УДК 681.5 DOI: 10.17587/mau.16.651-658

Е. Л. Миркин, д-р техн. наук, зав. каф.,
Международный университет Кыргызстана (Кыргызстан),
Ж. Ш. Шаршеналиев, д-р техн. наук, директор,
Институт автоматики и информационных технологий НАН КР (Кыргызстан)

Синтез алгоритмов адаптивного управления для SISO-систем с запаздыванием в управлении и неизмеряемым возмущением

Предлагается модификация схемы адаптивного управления SISO-системами ("один вход—один выход") с эталонной моделью, предложенной в работе [8], для случая присутствия в замкнутой системе неизмеряемых возмущений. Получены новые алгоритмы адаптивного управления в классе систем со вспомогательной моделью и расширенной ошибкой. Синтезированные алгоритмы гарантируют устойчивость замкнутой системы управления. Выполнение цели управления обеспечивается присутствием в замкнутом контуре сигнала с богатым спектром и диссипативностью системы в противном случае.

Ключевые слова: *адаптивные алгоритмы управления, SISO-системы, расширенная ошибка, диссипативность*

Введение

Временное запаздывание в канале управления — часто встречаемая проблема, с которой имеют дело разработчики систем. Транспортные и коммуникационные системы, химические процессы, энергетические системы — это наиболее типичные примеры, где встречаются системы с запаздыванием. Эффект запаздывания не только ограничивает возможности синтеза систем с типовыми законами управления, но и может выступать источником нестабильности замкнутых систем. Таким образом, управление такими системами даже в детерминированных условиях вызывает определенные трудности, не говоря о случае, когда параметры системы не определены, и на систему действуют неизмеряемые возмущения.

Проблема управления системами с запаздыванием в условиях неопределенности решалась многими авторами в классе робастных [2, 3] и адаптивных систем [1, 5, 6, 11]. Большинство предлагаемых решений синтеза алгоритмов адаптивного управления такими системами базировались на использовании блоков распределенного запаздывания [4], технически сложно реализуемых. В данной работе для управления системами "один вход—один выход" (SISO, "single input—single output") с входным запаздыванием и неизмеряемым возмущением предлагается новая структура управляющего устройства с модельным упреждением, использующая схему фильтрации минимальной сложности [7—10].

Постановка задачи

Рассмотрим класс управляемых систем, динамика которых описывается линейным дифференциальным уравнением с входным запаздыванием вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_p x(t) + b_p u(t-\tau) + b_p d(t-\tau); \\ y(t) &= c_p^{\mathrm{T}} x(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $x \in \mathrm{R}^n$ — вектор состояния; $u \in \mathrm{R}$ — управляющий вход; $y \in \mathrm{R}$ — измеряемый выход объекта; $d \in \mathrm{R}$ — неизмеримое внешнее ограниченное возмущение. Постоянная матрица A_p и векторы b_p, c_p соответствующих размеров *неизвестны*, τ — *известное* время запаздывания в канале управления. Неизмеряемое внешнее возмущение $d(t)$ определяется выражением

$$d(t) = \theta_d^{*\mathrm{T}} \phi(t), \tag{2}$$

где $\theta_d^* \in \mathrm{R}^{n_d}$ — вектор *неизвестных* коэффициентов; $\phi \in \mathrm{R}^{n_d}$ — вектор *известных ограниченных* функций времени ($\phi(t) = [\phi_1(t), \phi_2(t), ..., \phi_{n_d}(t)]^{\mathrm{T}}$). Такая форма представления неизмеримого ограниченного сигнала d может обусловливаться определением его в виде усеченных сумм тригонометрических, полиномиальных или ортонормированных рядов.

Передаточную функцию системы (1) обозначим $W_0(s)$:

$$W_0(s) = \frac{y(s)}{u(s) + d(s)} =$$

$$= c_p^{\mathrm{T}}(sI - A_p)^{-1}b_p\mathbf{e}^{-\tau s} = k_p\frac{B_0(s)\mathbf{e}^{-\tau s}}{A_0(s)}; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A_0(s) &= s^n + a_{n-1}s^{n-1} + ... a_1s^1 + a_0; \\ B_0(s) &= s^m + b_{m-1}s^{m-1} + ... b_1s^1 + b_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где s — оператор Лапласа; n, m — порядки полиномов ($m < n$); a_i ($i = \overline{0, n-1}$), b_j ($j = \overline{0, m-1}$) — неизвестные коэффициенты полиномов; k_p — неизвестный коэффициент усиления объекта на высоких частотах, $\mathrm{sign}(k_p)$ считается известным.

Эталонную модель зададим в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_mx_m(t) + b_mr(t - \tau); \\ y_m(t) &= c_m^{\mathrm{T}}x_m(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $x_m \in \mathrm{R}^{n_1}$ — вектор состояния модели; $r \in \mathrm{R}$ — задающее воздействие; $y_m \in \mathrm{R}$ — измеряемый выход модели. Постоянная матрица A_m и векторы b_m, c_m соответствующих размеров известны. Соответственно, передаточная функция эталонной модели $W_m(s)$ определится выражением

$$W_m(s) = \frac{y_m(s)}{r(s)} =$$

$$= c_m^{\mathrm{T}}(sI - A_m)^{-1}b_m\mathbf{e}^{-\tau s} = k_m\frac{Z(s)\mathbf{e}^{-\tau s}}{P(s)}, \quad (6)$$

где k_m — коэффициент усиления модели на высоких частотах; полиномы $Z(s)$ и $P(s)$ имеют похожую на объект структуру.

