УДК 519.216 DOI: 10.17587/mau/17.147-157

Т. А. Алиев[1], д-р техн. наук, акад. НАНА, директор, telmancyber@rambler.ru,
Н. Ф. Мусаева[1], д-р техн. наук, зав. лаб., musana@rambler.ru,
У. Э. Саттарова[2], PhD, зав. отделом, ulker.rzaeva@gmail.com,
Н. Э.Рзаева[1], науч. сотр., nikanel1@gmail.com,
[1]Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку,
[2]Азербайджанский архитектурно-строительный университет, Баку

Технология формирования робастных корреляционных матриц математических моделей динамики объектов управления

Анализируются трудности формирования корреляционных матриц при решении задач идентификации матричных моделей динамики объектов управления. Предложены алгоритмы сведения этих матриц к матрицам, аналогичным матрицам полезных сигналов, с учетом специфики реальных зашумленных параметров. Показана возможность применения данных алгоритмов для случаев наличия и отсутствия корреляции между полезным сигналом и помехой.

Ключевые слова: *идентификация, зашумленный сигнал, корреляционная функция, корреляционные матрицы, нормированные оценки, модели динамики*

Введение

Одной из ключевых проблем современной теории и практики управления является проблема идентификации [1, п. 11; 2, п. 9] — построение математической модели объекта управления по результатам обработки экспериментальных данных наблюдений. В настоящее время технология построения адекватных и эффективных моделей динамических объектов, используемых для автоматизации управления, контроля и диагностики технических объектов и технологических процессов, находит свое применение во всех областях промышленности, энергетики и транспорта.

На данный момент насчитывается большое число работ, посвященных проблеме идентификации объектов управления (см., например, монографии и учебные пособия [3—10]). Однако, несмотря на высокий уровень теоретических исследований, а также полученные интересные и содержательные результаты, опыт успешного практического их применения при построении математических моделей реальных динамических объектов невелик.

В инженерной практике все большую популярность находят статистические методы идентификации, при которой динамические характеристики объекта управления определяются на основе анализа статистических характеристик его входного и выходного сигналов. Здесь особо следует выделить статистические корреляционные методы [1, п. 11.4; 2, п. 9.4], суть которых заключается в определении импульсной переходной или передаточной функций объекта путем анализа его реакции на случайное воздействие с характеристиками, приближенными к характеристикам белого шума.

Следует отметить, что корреляционные методы позволяют с приемлемой точностью решать задачи идентификации для широкого класса объектов и имеют следующие преимущества:

- идентификация объекта может проводиться в условиях его нормальной эксплуатации;
- корреляция в пределах достаточно продолжительного периода времени позволяет сделать амплитуду тестового входного сигнала очень малой, в связи с чем сигнал в виде белого шума не влияет на режим работы объекта;
- никакой априорной информации об объекте не требуется;
- метод обладает высокой помехоустойчивостью.

Однако при применении корреляционных методов для идентификации реальных объектов управления на полезный сигнал, который должен быть получен с наименьшими искажениями, накладываются помехи, имеющие случайное происхождение и затрудняющие процесс вычисления оценок статических характеристик сигнала. Причины образования данных помех могут быть самые различные: тепловые шумы; шумы, вызываемые работой других рядом стоящих агрегатов и оборудований; шумы, создаваемые источниками питания; шумы, вызванные автоколебаниями в цепях обратной связи, и т. д.

В целях устранения влияния помех на результат статистической идентификации динамики объекта предложены многочисленные алгоритмы и технологии фильтрации (см., например, работы [11, 12], а также работы автора [13, 14]), позволяющие устранять погрешность помех, возникающих от влияния внешних факторов. Следует отметить, что в процессе нормального функционирования реальных объектов управления помехи формируются под влиянием различных факторов, в частности, отражающих процессы зарождения каких-либо дефектов в объекте. В связи с этим спектр помехи часто пересекается со спектром полезного зашумленного сигнала, причем данные спектры не являются стабильными. В результате фильтрация не всегда обеспечивает желаемый результат: иногда она приводит даже к искажению спектра полезного сигнала [13, 14].

В данной статье рассматривается один из возможных вариантов создания альтернативных методов и технологий устранения погрешностей, вызванных влиянием помехи при формировании корреляционных матриц в процессе решения задачи статистической идентификации динамической модели объекта управления.

Постановка задачи

Обратимся к следующей задаче корреляционной идентификации линейного одномерного динамического объекта управления по экспериментальным данным, полученным в нормальном режиме его эксплуатации: требуется по результатам измерения входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов объекта, искаженных шумами $\varepsilon(t)$ и $\eta(t)$ соответственно, определить его импульсную переходную характеристику $W(t)$.

В общем случае решение данной задачи сводится к решению интегрального уравнения Винера — Хопфа, которое аппроксимируется системой линейных алгебраических уравнений, имеющей в матричной форме следующий вид:

$$\mathbf{R}_{XY}(\mu) \approx \mathbf{R}_{XX}(\mu)\mathbf{W}(\mu),\ \mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t\ ...,\ (N-1)\Delta t, \quad (1)$$

где $\mathbf{R}_{XX}(\mu)$ — квадратная $N \times N$ симметричная матрица автокорреляционных функций центрированного входного сигнала $X(t)$:

$$\mathbf{R}_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} R_{XX}(0) & R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{XX}(\Delta t) & R_{XX}(0) & \dots & R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{XX}(0) \end{Vmatrix}, \quad (2)$$

$$R_{XX}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t),$$

$$\mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ ...,\ (N-1)\Delta t;$$

$\mathbf{R}_{XY}(\mu)$ — матрица-столбец взаимокорреляционных функций между входом $X(t)$ и выходом $Y(t)$:

$$\mathbf{R}_{XY}(\mu) \approx [R_{XY}(0)\ R_{XY}(\Delta t)\ ...\ R_{XY}[(N-1)\Delta t]]^{\mathrm{T}}, \quad (3)$$

$$R_{XY}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)Y((i+\mu)\Delta t),$$

$$\mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ ...,\ (N-1)\Delta t;$$

$\mathbf{W}(\mu)$ — матрица-столбец, элементами которого являются ординаты искомой импульсной переходной функции:

$$\mathbf{W}(\mu) \approx [W(0)\ W(\Delta t)\ ...\ W((N-1)\Delta t)]^{\mathrm{T}};$$

Δt — интервал дискретизации корреляционных функций.

Здесь матрицы корреляционных функций (2), (3) сформированы из оценок полезных сигналов $X(t)$ и $Y(t)$.

