**Б. В. Новоселов,** д-р техн. наук, гл. науч. сотр., signal@kovrov.ru, Всероссийский научно-исследовательский институт "Сигнал"

# Оценка предельно допустимых значений кинематических погрешностей механических передач регулируемых приводов

Рассматривается связь кинематических погрешностей механических передач с показателями качества регулируемых приводов. Предложена методика определения требований к предельно допустимым значениям кинематических погрешностей передач исходя из обеспечения необходимых параметров и характеристик приводов. Даны рекомендации по решению задачи согласования на ранней стадии проектирования разработчиками приводов и передач взаимных технических заданий.

Ключевые слова: кинематические погрешности, точность, плавность, предельные границы допустимых погрешностей

### Введение

Несмотря на то, что в современных разработках регулируемых приводов часто используют высокомоментные исполнительные двигатели и идентификаторы состояния для формирования корректирующих сигналов, механические передачи, соединяющие двигатели с объектом регулирования и датчиками обратных связей, при решении многих

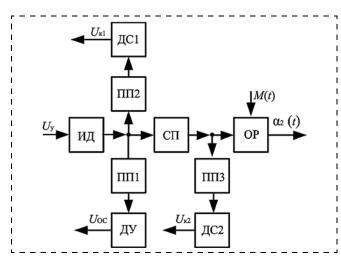


Рис. 1. Схема исполнительного механизма привода с охватом главной обратной связью двигателя

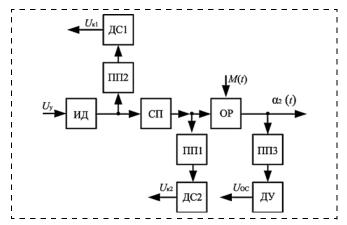


Рис. 2. Схема исполнительного механизма привода с охватом главной обратной связью объекта регулирования

задач являются не только неотъемлемыми, но и в ряде случаев предпочтительными элементами приводов.

Расположение механических передач в исполнительных механизмах регулируемых приводов можно представить схемами, изображенными на рис. 1, 2, где ИД — исполнительный двигатель; ПП — приборные передачи; СП — силовая передача; ОР — объект регулирования; ДС — датчик скорости; ДУ — датчик угла;  $\alpha_2(t)$  — выходная координата привода; M(t) — возмущающее (моментное) воздействие;  $U_{\rm y}, U_{\rm K1}, U_{\rm K2}, U_{\rm oc}$  — соответственно, управляющий сигнал, корректирующие сигналы и сигнал главной обратной связи.

На рис. З представлена возможная классификация основных погрешностей механических передач (редукторов). Все они могут быть выражены через следующие основные параметры и характеристики, учитываемые в определенном объеме при синтезе регулируемых приводов: люфт передачи; упругая деформация; кинематическая и циклическая погрешности; характеристика трения на валу нагрузки; момент инерции всех вращающихся частей передачи двигатель — объект регулирования, приведенный к валу двигателя; передаточное число передачи двигатель — объект регулирования как функция угла перемещения объекта регулирования.

Вопросам синтеза регулируемых приводов с учетом тех или иных из этих погрешностей посвящено достаточно большое число работ. Подробный обзор их, в частности, дан в работах [1—3]. Необходимо отметить, что одними из первых работ, в которых рассматривались вопросы учета и оценки влияния погрешностей механических передач на показатели качества регулируемых приводов, являются переводные издания [4—6]. В данной статье рассматривается инженерная методика учета влияния на работу привода только кинематической погрешности на ранних стадиях его проектирования как менее всего рассмотренная в упомянутых изданиях.

