; $P_{1,1}, \dots, P_{k+n, J_{k+n}}$ — потребители воды; АСС — аварийно-сбросное сооружение; СК — сбросное сооружение.

В рассматриваемой системе первый насос N_1 поднимает воду из источника и перекачивает ее в водоем B_1 , каждый следующий i -й насос N_i перекачивает воду из водоема B_i к следующему водоему B_{i+1} . Из последнего водоема B_k , расположенного на склоне, вода с помощью насоса N_{k+1} перекачивается в начальное перегораживающее сооружение PS_{k+1} и поступает к первому участку канала UK_{k+1} , из которого самотеком поступает к потребителям этого участка и далее ко всем следующим участкам магистрального канала и остальным потребителям горизонтальной территории. Таким образом, через водоемы B_1, \dots, B_k вода передается к потребителям $P_{1,1}, \dots, P_{k, J_k}$, расположенным на склоне, и через участки $UK_{k+1}, \dots, UK_{k+n}$ — к потребителям $P_{k+1,1}, \dots, P_{k+n, J_{k+n}}$ магистрального канала. В конце системы имеется АСС для удаления излишних объемов воды через СК.

Поставим следующую задачу оптимального управления системой водоснабжения высокогорной территории, представленной на рис. 1.

Требуется найти такие расходы воды в насосных станциях, перегораживающих сооружениях, пунктах потребления, АСС и такие объемы воды в водоемах и участках канала, при которых за период управления $(t_0, T]$ минимизируются суммарные затраты, связанные с отклонениями расходов подаваемой воды в пункты потребления от требуемых ими расходов, а также со сбросом воды через АСС.

Для упрощения данной задачи будем считать, что расходы воды в насосных станциях и перегораживающих сооружениях — $Q_i(t), i = \overline{1, k+n}$, пунктах потребления — $q_{i,j}(t), i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i}$, аварийно-сбросном сооружении — $Q_{k+n+1}(t)$, а также объемы воды в водоемах и участках канала — $V_i(t), i = \overline{1, k+n}$, являются кусочно-постоянными функциями времени в полуинтервалах $(t_p - 1, t_p], p = \overline{1, P}$. Обозначим длины этих полуинтервалов времени $\Delta t_p = t_p - t_{p-1}$,

так что $\sum_{p=1}^P \Delta t_p = T - t_0$.

Введем следующие обозначения для искомых кусочно-постоянных функций в полуинтервалах времени $(t_p - 1, t_p]$:

- расходы воды в насосных станциях и перегораживающих сооружениях, в пунктах потребления и в АСС:

$$Q_i^p, q_{i,j}^p, i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i}, Q_{k+n+1}^p, p = \overline{1, P};$$

- объемы воды в водоемах трубопроводной линии и участках канала:

$$V_i^p, i = \overline{1, k+n}, p = \overline{1, P}.$$

Введем в рассмотрение также следующие значения данных функций, фигурирующих в постановке задачи:

- минимальные, максимальные и начальные расходы воды в насосных станциях, перегораживающих сооружениях и АСС:

$$Q_i^{\min}, Q_i^{\max}, Q_i^0, i = \overline{1, k+n};$$

$$Q_{k+n+1}^{\min}, Q_{k+n+1}^{\max}, Q_{k+n+1}^0;$$

- минимальные, максимальные, начальные и требуемые за периоды $(t_p - 1, t_p]$ расходы воды в пунктах потребления:

$$q_{i,j}^{\min}, q_{i,j}^{\max}, q_{i,j}^0, \bar{q}_{i,j}^p,$$

$$i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i}, p = \overline{1, P};$$

- минимальные, максимальные и начальные объемы воды в водоемах трубопроводной линии и участках канала:

$$V_i^{\min}, V_i^{\max}, V_i^0, i = \overline{1, k+n};$$

- стоимость единичного объема воды, подаваемой потребителям $P_{i,j}$ с расходами, отличающимися от требуемых ими расходов:

$$c_{i,j}, i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i};$$

- стоимость единичного объема воды, сбрасываемой через АСС:

$$c_{k+n+1}.$$

Допустим, что расходы воды в N_{k+1} и PS_{k+1} одинаковы и равны $Q_{k+1}^p, p = \overline{1, P}$.