Требуется найти такой закон управления $u(t)$, который обеспечит асимптотическое стремление к нулю ошибки $e(t) = y(t) - y_m(t)$ для произвольных начальных условий и произвольных ограниченных сигналов $r(t)$. Таким образом, целевое условие для системы управления приобретает следующий вид:

$$\lim_{t \to \infty}[e(t) = y(t) - y_m(t)] = 0. \quad (7)$$

Об объекте (3) и модели (6) делаются следующие предположения:

- для получения управления $u(t)$ могут быть использованы только вход и выход объекта;
- передаточная функция объекта без учета временного запаздывания $k_p\dfrac{B_0(s)}{A_0(s)}$ — *устойчивая и минимально-фазовая* (полиномы $A_0(s)$ и $B_0(s)$ — гурвицевы);
- объект и модель являются полностью наблюдаемыми и управляемыми (пары приведенных полиномов (B_0, A_0) и (Z, P) являются взаимно простыми);
- эксцесс полюсов передаточной функции объекта $W_0(s)$ совпадает с эксцессом полюсов передаточной функции эталонной модели $W_m(s)$:

$$n^* = \deg(A_0) - \deg(B_0) = \deg(P) - \deg(Z). \quad (8)$$

Детерминированный случай

Предположим, что все параметры системы (1) известны. Для управления устойчивым минимально-фазовым объектом с входным запаздыванием (1) воспользуемся *стратегией разомкнутого управления* для систем без запаздывания [7]. Будем использовать схему фильтрации минимальной сложности (суммарный порядок фильтров равен $n + m$), модифицировав ее для случая входного запаздывания.

Выбор структуры фильтра. Для этого представим передаточную функцию объекта $W_0(s)$ в виде

$$W_0(s) = \frac{k_p\dfrac{B_0(s)}{F(s)}\mathbf{e}^{-\tau s}}{\dfrac{A_0(s)}{F(s)}} = \frac{\left(k_p + \sum\limits_{i=1}^{m}\dfrac{\beta_i}{s + \lambda_i}\right)\mathbf{e}^{-\tau s}}{\Gamma(s) + \sum\limits_{i=1}^{m}\dfrac{\alpha_i}{s + \lambda_i}}, \quad (9)$$

где $F(s)$ — произвольный устойчивый полином с действительными неравными корнями:

$$F(s) = \prod_{i=1}^{m}(s + \lambda_i) =$$

$$= s^m + f_{m-1}s^{m-1} + ... + f_1s^1 + f_0, \quad (10)$$

где $\lambda_i > 0$, $\lambda_i \ne \lambda_j$, ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, m}$, $j \ne i$).

Полином $\Gamma(s)$ в формуле (9) имеет следующий вид:

$$\Gamma(s) = s^{n^*} + \gamma_Ns^N + \gamma_{N-1}s^{N-1} + ... + \gamma_1s^1 + \gamma_0, \quad (11)$$

где $N = n^* - 1$.

Постоянные коэффициенты γ_j, α_i, β_i ($j = \overline{0, N}$, $i = \overline{1, m}$) однозначно определяются через исходные параметры объекта (3) и параметры полинома $F(s)$ (т. е. через параметры a_i ($i = \overline{0, n-1}$), b_j ($j = \overline{0, m-1}$), λ_k ($k = \overline{1, m}$)).

Представим эталонную модель в виде

$$\begin{aligned} y_m(s) &= \frac{\mathbf{e}^{-\tau s}}{R(s)}u_r(s); \\ u_r(s) &= \frac{k_mR(s)Z(s)}{P(s)}r(s), \end{aligned} \quad (12)$$

где $R(s)$ — произвольный устойчивый полином степени n^*:

$$R(s) = s^{n^*} + \rho_Ns^N + \rho_{N-1}s^{N-1} + ... + \rho_1s + \rho_0. \quad (13)$$

Введем произвольный устойчивый полином $L(s)$ с действительными неравными корнями вида

$$L(s) = \prod_{i=1}^{N} (s + \delta_i) =$$
$$= (s^N + l_{N-1}s^{N-1} + \ldots + l_1 s^1 + l_0), \qquad (1)$$

где $\delta_i > 0$, $\delta_i \ne \delta_j$, $(i = \overline{1,N}, j = \overline{1,N}, j \ne i)$. Разложим полином $\frac{R(s) - \Gamma(s)}{L(s)}$ на простые дроби:

$$\frac{R(s) - \Gamma(s)}{L(s)} = \eta_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\eta_i}{s + \delta_i}. \qquad (2)$$

Очевидно, что как и в предыдущем случае, коэффициенты η_i, $(i = \overline{0,N})$ однозначно определяются через исходные параметры объекта γ_j $(j = \overline{0,N})$ и параметры полиномов $L(s)$ и $R(s)$. Для простоты дальнейшего изложения зададим полином $R(s)$ в виде

$$R(s) = \frac{1}{k_l T}(Ts + 1)L(s),$$

где $T > 0$, k_l — произвольные числа.

С учетом введенных обозначений уравнение возмущенного движения системы относительно ошибки $e = y - y_m$ примет вид

$$\frac{1}{k_l T}(Ts + 1)e(s) =$$
$$= \frac{1}{L(s)} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\beta_i}{s + \lambda_i}\mathbf{e}^{-\tau s}[u(s) + d(s)] - \frac{\alpha_i}{s + \lambda_i} y(s)\right) +$$
$$+ \frac{1}{L(s)}(k_p \mathbf{e}^{-\tau s}[u(s) + d(s)] - \mathbf{e}^{-\tau s} u_r(s)) +$$
$$+ \left(\eta_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\eta_i}{s + \delta_i}\right) y(s). \qquad (3)$$

Определим закон управления выражением

$$u(s) = \frac{1}{k_p}\left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{s + \lambda_i}\mathbf{e}^{\tau s} y_m(s) - \right.$$
$$\left. - \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{s + \lambda_i} u(s) - \sum_{j=1}^{n_d} \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i \theta_{dj}^*}{s + \lambda_i} \phi_j(s)\right] +$$
$$+ \frac{1}{k_p}\left[1 - \left(\eta_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\eta_i}{s + \delta_i}\right)\frac{k_l T}{(Ts + 1)}\right] u_r(s) - \sum_{j=1}^{n_d} \theta_{dj}^* \phi_j(s), \quad (4)$$

где θ_{dj}^* — неизвестные коэффициенты, $\phi_j(s)$ — образы преобразования Лапласа известных ограниченных временных функций $\phi_j(t)$, $(j = 1, 2, \ldots, n_d)$.