Поскольку реальные зашумленные входной $g(t)$ и выходной $\eta(t)$ сигналы объекта представляют собой сумму полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$ и соответствующих помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$, т. е.

$$g(t) = X(t) + \varepsilon(t),$$

$$\eta(t) = Y(t) + \varphi(t),$$

то матричное уравнение (1) можно представить в виде

$$\mathbf{R}_{g\eta}(\mu) \approx \mathbf{R}_{gg}(\mu)\mathbf{W}(\mu),\ \mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ ...,\ (N-1)\Delta t,$$

где

$$\mathbf{R}_{gg}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} R_{gg}(0) & R_{gg}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) & R_{gg}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0) \end{Vmatrix}; \quad (4)$$

$$\mathbf{R}_{g\eta}(\mu) \approx [R_{g\eta}(0)\ R_{g\eta}(\Delta t)\ ...\ R_{g\eta}[(N-1)\Delta t]]^{\mathrm{T}}. \quad (5)$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned} &R_{gg}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t))X((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon((i+\mu)\Delta t)); \\ &R_{g\eta}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)\eta((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (Y(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t))(Y((i+\mu)\Delta t) + \varphi((i+\mu)\Delta t)), \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ ...,\ (N-1)\Delta t.$$

Пусть $D_g \approx R_{gg}(0)$ и $D_\eta \approx R_{g\eta}(0)$ — оценки дисперсий сигналов $g(t)$ и $\eta(t)$ соответственно при $\mu = 0$, а m_g и m_η — их математические ожидания.

На практике корреляционные матрицы (4), (5) формируются по оценкам $R_{gg}(\mu)$, $R_{g\eta}(\mu)$ корреляционных функций зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$.

Однако при этом возникают очевидные неравенства

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}(\mu) &\ne \mathbf{R}_{gg}(\mu); \\ \mathbf{R}_{XY}(\mu) &\ne \mathbf{R}_{g\eta}(\mu). \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

В результате во многих случаях обеспечить адекватность идентификации модели динамики объекта управления не удается. В то же время на многих реальных объектах управления для измерения зашумленных сигналов применяются различные датчики, у которых входные и выходные сигналы представляют собой различные физические величины.

В этих случаях оценки корреляционных функций сигналов $X(t)$ и $Y(t)$ приводятся к безразмерным величинам, причем их нормированные авто- и взаимокорреляционные функции вычисляются по известным формулам [1, 2]:

$$\left.\begin{aligned} r_{XX}(\mu) &\approx R_{XX}(\mu)/D_X; \\ r_{XY}(\mu) &\approx R_{XY}(\mu)/\sqrt{D_X D_Y}, \end{aligned}\right\}$$

где $D_X \approx R_{XX}(0)$, $D_Y \approx R_{YY}(0)$, $R_{XX}(\mu)$, $R_{XY}(\mu)$ — оценки авто- и взаимокорреляционных функций сигналов $X(t)$, $Y(t)$ при $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, ..., (N-1)\Delta t$.

Нормированные корреляционные матрицы полезных сигналов имеют вид

$$\mathbf{r}_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \left\| \begin{matrix} \dfrac{R_{XX}(0)}{D_X} & \dfrac{R_{XX}(\Delta t)}{D_X} & \dots & \dfrac{R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_X} \\ \dfrac{R_{XX}(\Delta t)}{D_X} & \dfrac{R_{XX}(0)}{D_X} & \dots & \dfrac{R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_X} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_X} & \dfrac{R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_X} & \dots & \dfrac{R_{XX}(0)}{D_X} \end{matrix} \right\|, \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_{XY}(\mu) \approx \left[\frac{R_{XY}(0)}{(\sqrt{D_X D_Y})} \; \frac{R_{XY}(\Delta t)}{(\sqrt{D_X D_Y})} \; \dots \; \frac{R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{(\sqrt{D_X D_Y})} \right]^{\mathrm{T}}. \quad (9)$$

В этом случае матричное уравнение (1) можно представить в виде

$$\mathbf{r}_{XY}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu)\mathbf{W}(\mu),\ \mu = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t\ ...,\ (N-1)\Delta t,$$

где $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ — квадратная $N \times N$ симметричная матрица нормированных автокорреляционных функций центрированного входного сигнала $X(t)$; $\mathbf{r}_{XY}(\mu)$ — вектор-столбец нормированных взаимокорреляционных функций между входом $X(t)$ и выходом $Y(t)$; $\mathbf{W}(\mu)$ — вектор-столбец искомых импульсных переходных функций объекта.

Нормированные авто- и взаимокорреляционные функции $r_{gg}(\mu)$, $r_{g\eta}(\mu)$ зашумленных сигналов, состоящих из суммы случайных полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$ и соответствующих помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$, вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} r_{gg}(\mu) &\approx R_{gg}(\mu)/D_g; \\ r_{g\eta}(\mu) &\approx R_{g\eta}(\mu)/\sqrt{D_g D_\eta}\,. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

При этом соответствующие нормированные корреляционные матрицы зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$ представляются в следующем виде:

$$\mathbf{r}_{gg}(\mu) \approx$$

$$\approx \left\| \begin{matrix} \dfrac{R_{gg}(0)}{D_g} & \dfrac{R_{gg}(\Delta t)}{D_g} & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t]}{D_g} \\ \dfrac{R_{gg}(\Delta t)}{D_g} & \dfrac{R_{gg}(0)}{D_g} & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t]}{D_g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t]}{D_g} & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t]}{D_g} & \dots & \dfrac{R_{gg}(0)}{D_g} \end{matrix} \right\|, \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_{g\varphi}(\mu) \approx \left[\frac{R_{g\varphi}(0)}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \; \frac{R_{g\varphi}(\Delta t)}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \; \dots \; \frac{R_{g\varphi}[(N-1)\Delta t]}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \right]^{\mathrm{T}}. \quad (12)$$

Сравнивая матрицы (8) и (11), нетрудно убедиться, что имеют место неравенства:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{r}_{gg}(\mu) &\neq \mathbf{r}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{r}_{g\eta}(\mu) &\neq \mathbf{r}_{XY}(\mu). \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Из неравенств (7) и (13) следует, что корреляционные матрицы (4), (5) и (11), (12) отличаются от исходных корреляционных матриц (2), (3) и (8), (9). Именно поэтому на практике обеспечение адекватности идентификации динамической модели объекта на основе этих матриц часто не удается. В связи с этим для успешного решения задачи идентификации моделей динамики объектов управления требуется разработка технологии формирования робастных корреляционных матриц $\mathbf{R}^r_{gg}(\mu)$, $\mathbf{R}^r_{g\eta}(\mu)$, $\mathbf{r}^r_{gg}(\mu)$, $\mathbf{r}^r_{g\eta}(\mu)$, обеспечивающей выполнение равенств

