

М. М. Гурарий, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., gourary@ippm.ru,
М. М. Жаров, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., zarov@ippm.ru,
С. Г. Русаков, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., rusakov@ippm.ru,
С. Л. Ульянов, д-р техн. наук, зав. отд., ulyas@ippm.ru,
Л. С. Ходош, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., khod@ippm.ru,
 Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Москва

Эффективный алгоритм реализации метода векторной аппроксимации в задачах идентификации передаточных функций динамических систем

Предлагается новый алгоритм для решения линейной системы в рамках известного метода векторной аппроксимации (Vector Fitting), ориентированного на формирование рациональной передаточной функции линейной динамической системы. Алгоритм основан на использовании особенностей структуры матрицы метода векторной аппроксимации при ее QR-разложении. Проведенные численные эксперименты подтвердили существенное сокращение вычислительных затрат. Кроме того, показано, что новый алгоритм обеспечивает улучшение точности и требует существенно меньше памяти по сравнению со стандартным подходом.

Ключевые слова: векторная аппроксимация, макромодел, метод наименьших квадратов, передаточная функция, решение линейных систем, разреженная матрица, частотная характеристика

Введение

В настоящее время для моделирования многополюсных линейных блоков современных электронных систем широко используются макромоделли в виде рациональных передаточных функций (ПФ). Такой вид имеет известные преимущества по сравнению с другими формами макромоделей. Для обеспечения достаточной точности моделирования параметры рациональных функций определяются на основе оценок частотных характеристик объекта, полученных из физических экспериментов или анализа полной модели. Это требует эффективных алгоритмов аппроксимации параметров макромоделли.

Для разработки алгоритмов такой аппроксимации были известны различные вычислительные подходы (см., например, работы [1, 2]). Среди этих подходов в последнее время широкое распространение получил [3] метод векторной аппроксимации (ВА), который зарекомендовал себя как один из наиболее надежных и эффективных. Метод ВА был внедрен его разработчиком Б. Густавсеном в пакет MATLAB [4] (см. <https://www.sintef.no/projectweb/vectfit/>).

Обзор работ по методу ВА приводится в статье [5], а применение метода для редуцирования конечномерных линейных динамических моделей рассмотрено в работе [6]. Сравнение ВА с другими подходами к рациональной аппроксимации частотной ПФ выполнен в статье [7]. В отечественной литературе примеры использования ВА можно найти в работах [8–11].

Однако использование этого метода часто приводит к недопустимо высоким вычислительным затратам, которые в основном определяются затратами на решение линейной системы уравнений. В данной работе предлагается новый алгоритм решения линейной системы в рамках метода ВА. Ускорение и повышенная точность предложенного алгоритма достигаются за счет учета особенностей структуры матрицы метода ВА.

1. Особенности метода векторной аппроксимации

Метод ВА [3] является в настоящее время одним из наиболее популярных методов для аппроксимации экспериментальных или смоделированных значений векторной ПФ рациональными функциями.

Общая формулировка задачи рациональной аппроксимации векторной ПФ состоит в следующем. Динамическая система характеризуется множеством частотных ПФ $f_n(s)$, ($n = 1, 2, \dots, N_{TF}$) между входами/выходами системы. Требуется на основе известных значений $f_n(s_k)$ найти рациональные функции вида

$$\varphi_n(s) = \frac{N_n(s)}{D_n(s)} = \frac{\sum_{m=0}^{M+1} a_{nm}s^m}{\sum_{m=0}^M b_m s^m}, \quad (1)$$

аппроксимирующие функции $f_n(s)$: $f_n(s_k) \approx \varphi_n(s_k)$.

Здесь точки отбора $s_k \in S$ — комплексные частоты (лапласовские переменные), в которых получены (измерены в физических экспериментах или вычислены с помощью моделирования) значения ПФ для исходной системы. $N(s)$, $D(s)$ в соотношении (1) — это полиномы числителя и знаменателя, действительные коэффициенты которых должны быть определены при решении задачи аппроксимации. Следует отметить, что коэффициенты знаменателя (b_m) предполагаются не зависящими от индекса n , что соответствует стандартным условиям для всех ПФ одной динамической системы.

Известны различные подходы к решению указанной задачи. Прямой метод минимизации ошибки вида $\|N(S)/D(S) - f(S)\|_2 \rightarrow \min$ требует разработки сложных высокочастотных алгоритмов из-за нелинейной зависимости критерия от коэффициентов знаменателя. Формулировка задачи в линейном виде $\|N(S) - f(S)D(S)\|_2 \rightarrow \min$ приводит к решению плохо обусловленной линейной системы, что ограничивает применимость такого подхода малыми значениями порядка полиномов [3]. Для исключения указанных ограничений был разработан метод ВА [3], который предлагает достаточно простой и надежный алгоритм решения задачи рациональной аппроксимации в широком диапазоне частот.

