

12. Karimi H. R. Robust adaptive H_∞ synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations, *Preprints of 18th IFAC World Congress*, 2011, pp. 302–307.

13. Berezansky L., Braverman E. On nonoscillation and stability for systems of differential equation with a distributed delay, *Automatica*, 2012, vol. 48, no. 4, pp. 612–618.

14. Tsykunov A. M. *Robustnoe upravlenie set'yu ob'ektov s raspredelenym i diskretnym zapazdyvaniem v kanalakh vzaimosvyazi* (Robust Control of the Network of Objects with Distributed and Discrete Delay in Channels of Interrelation), *Mechatronica, Avtomatizatsija, Upravlenie*, 2013, no 10, pp. 2–9. (in Russian).

15. Tsytkin Ya. Z. *Robustno optimal'nye diskretnye sistemy upravleniya* (Robust optimal discrete control systems), *Automatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 25–39 (in Russian).

УДК 621.372

DOI: 10.17587/mau.16.801-806

М. М. Гурарий, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., gourary@ippm.ru,

М. М. Жаров, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., zarov@ippm.ru,

С. Г. Русаков, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., rusakov@ippm.ru,

С. Л. Ульянов, д-р техн. наук, зав. отд., ulyas@ippm.ru,

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Москва

Вычислительные алгоритмы исследования устойчивости динамических систем в задачах схемотехнического анализа

Приведены эффективные вычислительные алгоритмы цикла исследования устойчивости динамических систем. Алгоритмы используют принцип модальной аппроксимации. Для оценки устойчивости предложен вычислительный алгоритм определения полюсов передаточной функции, лежащих в правой полуплоскости комплексной плоскости. Обсуждается алгоритм вычисления полюсов схемной функции, обладающих наибольшей чувствительностью к параметрам электрической цепи. Приведены экспериментальные результаты проверки предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: устойчивость, параметрическая чувствительность, динамическая система, передаточная функция, собственные значения, модальная аппроксимация, доминирующие полюсы, вычеты

Введение

Применение обратных связей широко используется в аналоговых и радиотехнических схемах и улучшает их характеристики, обеспечивая снижение чувствительности к разбросу параметров, расширение полосы частот, согласование импедансов, снижение искажений выходного сигнала. Уменьшение размеров компонентов интегральных схем часто приводит к дополнительным паразитным обратным связям, существенно влияющим на характеристики схем в области высоких частот [2, 7, 9].

Переходная характеристика схемы с замкнутой петлей обратной связи полностью определяется ее полюсами. Характер расположения полюсов передаточной функции дает возможность разработчику оценить ряд важных характеристик линеаризованной модели: устойчивость, характер переходных процессов, быстродействие, степень устойчивости и др. Для разработчика схем также полезно знать траекторию движения полюсов на комплексной плоскости при большом отклонении параметров компонентов электрической цепи, позволяющую оценить указанные выше характеристики при некоторых предельных значениях параметров моделей компонентов.

Проблема сохранения устойчивости в схемах с обратными связями является важной практической задачей проектирования.

Самовозбуждение может возникать за счет появления паразитных обратных связей в таких схемах, как мощные усилители, маломощные усилители, приемники и т. д. Оценки устойчивости/неустойчивости и запаса устойчивости важны для указанных классов схем. Такая информация требуется разработчикам на ранних стадиях проектирования.

В статье выполнен анализ методов исследования устойчивости на основе алгебраических критериев.

Среди алгебраических критериев наиболее приемлемым является оценка устойчивости линеаризованной модели по расположению полюсов передаточной функции на комплексной плоскости. Действительные части всех полюсов передаточной функции устойчивой схемы должны быть отрицательными (см. например, работу [12]).

Ниже обсуждается вычислительный алгоритм, базирующийся на отыскании доминирующих полюсов передаточной функции. В основу алгоритма положен подход, описанный в работе [11].

Предложенный алгоритм обладает высокой вычислительной эффективностью при исследовании устойчивости линеаризованной модели динамической системы.

При анализе устойчивости недостаточно установить факт самовозбуждения. Важно установить причину этого явления, обнаружить недостатки

схемотехнического или конструкторского решений и определить пути их исправления.