В качестве целевой функции поставленной задачи оптимального управления примем общую сумму затрат, связанную с отклонениями расходов воды, подаваемых в пункты потребления, от их требуемых расходов и потерь, связанных со сбросом воды через АСС, в течение периода управления $(t_0, T]$:

$$C = \sum_{p=1}^P \left(\sum_{i=1}^{k+n} \sum_{j=1}^{J_i} c_{i,j} |q_{i,j}^p - \bar{q}_{i,j}^p| + c_{k+n+1} Q_{k+n+1}^p \right) \Delta t_p. \quad (1)$$

Таким образом, поставленная задача оптимального управления заключается в нахождении значений параметров

$$Q_i^p, V_i^p, q_{i,j}^p, i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i};$$

$$Q_{k+n+1}^p, p = \overline{1, P},$$

минимизирующих значение целевой функции (1):

$$C \rightarrow \min \quad (2)$$

и удовлетворяющих следующей системе ограничений:

- ♦ ограничение, связанное с неотрицательностью целевой функции:

$$C \geq 0; \quad (3)$$

- ♦ ограничения взаимосвязи между расходами воды в сооружениях и объемами воды в водоемах и участках канала:

$$Q_i^p - Q_i^{p-1} = \sum_{j=1}^{J_i} (q_{i,j}^p - q_{i,j}^{p-1}) + \frac{V_i^p - V_i^{p-1}}{\Delta t_p} + Q_{i+1}^p - Q_{i+1}^{p-1}, \quad i = \overline{1, k+n}, p = \overline{1, P}; \quad (4)$$

- ♦ ограничения расходов воды в насосных станциях, перегораживающих сооружениях и АСС:

$$Q_i^{\min} \leq Q_i^p \leq Q_i^{\max}, \quad i = \overline{1, k+n+1}, p = \overline{1, P}; \quad (5)$$

- ♦ ограничения расходов воды в пунктах потребления:

$$q_{i,j}^{\min} \leq q_{i,j}^p \leq q_{i,j}^{\max}, \quad i = \overline{1, k+n}, j = \overline{1, J_i}, p = \overline{1, P}; \quad (6)$$

- ♦ ограничения объемов воды в водоемах и участках канала:

$$V_i^{\min} \leq V_i^p \leq V_i^{\max}, \quad i = \overline{1, k+n}, p = \overline{1, P}. \quad (7)$$

Начальными значениями для решения поставленной задачи являются начальные расходы воды в насосных станциях, перегораживающих сооружениях, пунктах потребления, начальные объемы воды в водоемах трубопроводной линии и участках канала, а также начальный расход воды в АСС:

$$\begin{aligned} Q_i(t_0) &= Q_i^0, \quad q_{i,j}(t_0) = q_{i,j}^0, \\ V_i(t_0) &= V_i^0, \quad i = \overline{1, k+n}, j = 1, J_i; \\ Q_{k+n+1}(t_0) &= Q_{k+n+1}^0. \end{aligned} \quad (8)$$

Пример решения поставленной задачи оптимального управления

Рассмотрим решение задачи (1)–(8) на примере конкретного объекта водоснабжения. Пусть требуется составить задачу определения графика работы сооружений высокорасположенной системы водоснабжения (рис. 2) с двумя участками трубопровода и двумя участками канала (в каждом участке имеется по одному пункту водопотребления) за по-

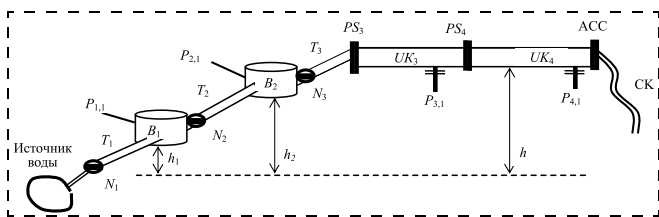


Рис. 2. Система водоснабжения высокорасположенного массива с четырьмя участками и склоном

следовательные периоды управления $(t_0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$. Здесь расходы в N_3 и PS_3 одинаковы. Поскольку в каждом участке имеется по одному пункту потребления, то в постановке задачи принимается $j = 1$.