В методе ВА искомая рациональная функция (1) представляется в форме элементарных дробей в лапласовской области:

$$\varphi_n(s) = \sum_{m=1}^M \frac{r_{mn}}{s-p_m} + d_n + sh_n. \quad (2)$$

Метод ВА является итерационным методом. Для проведения итераций вводится вспомогательная рациональная функция (σ -функция)

$$\sigma(s) = \sum_{m=1}^M \frac{\tilde{r}_m}{s-p_m} + 1 \quad (3)$$

с неизвестными вычетами $\tilde{r}_m$.

На каждой итерации находится решение базовой переопределенной линейной системы

$$\left(\sum_{m=1}^M \frac{\tilde{r}_m}{s_k - p_m} + 1 \right) f_n(s_k) = \sum_{m=1}^M \frac{r_m}{s_k - p_m} + d_n + s_k h_n \quad (4)$$

методом наименьших квадратов (НК) относительно r_{mn} , d_n , h_n , $\tilde{r}_m$.

После решения системы (4) новые значения полюсов (p_m^{NEW}) для следующей итерации находятся как нули σ -функции (3):

$$\sigma(p^{NEW}) = 0. \quad (5)$$

В этой статье мы рассматриваем наиболее частый случай, когда для каждой точки отбора s_k значения $f_n(s_k)$ определены для всех n . При этом размерность матрицы системы (2) определена как $N_s \times (M + N_{TF}(M + 2))$, где $N_s = N_{TF} \times N_f$ — это

общее число точек отбора во всех функциях (N_f — число частотных точек).

Применение метода ВА к высокоразмерным задачам встречает трудности из-за быстрого роста вычислительных затрат при решении системы (4) стандартными алгоритмами пакета MATLAB для разреженных матриц. В этой статье мы предлагаем специализированный алгоритм для снижения указанных затрат. Снижение достигается за счет учета специфики структуры линейной системы (4). Приведенные в статье результаты вычислительных экспериментов подтверждают эффективность и повышенную точность предложенного алгоритма.

2. Структура базовой линейной системы метода векторной аппроксимации

Базовую систему (4) можно представить в матричном виде:

$$Ax = b, \text{ где } x = \begin{bmatrix} x_F \\ x_\sigma \end{bmatrix}, \quad (6)$$

x_F — вектор вычетов ПФ, включающий значения r_{mn} , d_n , h_n , а x_σ — вектор вычетов σ -функции (значения $\tilde{r}_m$).

Система (6) — это переопределенная линейная система, решение которой соответствует решению задачи метода НК:

$$\|Ax - b\|_2 \rightarrow \min.$$

Стандартный метод ее решения, используемый в [3], состоит из следующих шагов.

III1. QR-разложение (разложение методом ортогонализации [12]) матрицы A , т. е. представление исходной прямоугольной матрицы в виде

$$A = QR, \quad (7)$$

где Q — ортогональная матрица, а R — верхняя треугольная матрица.

III2. Решение системы с верхней треугольной матрицей R :

$$Rx = Q^T b, \quad (8)$$

где верхний индекс "т" означает транспонирование.

Эффективность стандартного подхода (7), (8) можно повысить, учитывая структуру матрицы A в уравнении (6):

$$A = [A_F, A_\sigma], \quad (9)$$

где матрица A_F размерностью $N_s \times N_f(M + 2)$ имеет блочно-диагональную форму с N_{TF} идентичными блоками a размером $N_f(M + 2)$ каждый:

$$A_F = \begin{bmatrix} a & & & \\ & a & & \\ & & \dots & \\ & & & a \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где элементы блока a имеют вид:

$$a_{km} = \frac{1}{s_k - p_m} \text{ при } m \leq N_p, \quad a_{k, N_p} = a_{k, N_p + 1} = 1.$$

Благодаря такому виду матрицы A_F QR-разложение ($A_F = Q_F R_F$) может быть легко выполнено путем разложения одного блока $a = qr$, учитывая, что

$$Q_F = \begin{bmatrix} q & & \\ & q & \\ & & \dots \\ & & & q \end{bmatrix}, \quad R_F = \begin{bmatrix} r & & \\ & r & \\ & & \dots \\ & & & r \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Матрица A_σ в представлении (9) и вектор b в уравнении (6) являются плотными структурами, которые также можно представить в следующей блочной форме, имеющей N_f строк в каждом блоке:

$$A_\sigma = \begin{bmatrix} A^{(1)} \\ A^{(2)} \\ \dots \\ A^{(n)} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \\ \dots \\ b^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где векторные компоненты $A^{(n)}, b^{(n)}$ состоят из скалярных величин вида

$$A_{km}^{(i)} = \frac{f_i(s_k)}{s_k - p_m}, \quad b_k^{(i)} = f_i(s_k), \quad i = \overline{1, n}.$$

3. Алгоритм решения базовой системы метода векторной аппроксимации

Учитывая структуру матриц (9), (10) базовой системы (6) метода ВА, можно предложить вместо (7), (8) следующий алгоритм.