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}^r_{gg}(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{R}^r_{g\eta}(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XY}(\mu); \\ \mathbf{r}^r_{gg}(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{r}^r_{g\eta}(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XY}(\mu). \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Технологии формирования робастных корреляционных матриц при отсутствии корреляции между полезным сигналом и помехой

Проведенные исследования [13—18] показали, что для входных и выходных зашумленных сигналов многих объектов управления выполняются условия стационарности и нормальности закона распределения. Следует отметить, что при отсутствии корреляции между полезными сигналами $X(t)$, $Y(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$, т. е. при

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) &\approx 0; \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y(i\Delta t)\varphi((i+\mu)\Delta t) &\approx 0, \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

выражения (6) вычисления для оценок, авто- и взаимокорреляционных функций можно представить в виде

$$R_{gg}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx$$

$$\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + D_\varepsilon \text{ при } \mu = 0; \\ R_{XX}(\mu) \qquad \text{при } \mu = 0; \end{cases} \quad (16)$$

$$R_{g\eta}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)\eta((i+\mu)\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (X(i\Delta t) +$$

$$+ \varepsilon(i\Delta t))(Y((i+\mu)\Delta t) + \varphi((i+\mu)\Delta t)) \approx R_{XY}(\mu). \quad (17)$$

Принимая во внимание выражение (16), корреляционную матрицу $R_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ из формулы (4) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{R}^{r}_{gg}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) \end{Vmatrix}. \quad (18)$$

На основе выражения (17) корреляционную матрицу (5) также можно представить в виде

$$\mathbf{R}^{r}_{g\eta}(\mu) \approx [R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0)\ R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t)\ \dots$$
$$\dots\ R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]]^{\mathrm{T}} \approx \mathbf{R}_{XY}(\mu). \quad (19)$$

Экспериментальные исследования показали, что для объектов, удовлетворяющих условиям (15), определяя оценки элементов $R_{g\eta}(\mu)$ по выражению (17), удается формировать робастные матрицы $\mathbf{R}^{r}_{g\eta}(\mu)$ (19), которые совпадают с корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{XY}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$. В то же время корреляционная матрица $\mathbf{R}_{gg}(\mu)$ (18) зашумленного входного сигнала $g(t)$ отличается от корреляционной матрицы $\mathbf{R}_{XX}(\mu)$ (2) полезного сигнала $X(t)$ диагональными элементами, представляющими собой сумму оценок корреляционной функции полезных сигналов $R_{XX}(0)$ и дисперсии помехи D_ε.

Очевидно, что устранением погрешностей помех из диагональных элементов матрицы (18) можно ее свести к виду, аналогичному матрице (2), элементы которой не содержат данных погрешностей. Следовательно, для формирования таких матриц для реальных объектов необходимо определение оценок дисперсии помехи D_ε зашумленных сигналов [15]. При этом можно сформировать матрицу, для которой будут выполняться равенства (13), (14). т. е.

$$\mathbf{R}^{r}_{gg}(\mu) \approx \mathbf{R}_{XX}(\mu);\ \mathbf{R}^{r}_{g\eta}(\mu) \approx \mathbf{R}_{XY}(\mu).$$

Однако, как было указано выше, на практике при решении задачи идентификации для реальных объектов достаточно часто возникает необходимость нормирования оценок корреляционных функций. Принимая во внимание выражения (16), формулы (10) для определения нормированной оценки авто- и взаимокорреляционной функций можно преобразовать к виду

$$r_{gg}(\mu \neq 0) \approx \frac{R_{gg}(\mu \neq 0)}{D_g - D_\varepsilon}; \quad (20)$$

$$r_{g\eta}(\mu) \approx \frac{R_{g\eta}(\mu)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}}. \quad (21)$$

Следовательно, нормированную корреляционную матрицу (11) зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$\mathbf{r}_{gg}(\mu) \approx \begin{Vmatrix} 1 & R_{gg}(\Delta t) \approx \frac{R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{Vmatrix}. \quad (22)$$

Аналогичным образом также можно формировать матрицу нормированных взаимокорреляционных функций

$$\mathbf{r}_{g\eta}(\mu) \approx \left[\frac{R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}}\ \frac{R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}}\ \dots\ \frac{R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}}\right]^{\mathrm{T}}. \quad (23)$$

Таким образом, после коррекции погрешностей помех диагональные элементы нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{gg}(\mu)$ зашумленных сигналов $g(t)$ совпадают с диагональными элементами нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$ и равны единице. Однако остальные элементы нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{gg}(\mu)$ входного сигнала, а также все элементы нормированной взаимокорреляционной матрицы $\mathbf{r}_{g\eta}(\mu)$ зашумленного входного и выходного сигналов содержат в подкоренном выражении знаменателя помимо дисперсий D_X, D_Y полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$ также и дисперсии D_ε, D_φ помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$. Следовательно, в результате нормирования в элементах корреляционных матриц возникают дополнительные погрешности. Ясно, что с использованием формул (20), (21) имеется возможность, устраняя указанные погрешности, сформировать нормированные корреляционные матрицы (22), (23), которые эквивалентны матрицам (8), (9) полезных сигналов [15—21]. Однако для этого необходимо определение оценок дисперсии помех D_ε и D_φ зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$. Проведенные исследования показали, что для этой цели целесообразно применение следующих выражений [13—15]:

$$D_\varepsilon \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g(i\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)]; \quad (24)$$

$$D_\varphi \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[\eta(i\Delta t)\eta(i\Delta t) - 2\eta(i\Delta t)\eta((i+1)\Delta t) + \eta(i\Delta t)\eta((i+2)\Delta t)], \quad (25)$$

позволяющих вычислить оценки D_ε, D_φ дисперсии помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$ зашумленного входного $g(t)$ и выходного $\eta(t)$ сигналов. Принимая во внимание формулу (16), по полученным оценкам

$$R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t),\ R_{gg}(2\Delta t) \approx \approx R_{XX}(2\Delta t),\ ...,\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t],$$

можно сформировать робастные нормированные корреляционные матрицы:

$$\mathbf{r}_{gg}^{r}(\mu) \approx \left\| \begin{matrix} 1 & R_{gg}(\Delta t) \approx \dfrac{R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}(N-1)\Delta t}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dfrac{R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}(N-2)\Delta t}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}(N-1)\Delta t}{D_g - D_\varepsilon} & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}(N-2)\Delta t}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{matrix} \right\|, \quad (26)$$

$$\mathbf{r}_{g\eta}^{r}(\mu) \approx \left[\frac{R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \quad \frac{R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \dots \frac{R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \right]^{\mathrm{T}}. \quad (27)$$