Аппарат чувствительности играет большую роль в выявлении причин самовозбуждения. Например, для схемы с положительным полюсом важно выбрать наиболее чувствительные параметры цепи, изменение которых сдвигает полюсы передаточной функции в отрицательную s -полуплоскость.

В отличие от известных алгоритмов (например, описанных в работе [8]) рассматриваемый ниже вычислительный алгоритм позволяет автоматически выбрать полюс, наиболее чувствительный к выбранному параметру. Наличие функций чувствительности дает возможность определить критическое значение варьируемого параметра динамической системы, при котором происходит переход полюса из положительной s -полуплоскости в отрицательную. При больших вариациях параметров динамической системы строится корневой годограф на заданном отрезке изменения параметра и обеспечивается возможность оценки максимального запаса по изменяемому параметру.

Постановка задачи

Математическая модель линейной динамической системы представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} E\dot{z}(t) &= Az(t) + bu(t); \\ r(t) &= d^T z(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $z \in R^n$ — вектор внутренних переменных системы; $r \in R^p$ — выходной вектор; $b \in R^n \times R^m$; $d \in R^n \times R^p$ — матрица связи между выходными переменными и внутренними переменными системы; $A \in R^n \times R^n$ — матрица проводимостей; $E \in R^n \times R^n$ — матрица емкостей и индуктивностей; $u \in R^m$ — вектор входных воздействий.

Передаточная функция динамической системы в лапласовской области имеет следующий вид:

$$H(s) = d^T (sE - A)^{-1} b. \quad (2)$$

Собственные значения $\lambda_i \in C$ матричного пучка (A, E) являются полюсами передаточной функции (2). Для бездефектного матричного пучка правый и левый собственные векторы $(x_i$ и $y_i)$ для конечных собственных значений λ_i могут быть масштабированы: $y_i E x_i = 1$. Также предполагаем, что эти векторы E -ортогональны, т. е. $y_i^T E x_j = 0$ для всех $i \neq j$.

Передаточная функция может быть также представлена как сумма отношений вычетов к конечным полюсам первого порядка [1]:

$$H(s) = \sum_{i=1}^{\tilde{n}} \frac{R_i}{s - \lambda_i}, \quad (3)$$

где $R_i = (d^T x_i)(y_i^T b)$ и $\tilde{n} \leq n$.

При построении передаточной функции (3) с точки зрения вычислительной эффективности целесообразно вычислять доминирующие полюсы. В качестве доминирующих полюсов будут приниматься только те, которые удовлетворяют следующим требованиям:

$$\begin{aligned} |R_i| &> |R_j| \\ \text{или } \frac{|R_i|}{\operatorname{Re}(\lambda_i)} &> \frac{|R_j|}{\operatorname{Re}(\lambda_j)}, \\ \text{или } \frac{|R_i|}{|\lambda_i|} &> \frac{|R_j|}{|\lambda_j|} \end{aligned} \quad (4)$$

для всех $i \neq j$. То или иное условие выбирается из соотношения действительной и мнимой частей полюса.

В последующих разделах представлены: оригинальный алгоритм отыскания правого крайнего полюса передаточной функции (3); вычислительный алгоритм расчета коэффициентов чувствительности полюсов передаточной функции к параметрам компонентов динамической системы. С учетом коэффициентов чувствительности выполняются оценки важных для разработчика характеристик, в том числе критического значения параметра при $\operatorname{Re}(\lambda_i) \approx 0$ и максимального параметрического запаса устойчивости.

Вычислительный алгоритм анализа устойчивости с использованием алгебраического критерия

Оценку устойчивости линеаризованной модели в точке статического режима динамической системы целесообразно проводить, учитывая расположение полюсов передаточной функции на s -плоскости (собственные значения матричного пучка (A, E)). Наличие полюсов с положительной вещественной частью свидетельствует о неустойчивости динамической системы.