Тогда с учетом (9) и (15) уравнение регулятора (17) приобретает следующую форму:

$$u(s) = \frac{1}{k_p} \frac{A_0(s)}{B_0(s) R(s)} u_r(s) - d(s). \qquad (5)$$

Поскольку полиномы $A_0(s)$ и $B_0(s)$ — гурвицевы, то закон управления (17) обеспечит точное соответствие передаточных функций объекта и эталонной модели.

Далее преобразуем разомкнутое управление (18) в соответствии с предложенной в работе [7] схемой фильтрации. Для этого определим сигналы $\omega_{y_{mpr}}$, $\omega_u \in \mathrm{R}^m$, $\omega_{\phi j} \in \mathrm{R}^m$ $(j = \overline{1, n_d})$, $\omega_r \in \mathrm{R}^N$, $u_{rf}(t) \in \mathrm{R}$ в форме:

$$\begin{aligned}
&\dot{\omega}_{y_{mpr}}(t) = \Lambda_2 \omega_{y_{mpr}}(t) + h_2 y_m(t + \tau|t),\ \omega_{y_{mpr}}(0) = 0,\\
&\dot{\omega}_u(t) = \Lambda_2 \omega_u(t) + h_2 u(t),\ \omega_u(0) = 0,\\
&\dot{\omega}_{\phi j}(t) = \Lambda_2 \omega_{\phi j}(t) + h_2 \phi_j(t),\ (j = \overline{1, n_d}),\ \omega_{\phi j}(0) = 0,\\
&\dot{\omega}_r(t) = \Lambda_1 \omega_r(t) + h_1 u_{rf}(t),\ \omega_r(0) = 0,\\
&\dot{u}_{rf}(t) = -(1/t) u_{rf}(t) + k_l u_r(t),\ u_{rf}(0) = 0,
\end{aligned} \qquad (6)$$

где $\Lambda_1 \in \mathrm{R}^{N \times N}$, $\Lambda_2 \in R^{m \times m}$ — диагональные матрицы постоянных коэффициентов вида

$$\Lambda_1 = \mathrm{diag}(-\delta_i),\ (i = \overline{1,N}),\ \Lambda_2 = \mathrm{diag}(-\lambda_j),\ (j = \overline{1, m}),$$

$h_1 \in \mathrm{R}^N$, $h_2 \in \mathrm{R}^m$ — единичные векторы. Заметим, что суммарный порядок системы фильтров (19) будет равен $(2 + n_d)m + N + 1 = n + m(1 + n_d)$.

Очевидно, что сигнал упреждения детерминированной эталонной модели $y_m(t + \tau|t)$, используемый в формуле (19) для формирования вектора $\omega_{y_{mpr}}$, может быть легко получен путем прохождения сигнала $r(t)$ через эталонную модель с передаточной функцией $W_m(s)$ без учета временного запаздывания.

Далее можно утверждать, что в соответствии с соотношениями (17) и (19) существует такой блочный вектор $\Theta^* \in \mathrm{R}^{(m + m + n_d m + N + 1 + n_d + 1)}$:

$$\Theta^{*\mathrm{T}} = \rho[\alpha^{\mathrm{T}}, -\beta^{\mathrm{T}}, -\theta_{d1}^* \beta^{\mathrm{T}}, \ldots,$$
$$\ldots, -\theta_{dn_d}^* \beta^{\mathrm{T}}, -\eta^{\mathrm{T}}, -\eta_0, -k_p \theta_d^{*\mathrm{T}}, 1],\ \rho = \frac{1}{k_p},$$

(здесь $\theta_d^{*\mathrm{T}} = [\theta_{d1}^*, \ldots, \theta_{dn_d}^*]$ — известный числовой вектор, α, β, η — известные числовые векторы соответствующих размерностей, η_0 — известное число), что управление вида

$$u(t) = \Theta^{*\mathrm{T}} \Omega_m(t), \qquad (7)$$

где

$$\Omega_m(t) = [\omega_{y_{mpr}}^{\mathrm{T}}(t),\ \omega_u^{\mathrm{T}}(t),\ \omega_{\phi 1}^{\mathrm{T}}(t), \ldots,$$
$$\ldots, \omega_{\phi n_d}^{\mathrm{T}}(t),\ \omega_r^{\mathrm{T}}(t),\ u_{rf}(t),\ \phi^{\mathrm{T}}(t),\ u_r(t)]^{\mathrm{T}},$$

обеспечивает полное совпадение передаточной функции объекта и эталонной модели.