Сравнивая выражения (26), (27) с выражениями (8), (9), можно заметить, что влияния погрешностей помех на элементы устранены, и можно считать, что корреляционные матрицы зашумленных сигналов $\mathbf{r}_{gg}^{r}(\mu)$ и $\mathbf{r}_{g\eta}^{r}(\mu)$ эквивалентны соответственно матрицам полезных сигналов $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ и $\mathbf{r}_{XY}(\mu)$. Итак, в случае отсутствия корреляции между сигналами $X(t)$, $\varepsilon(t)$ и сигналами $Y(t)$, $\varphi(t)$ можно считать, что имеют место равенства:

$$\mathbf{r}_{gg}^{r}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu),\ \mathbf{r}_{g\eta}^{r}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XY}(\mu).$$

Технология формирования корреляционной матрицы при наличии корреляции между полезным сигналом и помехой

Необходимо отметить, что для реальных объектов управления в процессе эксплуатации характерен переход в так называемый скрытый период зарождения различных дефектов, таких как износ, микротрещина, нагарообразование, деформация от усталости и т.д. [14, 15]. Обычно все это отражается на сигналах, получаемых от соответствующих датчиков в виде шума, который в большинстве случаев имеет корреляцию с полезным сигналом $X(t)$ [22—28]. В результате суммарная помеха формируется из помехи $\varepsilon_1(t)$, которая обусловлена влиянием внешних факторов, и из шума $\varepsilon_2(t)$, который обусловлен зарождением различных дефектов. При этом дисперсия зашумленного сигнала имеет вид [14, 22, 25]

$$R_{gg}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g^2(i\Delta t) \approx$$

$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X^2(i\Delta t) + 2\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon^2(i\Delta t) \approx$$

$$\approx R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon}.$$

Суммарная помеха $\varepsilon(i\Delta t) = \varepsilon_1(i\Delta t) + \varepsilon_2(i\Delta t)$ имеет корреляцию с полезным сигналом $X(t)$, и ее дисперсия D_ε определяется следующим выражением:

$$D_\varepsilon = 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon},$$

где $R_{X\varepsilon}(0)$ — взаимокорреляционная функция между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$, $D_{\varepsilon\varepsilon}$ — оценка дисперсии помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$.

Следовательно, в этом случае дисперсия помехи D_ε представляет собой сумму дисперсии $D_{\varepsilon\varepsilon}$ помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$, которая возникает от влияния внешних факторов и взаимокорреляционной функции $R_{X\varepsilon}(0)$ между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon_2(i\Delta t)$, которая возникает от зарождения различных процессов в самом объекте [14, 22, 25].

Таким образом, в этом случае формулу определения оценки $R_{gg}(\mu)$ можно представить в виде

$$R_{gg}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx$$

$$\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + D_\varepsilon \text{ при } \mu = 0; \\ R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(\mu) \text{ при } \mu \neq 0. \end{cases}$$

Важность учета корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при формировании корреляционных матриц вызвана тем, что на практике в реальных объектах данная корреляция имеет место даже в течение нескольких шагов дискретизации [25, 26], т. е. при $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, $\mu = 3\Delta t$, ... В связи с этим необходима разработка технологии определения оценок взаимокорреляционных функций $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$, ..., что позволит при формировании корреляционных матриц обеспечить их эквивалентность с матрицей полезных сигналов путем компенсации погрешностей элементов $R_{gg}(0)$, $R_{gg}(\Delta t)$, $R_{gg}(2\Delta t)$, $R_{gg}(3\Delta t)$ ... в соответствующих строках и столбцах корреляционных матриц (18), (22).

Таким образом, для обеспечения эквивалентности корреляционных матриц матрицам полезных сигналов необходимо вычитание из оценки $R_{gg}(0)$ величины D_ε и из оценок $R_{gg}(\mu)$ — величины $R_{X\varepsilon}(\mu)$, т. е.

$$\mathbf{R}^r_{gg}(\mu) \approx \mathbf{R}^r_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon & R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) & \dots & R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t) \\ R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon} & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon & \dots & R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t) & R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t) & \dots & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon \end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{r}_{gg}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} 1 & \dfrac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \dfrac{R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dfrac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \dfrac{R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dfrac{R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{Vmatrix}.$$

Наряду с определением оценки D_ε также необходима разработка технологий определения оценки $R_{X\varepsilon}$ ($\mu \neq 0$). Для этого сначала рассмотрим один из возможных вариантов определения оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ при $\mu = 0$, $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, ... с помощью оценок релейных корреляционных функций $R^*_{gg}(0)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$. Вводя обозначения

$$\mathrm{sgn}g(i\Delta t) = \mathrm{sgn}X(i\Delta t) = \begin{cases} +1 \text{ при } g(i\Delta t) > 0; \\ 0 \text{ при } g(i\Delta t) = 0; \\ -1 \text{ при } g(i\Delta t) < 0, \end{cases}$$

формулу для определения оценок релейной корреляционной функции $R^*_{gg}(0)$ зашумленного сигнала можно представить в виде

$$R^*_{gg}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}g(i\Delta t)g(i\Delta t) \approx$$
$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}g(i\Delta t)[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)] \approx$$
$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [\mathrm{sgn}g(i\Delta t)X(i\Delta t) + \mathrm{sgn}g(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t)] \approx$$
$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}g(i\Delta t)X(i\Delta t) + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}g(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \approx$$
$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}X(i\Delta t)X(i\Delta t) + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \approx$$
$$\approx R^*_{XX}(0) + R^*_{X\varepsilon}(0),$$

$$\text{т. е. } R^*_{gg}(0) \approx R^*_{XX}(0) + R^*_{X\varepsilon}(0). \quad (28)$$

Как известно [21—25], оценку $R^*_{X\varepsilon}(0)$ можно определить по формуле

$$R^*_{X\varepsilon}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g(i\Delta t) -$$
$$- 2\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)]. \quad (29)$$

Раскрывая правую часть этой формулы с учетом выражения (28) имеем

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g(i\Delta t)] - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [2\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] +$$
$$+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx$$
$$\approx R^*_{gg}(0) - 2R^*_{gg}(\Delta t) + R^*_{gg}(2\Delta t) =$$
$$= R^*_{X\varepsilon}(0) + R^*_{XX}(0) - 2R^*_{XX}(\Delta t) + R^*_{XX}(2\Delta t) \approx R^*_{X\varepsilon}(0).$$

Принимая во внимание, что для стационарных случайных зашумленных сигналов с нормальным законом распределения справедливо равенство

$$R^*_{XX}(0) + R^*_{XX}(2\Delta t) - 2R^*_{XX}(\Delta t) \approx 0,$$

результат вычислений по формуле (29) можно считать оценкой $R^*_{X\varepsilon}(0)$ [25].