Известные методы, например, QR , QZ [8], вычисляют все полюсы передаточной функции. Поэтому они имеют высокие вычислительные затраты и применимы для систем невысокого порядка. В данном разделе описан подход, способный оценивать лишь правые крайние полюсы передаточной функции. Предлагаемый подход является, по существу, методом итерирования отношения Рэлея при оценке собственного значения. В отличие от критерия (4) при выборе доминирующего полюса используется критерий затухания (демпфирования) [6]. Критерий затухания представляется как

$$\zeta = -\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad (5)$$

где $\lambda = \alpha + i\beta$.

При анализе устойчивости следует рассматривать две задачи. Первая предполагает нахождение полюса с положительной действительной частью

(если таковой имеется). Вторая задача — выявление полюсов с большой мнимой составляющей, лежащих в отрицательной s -полуплоскости, но близких к мнимой оси. Во втором случае для получения установившегося режима требуются высокие вычислительные затраты. Также в этом случае возможен переход полюса в положительную полуплоскость при малом изменении параметров динамической системы.

Вычислительный алгоритм определения доминирующих полюсов динамической системы

Предварительно кратко опишем алгоритм вычисления доминирующих полюсов для пучка матриц. Подробно этот подход описан в работах [3, 4, 11]. Этот подход является базовым для алгоритма вычисления правого крайнего полюса.

Алгоритм 1.

1. **Ввод:** матрицы A и E , число требуемых полюсов, входной и выходной векторы b и c , критерий окончания процесса ε .

2. **Выход:** значения найденных полюсов и соответствующих им правых и левых собственных векторов.

3. **for** $k = 1, 2, \dots$ until convergence **do**

4. Вычислить новые векторы v_k и w_k :

$$v_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1} b; w_k = ((\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1})^T c.$$

5. Расширить подпространства V и W добавлением v_k и w_k .

6. Проектирование: $E_k = WEV$ и $A_k = WAV$.

7. Вычислить собственные значения и собственные векторы двух матричных пучков низкого порядка $\tilde{\lambda}_k E_k \tilde{x}_k = A_k \tilde{x}_k$; $\tilde{y}_k^T \tilde{\lambda}_k = \tilde{y}_k^T A_k$ и в соответствии с условием (4) выполнить ранжирование собственных векторов в матрицах V и W .

8. Проверить условие сходимости и выполнить дефляцию найденного полюса, если условие сходимости выполнено.

9. **endfor**

Следует отметить, что при вычислении полюсов передаточной функции применяется метод обратной итерации [3]. Сдвиг спектра на каждой последующей итерации соответствует значению полюса, полученного на предыдущей итерации. Это обеспечивает достаточно быструю сходимость к требуемому корню. Скорость сходимости при оценке поправки отношением Рэля близка к кубической.

Вычислительный алгоритм определения правого крайнего полюса динамической системы

Идея предлагаемого алгоритма заключается в том, чтобы коэффициент затухания (5) для найденного полюса приближался к заданной величине $|\zeta_0| < 1$. Это означает, что на k -й итерации сортируются k аппроксимированных полюсов

$\tilde{\lambda}_i = \tilde{\alpha}_i + i\tilde{\beta}_i$ в порядке возрастания расстояния

от $\zeta_i = -\frac{\tilde{\alpha}_i}{\sqrt{\tilde{\alpha}_i^2 + \tilde{\beta}_i^2}}$ до заданной величины ζ_0 . Стро-

ится следующая последовательность:

$$|\zeta_1(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1) - \zeta_0| < |\zeta_2(\tilde{\alpha}_2, \tilde{\beta}_2) - \zeta_0| < \dots \\ \dots < |\zeta_k(\tilde{\alpha}_k, \tilde{\beta}_k) - \zeta_0|. \quad (6)$$

Наименьшей разностью в последовательности (6) является первый член, так как его значение наименьшее по сравнению с другими членами. В качестве начального приближения для выполнения следующей итерации выбираем $\tilde{\lambda}_1 = \tilde{\alpha}_1 + i\tilde{\beta}_1$. Условие, определяющее вычисление полюса с заданной точностью, имеет следующий вид: $\|\tilde{\lambda}_{k+1} Ex - Ax\| \leq \varepsilon$, где ε — заданная точность, x — правый собственный вектор.