Введем следующие обозначения:

- длина полуинтервалов времени $\Delta t_1 = t_1 - t_0 = 43200$ с; $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = 43200$ с;
- минимальные, максимальные, начальные и искомые в полуинтервалах $(t_0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ расходы воды в сооружениях N_1, N_2, PS_3, PS_4 и в АСС: $Q_i^{\min}, Q_i^{\max}, Q_i^0, Q_i^1, Q_i^2, i = \overline{1, 4};$
 $Q_5^{\min}, Q_5^{\max}, Q_5^0, Q_5^1, Q_5^2;$
- минимальные, максимальные, начальные, требуемые и искомые в полуинтервалах времени $(t_0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ расходы воды в пунктах потребления: $q_{i,1}^{\min}, q_{i,1}^{\max}, q_{i,1}^0, \bar{q}_{i,1}^1, \bar{q}_{i,1}^2, q_{i,1}^1, q_{i,1}^2, i = \overline{1, 4};$
- минимальные, максимальные, начальные и искомые в полуинтервалах $(t_0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ объемы воды в водоемах и участках канала:

$$V_i^{\min}, V_i^{\max}, V_i^0, V_i^1, V_i^2, \quad i = \overline{1, 4};$$

- стоимость подачи единичного объема воды в пункты потребления с расходами, отличающимися от требуемых расходов: $c_{i,1}, i = \overline{1, 4};$
- стоимость единичного объема воды, сбрасываемой через АСС: $c_5.$

В качестве целевой функции принимаются суммарные потери, связанные с отклонениями расходов воды, подаваемых в пункты потребления от их требуемых расходов, а также со сбросом воды через АСС:

$$C = \sum_{i=1}^4 c_{i,1} (|q_{i,1}^1 - \bar{q}_{i,1}^1| \Delta t_1 + |q_{i,1}^2 - \bar{q}_{i,1}^2| \Delta t_2) + c_5 (Q_5^1 \Delta t_1 + Q_5^2 \Delta t_2). \quad (9)$$

При решении задачи рассматриваются два варианта задачи управления:

- правление с полным обеспечением воды $(q_{i,1}^1 \geq \bar{q}_{i,1}^1, q_{i,1}^2 \geq \bar{q}_{i,1}^2, i = \overline{1, 4});$
- правление с дефицитом воды $(q_{i,1}^1 \leq \bar{q}_{i,1}^1, q_{i,1}^2 \leq \bar{q}_{i,1}^2, i = \overline{1, 4}).$

В первом варианте целевая функция принимает вид:

$$C' = \sum_{i=1}^4 c_{i,1} ((q_{i,1}^1 - \bar{q}_{i,1}^1) \Delta t_1 + (q_{i,1}^2 - \bar{q}_{i,1}^2) \Delta t_2) + c_5 (Q_5^1 \Delta t_1 + Q_5^2 \Delta t_2), \quad (10)$$

и задача управления заключается в нахождении таких значений параметров $Q_i^1, Q_i^2, q_{i,1}^1, q_{i,1}^2, V_i^1, V_i^2, i = \overline{1, 4}$ и Q_5^1, Q_5^2 , при которых минимизируется целевая функция (10):

$$C' \rightarrow \min \quad (11)$$

и удовлетворяются следующие ограничивающие условия:

- ограничение целевой функции

$$C' \geq 0; \quad (12)$$

- ограничения взаимосвязи между расходами воды в сооружениях и объемами воды в водоемах и участках канала

$$Q_i^p - Q_i^{p-1} = q_{i,1}^p - q_{i,1}^{p-1} + \frac{V_i^p - V_i^{p-1}}{\Delta t_p} + Q_{i+1}^p - Q_{i+1}^{p-1}, \quad i = \overline{1,4}, p = \overline{1,2}; \quad (13)$$