Представление разомкнутой системы управления в пространстве состояний

Представим сигнал выхода детерминированной эталонной модели (12) в пространстве состояний:

$$\dot{x}_{m1}(t) = A_{m1}x_{m1}(t) + b_{m1}u_r(t-\tau);$$
$$y_m(t) = c_{m1}^{\mathrm{T}} x_{m1}(t), \tag{8}$$

где $x_{m1} \in \mathrm{R}^{N+1}$ — вектор состояния эталонной модели; $u_r \in \mathrm{R}$ — задающее воздействие; $y_m \in \mathrm{R}$ — измеряемый выход эталонной модели. Постоянная матрица A_{m1}, векторы b_{m1}, c_{m1} соответствующих размерностей известны. Соответственно, передаточная функция системы (21) определится выражением

$$W_{m1}(s) = c_{m1}^{\mathrm{T}}(sI - A_{m1})^{-1}b_{m1} = \frac{\mathbf{e}^{-\tau s}}{R(s)}. \tag{9}$$

Определим расширенный вектор состояния системы $X_f \in \mathrm{R}^{3n}$ в виде

$$X_f(t) = [x^{\mathrm{T}}(t),\ \omega_{ud}^{\mathrm{T}}(t-\tau),\ x_{m1}^{\mathrm{T}}(t),\ \omega_{y_{mpr}}^{\mathrm{T}}(t-\tau),$$
$$\omega_r^{\mathrm{T}}(t-\tau),\ u_{rf}(t-\tau)]^{\mathrm{T}},$$

$$\omega_{ud}(t) = \omega_u(t) + \sum_{j=1}^{n_d}\theta_{dj}^{*}\omega_{\phi j}(t), \tag{10}$$

где выходы фильтров ω_u, $\omega_{\phi j}$ $(j = \overline{1, n_d})$, $\omega_{y_{mpr}}$, ω_r и u_{rf} определяются соотношением (19). Тогда неминимальная реализация объекта управления в пространстве X_f примет вид

$$\dot{X}_f(t) = A_fX_f(t) + B_u[u(t-\tau) + d(t-\tau)] + B_ru_r(t-\tau);$$
$$y(t) = C_f^{\mathrm{T}}X_f(t), \tag{11}$$

где блочные матрицы A_f, B_u, B_r и C_f определяются следующим образом:

$$A_f = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2c_{m1}^{\mathrm{T}} & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix},\ B_u = \begin{bmatrix} b_p \\ h_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{m1} \\ 0 \\ 0 \\ k_l \end{bmatrix},$$

$$C_f^{\mathrm{T}} = [c_p^{\mathrm{T}}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0].$$

Добавим и отнимем в правой части выражения (24) член $B_u\Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)$. Получим

$$\dot{X}_f(t) = A_fX_f(t) + B_u[\Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau) + d(t-\tau)] +$$
$$+ B_u[u(t-\tau) - \Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)] + B_ru_r(t-\tau), \tag{12}$$

$$y(t) = C_f^{\mathrm{T}}X_f(t).$$

После соответствующей группировки выражение (25) можно переписать в виде

$$\dot{X}_f(t) = A_{cf}X_f(t) + B_{cf}u_r(t-\tau) +$$
$$+ B_u[u(t-\tau) - \Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)], \tag{13}$$

$$y(t) = C_f^{\mathrm{T}}X_f(t),$$

где блочные матрицы A_{cf} и B_{cf} имеют вид

$$A_{cf} = \begin{bmatrix} A_p & -\rho b_p\beta^{\mathrm{T}} & 0 & \rho b_p\alpha^{\mathrm{T}} & -\rho b_p\eta^{\mathrm{T}} & -\rho b_p\eta_0 \\ 0 & \Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}} & 0 & \rho h_2\alpha^{\mathrm{T}} & -\rho h_2\eta^{\mathrm{T}} & \rho h_2\eta_0 \\ 0 & 0 & A_{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2c_{m1}^{\mathrm{T}} & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix},$$

$$B_{cf} = [\rho b_p\ \ \rho h_2\ \ b_{m1}\ \ 0\ \ 0\ \ k_l]^{\mathrm{T}}.$$

Если управление u определить выражением (20), то уравнение объекта примет вид

$$\dot{X}_f(t) = A_{cf}X_f(t) + B_{cf}u_r(t-\tau),\ y(t) = C_f^{\mathrm{T}}X_f(t). \tag{14}$$

При этом в соответствии с формулой (20) передаточная функция полученной системы будет соответствовать передаточной функции эталонной модели (22):

$$W_{m1}(s) = C_f^{\mathrm{T}}(sI - A_{cf})^{-1}B_{cf}\mathbf{e}^{-\tau s} = \frac{\mathbf{e}^{-\tau s}}{R(s)}. \tag{15}$$

Однако размерность вектора X_f равна $3n$, а порядок передаточной функции W_{m1} равен n^*, что говорит о сокращении нулей и полюсов данной передаточной функции. Учитывая закон управления (20) и выражения для передаточных функций фильтров, восстановим все $3n$ моды для системы (27):

$$W_{m1}(s) = C_f^{\mathrm{T}}(sI - A_{cf})^{-1}B_{cf}\mathbf{e}^{-\tau s} =$$
$$= \frac{k_pB_0(s)F(s)A_0(s)R(s)\mathbf{e}^{-\tau s}}{k_pB_0(s)F(s)A_0(s)R(s)R(s)}. \tag{16}$$

Отсюда следует, что $3n$ собственных чисел матрицы A_{cf} совпадают с полюсами передаточной функции (29). Очевидно, что в силу гурвицевости полиномов $B_0(s)$, $F(s)$, $A_0(s)$ и $R(s)$ (объект управления устойчивый и минимально-фазовый) матрица A_{cf} будет ***гурвицевой***. При этом неминимальная реализация эталонной модели, передаточная функция которой равна $W_{m1}(s)$, может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \dot{X}_{fm}(t) &= A_{cf}X_{fm}(t) + B_{cf}u_r(t-\tau), \\ y_m(t) &= C_f^{\mathrm{T}} X_{fm}(t), \end{aligned} \tag{17}$$

где $X_{fm} \in \mathrm{R}^{3n}$ — расширенный вектор модели.