При вычислении крайнего правого полюса необходимо внести некоторые коррективы в 1-й, 4-й и 7-й шаги алгоритма 1. На шаге 1 нужно вести значение $\zeta_0 = -1$. В этом случае будет просканирована положительная полуплоскость. Таким образом, будут найдены все полюсы с положительной действительной частью. На шаге 4 вычисляются значения $v_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-1} v_{k-1}$; $w_k = (\tilde{\lambda}_k E - A)^{-T} w_{k-1}$. При этом начальные значения векторов v_0 и w_0 первоначально равны 1. На шаге 7 также вычисляются собственные значения и собственные векторы задачи для двух матричных пучков низкого порядка, но ранжирование выполняется в соответствии с неравенствами (6).

Ниже будут представлены результаты расчета крайних правых полюсов для некоторых схем с помощью приведенного вычислительного алгоритма.

Вычислительный алгоритм расчета параметрической чувствительности полюсов передаточной функции

Как отмечалось выше, аппарат чувствительности может быть полезен при выборе параметров модели динамической системы, влияющих на отдельные ее характеристики. В этом смысле можно выделить параметры, оказывающие влияние на смещение полюсов передаточной функции. Управляя таким параметром, можно добиться обеспечения устойчивости системы или добиться снижения колебательности.

Наиболее известный подход для вычисления параметрической чувствительности базируется на дифференцировании задачи на собственные значения по параметру модели χ :

$$\lambda E(\chi)x = A(\chi)x.$$

Опуская промежуточные выкладки, параметрический коэффициент чувствительности можно записать в виде

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial \chi} = -y_k^T \left[\lambda_k \frac{\partial E(\chi_0)}{\partial \chi} - \frac{\partial A(\chi_0)}{\partial \chi} \right] x_k$$

при условии E -ортогональности.

Такая форма представления параметрической чувствительности первого порядка описана во многих работах (например, в работе [8]).

Практически во всех известных работах для заданного параметра (параметров) необходимо вычислять чувствительность для указанного числа полюсов. При этом число полюсов может оказаться достаточно большим. Такой подход требует высоких вычислительных затрат.

Предлагаемый вычислительный алгоритм автоматически дает возможность найти полюс с наибольшей чувствительностью к заданному параметру.

Алгоритм 1 является базовым при создании нового алгоритма. Особенностью нового алгоритма является дополнительное формирование правой части при решении систем уравнений для исходной и транспонированной задач. Дополнительно указывается информация о значении производной от матриц A или E по заданному параметру и модифицируется п. 4 алгоритма 1:

$$b = \frac{\partial A}{\partial \chi} v; \quad b = b/\|b\|_2; \quad c = \left(\frac{\partial A}{\partial \chi} \right)^T w; \quad c = c/\|c\|_2.$$

В остальном предлагаемый алгоритм работает так же, как и алгоритм 1. В качестве доминирующего полюса вычисляется полюс с наибольшей чувствительностью к выбранному параметру.

Предложенный алгоритм дает информацию о влиянии выбранного параметра при его малом отклонении. Эта информация полезна в случае исходно неустойчивой динамической системы, так как она дает возможность определить, в каком направлении необходимо менять выбранный параметр, чтобы обеспечить устойчивость системы.

При большом отклонении параметра для определения параметрического запаса устойчивости необходимы алгоритмы построения траекторий корневых годографов. Возможны различные варианты вычисления собственных значений и собственных векторов на заданной сетке параметров. Алгоритм 1 может быть использован для этих целей. Этот алгоритм работает достаточно быстро, так как для каждой последующей итерации используется информация, полученная на предыдущей итерации.

Экспериментальная проверка представленных вычислительных алгоритмов

В этом разделе представлены результаты расчетов с применением описанных выше вычислительных алгоритмов. Представлено также сравнение с

некоторыми результатами, полученными с помощью алгоритма Spectre [10].

Эксперименты выполнены для двух схем:

- схемы операционного усилителя $\mu a741$ с внутренней корректирующей емкостью. При определенных значениях этой емкости возможно появление автоколебаний;
- схемы автогенератора, представленного в работе [8].