Анализ выражения (27) показывает, что оценку $R^*_{X\varepsilon}(\mu)$ взаимокорреляционной функции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ можно представить в виде

$$R'_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}[g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] -$$
$$- \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 2\mathrm{sgn}[g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] +$$
$$+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathrm{sgn}[g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] \approx$$
$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [\mathrm{sgn}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) +$$
$$+ \varepsilon((i+1)\Delta t)]] - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 2\mathrm{sgn}[X(i\Delta t) +$$
$$+ \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] +$$
$$+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+3)\Delta t) + \varepsilon((i+3)\Delta t)] \approx$$

$$\approx R^*_{XX}(\Delta t) + R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) + R^*_{\varepsilon X}(\Delta t) + \\ + R^*_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) - 2R^*_{XX}(2\Delta t) - 2R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) - \\ - 2R^*_{\varepsilon X}(2\Delta t) - 2R^*_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) + R^*_{XX}(3\Delta t) + \\ + R^*_{X\varepsilon}(3\Delta t) + R^*_{\varepsilon X}(3\Delta t) + R^*_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t).$$

Для случая $R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$, $R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, $R^*_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$ при выполнении условий стационарности и нормальности закона распределения можно считать справедливыми равенства

$$R^*_{XX}(\Delta t) + R^*_{XX}(3\Delta t) - 2R^*_{XX}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R^*_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + R^*_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t) - R^*_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,\ R^*_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0,\ R^*_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx 0,\ R^*_{\varepsilon X}(3\Delta t) \approx 0,$$

в правой части получим

$$R'_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) + R^*_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 2R^*_{X\varepsilon}(\Delta t),$$

$$R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(\Delta t). \quad (30)$$

Очевидно, что формулу для определения оценки $R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ можно также представить в аналогичном виде, т. е.

$$R'_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) - \\ - 2\mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) + \mathrm{sgn}g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)],$$

и при этом оценка $R'_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ будет равна

$$R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) = \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(2\Delta t). \quad (31)$$

Анализ литературы [13, 14] и проведенные исследования показали, что между соотношениями оценок

$$R_{X\varepsilon}(0),\ \Delta R_{gg}(0),\ R^*_{X\varepsilon}(0),\ \Delta R^*_{gg}(0),\ R_{X\varepsilon}(\Delta t),\ \Delta R_{gg}(\Delta t),$$
$$R^*_{X\varepsilon}(\Delta t),\ R^*_{gg}(\Delta t),\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t),\ \Delta R_{gg}(2\Delta t),\ R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t),\ R^*_{gg}(2\Delta t)$$

соответственно имеют место равенства

$$\frac{R_{X\varepsilon}(0)}{\Delta R_{gg}(0)} \approx \frac{R^*_{X\varepsilon}(0)}{\Delta R^*_{gg}(0)},\ \frac{R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{\Delta R_{gg}(\Delta t)} \approx \frac{R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(\Delta t)},$$
$$\frac{R_{X\varepsilon}(2\Delta t)}{\Delta R_{gg}(2\Delta t)} \approx \frac{R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(2\Delta t)},$$

из которых по формулам

$$R_{X\varepsilon}(0) \approx \frac{\Delta R_{gg}(0) R^*_{X\varepsilon}(0)}{\Delta R^*_{gg}(0)},\ R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(\Delta t) R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(\Delta t)},$$

$$R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(2\Delta t) R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(2\Delta t)} \quad (32)$$

определяются оценки $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ...

Таким образом, благодаря возможности определения оценок D_ε и $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ..., $R^*_{X\varepsilon}(0)$, $R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ... открывается возможность анализировать погрешности оценок корреляционных функций и результатов формирования робастных корреляционных матриц. Также появляется возможность исходя из наличия или отсутствия корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ принимать решение о целесообразном варианте выбора технологии идентификации моделей объектов управления. Отметим, что в тех случаях, когда имеют место соотношения $R_{X\varepsilon}(0) > 0$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, формирование корреляционной матрицы осуществляется аналогично случаю, когда между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ корреляция отсутствует. В то же время при обнаружении наличия корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при временных сдвигах $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, ..., используя выражения (32), можно определить оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, которые далее вычитаются из оценок элементов, расположенных в соответствующих строках и столбцах корреляционных матриц (18), (22).

С учетом важности обеспечения робастности корреляционных матриц и адекватности идентификации модели динамики ниже предлагается другой альтернативный вариант корректировки погрешностей соответствующих элементов корреляционных матриц [28]. В этом варианте оценки D_ε, $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ и т. д. зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ определяются с помощью выражений, которые разработаны на основе выражений (24), (25).

Рассмотрим результаты разложения правой части выражения (24) для случая, когда имеет место корреляция между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$:

$$D_\varepsilon \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g(i\Delta t) - \\ - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx \\ \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)] - \\ - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) + \varepsilon((i+1)\Delta t)] + \\ + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] \approx \\ \approx R_{XX}(0) + R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) - \\ - 2R_{XX}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + \\ + R_{XX}(2\Delta t) + R_{X\varepsilon}(2\Delta t) + R_{\varepsilon X}(2\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t). \quad (33)$$

При выполнении условий

$$R_{X\varepsilon}(0) > 0,\ R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0,\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

а также при стационарности и нормальности закона распределения случайных зашумленных сигналов рассматриваемых объектов справедливы следующие равенства:

$$R_{XX}(0) + R_{XX}(2\Delta t) - R_{XX}(\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,\ R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) \approx 0,\ R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0,\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 0,\ R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx 0.$$

Следовательно, в правой части формулы (33) получим

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(0) + R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) \approx 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon} \approx D_{\varepsilon}.$$

Это показывает, что полученная по формуле (33) оценка действительно представляет собой оценку дисперсии суммарной помехи D_{ε}.