Пусть $E_f = X_f - X_{fm}$ и $e = y - y_m$, тогда с учетом (26) и (30) получим уравнение для ошибки

$$\dot{E}_f(t) = A_{cf}E_f(t) + B_u[u(t-\tau) - \Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)],$$

$$e(t) = C_f^{\mathrm{T}} E_f(t). \tag{18}$$

Уравнение (31) перепишем в эквивалентном виде

$$\begin{aligned} \dot{E}_{f1}(t) &= A_{11}E_{f1}(t) + A_{12}E_{f2}(t) + \\ &+ B_{u1}[u(t-\tau) - \Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)], \end{aligned} \tag{19}$$

$$\dot{E}_{f2}(t) = A_{22}E_{f2}(t),$$

$$e(t) = C_{f1}^{\mathrm{T}} E_{f1}(t),$$

где векторы $E_{f1} \in R^{(n+m)}$ и $E_{f2} \in R^{(2n-m)}$ являются составными элементами вектора $E_f = [\,E_{f1}^{\mathrm{T}} \;\; E_{f2}^{\mathrm{T}}\,]^{\mathrm{T}}$, а матрицы $A_{11} \in R^{(n+m)\times(n+m)}$, $A_{12} \in R^{(n+m)\times(2n-m)}$, $A_{22} \in R^{(2n-m)\times(2n-m)}$, $B_{u1} \in R^{(n+m)\times 1}$ и $C_{f1} \in R^{1\times(n+m)}$ являются блоками следующих матриц:

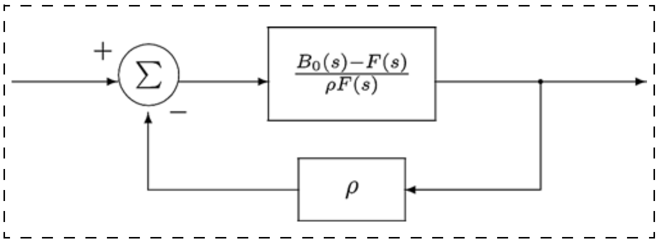
$$A_{cf} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}, \; B_u = \begin{bmatrix} B_{u1} \\ 0 \end{bmatrix}, \; C_f = \begin{bmatrix} C_p^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Учитывая тот факт, что матрица A_{22} — гурвицева и $E_{f2}(0) = 0$, в соответствии с (26) и (30) будет выполнено условие $E_{f2}(t) \equiv 0$. Тогда уравнение (32) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \dot{E}_{f1}(t) &= A_{11}E_{f1}(t) + B_{u1}[u(t-\tau) - \Theta^{*\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau)], \\ e(t) &= C_{f1}^{\mathrm{T}} E_{f1}(t), \end{aligned} \tag{20}$$

где

$$A_{11} = \begin{bmatrix} A_p & -\rho b_p\beta^{\mathrm{T}} \\ 0 & \Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \; B_{u1} = \begin{bmatrix} b_p \\ h_2 \end{bmatrix}, \; C_{f1} = \begin{bmatrix} c_p^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}.$$



Структурная схема передаточной функции $\beta^{\mathrm{T}}(sI - [\Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}}])^{-1}h_2$

При этом передаточная функция системы (33) с учетом свойства обращения блочной матрицы определяется выражением

$$W_e(s) = C_{f1}^{\mathrm{T}}(sI - A_{11})^{-1}B_{u1}\mathbf{e}^{-\tau s} =$$

$$= C_{f1}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} (sI - A_p)^{-1} & -(sI - A_p)^{-1}b_p\rho\beta^{\mathrm{T}}(sI - [\Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}}])^{-1} \\ 0 & (sI - [\Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}}])^{-1} \end{bmatrix} B_{u1}\mathbf{e}^{-\tau s} =$$

$$= c_p^{\mathrm{T}}(sI - A_p)^{-1}b_p[1 - \rho\beta^{\mathrm{T}}(sI - [\Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}}])^{-1}h_2]\mathbf{e}^{-\tau s}. \tag{21}$$

Используя (17) и (19), получим следующие соотношения:

$$c_p^{\mathrm{T}}(sI - A_p)^{-1}b_p = W_0(s) = k_p\frac{B_0(s)}{A_0(s)},$$

$$\beta^{\mathrm{T}}(sI - \Lambda_2)^{-1}h_2 = W_2(s) = k_p\frac{B_0(s) - F(s)}{F(s)}.$$

Далее, используя тот факт, что структурная схема передаточной функции $\beta^{\mathrm{T}}(sI - [\Lambda_2 - \rho h_2\beta^{\mathrm{T}}])^{-1}h_2$ имеет вид, представленный на рисунке, получим окончательное выражение для передаточной функции $W_e(s)$:

$$W_e(s) = k_p\frac{B_0(s)}{A_0(s)}\left[1 - \frac{\rho[B_0(s) - F(s)]}{\rho B_0(s)}\right]\mathbf{e}^{-\tau s} =$$

$$= k_p\frac{B_0(s)F(s)}{A_0(s)B_0(s)}\mathbf{e}^{-\tau s} = k_p\frac{F(s)}{A_0(s)}\mathbf{e}^{-\tau s}. \tag{22}$$

Таким образом, $(n + m)$ мод для системы (33) совпадают с нулями и полюсами передаточной функции объекта $W_0(s)$. Так как разомкнутая структура контроллера может быть использована только для устойчивого минимально-фазового объекта (полиномы $B_0(s)$ и $A_0(s)$ — гурвицевы), то передаточная функция $W_e(s)$ без учета временного запаздывания является также устойчивой и минимально-фазовой.

Синтез адаптивного закона управления

Синтез алгоритма управления рассмотрим для случая, когда эксцесс полюсов передаточной функции объекта $n^* = 1$ ($L(s) = 1$).

Закон адаптивного управления зададим в виде

$$u(t) = \Theta^{\mathrm{T}}(t)\Omega_m(t), \quad (23)$$

где $\Theta \in \mathrm{R}^{(n+m+1)}$ — вектор настраиваемых параметров.