Для этих схем выполнены несколько различных вариантов вычислений с использованием алгебраического и частотного критериев.

Алгебраический критерий

Моделирование схемы операционного усилителя $\mu a741$ с корректирующей емкостью, равной 0,0015 пФ. Полюсы, полученные разными алгоритмами, приведены на рис. 1, 2 и практически совпадают. Алгоритм Spectre RF вычисляет все полюсы, но в таблице приведена лишь их часть, чтобы была возможность сравнить их с результатами, полученными с помощью предложенного алгоритма. Оба алгоритма обнаружили полюс с положительной вещественной частью, что свидетельствует о неустойчивости схемы. Частота генерации соответствует мнимой части полюса и составляет 3,8210 МГц.

	poles (Hz)	
	real	imaginary
1	-3,079900e+05	
2	1,905000e+05	+/-i3,82101e+06
3	-5,173203e+06	+/-i3,557940e+06
4	-6,350790e+06	+/-i9,462319e+06

Рис. 1. Полюсы, полученные алгоритмом Spectre

	poles (Hz)	
	real	imaginary
1	189032,35125	+/-i3809514,45102
2	-6373981,45303	+/-i9415916,77319
3	-5193239,31515	+/-i3592226,610798
4	-312495,03530	

Рис. 2. Полюсы, полученные предложенным вычислительным алгоритмом

Построение траектории корневого годографа

В результате работы вычислительного алгоритма расчета параметрической чувствительности появилась возможность оценить значение корректирующей

щей емкости, при которой полюс находится на границе положительной и отрицательной s -полуплоскостей. Это значение параметра будем называть критическим. Оценивается $c_{кр}$ из следующих соображений. Ограничим ряд Тейлора членами первого порядка: $\lambda(\chi_0 + \Delta\chi) \approx \lambda(\chi_0) + \frac{\partial\lambda}{\partial\chi} \Delta\chi$. В предположении $\text{Re}(\lambda(\chi_0 + \Delta\chi)) = 0$ получим выражение

для оценки $c_{кр}$: $\Delta\chi = \frac{\text{Re}\lambda(\chi)}{\frac{\partial\lambda(\chi)}{\partial\chi}}$. При заданных параметрах схемы $c_{кр} = 0,11$ пФ. Точное значение $c_{кр}$ равно $0,12025$ пФ. Погрешность оценки составляет менее 10%. При построении траектории корневого годографа определяется точное значение критического параметра. На рис. 3 приведен фрагмент корневого годографа вблизи мнимой оси. Рис. 3 дает возможность оценить критическое значение параметра (при $c = 0,12015$ пФ $\text{Re}\lambda = -6,423$ и $\text{Im}\lambda = \pm 3,7198 \cdot 10^6$).

Результаты моделирования автогенераторной схемы приведены на рис. 4. Результаты работы ал-

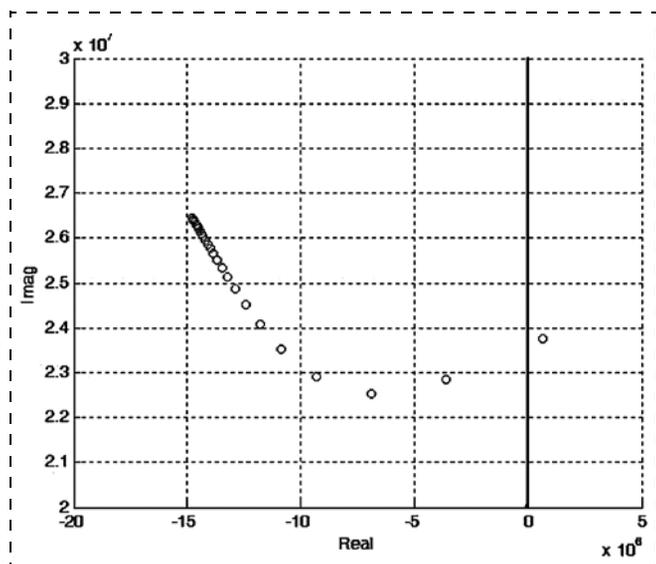


Рис. 3. Траектория корневого годографа в области перехода полюса из положительной в отрицательную полуплоскость

poles (Hz)		
	real	imaginary
1	1.762190e+07	+/- i0.000000e+00
2	-4.644731e+08	+/- i0.000000e+00
3	5.938731e+05	+/- i9.455181e+08
4	-7.499875e+07	+/- i2.672129e+09