Кинематическая погрешность механической передачи, т. е. погрешность передачи из-за неточности изготовления и монтажа элементов зацепления, определяется как разность между действительным

и номинальным (расчетным) углами поворота ведомого зубчатого колеса передачи. В кинематической погрешности зубчатого колеса можно выделить две гармонические составляющие (рис. 4): низкочастотную  $\delta_{\rm K}(\alpha_2)$ , определяемую биением венца, а также накопленной ошибкой окружного шага; высокочастотную  $\delta_{\rm II}(\alpha_2)$  (циклическую), обусловленную в основном отклонениями профиля зуба от идеаль-

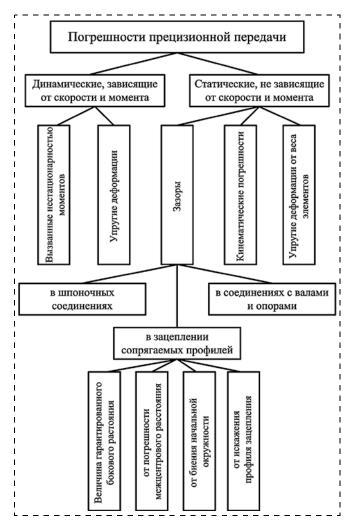


Рис. 3. Классификация погрешностей механических передач

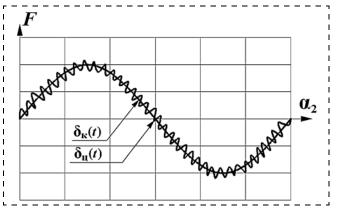


Рис. 4. Графики кинематической погрешности: 1- низкочастотная составляющая; 2- высокочастотная составляющая

ного. Период  $\delta_{\rm K}(\alpha_2)$  определяется углом поворота колеса на один оборот, а частота  $\delta_{\rm II}(\alpha_2)$  совпадает с частотой перехода с зуба на зуб. Результаты рассмотрения зубчатой передачи легко переносятся на другие виды передач.

Выразим кинематическую погрешность в виде

$$\delta F_{K}(\alpha_{2}) = \alpha_{2,I} - \alpha_{2,T}, \tag{1}$$

где  $\alpha_{2\pi}$ ,  $\alpha_{2\tau}$  — действительный и теоретический углы поворота выходного вала зубчатой передачи.

Одним из отрицательных факторов влияния на динамику является изменение передаточного отношения передачи

$$i = \Omega_{\rm BX}/\Omega_2,\tag{2}$$

где  $\Omega_{\rm BX} = d\alpha_{\rm BX}/dt$ ,  $\Omega_2 = d\alpha_{\rm 2Д}/dt$  — соответственно, скорости вращения входного и выходного валов передачи.

Из выражений (1), (2) следует, что

$$i = \Omega_{\text{JB}} / \frac{d}{dt} \left[ \alpha_{2\text{T}} + \delta F_{\text{K}}(\alpha_2) \right] =$$

$$= \Omega_{\text{JB}} / \left\{ \Omega_{2\text{T}} + \frac{d[\delta F_{\text{K}}(\alpha_2)]}{dt} \right\}, \tag{3}$$

тогда передаточное число передачи

$$K_{\rm p} = \frac{1}{i} = \left\{ \Omega_{\rm 2T} + \frac{d[\delta F_{\rm K}(\alpha_2)]}{dt} \right\} / \Omega_{\rm JB} =$$

$$= K_{\rm p0} + \Delta K_{\rm p}(\alpha_2), \tag{4}$$

где  $\Delta K_{\rm p}(\alpha_2)$  — изменение передаточного числа из-за кинематической погрешности передачи;  $\Omega_{\rm BX} = \Omega_{\rm ДB}$  — скорость исполнительного двигателя.

Наряду с изменениями передаточного числа следует помнить и о том, что кинематические погрешности вызывают в передачах дополнительные моментные нагрузки, прежде всего, из-за появления дополнительных ускорений.

Учитывая, что кинематическая погрешность редуктора во многом определяется параметрами зубчатых колес (диаметром D и числом зубьев z), а также точностью их обработки и монтажа, целесообразно уже на первых этапах проектирования и даже согласования ТЗ на регулируемый привод оценить редуктор исходя из требований к приводу по точности, плавности, допустимым ускорениям в зацеплениях. Это особенно важно, так как извечно ведутся споры между разработчиками приводов и механических передач по вопросу обоснованности и реализации задаваемых требований к передачам. Полагаем при дальнейшем изложении материала, что предварительный выбор параметров силовой передачи сделан на стадии энергетического расчета.