Уравнение для ошибки $e(t)$ с учетом соотношений (34) и (36) примет вид

$$\begin{aligned} &\dot{E}_{f1}(t) = A_{11}E_{f1}(t) + \hat{B}_{u1}\frac{1}{\rho}[\Theta(t-\tau) - \Theta^*]^{\mathrm{T}}\Omega_m(t-\tau), \\ &e(t) = C_{f1}^{\mathrm{T}} E_{f1}(t), \end{aligned} \quad (24)$$

где $\hat{B}_{u1} = B_{u1}\rho$. Передаточная функция данной системы, без учета временного запаздывания, является ***строго положительно-действительной*** и определяется в соответствии с выражением (35) как

$$W_e(s) = C_{f1}^{\mathrm{T}}(sI - A_{11})^{-1}\hat{B}_{u1}\mathbf{e}^{-\tau s} = \frac{F(s)}{A_0(s)}\mathbf{e}^{-\tau s}. \quad (25)$$

Как видно из выражения (38), использовать для синтеза адаптивного регулятора классическую схему, основанную на прямом методе Ляпунова, мешает временное запаздывание τ в сигнале $\Theta(t-\tau)$. Для решения данной проблемы воспользуемся концепцией, предложенной Монополи [1] и развитой в работах [7—10]. Осуществим модификацию схемы Монополи для разомкнутой структуры регулятора, оставив ее главные элементы: *вспомогательную модель и расширенную ошибку*.

Зададим сигнал *расширенной ошибки* в виде

$$e_a(t) = e(t) - y_a(t) = y(t) - y_m(t) - y_a(t), \quad (26)$$

где y_a — выход *вспомогательной модели*, которую определим уравнением

$$y_a(s) = W_a(s)u_a(s),$$

$$W_a(s) = \frac{L(s)}{R(s)} = \frac{1}{R(s)} = \frac{T}{Ts+1}, \quad (27)$$

где u_a — управляющий вход вспомогательной модели, который будет определен ниже.

Новую цель управления определим в виде

$$\lim_{t\to\infty} e_a(t) = 0. \quad (28)$$

Очевидно, что если потребовать выполнения целевых условий (41) и

$$\lim_{t\to\infty} y_a(t) = 0, \quad (29)$$

то будет выполнена исходная цель управления (7).

Для представления в пространстве состояний вспомогательной модели проведем эквивалентные преобразования с уравнением (40) и получим

$$y_a(s) = \frac{k_l T}{Ts+1}[(\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(s) - (\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(s) + u_a(s)], \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} &(\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}} = [-\alpha^{\mathrm{T}}, \eta_0], \\ &\omega_a^{\mathrm{T}}(s) = [\omega_{\lambda y_a}^{\mathrm{T}}(s), y_a(s)], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\dot{\omega}_{\lambda y_a}(t) = \Lambda_2\omega_{\lambda y_a}(t) + h_2 y_a(t),\ \omega_{\lambda y_a}(0) = 0. \quad (32)$$

Тогда получим

$$y_a(s) = \frac{R(s) - \Gamma(s)}{R(s)}y_a(s) - \frac{1}{R(s)}\sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{s+\lambda_i}y_a(s) + \\ + \frac{1}{R(s)}[u_a(s) - (\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(s)], \quad (33)$$

или

$$\left[\Gamma(s) + \sum_{i=1}^{m}\frac{\alpha_i}{s+\lambda_i}\right]y_a(s) = [u_a(s) - (\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(s)]. \quad (34)$$

Таким образом, используя соотношение (19), уравнение для вспомогательной модели y_a в терминах передаточных функций можно записать в виде

$$y_a(s) = k_p\frac{F(s)}{A_0(s)}[\rho u_a(s) - \rho(\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(s)]. \quad (35)$$

Теперь с учетом соотношений (30), (48) и того факта, что для нашего случая ($n^* = 1$, $L(s) = 1$), неминимальная реализация в пространстве состояний для вспомогательной модели y_a может быть представлена уравнением

$$\begin{aligned} &\dot{Y}_a(t) = A_{11}Y_a(t) + \hat{B}_{u1}[u_a(t) - (\tilde{\theta}^*)^{\mathrm{T}}\omega_a(t)], \\ &y_a(t) = C_{f1}^{\mathrm{T}} Y_a(t), \end{aligned} \quad (36)$$

где $Y_a \in R^{(n+m)}$ — расширенный вектор вспомогательной модели, причем в соответствии с выражениями (35) и (48) передаточная функция системы (49) имеет вид

$$W_{y_a}(s) = C_{f1}^{\mathrm{T}}(sI - A_{11})^{-1}\hat{B}_{u1} = \frac{F(s)}{A_0(s)}. \quad (37)$$

Управляющий вход вспомогательной модели зададим уравнением

$$u_a(t) = \psi(t)\xi(t),$$

$$\xi(t) = [\Theta(t-\tau)^{\mathrm{T}}\Omega_{mpr}(t-\tau) - \Theta(t)^{\mathrm{T}}\Omega_{mpra}(t)], \quad (38)$$

где $\psi(t) \in \mathrm{R}$ — настраиваемый параметр,

$$\Omega_{mpra}(t) = \Omega_{mpr}(t-\tau) + [\omega_{\lambda y_a}^{\mathrm{T}}(t)\ \ 0\ \ \ldots\ \ 0\ \ y_a(t)]^{\mathrm{T}}. \quad (39)$$

Тогда уравнение возмущенного движения для расширенной ошибки

$$E_a(t) = E_{f1}(t) - Y_a(t)$$

с учетом выражений (37), (49) и (51) примет вид

$$\dot{E}_a(t) = A_{11}E_a(t) +$$
$$+ \hat{B}_{u1}\Big[\Big(\frac{1}{\rho} - \psi(t)\Big)\xi(t) + \frac{1}{\rho}[\Theta(t) - \Theta^*]^{\mathrm{T}}\Omega_{mpra}(t)\Big],$$
$$e_a(t) = C_{f1}^{\mathrm{T}} E_a(t). \quad (40)$$