- ограничения расходов и объемов воды

$$Q_i^{\min} \leq Q_i^p \leq Q_i^{\max}, \quad i = \overline{1,4}, p = \overline{1,2}; \quad (14)$$

$$q_{i,1}^{\min} \leq q_{i,1}^p \leq q_{i,1}^{\max}, \quad i = \overline{1,4}, p = \overline{1,2}; \quad (15)$$

$$Q_5^{\min} \leq Q_5^p \leq Q_5^{\max}, \quad p = \overline{1,2}; \quad (16)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i^p(t) \leq V_i^{\max}, \quad i = \overline{1,4}, p = \overline{1,2}. \quad (17)$$

Начальными условиями для решения задачи являются начальные значения расходов и объемов воды:

$$Q_i(0) = Q_i^0; \quad q_{i,1}(0) = q_{i,1}^0; \quad V_i(0) = V_i^0, \quad i = \overline{1,4}; \quad Q_5(0) = Q_5^0. \quad (18)$$

Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 1, 2.

Учитывая значения параметров (соответствующих переменных), указанных в табл. 1 и 2, и $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 43\ 200$ с, приведем постановку задачи оптимального управления (10)–(18) для случая управления с полным обеспечением воды.

В этом случае целевая функция будет в виде:

$$C^1 = 0,23(x_3 - 0,25) + 0,23(x_4 - 0,20) + 0,24(x_9 - 0,20) + 0,24(x_{10} - 0,20) + 0,25(x_{15} - 0,20) + 0,25(x_{16} - 0,25) + 0,26(x_{21} - 0,18) + 0,26(x_{22} - 0,19) + 0,24x_{25} + 0,24x_{26}. \quad (19)$$

Задача управления заключается в нахождении значений переменных x_1, x_2, \dots, x_{26} , минимизирующей целевую функцию

$$C^1 \rightarrow \min \quad (20)$$

и удовлетворяющую следующим ограничениям:

$$C^1 \geq 0; \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 - 2,05 &= x_3 - 0,25 + (x_5 - 300)/43\ 200 + x_7 - 1,6; \\ x_7 - 1,6 &= x_9 - 0,25 + (x_{11} - 300)/43\ 200 + x_{13} - 1,1; \\ x_{13} - 1,1 &= x_{15} - 0,17 + (x_{17} - 3000)/43\ 200 + x_{19} - 0,75; \\ x_{19} - 0,75 &= x_{21} - 0,20 + (x_{23} - 1100)/43\ 200 + x_{25} - 0,3; \\ x_8 - x_1 &= x_4 - x_3 + (x_6 - x_5)/43\ 200 + x_8 - x_7; \\ x_8 - x_7 &= x_{10} - x_9 + (x_{12} - x_{11})/43\ 200 + x_{14} - x_{13}; \\ x_{14} - x_{13} &= x_{16} - x_{15} + (x_{18} - x_{17})/43\ 200 + x_{20} - x_{19}; \\ x_{20} - x_{19} &= x_{22} - x_{21} + (x_{24} - x_{23})/43\ 200 + x_{26} - x_{25}; \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x_1 \leq 0,3; \quad 0 \leq x_2 \leq 0,3; \quad 0 \leq x_3 \leq 0,3; \\ 0 \leq x_4 \leq 0,3; \quad 100 \leq x_5 \leq 700; \quad 100 \leq x_6 \leq 700; \\ 0 \leq x_7 \leq 2,0; \quad 0 \leq x_8 \leq 2,0; \quad 0 \leq x_9 \leq 0,3; \\ 0 \leq x_{10} \leq 0,3; \quad 100 \leq x_{11} \leq 700; \quad 100 \leq x_{12} \leq 700; \\ 0 \leq x_{13} \leq 2,0; \quad 0 \leq x_{14} \leq 2,0; \quad 0 \leq x_{15} \leq 0,3; \\ 0 \leq x_{16} \leq 0,3; \quad 1500 \leq x_{17} \leq 10\ 000; \\ 1500 \leq x_{18} \leq 10\ 000; \quad 0 \leq x_{19} \leq 2,0; \quad 0 \leq x_{20} \leq 2,0; \\ 0 \leq x_{21} \leq 0,3; \quad 0 \leq x_{22} \leq 0,3; \quad 1000 \leq x_{23} \leq 10\ 000; \\ 1000 \leq x_{24} \leq 10\ 000; \quad 0 \leq x_{25} \leq 1,0; \quad 0 \leq x_{26} \leq 1,0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Таблица 1