Рассмотрим теперь возможность вычисления оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ при наличии корреляции между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = \Delta t$ по выражению

$$R''_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] - 2\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{N}[g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] \approx$$

$$\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) + \varepsilon((i+1)\Delta t)] - 2\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] +$$

$$+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+3)\Delta t) + \varepsilon((i+3)\Delta t)] \approx$$

$$\approx R_{XX}(\Delta t) + R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) - 2R_{XX}(2\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) + R_{XX}(3\Delta t) + R_{X\varepsilon}(3\Delta t) + R_{\varepsilon X}(3\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t).$$

Принимая во внимание, что при выполнении условий стационарности и нормальности закона распределения зашумленных сигналов для случая, когда $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$, справедливы равенства

$$R_{XX}(\Delta t) + R_{XX}(3\Delta t) - 2R_{XX}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,\ R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0,\ R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx 0,\ R_{\varepsilon X}(3\Delta t) \approx 0,$$

получим

$$R''_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}(\Delta t).$$

Следовательно, оценку $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно определить по выражению

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(\Delta t). \quad (34)$$

Можно показать, что при наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 2\Delta t$ аналогичным образом с помощью выражения

$$R''_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] + g(i\Delta t)g((i+4)\Delta t)]; \quad (35)$$

$$R''_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}(2\Delta t),\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(2\Delta t), \quad (36)$$

можно определить оценку $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$.

При наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 3\Delta t$, $\mu = 4\Delta t$, ... аналогичным образом формулы определения $R_{X\varepsilon}(\mu)$ можно представить в виде

$$R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(3\Delta t),$$

$$R_{X\varepsilon}(4\Delta t) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(4\Delta t) \text{ и т. д.} \quad (37)$$

Однако экспериментальные исследования показали, что при этом точность оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ в зависимости от длительности временного сдвига μ между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ меняется. Например, для случая, когда

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0,\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) > 0,\ R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0,$$

оценка $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ имеет меньшую погрешность, чем $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, так как на погрешность оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ влияет наличие корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 2\Delta t$.

Для устранения этого недостатка ниже предлагаются обобщенные выражения, где устранены влияния длительности интервала корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ на погрешности искомых оценок $R_{X\varepsilon}(\mu)$:

$$R''_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)[g((i+\mu+1)\Delta t) - g((i+\mu)\Delta t) - 3g((i+\mu+\lambda+1)\Delta t) + 2g((i+\mu+\lambda)\Delta t) + g((i+\mu+\lambda+2)\Delta t)], \quad (38)$$

где λ — длительность временного интервала корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$.

При этом после определения оценки $R''_{X\varepsilon}(\mu)$ по формуле

$$R_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(\mu) \quad (39)$$

аналогично выражениям (34)—(37) определяется искомая оценка.

Например, для случая, когда $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(4\Delta t) \approx 0$ при определении оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно считать, что $\lambda = 3$.

При этом выражения для определения $R''_{X\varepsilon}(\Delta t)$ и $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ будут иметь следующий вид:

$$R''_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)[g((i+1+1)\Delta t) - g((i+1)\Delta t) - 3g((i+1+3+1)\Delta t) + 2g((i+1+3)\Delta t) + g((i+1+3+2)\Delta t);$$

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{2}R''_{X\varepsilon}(\Delta t).$$

Естественно, что при определении оценок релейных взаимокорреляционных функций $R^*_{X\varepsilon}(0)$, $R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ... также возникают погрешности, связанные с длительностью времени корреляции между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$. Для их устранения также целесообразно применение аналогичных обобщенных выражений, которые можно представить в виде

$$R'_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn} g(i\Delta t)[g((i+\mu+1)\Delta t) - - g((i+\mu)\Delta t) - 3g((i+\mu+\lambda+1)\Delta t) + + 2g((i+\mu+\lambda)\Delta t) + g((i+\mu+\lambda+2)\Delta t)]. \quad (40)$$

Принимая во внимание формулы (30), (31), получим

$$R_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(\mu). \quad (41)$$

Следовательно, выражение (32) можно также представить в виде

$$\left.\begin{aligned} &R_{X\varepsilon}(0) \approx \frac{\Delta R_{gg}(0)\Delta R^*_{X\varepsilon}(0)}{\Delta R^*_{gg}(0)};\\ &R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(\Delta t)\Delta R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(\Delta t)};\\ &R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(2\Delta t)\Delta R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t)}{\Delta R^*_{gg}(2\Delta t)};\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ &R_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{\Delta R_{gg}(\mu)\Delta R^*_{X\varepsilon}(\mu)}{\Delta R^*_{gg}(\mu)}. \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Отметим, что величина λ определяется исходя из оценки $R'_{X\varepsilon}(\mu)$, при которой $R'_{X\varepsilon}(\mu) \approx 0$. Это достаточно легко реализовывается путем поочередного определения оценок $R'_{X\varepsilon}(\mu)$ с помощью выражения (40) при $\lambda = 1, 2, 3, 4...$ Например, если $R'_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$, тогда $\lambda = 3$.

Применение обобщенных выражений (38)—(42) открывает возможность путем определения оценок $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$ и т. д. корректировать соответствующие элементы корреляционных матриц. Для этого, прежде всего, по выражению (40) по оценке $R'_{X\varepsilon}(\mu)$ определяется наличие или отсутствие корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ в элементах матрицы. После этого для тех элементов, у которых обнаружено наличие корреляции по выражениям (38)—(42), определяются оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$, и они корректируются. Например, при наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ в элементах $R_{gg}(\Delta t)$, $R_{gg}(2\Delta t)$, $R_{gg}(3\Delta t)$, ... вычитанием от них соответствующих оценок $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$, ... и величины D_ε в тех столбцах и строках корреляционных матриц, в которых они находятся, они корректируются. Для наглядности ниже показана процедура коррекции для случая, когда

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0,\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,\ R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0,\ ...,$$

согласно которому по оценке $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$ корректируется элемент второго столбца первой строки и второй строки первого столбца матриц (18) и (26):

$$\mathbf{R}^r_{gg}(\mu) \approx \mathbf{R}^r_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} R_{gg}(0)-2R_{X\varepsilon}(0)-D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & R_{gg}(0)-2R_{X\varepsilon}(0)-D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0)-2R_{X\varepsilon}(0)-D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) \end{Vmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} 1 & R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & 1 & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & 1 \end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{r}_{gg}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} 1 & \dfrac{R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g-D_\varepsilon} & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g-D_\varepsilon} \\ \dfrac{R_{gg}(\Delta t)-2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g-D_\varepsilon} & 1 & \dots & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g-D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g-D_\varepsilon} & \dfrac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g-D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{Vmatrix}.$$

При этом результат формирования корреляционных матриц считается достоверным только лишь в тех случаях, когда полученные оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ при $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, ...$ по выражениям (40)—(44) совпадают, т.е. достоверность адекватности полученных результатов достигается их дублированием. Благодаря этому после такой коррекции полученную матрицу можно считать эквивалентной матрице полезных сигналов.

Заключение

1. При решении задач идентификации модели динамики реальных объектов управления с использованием традиционных методов формирования корреляционных матриц из-за значительных погрешностей оценок их элементов нарушаются условия робастности, и в результате этого обеспечить адекватность полученных результатов в большинстве случаев не удается.