# Методика оценки допустимых параметров кинематической погрешности редукторов

Этап I. Анализируются технические требования, предъявляемые к приводу по точности (ошибка слежения  $\alpha \leqslant \alpha_{\text{доп}}$ ) и плавности (скорость измене-

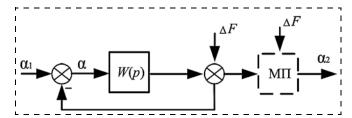


Рис. 5. Обобщенная структурная схема следящего привода для двух вариантов расположения силовой механической передачи

ния ошибки  $\dot{\alpha} \leqslant \dot{\alpha}_{\text{доп}}$ ). Исходя из них определяются предельно допустимые для привода значения ошибки  $\alpha_{\text{K}}$  и скорости ее изменения  $\dot{\alpha}_{\text{K}}$ , вызванные двумя составляющими кинематической погрешности редукторов, с учетом того, что они составляют лишь часть общих значений  $\alpha_{\text{доп}}$ ,  $\dot{\alpha}_{\text{доп}}$ :

$$\alpha_{\text{K ДОП}} \leq \frac{\alpha_{\text{ДОП}}}{2n}, \ \dot{\alpha}_{\text{K ДОП}} \leq \frac{\dot{\alpha}_{\text{ДОП}}}{2n},$$
(5)

где n — число колес редуктора.

Этап II. Полагаем, что обобщенная структурная схема регулируемого привода для двух вариантов — механическая передача (МП) не охвачена главной обратной связью и МП охвачена главной обратной связью (МП входит в W(p) — передаточную функцию разомкнутого привода) — представляется в виде, изображенном на рис. 5. Возмущение в приводе от кинематической погрешности редуктора описывается выражением

$$\delta\alpha_2 = \sum_{k=1}^{2n} \Delta F_k \sin\Omega_k t,\tag{6}$$

где n — число колес редуктора; k — номер составляющей погрешности редуктора от погрешности каждого колеса;  $\Delta F_k$ ,  $\Omega_k$  — амплитуда и частота составляющей погрешности редуктора от погрешности каждого колеса, соответственно, приведенные к выходному валу редуктора.

Для каждой составляющей погрешности каждого колеса редуктора определяется амплитуда  $\Delta F_k$ :

$$\Delta F_1 = \delta f_1, \ \Delta F_2 = \delta f_2, \ ..., \ \Delta F_{2n} = \delta f_{2n} \prod_{i=1}^{i} j_i;$$
 (7)

где

$$\delta f_k = 0.58 F_k \frac{6.88}{D_n}$$
 ('); (8)

 $\delta F_k$  (в минутах) определяется по соответствующему ГОСТ в зависимости от степени точности изготовления колеса, модуля  $m_n$  (мм) и диаметра колеса  $D_n$  (мм).

Целесообразно при расчетах строить номограммы зависимостей

$$\delta f_k = \Phi(\lambda, D, m), \tag{9}$$

где  $\lambda$  — степень точности изготовления колеса; D, m — соответственно диаметр и модуль зубьев колеса (модуль зубьев колеса — это отношение шага

зубьев зубчатого колеса к числу  $\pi$ . Значение модуля зубьев по делительной окружности стандартизованы).