Основные характеристики сооружений системы водоснабжения для 1-го и 2-го участков

Участки склона	1-й участок						2-й участок					
	$N_1, \text{ м}^3/\text{с}$		$P_{1,1}, \text{ м}^3/\text{с}$		$B_1, \text{ м}^3$		$N_2, \text{ м}^3/\text{с}$		$P_{2,1}, \text{ м}^3/\text{с}$		$B_2, \text{ м}^3$	
Сооружения	Q_1^1	Q_1^2	$q_{1,1}^1$	$q_{1,1}^2$	V_1^1	V_1^2	Q_2^1	Q_2^2	$q_{2,1}^1$	$q_{2,1}^2$	V_2^1	V_2^2
Переменные	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
Минимальные значения	0,0	0,0	0,0	0,0	100	100	0,0	0,0	0,0	0,0	100	100
Максимальные значения	3,0	3,0	0,3	0,3	700	700	2,0	2,0	0,3	0,3	700	700
Начальные значения	2,05	—	0,25	—	300	—	1,60	—	0,25	—	300	—
Стоимость единичного объема воды, долл./м ³	—	—	0,23	0,23	—	—	—	—	0,24	0,24	—	—
Требуемые расходы воды, м ³ /с	—	—	0,25	0,20	—	—	—	—	0,20	0,25	—	—

Таблица 2

Основные характеристики сооружений системы водоснабжения для 3-го и 4-го участков

Участки канала	3-й участок						4-й участок							
	$PS_3, \text{ м}^3/\text{с}$		$P_{3,1}, \text{ м}^3/\text{с}$		$UK_3, \text{ м}^3$		$PS_4, \text{ м}^3/\text{с}$		$P_{4,1}, \text{ м}^3/\text{с}$		$UK_4, \text{ м}^3$		$ACC, \text{ м}^3/\text{с}$	
Сооружения	Q_3^1	Q_3^2	$q_{3,1}^1$	$q_{3,1}^2$	V_3^1	V_3^2	Q_4^1	Q_4^2	$q_{4,1}^1$	$q_{4,1}^2$	V_4^1	V_4^2	Q_5^1	Q_5^2
Переменные	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}
Минимальные значения	0,0	0,0	0,0	0,0	1500	1500	0,0	0,0	0,0	0,0	1000	1000	0,0	0,0
Максимальные значения	2,0	2,0	0,3	0,3	10 000	10 000	2,0	2,0	0,3	0,3	10 000	10 000	1,0	1,0
Начальные значения	1,10	—	0,17	—	3000	—	0,75	—	0,20	—	2000	—	0,3	—
Стоимость единичного объема воды, долл./м ³	—	—	0,25	0,25	—	—	—	—	0,26	0,26	—	—	0,24	0,24
Требуемые расходы воды, м ³ /с	—	—	0,20	0,25	—	—	—	—	0,18	0,19	—	—	—	—