Для поиска алгоритма адаптации настраиваемых параметров $\Theta(t)$ и $\psi(t)$ воспользуемся прямым методом Ляпунова. Зададим функцию Ляпунова $V(t)$ в виде

$$2V(t) = E_a^{\mathrm{T}}(t)PE_a(t) +$$
$$+\frac{1}{|\rho|}(\Theta(t)-\Theta^*)^{\mathrm{T}}\tilde{\Phi}^{-1}(\Theta(t) - \Theta^*) + \Phi_{\psi}^{-1}\Big[\frac{1}{\rho} - \psi(t)\Big]^2, \quad (41)$$

где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}^{\mathrm{T}} > 0$, $\Phi_{\psi} > 0$ — положительно определенные симметричные матрицы соответствующих размеров и число.

Поскольку передаточная функция системы (37) без учета временного запаздывания является ***строго положительно-действительной***, то в соответствии с леммой Калмана—Якубовича [12, 13] существуют такие $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$, что выполняется условие

$$A_{11}^{\mathrm{T}} P + PA_{11} = -2Q,$$
$$P\hat{B}_{u1} = C_{f1}. \quad (42)$$

Если алгоритмы настройки параметров $\Theta(t)$ и $\psi(t)$ определить выражениями

$$\dot{\Theta}(t) = -\mathrm{sign}(k_p)\tilde{\Phi}\, e_a(t)\Omega_{mpra}(t),$$
$$\dot{\psi}(t) = \Phi_{\psi}e_a(t)\xi(t), \quad (43)$$

то полная производная по времени от функции Ляпунова с учетом условий (55) примет вид

$$\dot{V}(t) = -E_a^{\mathrm{T}}(t)QE_a(t) < 0. \quad (44)$$

Таким образом [14], адаптивное управление (36), (51) и алгоритм настройки (56) гарантируют, что $V(t)$ и, следовательно, сигналы $E_a(t)$, $e_a(t)$, $\Theta(t)$ и $\psi(t)$ ограничены, т. е. $E_a(t)$, $e_a(t)$, $\theta(t)$, $\psi(t) \in L_\infty$. Из соотношений (56) и (57) мы устанавливаем, что $E_a(t)$, $e_a(t) \in L_2$. В соответствии с формулой (54) и на основании рассуждений, приведенных в работе [14], следует также ограниченность сигнала $\dot{E}_a(t)$, т. е. $\dot{E}_a(t) \in L_\infty$. Из выполнения условий $E_a(t) \in L_\infty \cap L_2$, $\dot{E}_a(t) \in L_\infty$ следует выполнение промежуточной цели функционирования системы (41). При этом

$$\lim_{t\to\infty} \Theta(t) = \Theta^o,$$
$$\lim_{t\to\infty} \psi(t) = \psi^o, \quad (45)$$

где Θ^o, ψ^o — постоянный вектор и число, это означает в соответствии с выражением (37), что все сигналы в замкнутой системе ограничены. Кроме того, если сигнал $r(t)$ такой, что объект идентифицируем [15], тогда $\Theta^o = \Theta^*$, и в соответствии с выражением (37) мы получим выполнение исходной цели функционирования системы (7), в противном случае замкнутая система будет обладать свойством диссипативности.

Заключение

В работе предложена новая схема адаптивного управления со вспомогательной моделью устойчивыми объектами "один вход—один выход" с входным запаздыванием и неизмеряемым возмущением. Предложенная структура адаптивного управления содержит только блоки с сосредоточенным запаздыванием, что упрощает практическую реализацию таких систем.

Список литературы

1. **Monopoli R. V.** Model reference adaptive control with an augmented error signal // IEEE Trans. Aut. Contr. AC-19. 1974. P. 474—484.

2. **Narendra K. S., Annaswamy A. M.** Robast adaptive control in the presence of bounded disturbances // IEEE Trans. Aut. Contr. AC-31. 1986. P. 306—315.

3. **Миркин Е. Л.** Синтез адаптивно робастного регулятора, функционирующего в скользящем режиме // Проблемы автоматики и процессов управления. Бишкек: Илим, 1994. С. 68—77.

4. **Ortega R., Lozano R.** Globally stable adaptive controller for systems with delay // Int. J. Control. 1988. Vol. 47, no. 1. P. 17—23.

5. **Narendra K. S., Annaswamy A. M.** Stable Adaptive Systems. New-York: Prentice-Hall, 1989.

6. **Mirkin E. L.** Combination of sliding mode and reference model prediction methods for adaptive control of input delay systems // Proc. of the 7th International Workshop on Variable Structure Systems. Sarajevo, 17—19 July 2002. P. 153—162.

7. **Миркин Е. Л., Шаршеналиев Ж. Ш.** Адаптивные системы управления сложными объектами. Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.

8. **Миркин Е. Л., Шаршеналиев Ж. Ш.** Синтез адаптивных систем управления с вспомогательной моделью для объектов с запаздыванием по управлению // Автоматика и телемеханика. 2010. № 11. С. 159—171.

9. **Шаршеналиев Ж. Ш., Миркин Е. Л.** Синтез модифицированных алгоритмов адаптивного управления процессом роста монокристаллов кремния // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 3. С. 37—44.

10. **Шаршеналиев Ж. Ш., Миркин Е. Л.** Разработка алгоритмов управления SISO-системами со вспомогательной моделью и пропорционально-интегральными цепями настройки параметров // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 10. С. 10—14.

11. **Mirkin B. M., Mirkin E. L., Gutman P.-O.** State-feedback adaptive tracking of linear systems with input and state delays // International journal of adaptive control and signal processing. 2009. Vol. 23, no. 6. P. 567—580.