Рис. 4. Полюсы передаточной функции автогенераторной схемы

горитма Spectre RF и описанного алгоритма практически совпадают. Третий полюс (рис. 4) имеет положительную действительную часть, что соответствует условию генерации в исследуемой схеме. Частота генерации составляет $945,518$ МГц.

Заключение

Методы модальной редукции являются перспективным направлением для создания надежных и вычислительно эффективных алгоритмов полного цикла исследования устойчивости динамических систем.

Приведенные в статье вычислительные алгоритмы позволяют на этапе проектирования выявить источники неустойчивости, учесть возможные разбросы схемных параметров и влияние внешних воздействий.

Введено понятие "критического значения" параметра, определяющего границу между устойчивым и неустойчивым состоянием.

Список литературы

1. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988. 559 с.
2. Актуальные проблемы моделирования в системах автоматизации схемотехнического проектирования / Под ред. А. Л. Стемпковского. М.: Наука, 2003. 430 с.
3. Rommes J. and Martins N. Efficient computation of multi-variable transfer function dominant poles using subspace acceleration // IEEE Trans. Power Syst. 2006. Vol. 21. P. 1471–1483.
4. Martins N., Lima L. T. G. and Pinto H. J. C. P. Computing dominant poles of power system transfer functions // IEEE Trans. Power Syst. 1996. Vol. 11, N. 1. P. 162–170.
5. Rommes J., Martins N. Computing Large-Scale System Eigenvalues Most Sensitive to Parameter Changes, With Applications to Power System Small-Signal Stability // IEEE Transactions on Power Systems. 2010. Vol. 25, N. 2. P. 434–442.
6. Rommes J., Martins N., and Freitas F. D. Computing Rightmost Eigenvalues for Small-Signal Stability Assessment of Large-Scale Power Systems // IEEE Transactions on Power Systems. 2008. Vol. 23, N. 2. P. 929–938.
7. Артым Д. А. Теория цепей с обратными связями. Л.: Энергия, 1969, 325 с.
8. Гриндин В. Н., Михайлов В. Б., Шустерман Л. Б. Численно-аналитическое моделирование радиоэлектронных схем. М.: Наука, 2008, 339 с.
9. Бодэ Г. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью. М.: Изд. ин. лит., 1948. 640 с.
10. Virtuoso Spectre Circuit Simulator RF Analysis, User Guide, Product Version 6.2, June 2007.
11. Жаров М. М., Русаков С. Г. Алгоритмы редукции моделей, сохраняющие структурную разреженность в задачах схемотехнического анализа // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем — 2014. Сб. трудов. Часть I / Под ред. акад. РАН А. Л. Стемпковского. М.: Изд. ИППМ РАН, 2014. С. 111–116.
12. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. М.: Наука, 1979. 336 с.

Computational Algorithms for Stability Investigations of the Dynamic Systems in the Circuit Simulation Problems

M. M. Gourary, gourary@ippm.ru, M. M. Zharov, zarov@ippm.ru✉,

S. G. Rusakov, rusakov@ippm.ru, S. L. Ulyanov, ulyas@ippm.ru,

Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation

Corresponding author: **Zharov Mikhail M.**, Ph. D., Leading Researcher,
Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation, e-mail: zarov@ippm.ru

Received on July 27, 2015

Accepted on August 07, 2015

The article presents efficient computational algorithms for analysis of the stability of the dynamical systems. The algorithms are based on the principle of modal approximation. A numerical algorithm for computing of the poles of the transfer function is proposed, which ensures determination of the poles located in the right half-plane. In order to detect the pole with the positive real

part the suggested algorithm exploits the property of the damping factor $\zeta_i = -\frac{\tilde{\alpha}_i}{\sqrt{\tilde{\alpha}_i^2 + \tilde{\beta}_i^2}}$ for the obtained poles $\tilde{\lambda}_i = \tilde{\alpha}_i + i\tilde{\beta}_i$.