Оптимальные значения параметров для первого полуинтервала времени

$\Delta t_1 = 12 \text{ ч} = 43 \text{ 200 с} (8^{00} - 12^{00})$							
Участки склона	1-й участок			2-й участок			
Сооружения	N_1	$P_{1,1}$	B_1	N_2	$P_{2,1}$	B_2	
Параметры	$Q_1, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{1,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_1, \text{ м}^3$	$Q_2, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{2,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_2, \text{ м}^3$	
Оптимальные значения в $(t_0, t_1]$ при обеспеченности водой	1,20	0,25	100	1,14	0,20	100	
Оптимальные значения в $(t_0, t_1]$ при дефиците воды	1,38	0,18	100	1,39	0,20	100	
Требуемые потребности в $(t_0, t_1]$	—	0,25	—	—	0,20	—	
Участки канала	3-й участок			4-й участок			
Сооружения	PS_3	$P_{3,1}$	UK_3	PS_4	$P_{4,1}$	UK_4	ACC
Параметры	$Q_3, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{3,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_3, \text{ м}^3$	$Q_4, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{4,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_4, \text{ м}^3$	$Q_5, \text{ м}^3/\text{с}$
Оптимальные значения в $(t_0, t_1]$ при обеспеченности системы	1,18	0,20	1500	0,43	0,18	1000	0,00
Оптимальные значения в $(t_0, t_1]$ при дефиците воды	1,18	0,20	1500	0,43	0,18	1000	0,00
Требуемые потребности в $(t_0, t_1]$	—	0,20	—	—	0,18	—	—

Таблица 4

Оптимальные значения параметров для второго полуинтервала времени

$\Delta t_2 = 12 \text{ ч} = 43 \text{ 200 с} (12^{00} - 24^{00})$							
Участки склона	1-й участок			2-й участок			
Сооружения	N_1	$P_{1,1}$	B_1	N_2	$P_{2,1}$	B_2	
Параметры	$Q_1, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{1,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_1, \text{ м}^3$	$Q_2, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{2,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_2, \text{ м}^3$	
Оптимальные значения в $(t_1, t_2]$ при обеспеченности системы	1,51	0,20	100	1,50	0,25	100	
Оптимальные значения в $(t_1, t_2]$ при дефиците воды	1,26	0,20	100	1,25	0,25	100	
Требуемые потребности в $(t_1, t_2]$	—	0,20	—	—	0,25	—	
Участки канала	3-й участок			4-й участок			
Сооружения	PS_3	$P_{3,1}$	UK_3	PS_4	$P_{4,1}$	UK_4	ACC
Параметры	$Q_3, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{3,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_3, \text{ м}^3$	$Q_4, \text{ м}^3/\text{с}$	$q_{4,1}, \text{ м}^3/\text{с}$	$V_4, \text{ м}^3$	$Q_5, \text{ м}^3/\text{с}$
Оптимальные значения в $(t_1, t_2]$ при обеспеченности системы	1,24	0,25	1500	0,44	0,19	1000	0,00
Оптимальные значения в $(t_1, t_2]$ при дефиците воды	1,24	0,25	1500	0,44	0,19	1000	0,00
Требуемые потребности в $(t_1, t_2]$	—	0,25	—	—	0,19	—	—

В случае рассмотрения задачи управления (19)—(23) при дефиците воды целевая функция имеет следующий вид:

$$C^2 = 0,23(0,25 - x_3) + 0,23(0,2 - x_4) + 0,24(0,20 - x_9) + 0,24(0,2 - x_{10}) + 0,25(0,2 - x_{15}) + 0,25(0,25 - x_{16}) + 0,26(0,18 - x_{21}) + 0,26(0,19 - x_{22}) + 0,24x_{25} + 0,24x_{26}. \quad (24)$$

После упрощения, задача приводится к виду:

$$C^2 \rightarrow \min, \quad (25)$$

при этом ограничение целевой функции будет:

$$C^2 \geq 0, \quad (26)$$

а ограничения (22) и (23) остаются в прежнем виде.