12. **Kalman R. E.** Liapunov functions for the problem of Lure in automatic control // Proc. of Nat'l Acad. Sci. February 1963. Vol. 49. P. 201—205.

13. **Monopoli R. V.** The Kalman — Yacobovich lemma in adaptive control system design // IEEE Trans. Aut. Contr. AC-18. 1973. P. 527—529.

14. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.

15. **On identifiability** of linear time-delay systems / R. Orlov, L. Belkoura, J. Richard, M. Dambrine // IEEE Transactions on Automatic Control. 2002. no. 8. P. 1319—1324.

Adaptive Control Design for SISO Plants with Input Delays and Unmeasured Perturbations

E. L. Mirkin[1], eugene_mirkin@mail.ru✉, **Zh. Sh. Sharshenaliev**[2]**,** avtomatika_nankr@mail.ru,
[1] International University of Kyrgyzstan, Bishkek, 720071, Kyrgyzstan,
[2] Institute of Automation and Information Technologies of the National Academy of Sciences (Kyrgyzstan), Bishkek, 720071, Kyrgyzstan

Corresponding authors: **Mirkin Evgeniy L.,** D. Sc, Professor, Head of the Department of Computer Information Systems of the International University of Kyrgyzstan, Bishkek, 720071, Kyrgyzstan, e-mail: eugene_mirkin@mail.ru

Received on May 05, 2015
Accepted on May 25, 2015

Time delay is a phenomenon often encountered in control system designs. Most typically, the delayed systems emerge in transport, communications, chemical processes and power systems. Control of such systems is a difficult problem even in the deterministic settings, not talking about the situations when the parameters of the system are either not completely defined, or they change their values in the process of functioning. In this paper, a new reference model of the adaptive control scheme is proposed for the plans with an input delay and unmeasured perturbations, including some new adaptive control algorithms in the class of systems with an auxiliary model and enhanced error. The synthesized algorithms guarantee stability of the closed control system. Achievement of the control target is ensured by the presence of a closed loop signal with a rich spectrum, otherwise a dissipation system. Application of this scheme allows a reduction of the number of the adjustable parameters of the adaptive controller down to the number of the unknown coefficients of the system. The proposed structure of the adaptive control contains only units with lumped delays, which considerably simplifies implementation of such systems in practice.

Keywords: *adaptive systems, SISO systems, advanced error, dissipation*

For citation:

Mirkin E. L., Sharshenaliev Zh. Sh. Adaptive Control Design for SISO Plants with Input Delays and Unmeasured Perturbations, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 10, pp. 651—658.

DOI: 10.17587/mau.16.651-658

Reference

1. **Monopoli R. V.** Model reference adaptive control with an augmented error signal, *IEEE Trans. Aut. Contr.,* 1974, AC-19, pp. 474—484.
2. **Narendra K. S., Annaswamy A. M.** Robast adaptive control in the presence of bounded disturbances, *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 1986, AC-31, pp. 306—315.
3. **Mirkin E. L.** *Sintez adaptivno robastnogo regylyatora, fynkcioniryushego v skol 'zyashem regime* (Synthesis of robust adaptive controller operating in sliding mode), *Problemi Avtomatiki i Processy Ypravleniya,* Bishkek, Him, 1994, pp. 68—77 (in Russian).
4. **Ortega R., Lozano R.** Globally stable adaptive controller for systems with delay, *Int. J. Control,* 1988, vol. 47, no. 1, pp. 17—23.
5. **Narendra K. S., Annaswamy A. M.** Stable Adaptive Systems, New-York, Prentice-Hall, 1989.
6. **Mirkin E. L.** Combination of sliding mode and reference model prediction methods for adaptive control of input delay systems, *Proceeding of the 7 th International Workshop on Variable Structure Systems,* Sarajevo, 17—19 July 2002, pp. 153—162.
7. **Mirkin E. L., Sharhenaliev Zh. Sh.** *Adaptivnie sistemy upravleniya slozhnimi ob'ektami* (Adaptive control systems of complex objects), Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012 (in Russian).
8. **Mirkin E. L., Sharhenaliev Zh. Sh.** *Sintez adaptivnykh sistem upravleniya c vspomogatel'noi model'u dlya ob'ektov c zapazdivaniem po upravleniu* (Model reference adaptive control design for plants with input delays), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2010, no. 11, pp. 159—171 (in Russian).
9. **Sharhenaliev Zh. Sh., Mirkin E. L.** *Sintez modeficirovannykh algoritmov upravleniya processom rosta monokrictallov kremniya* (Synthesis of modified algorithms of adaptive control process of growth of single crystals of silicon), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 3, pp. 37—44 (in Russian).
10. **Mirkin E. L., Sharhenaliev Zh. Sh.** *Razrabotka algoritmov upravleniya SISO sistemami so vspomogatel'noi model'u i proporcional'no-integral'nimi cepyami nastroiki parametrov* (Synthesis of control algorithms SISO systems with auxiliary model and a proportional-integral connections settings), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 10, pp. 10—14 (in Russian).
11. **Mirkin B. M., Mirkin E. L., Gutman P.-O.** State-feedback adaptive tracking of linear systems with input and state delays, *International journal of adaptive control and signal processing*, 2009, vol. 23, no. 6, pp. 567—580.
12. **Kalman R. E.** Liapunov functions for the problem of Lure in automatic control, *Proc. of Nat'l Acad. Sci.*, vol. 49, February 1963, pp. 201—205.
13. **Monopoli R. V.** The Kalman — Yacobovich lemma in adaptive control system design, *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 1973, AC-18, pp. 527—529.
14. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control, New Jersey, Prentice-Hall, 1996.
15. **Orlov R., Belkoura L., Richard J., Dambrine M.** On identifiability of linear time-delay systems, *IEEE Transactions on Automatic Control,* 2002, no. 8, pp. 1319—1324.