Такие номограммы строятся на базе официально установленных по ГОСТ норм кинематической точности на имеющиеся передачи. В соответствии с таблицами наибольших значений кинематической погрешности колеса в пределах его полного оборота  $(\delta F_{\Sigma})_n$  и циклической погрешности  $(\delta F_{\Pi})_n$  определяются амплитуды низкочастотных составляющих кинематической погрешности колеса

$$\delta f_k = 0.5[(\delta F_{\Sigma})_n - (\delta F_{\Pi})_n] \frac{6.88}{D_n},$$
  
где  $k = 1, 3, 5, ..., (2n - 1),$  (10)

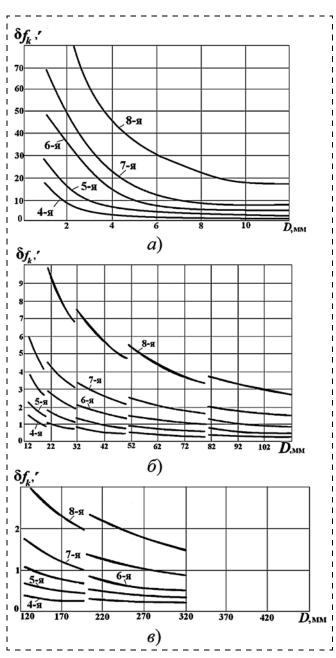


Рис. 6. Номограммы кинематической погрешности низкочастотных составляющих ( $m \le 0,5$ ) для различных диаметров колес D при различной степени точности  $\lambda$  изготовления колес (4-я, ..., 8-я степени точности)

и высокочастотных составляющих кинематической погрешности колеса

$$\delta f_k = 0.5 (\delta F_{\text{II}})_n \frac{6.88}{D_n}$$
, где  $k = 2, 4, 6, ..., 2n$ . (11)

В качестве примера на рис. 6, 7 представлены такие номограммы  $\delta f_k = \Phi(\lambda, D, m)$ .

Этап III. Исходя из требований технического задания к диапазону регулирования скоростей привода

$$D = \frac{\Omega_{2\max}}{\Omega_{2\min}},\tag{12}$$

анализируется частотный спектр возмущений (6) от каждой составляющей кинематической погреш-

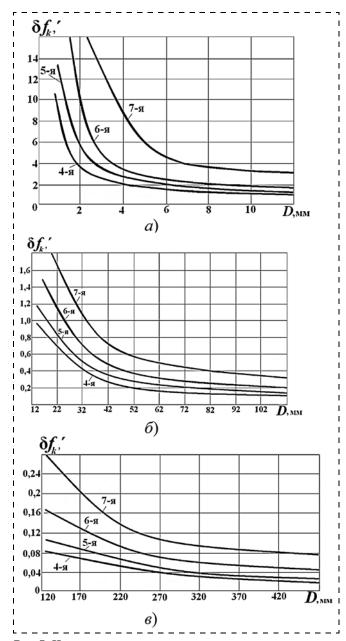


Рис. 7. Номограммы кинематической погрешности высокочастотных составляющих ( $m \le 0,5$ ) для различных диаметров колес D при различной степени точности  $\lambda$  изготовления колес (4-я, ..., 7-я степени точности)

ности каждого колеса редуктора. При этом считается, что на стадии энергетического расчета исполнительной части привода двигатель уже выбран, кинематическая схема редуктора определена, передаточное число его распределено по ступеням, и число зубьев  $z_n$  каждого колеса предварительно определено.

Тогда частотный спектр возмущения:

 от низкочастотной составляющей 1-го колеса І ступени (выходной ступени) редуктора определяется соотношением

$$\Omega_{k1\min} \div \Omega_{k1\max} = \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360};$$
 (13)

 от высокочастотной составляющей 1-го колеса І ступени — соотношением

$$\Omega_{k2\min} \div \Omega_{k2\max} = \frac{2\pi z_1 (\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360}; \qquad (14)$$

• от низкочастотной составляющей 2-го колеса II ступени — соотношением

$$\Omega_{k3\min} \div \Omega_{k3\max} = \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360};$$
 (15)

• от высокочастотной составляющей 2-го колеса II ступени — соотношением

$$\Omega_{k4\min} \div \Omega_{k4\max} = \frac{2\pi z_2 (\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \frac{1}{j_1}, \quad (16)$$

где 
$$j_1 = \frac{z_2}{z_1}$$
.