После упрощения, решая задачу (19)—(23) для случая с полной обеспеченностью водой и задачу (24), (25), (26), (22), (23) для случая дефицита воды, получаем следующие оптимальные значения переменных:

▲ для случая с полной обеспеченностью водой:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 1,38; x_2 = 1,51; x_3 = 0,18; x_4 = 0,20; \\ x_5 &= 100,0; x_6 = 100,0; x_7 = 1,39; x_8 = 1,50; \\ x_9 &= 0,20; x_{10} = 0,25; x_{11} = 100,0; x_{12} = 100,0; \\ x_{13} &= 1,18; x_{14} = 1,24; x_{15} = 0,20; x_{16} = 0,25; \\ x_{17} &= 1500; x_{18} = 1500; x_{19} = 0,43; x_{20} = 0,44; \\ x_{21} &= 0,18; x_{22} = 0,19; x_{23} = 1000; x_{24} = 1000; \\ x_{25} &= 0,00; x_{26} = 0,00; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

▲ для случая с дефицитом воды:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 1,20; x_2 = 1,26; x_3 = 0,25; x_4 = 0,20; \\ x_5 &= 100,0; x_6 = 100,0; x_7 = 1,14; x_8 = 1,25; \\ x_9 &= 0,2; x_{10} = 0,25; x_{11} = 100,0; x_{12} = 100,0; \\ x_{13} &= 1,18; x_{14} = 1,24; x_{15} = 0,2; x_{16} = 0,25; \\ x_{17} &= 1500; x_{18} = 1500; x_{19} = 0,43; x_{20} = 0,44; \\ x_{21} &= 0,18; x_{22} = 0,19; x_{23} = 1000; x_{24} = 1000; \\ x_{25} &= 0,00; x_{26} = 0,00. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Таким образом, получим решение задачи для обоих интервалов $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 12 \text{ ч} = 43 \text{ 200 с}$. На основе значений, указанных в табл. 1 и 2, заменяя переменные x_1, \dots, x_{26} в выражениях (27) и (28) с соответствующими параметрами системы, для сооружений системы получаем значения управляемых параметров, указанные в табл. 3, 4.

Заключение

Анализируя требуемые и рассчитанные оптимальные значения расходов потребителей и объемов воды в водоемах и участках канала из табл. 1—4, приходим к выводу, что в течение полуинтервалов времени $(t_0, t_1]$ и $(t_1, t_2]$ рассчитанные расходы совпадают с требуемыми расходами или очень близки к ним, а объемы воды в водоемах и участках канала остаются в допустимых границах, причем расходы

в АСС в обоих полуинтервалах времени полностью обнуляются. Поскольку стоимость единичного объема воды в пунктах потребления больше, чем в водоемах и участках канала, резервные объемы воды в системе уменьшаются до минимально возможного уровня, а расходы в насосных станциях и перегораживающих сооружениях получают значения, достаточные для нормального функционирования системы. При сравнении результатов решения задачи для случаев полной обеспеченности и дефицита воды можно констатировать, что в обоих случаях оптимальные значения расходов приближаются к одинаковым результатам.

Следует отметить, что при увеличении числа объектов системы увеличивается число параметров задачи оптимального управления и соответственно усложняется ее решение. Компьютерные эксперименты показывают, что рассмотренная задача оп-

тимального управления забором и распределением воды успешно решается для системы водоснабжения, в которой имеются до 30 различных объектов.

Список литературы

1. **Алиев Б. Х.** Научные основы автоматического управления горным орошением в Азербайджане. Баку: Зия-Нурлан, 2008. 208 с.
2. **Алиев З. Г., Мамедова Гюлнара Исафил кызы, Хокуме Айхан.** Научное обоснование рациональной технологии орошения для регионов горного земледелия в Азербайджанской Республике // Экология и строительство. 2016. № 1. С. 20—25.
3. **Ногорбеков Б. К.** Совершенствование методов водораспределения и технической эксплуатации для автоматизированных оросительных систем горно-предгорной зоны: Дис. на соиск. уч. степени к. т. н., Киев, 1983. 193 с.
4. **Искендеров А. А., Аббасова Г. Ю.** Задача оптимального управления распределением воды в системах водоснабжения, функционирующих на высокогорных участках // Ученые записки Азербайджанского технического университета. 2013. Т. 1, № 1. С. 30—36.
5. **Ануфриев И.** Самоучитель Матлаб 5.3/6.x. СПб.: БХВ — Петербург, 2004. 736 с.