2. Имеется множество методов фильтрации с возможностью устранения всевозможных погрешностей, возникающих из-за влияния помехи. Однако в реальных объектах помехи в технологических процессах появляются в результате различных неисправностей в процессе эксплуатации и отражаются на сигналах в виде шума, причем диапазон их спектра нередко пересекается со спектром полезного сигнала. Кроме того, их спектры не являются строго стабильными. По этим причинам в процессе фильтрации не всегда достигается желаемый результат. Иногда даже в результате фильтрации происходит искажение спектра полезного сигнала.

3. Во многих реальных промышленных объектах, как правило, входные и выходные сигналы, получаемые на выходах соответствующих датчиков, представляют собой такие физические величины, как расход, давление, температура, скорость и т. д. Поэтому при решении задач идентификации математических моделей динамики, при формировании корреляционных матриц возникает необходимость применения процедуры нормирования ее элементов. При этом возникает дополнительная погрешность, которая также становится причиной, приводящей к нарушению адекватности полученных результатов. Для ее устранения предложены методы и технологии, которые помимо рассматриваемой задачи также могут найти широкое применение в системах контроля и управления технологическими процессами в различных отраслях промышленности.

4. Предложены две альтернативные обобщенные робастные технологии, позволяющие свести корреляционные матрицы зашумленных технологических процессов к матрицам их полезных сигналов как для случая, когда между полезным сигналом и помехой корреляция отсутствует, так и случая, когда корреляция имеет место. Достоверность результата контролируется сравнением полученных оценок элементов матриц обоими методами.

Список литературы

1. **Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В.** Теория автоматического управления техническими системами. М.: Изд-во МГТУ, 1993.
2. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
3. **Гришин В. Н., Дятлов В. Я., Милов Л. Т.** Модели, алгоритмы и устройства идентификации сложных систем. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд., 1985.
4. **Штейнберг Ш. Е.** Идентификация в системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1987.
5. **Бессонов А. А., Загашвили Ю. В., Маркелов А. С.** Методы и средства идентификации динамических объектов. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд., 1989.
6. **Льюнг Л.** Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, ГРФМЛ, 1991.
7. **Семенов А. Д., Артамонов Д. В., Брюхачев А. В.** Идентификация объектов управления. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003.
8. **Игнатьев А. А., Игнатьев С. А.** Основы теории идентификации объектов управления. Саратов: СарГТУ, 2008.
9. **Дилигенская А. Н.** Идентификация объектов управления. Самара: Изд-во СамГТУ, 2009.
10. **Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю.** Идентификация и диагностика систем. М: Изд. центр "Академия", 2009.
11. **Gang Li, Limin Meng, Zhijiang Xu, Jingyu Hua.** A novel digital filter structure with minimum roundoff noise // Digital Signal Processing. 2010. Vol. 20, Iss. 4. P. 1000—1009.
12. **Yaseen M.** Robust and direct design for highpass ladder wave digital filters exhibiting equiripple characteristics // Digital Signal Processing. 2013. Vol. 23, Iss. 3. P. 10591064.
13. **Aliev T. A.** Robust technology with analysis of interference in signal processing. New-York, Kluwer Acad. / Plen. Publishers, 2003. P. 199.
14. **Aliev T. A.** Digital noise monitoring of defect origin. London, Springer, 2007. P. 235.
15. **Aliev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E.** The technology of forming the normalized correlation matrices of the matrix equations of multidimensional stochastic objects // Journal of automation and information sciences. 2013. Vol. 45, N. 1. P. 1—15.
16. **Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф.** Алгоритм уменьшения погрешностей оценки корреляционной функции сигнала с шумом // Автометрия. 1995. № 4. С. 105—112.
17. **Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф.** Алгоритм исключения микропогрешностей помехи при решении задач статистической динамики // Автоматика и телемеханика. 1998. № 5. С. 82—94.
18. **Алиев Т. А., Амиров З. А.** Алгоритм выбора параметров регуляризации при статистической идентификации // Автоматика и телемеханика. 1998. № 6. С. 130—139.
19. **Aliev T. A.** Noise technologies for minimization of damages caused by earthquake. Saarbrucken, Lambert Academic Publishing, 2012. P. 202.
20. **Алиев Т. А., Гулуев Г. А., Пашаев Ф. Г., Садыгов А. Б.** Алгоритмы определения коэффициента корреляции и взаимно корреляционной функции между полезным сигналом и помехой зашумленных технологических параметров // Кибернетика и системный анализ. 2011. № 3. С. 169—178.
21. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E.** Technology of calculating robust normalized correlation matrices // Cybernetics and Systems Analysis. — Springer. 2011. Vol. 47, N. 1. P.152—165.
22. **Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F.H, Sadygov A. B.** Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state // Mechanical Systems and Signal Processing. 2012. Vol. 27. P. 755—762.
23. **Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashaev F. H., Sattarova U. E.** System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2013. Vol. 32, Iss. 1. P. 11—25.
24. **Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т., Газызаде Б. И.** Аналитическое представление функции плотности нормального распределения шума // Проблемы управления и информатики. 2015. № 4. С. 104—118.
25. **Алиев Т. А., Алиев Э. Р., Ализаде Т. А.** Технологии помехомониторинга скрытого периода изменения сейсмостойкости морских сооружений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 12(141). С. 15—22.

Technology for Formation of the Correlation Matrices of the Mathematical Models of the Control Objects' Dynamics

T. A. Aliev[1], telmancyber@rambler.ru, **N. F. Musayeva**[1], musana@rambler.ru✉,
U. E. Sattarova[2], ulker.rzaeva@gmail.com, **N. E. Rzayeva**[1], nikanel1@gmail.com
[1]Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, AZ1141, Azerbaijan,
[2]Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding author: **Musayeva N. F.** D.Sc., Head of laboratory,
Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, AZ1141, Azerbaijan,
e-mail: musana@rambler.ru

Received on November 01, 2015
Accepted on November 18, 2015

Statistical methods are widely used for solving of the problems of automatic control of the industrial objects, because they enable us to determine their dynamic characteristics during normal operation of the objects. The statistical correlation method for determination of these dynamic characteristics is based on the solution of an integral equation, which includes the correlation functions $R_{XX}(\tau)$ and $R_{XY}(\tau)$ of the input $X(\tau)$ and of the output $Y(\tau)$ signals. It allows us to obtain the dynamic characteristics of an object without a disruption of its regular operation mode. However, application of these methods for construction of the mathematical models of the real-life industrial objects presents the following problem. Interferences and noises are imposed upon the useful signal, hindering the calculation of the estimates of their static characteristics. This paper presents one possible option for creation of the alternative methods and technologies for elimination of the error induced by noise during formation of the correlation matrices. The proposed general algorithms allow a reduction of these matrices to the similar matrices of the useful signals. The two presented alternative robust technologies enable one to solve these problems both in the absence of a correlation between the useful signal and the noise, and in the presence of such. The validity of the result is controlled by comparison of the obtained estimates of the elements of matrices by both methods. In many real-life industrial objects we encounter a need to apply the procedure for normalization of their elements. This leads to an additional error, which also leads to a disruption of the adequacy of the results. The authors propose general methods and technologies for elimination of that error.