Для n-го колеса i-й ступени

$$\Omega_{k(n-1)\min} \div \Omega_{k(n-1)\max} = \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \left(\prod_{i=1}^{i} j_{i}\right)^{-1}; \tag{17}$$

$$\Omega_{kn\min} \div \Omega_{kn\max} = \frac{2\pi z_n (\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \left(\prod_{i=1}^{i} j_i\right)^{-1}. (18)$$

При анализе указанных спектров необходимо обеспечивать

- выполнение условия  $\Omega_k \leqslant \Omega_{k$ доп;
- условие того, чтобы спектр  $(\Omega_{k\min} \leq \Omega_{k\max})$  по возможности не находился в области частот, характеризующих резонансную область характеристики  $f(\Omega_k) = |\Phi(j\Omega_k)|$ , где  $\Phi(j\Omega_k)$  частотная характеристика замкнутой системы с учетом упругости механической передачи привода.

На ранних стадиях проектирования приводов в качестве  $\Phi(j\Omega_k)$  используется желаемая передаточная функция, формируемая по требованиям технического задания с учетом передаточных функций уже известных приводов-аналогов. Для формирования желаемой передаточной функции можно воспользоваться, например, методами, изложенными в работе [7].

В результате анализа спектра частот могут быть уточнены числа зубьев каждого колеса редуктора, выбранные на этапе проведения энергетического расчета.

Этап IV. Имея данные расчетов на этапах I—III (номограммы погрешностей, спектры возмущений), строим области предельно допустимых значений параметров  $\Delta F_k$ ,  $\Omega_k$ , в границах которых обеспечиваются требования, предъявляемые к регулируемому приводу по точности и плавности.

Вариант I. Механическая передача не охватывается главной обратной связью (см. рис. 1, 5).

Предельные графики для  $F_k$ ,  $\Omega_k$  представлены на рис. 8. Границы I, II строятся из условий огра-

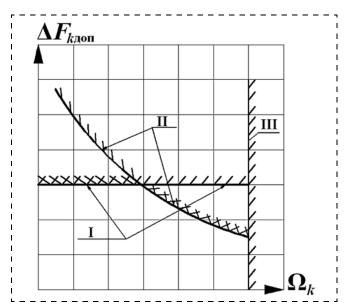


Рис. 8. Области предельных значений кинематических погрешностей для механической передачи, не охваченной главной обратной связью

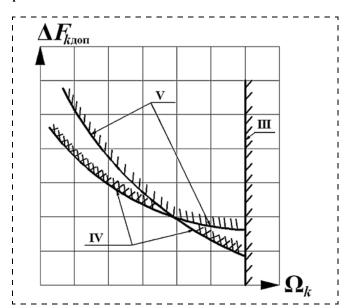


Рис. 9. Области предельных значений кинематических погрешностей для механической передачи, охваченной главной обратной связью

ничения максимальной амплитуды составляющей погрешности каждого колеса редуктора в соответствии с требованиями по точности:

$$\Delta F_{k\, \text{доп}} \le \alpha_{\text{K}\, \text{доп}}$$
 (граница I) (19)

плавности

$$\Delta F_{k\, \text{доп}} \le \alpha_{\text{K}\, \text{доп}}/\Omega_{k}$$
 (граница II). (20)

Для обоих вариантов структуры привода граница III строится из условия превышения ускорениями в приводе, появляющимися из-за погрешности редуктора, значений допустимых рабочих ускорений  $\ddot{\alpha}_2$  по техническому заданию:

$$\Omega_{k,\text{доп}} \leq \sqrt{\frac{\ddot{\alpha}_{2\,\text{max}}}{\alpha_{k\,\text{доп}}}}.$$
(21)

*Вариант II*. Механическая передача охватывается главной обратной связью (см. рис. 2, 5).