Optimal Control of Fences and Distribution of Water on High Location Territories

A. A. Iskenderov, elesger_54@mail.ru, G. Yu. Abbasova,
Sumgait State University, Sumgait, 5005, Azerbaijan

Corresponding author: Iskenderov Alasgar Alakbar oglu, D. Sc., Professor,
Sumgait State University, Sumgait, 5005, Azerbaijan
e-mail: elesger_54@mail.ru

Accepted on September 08, 2017

In the paper, the automation water distribution system for high location territories which are got from the underlying water source and consisting a sequence of water pipe-warehouse pump-segments of the stations on the slope and partitioned equipment's — parts of channel on high location plain with an alarm reset in the end of the channel, removing excess water is considered. For effective work of such a system a new formulation and solution of the optimal management of water supply problems is offered. For solving the problem, the method of linear programming mathematical package "Matlab" is used. The problem solution is given for the system with 3 pump stations — pipeline segments — warehouses and 2 channel baffle structures, portions of each channel and water storage area which is powered by a single point of consumption. To solve this problem the method of optimization mathematical package of Matlab is used and the results are analyzed. As a result, the problem of operative control for 13 water supply facilities during 2 consecutive intervals of constancy of parameters where the duration of each of which—12 hours is made. Total instead for the optimal values for managing the system with 26 variables are searched. In addition, the costs in the emergency facility in both intervals are completely converted to 0. This proves the acceptability of the considered problem for the control of such objects. The machine time spent for solving this problem is much less, and the problem can be applied to complex objects.

Keywords: automation, control, optimization, high distribution territories, water intake, water distribution, pumping station, pipe line, storage of water, channel, block the construction of the channel section, water supply, water use point

For citation:

Iskenderov A. A., Abbasova G. Yu. Optimal Control of Fences and Distribution of Water on High Location Territories, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 47—52.

DOI: 10.17587/mau.19.47-52

References

1. **Aliyev B. H.** *Nauchnye osnovi avtomaticheskogo upravleniya gornim orosheniem v Azerbaydzhanе* (Scientific automatic government bases by mountain irrigation in Azerbaijan), Baku, Ziya-Nurlan, 2008, 208 p. (in Russian).
2. **Aliyev Z. G., Mamedova Gulnara Israfil kizi, Khokume Aykhan.** *Nauchnoe obosnovaniye racional'noy tehnologii orosheniya dlya regionov gornogo zemledeliya v Azerbaydzhanskoy Respublike* (Scientific ground of rational technology of irrigation for the regions

of mountain agriculture in Azerbaijanian Republic), *Ekologiya i Stroitelstvo*, 2016, no. 1, p. 20—25 (in Russian).

3. **Nogorbekov B. K.** *Sovershenstvovanie metodov vodoraspredeleniya i tehnicheskoy eksploatacii dlya avtomatizirovannich orositelnih sistem gorno-predgornoy zony* (Perfection of methods of water allocation and technical exploitation for irrigatory CASS of mountain-before mountain zone), Dis. na soisk.uch.stepeni k. t. n., Kiev, 1983, 193 p. (in Russian).

4. **Iskenderov A. A., Abbasova G. Yu.** *Zadacha optimalnogo upravleniya raspredeleniem vodi v sistemakh vodosnabzheniya, funktsioniruyushchikh na visokoraspolozhennikh uchastkakh* (Task of optimal management by distribution of water in the water systems functioning on the high-located areas), *The Scientific messages of the Azerbaijanian technical university*, 2013, vol. 1, no. 1, pp. 30—36 (in Russian).

5. **Anufriev I.** *Samouchitel Matlab 5.3/6.x* (Tutorial Matlab 5.3/6.x), SPb., BXV — Peterburg, 2004, 736 p. (in Russian).