Keywords: *stochastic process, identification, technological parameter, noise, noisy signal, correlation function, correlation matrices, normalized estimates, dynamics models.*

For citation:

Aliev T. A., **Musayeva N. F.**, **Sattarova U. E.**, **Rzayeva N. E.** Technology for Formation of the Correlation Matrices of the Mathematical Models of the Control Objects' Dynamics, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 147—157.

DOI: 10.17587/mau/17.147-157

References

1. **Solodovnikov V. V., Plotnikov V. N., YAkovlev A. V.** *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya tekhnicheskimi sistemami* (The theory of automatic control by technical systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 1993 (in Russian).
2. **Pupkov K. A., Egupov N. D.** ed. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Statisticheskaya dinamika i identifikaciya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classic and Modern Automatic Control Theory. Vol. II Stochastic Dynamics of Automatic Control Systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 2004 (in Russian).
3. **Grishin V. N., Dyatlov V.YA., Milov L. T.** *Modeli, algoritmy i ustrojstva identifikacii slozhnyh sistem* (Models, algorithms and devices of complex systems identification), Leningrad, Energoatomizdat, Leningr. otd., 1985 (in Russian).
4. **SHtejnberg SH. E.** Identifikaciya v sistemah upravleniya (Identification for control systems), Moscow, Energoatomizdat, 1987 (in Russian).
5. **Bessonov A. A., Zagashvili YU. V., Markelov A. S.** *Metody i sredstva iden-tifikacii dinamicheskih ob'ektov* (Methods and means of identification of dynamic objects). Leningrad, Energoatomizdat, Leningr. otd., 1989 (in Russian).
6. **L'yung L.** *Identifikaciya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya* (Identification systems. Theory for the user), Moscow,Nauka, FML, 1991 (in Russian).
7. **Semenov A. D., Artamonov D. V., Bryuhachev A. V.** *Identifikaciya ob'ektov upravleniya* (Identification of control objects), Penza, Publishing house of Penz. gos. universary, 2003 (in Russian).
8. **Ignat'ev A. A., Ignat'ev S. A.** *Osnovy teorii identifikacii ob'ektov upravleniya* (Bases of the identification theory of control objects), Saratov, Publishing house of SarGTU, 2008 (in Russian).
9. **Diligenskaya A. N.** *Identifikaciya ob'ektov upravleniya* (Identification of control objects), Samara, Publishing house of SamGTU, 2009 (in Russian).
10. **Alekseev A. A., Korablev Yu.A.** *SHestopalov M.Yu. Identifikaciya i diagnostika sistem* (Identification and diagnostics of systems), Moscow, Izd. centr "Akademiya", 2009 (in Russian).
11. **Gang Li.** Limin Meng, Zhijiang Xu, Jingyu Hua. A novel digital filter structure with minimum roundoff noise, *Digital Signal Processing*, 2010, vol. 20, iss. 4, pp. 1000—1009.
12. **Yaseen M.** Robust and direct design for highpass ladder wave digital filters exhibiting equiri pple characteristics, *Digital Signal Processing*, 2013, vol. 23, isss. 3, pp. 1059—1064.
13. **Aliev T. A.** Robust Technology with Analysis of Interference in Signal Processing, New-York, Kluwer Acad. / Plen. Publishers, 2003.
14. **Aliev T. A.** Digital Noise Monitoring of Defect Origin, London, Springer, 2007.
15. **Aliev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E.** The technology of Forming the Normalized correlation Matrices of the Matrix Equations of Multidimensional stochastic objects, *Journal of automation and information sciences*, 2013, vol. 45, no.1, pp. 1—15.
16. **Aliev T. A. Musaeva N. F.** *Algoritm umen'shenija pogreshnostej ocenki korreljacionnoj funkcii signala s shumom* (An algorithm for reducing the errors in the estimate of the correlation function of the noisy signal), *Avtometriya*, 1995, no 4, pp. 105—112 (in Russian).
17. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** *Algoritm iskljuchenija mikropogreshnostej pomehi pri reshenii zadach statisticheskoj dinamiki* (An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1998, no 5, pp. 82—94 (in Russian).
18. **Aliev T. A., Amirov Z. A.** *Algoritm vybora parametrov reguljarizacii pri statisticheskoj identifikacii* (An algorithm for selecting the regularization parameters in statistical identification), *RAN Avtomatika i Telemekhanika*, 1998, no 6, pp. 130—139 (in Russian).
19. **Aliev T. A.** Noise technologies for minimization of damages caused by earthquake: Saarbrucken, Lambert Academic Publishing, 2012.
20. **Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. G., Sadigov A. B.** *Algoritmy opredelenija kojefficienta korreljacii i vzaimno korreljacionnoj funkcii mezhdu poleznym signalom i pomehoj zashumlennyh tehnologicheskih parametrov* (Algorithms for determining the coefficient of correlation and cross-correlation function betweent the useful signal and the noise of noisy technological parameters), *Kibernetika i Sistemniy Analiz,* 2011, no 3, pp. 169—178 (in Russian).
21. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E.** Technology of calculating robust normalized correlation matrices, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2011, vol. 47, no 1, pp. 152—165.
22. **Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F.H, Sadygov A. B.** Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 27, pp. 755—762.
23. **Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashaev F. H., Sattarova U. E.** System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, vol. 32, iss. 1, pp. 11—25.
24. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazyizade B. I.** *Analiticheskoe predstavlenie funkcii plotnosti normal'nogo raspredelenija shuma* (Analytical representation of the density function of normal distribution of noise), *Problemi Upravleniya i Informatiki,* 2015, no 4, pp. 104—118 (in Russian).
25. **Aliev T. A., Aliyev E. R., Alizada T. A.** *Tehnologii pomehomonitoringa skrytogo perioda izmenenija sejsmostojkosti morskih sooruzhenij* (Technologies for the noise monitoring of the latent period of seismic stability of offshore structures), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2012, no 12 (141), pp. 15—22 (in Russian).