Предельные графики  $\Delta F_k$ ,  $\Omega_k$  для этого варианта представлены на рис. 9. Граница III строится по зависимости (21). Границы IV, V строятся уже с учетом того, что механическая передача входит в замкнутый контур регулирования (см. рис. 5). Зависимости для построения этих границ, соответственно, имеют вид

$$\Delta F_{k \text{ ЛОП}} \leq A(j\Omega_k)\alpha_{\text{K ЛОП}},$$
 (22)

$$\Delta F_{k \, \text{ДО\Pi}} \le A(j\Omega_k) \frac{\alpha_{\text{K} \, \text{ДО\Pi}}}{\Omega_k},$$
 (23)

$$A(j\Omega_k) = \frac{1}{|\Phi_{\alpha}(p)|} \int_{p=j\Omega_k} dp, \qquad (24)$$

$$\Phi_{\alpha}(p) = \frac{1}{1 + W(p)}. \tag{25}$$

При использовании выражений (22)—(25) предполагается, что характеристики системы соответствуют линейной зоне ее работы. Это допустимо, так как кинематические погрешности явно проявляют себя именно в режиме слежения при малых значениях ошибки слежения. Если необходимо учесть при этом влияние упругих деформаций, то передаточная функция W(p), естественно, претерпит некоторое видоизменение [8—10].

## Заключение

В работе предложена инженерная методика оценки на ранних стадиях проектирования регулируемых приводов допустимых значений кинематических погрешностей силовых механических передач между исполнительным двигателем и объектом регулирования исходя из требований технического задания на разработку привода и механической передачи.

Методика позволит уже на стадии согласования технического задания находить компромисс между разработчиками приводов и механических передач, входящих в них, так как первые иногда предъ-

являют завышенные требования к механическим передачам, а вторые, как правило, считают их необоснованными и почти неразумными.

Для реализации предложенной методики достаточно использовать: ГОСТ на кинематические погрешности зубчатых передач; требования технического задания на разработку приводов по точности, скоростям и ускорениям перемещения объекта регулирования; желаемую частотную характеристику проектируемой системы или ее прототипа по имеющимся аналогам.

#### Список литературы

- 1. **Новоселов Б. В., Бушенин Д. В.** Проектирование механических передач следящего привода. Владимир: Областной совет HTO, 1981. 172 с.
- 2. Новоселов Б. В. Механические передачи в следящем приводе. М.: НТЦ "Инфортехника", 1993. 112 с.

- 3. **Богатенко И. Н., Белинский А. Д., Новоселов Б. В.** и др. Проектирование систем со сложными кинематическими цепями. Киев: Техника, 1996. 282 с.
- 4. **Арендт В. Р., Сэвент К. Дж.** Практика следящих систем. М.: Госэнергоиздат, 1962. 510 с.
- 5. Джеймс Х., Никольс Н., Филлипс Р. Теория следящих систем. М.: ИИЛ, 1953. 464 с.
- 6. **Честнат Г., Майер Р.** Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. Ч. I, 340 с; ч. II, 391 с.
- 7. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 992 с.
- 8. **Бугрин Б. III.** Анализ амплитудно-частотной характеристики электропривода с упругой связью при вариации параметров электромеханической системы // Электричество. 1968. № 10. С. 33—37.
- 9. **Бугрин Б. Ш.** Передаточные функции электропривода постоянного тока с упругой связью // Электричество. 1971. № 1. С. 49—52.
- 10. **Квартальнов Б. В.** Динамика электроприводов с упругими связями. М.-Л.: Энергия, 1965. 88 с.