This factor is negative for the poles with positive real parts. The following sequence of the form $|\zeta_1(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\beta}_1) - \zeta_0| < |\zeta_2(\tilde{\alpha}_2, \tilde{\beta}_2) - \zeta_0| < \dots < |\zeta_k(\tilde{\alpha}_k, \tilde{\beta}_k) - \zeta_0|$ is constructed for the computed poles. The sequence is converged to the pole with the positive real part under $|\zeta_0| < 1$. The paper presents an algorithm for computation of the poles of the transfer function with the maximal sensitivity with respect to the circuit parameters. The suggested algorithm allows us to detect the parameters with the maximal impact on the shift of the poles and to determine the critical parameter values corresponding to the boundary of instability.

Keywords: stability, parameter sensitivity, dynamical systems, transfer function, eigenvalues, modal approximation, dominant poles residue

For citation:

Gourary M. M., Zharov M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L. Computational Algorithms for Stability Investigations of the Dynamic Systems in the Circuit Simulation Problems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 801–806.

DOI: 10.17587/mau/16.801-806

References

1. Vlah I., Singhal K. *Mashinnye metody analiza i projektirovaniya jelektronnyh shem* (Machine methods of analysis and design of electronic circuits), Moscow, Radio i svjaz', 1988, 559 p. (in Russian).
2. Stempkovskiy A. L. *Aktual'nye problemy modelirovaniya v sistemah avtomatizatsii shemotehnicheskogo projektirovaniya* (Actual problems of simulation in circuit design automation), Moscow, Nauka, 2003, 430 p. (in Russian).
3. Rommes J. and Martins N. Efficient computation of multi-variable transfer function dominant poles using subspace acceleration, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2006, vol. 21, pp. 1471–1483.
4. Martins N., Lima L. T. G., and Pinto H. J. C. P. Computing dominant poles of power system transfer functions, *IEEE Transactions on Power Systems*, 1996, vol. 11, no. 1, pp. 162–170.
5. Rommes J., Martins N. Computing Large-Scale System Eigenvalues Most Sensitive to Parameter Changes, With Applications to Power System Small-Signal Stability, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2010, vol. 25, no. 2, pp. 434–442.
6. Rommes J., Martins N., and Freitas F. D. Computing Rightmost Eigenvalues for Small-Signal Stability Assessment of Large-Scale Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 23, no. 2, pp. 929–938.
7. Artym D. A. *Teorija cepej s obratnymi svyazjami* (The theory of circuits with feedback), Leningrad, Energiya, 1969, 325 p. (in Russian).
8. Gridin V. N., Mihajlov V. B., Shusterman L. B. *Chislennno-analiticheskoje modelirovanie radio jelektronnyh shem* (Numerical and analytical modeling of electronic circuits), Moscow, Nauka, 2008, 339 p. (in Russian).
9. Bode G. *Teorija cepej i projektirovanie usilitelej s obratnoj svyaz'ju* (Circuit theory and design of feedback amplifiers), Moscow, Foreign Literature Publishing House, 1948, 640 p. (in Russian).
10. Virtuoso Spectre Circuit Simulator RF Analysis, User Guide, Product Version 6.2, June 2007.
11. Zharov M. M., Rusakov S. G. *Algoritmy redukcii modelej, sohranjajushhie strukturnuju razrezhennost' v zadachah shemotehnicheskogo analiza* (Reduction algorithm models, persistent structural problems in the sparseness of circuit analysis), *Problemy Razrabotki Perspektivnyh Mikro- i Nanojelektronnyh Sistem — 2014*, Moscow, Publishing House IPPM RAN, 2014, pp. 111–116 (in Russian).
12. Voronov A. A. *Ustojchivost', upravljaemost', nabljudаемost'* (Stability, controllability, observability) Nauka, Moscow, 1979, 336 p. (in Russian).