# Estimation of Maximum Permissible Values of Kinematic Errors of Adjustable-Speed Drives Power Transmissions

**B. V. Novoselov,** signal@kovrov.ru⊠, "All-Russian Scientific Research Institute "Signal" Joint Stock Company, Kovrov, 601903, Russian Federation

Corresponding author: Novoselov Boris V., D. Sc. (Engineering), Scientific Associate in Chief, "All-Russian Scientific Research Institute "Signal" Joint Stock Company, E-mail: signal@kovrov.ru

Received on May 26, 2015 Accepted on August 03, 2015

An engineering methodology is set forth that is aimed at estimation of maximum permissible values of kinematic errors of power transmissions in early stages of adjustable-speed drives design. This methodology is based on requirements for the adjustable-speed drives specified by the technical assignment on accuracy, smoothness and peak accelerations. This methodology enables developers of drives and power transmissions to find a trade-off decision concerning the requirements for power transmissions' parameters already during coordination of the technical assignment. At the same time possible implementation of these requirements mainly in terms of manufacturing accuracy and assembly is taken into account. In order to implement the proposed methodology it is sufficient to use the following data: a State Standard for gear kinematic errors; technical assignment requirements for drives design concerning accuracy, velocities and accelerations of controlled member motion; a desired frequency behavior of a designed system or its prototype by available analogs.

Keywords: kinematic errors; accuracy; smoothness; maximum permissible values of reduction units' kinematic errors

For citation:

**Novoselov B. V.** Estimation Of Maximum Permissible Values of Kinematic Errors Of Adjustable-Speed Drives Power Transmissions, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 116—121.

DOI: 10.17587/mau/17.116-121

### References

- 1. **Novoselov B. V., Bushenin D. V.** *Proektirovanie mekhanicheskikh peredach sledyashchego privoda* (Design of Servo Drive Power Transmissions), Vladimir, Oblastnoi sovet NTO, 1981, 172 p. (in Russian).
- 2. **Novoselov B. V.** *Mekhanicheskie peredachi v sledyashchem privode* (Power Transmissions in Servo Drive), Moscow, NTTs "Informtekhnika", 1993, 112 p. (in Russian).
- 3. Bogaenko I. N., Belyanskii A. D., Novoselov B. V., Kuznetsov B. I., Ryumshin N. A., Golovan E. V., Grabovskii G. G., Kozhevin V. P. *Proektirovanie sistem so slozhnymi kinematicheskimi tsepyami* (Design of Systems with Complex Kinematic Chains), Tekhnika, 1996, 282 p. (in Russian).
- 4. **Arendt V. R., Savent K. J.** *Praktika sledyashchikh sistem* (Practice of Servomechanisms), Moscow, Gosenergoizdat, 1962, 510 p. (in Russian).

- 5. **James H., Nichols N., Phillips R.** *Teoriya sledyashchikh sistem* (Theory of Servomechanisms), Moscow, IIL, 1953, 464 p. (in Russian).
- 6. **Chestnut H., Mayer R.** *Proektirovanie i raschet sledyashchikh sistem i sistem regulirovaniya* (Servomechanisms and Regulating Systems Design and Calculation), Moscow, Gosenergoizdat, 1959, Part I, 340 p.; Part II, 391 p. (in Russian).
- 7. **Besekerskii V. A., Popov E. P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Systems of Automatic Control), Moscow, Nauka, 1966, 992 p. (in Russian).
- 8. **Bugrin B. Sh.** Analiz amplitudno-chastotnoi kharakteristiki elektroprivoda s uprugoi svyaz 'yu pri variatsii parametrov elektromekhanicheskoi sistemy (Analysis of Amplitude-Frequency Behavior of Electrical Drive with Spring Linkage when Changing Parameters of Electromechanical System), Elektrichestvo, 1968, no. 10, pp. 33—37 (in Russian).
- 9. **Bugrin B. Sh.** *Peredatochnye funktsii elektroprivoda postoyan-nogo toka s uprugoi svyaz'yu* (Transfer Functions of Direct Current Electrical Drive with Spring Linkage), Elektrichestvo, 1971, no. 1, pp. 49—52 (in Russian).
- 10. **Kvartal'nov B. V.** *Dinamika elektroprivodov s uprugimi svyaz'yami* (Dynamics of Electrical Drives with Spring Linkages), Moscow, Energiya, 1965, 88 p. (in Russian).