Алгоритм с простой ортогонализацией (в скобках для каждого шага приводятся поблочные операции)

III1. Выполнить QR-разложение матрицы A_F (10), выполнив QR-разложение одного матричного блока a :

$$a = qr. \quad (13)$$

III2. Провести ортогонализацию матрицы A_σ относительно Q_F :

$$H = Q_F^T A_\sigma \quad (H^{(n)} = q^T A^{(n)}).$$

Конечным результатом ортогонализации является блочная матрица B_σ , состоящая из матриц $B^{(n)}$:

$$B_\sigma = A_\sigma - Q_F^T H \quad (B^{(n)} = A^{(n)} - q^T H^{(n)}).$$

III3. Выполнить QR-разложение матрицы B_σ :

$$B_\sigma = Q_\sigma R_\sigma. \quad (14)$$

III4. Решить систему с верхней треугольной матрицей:

$$R_\sigma x_\sigma = b_\sigma,$$

где $b_\sigma = Q_\sigma^T b$.

Для выполнения итераций (3), (5) метода ВА достаточно знать вектор $x_\sigma = r_m$, поэтому после шага **III4** итерацию можно завершить. Если требуется полное решение, то следует выполнить еще шаг:

III5. Определить вектор x_F , получив правую часть

$$b_F = Q_F^T b - H x_\sigma \quad (b_F^{(n)} = q^T b^{(n)} - H^{(n)} x_\sigma)$$

и решив линейную систему

$$x_F = R_F^{-1} b_F \quad (x_F^{(n)} = r^{-1} b_F^{(n)}).$$

Вычислительные эксперименты показали плохие численные свойства приведенного алгоритма из-за недостаточной точности процесса ортогонализации на шаге **III2**. При абсолютно точном выполнении арифметических операций ортогонализация должна обеспечить нулевые значения всех элементов матрицы $Q_F^T Q_\sigma$. На самом деле значения элементов этой матрицы заметно отличны от нуля, особенно при высоких порядках системы. Для подавления этого эффекта можно применить повторную ортогонализацию, которая существенно снижает значения элементов матрицы $Q_F^T Q_\sigma$. Это видно из табл. 1, где приведены результаты численных экспериментов, показывающие снижение максимального элемента матрицы произведения с $0,351$ до $3,3 \cdot 10^{-17}$ за счет повторной ортогонализации. Для экспериментов была использована аппроксимирующая ПФ с порядком знаменателя $M = 20$.

Таблица 1
Значение максимального по модулю элемента матрицы $Q_F^T Q_\sigma$ в зависимости от порядка системы

Порядок системы	Простая ортогонализация	Повторная ортогонализация	Снижение ошибки
4	$3,44 \cdot 10^{-15}$	$6,09 \cdot 10^{-17}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$
12	$6,54 \cdot 10^{-7}$	$6,78 \cdot 10^{-18}$	$1,0 \cdot 10^{-11}$
20	$3,51 \cdot 10^{-1}$	$3,30 \cdot 10^{-16}$	$9,4 \cdot 10^{-16}$

Поэтому в алгоритм была включена повторная ортогонализация, после чего он принял вид, представленный ниже.

Алгоритм с повторной ортогонализацией

Первые три шага (Ш1—Ш3) совпадают с соответствующими шагами алгоритма с простой ортогонализацией.

Ш4. Ортогонализация матрицы Q_S относительно матрицы Q_F :

$$\bar{H} = Q_F^T Q_S, \bar{B}_\sigma = Q_S - Q_F \bar{H}.$$

Ш5. QR-разложение матрицы $\bar{B}_\sigma$:

$$\bar{B}_\sigma = \bar{Q}_\sigma \bar{R}_\sigma.$$

Ш6. Вычисление новой верхней треугольной матрицы:

$$\hat{R}_\sigma = \bar{R}_\sigma \bar{H}.$$

Ш7. Решение верхней треугольной системы:

$$\bar{b}_\sigma = Q_\sigma^T b, x_\sigma = \hat{R}_\sigma^{-1} \bar{b}_\sigma.$$

Ш8. Вычисление (необязательное) вектора x_F :

$$\bar{b}_F = Q_F^T b - (H + \bar{H} R_\sigma) x_\sigma, x_F = R_F^{-1} Q_F^T \bar{b}_F.$$

Как показали численные эксперименты, для плохо обусловленных матриц предложенный алгоритм генерирует нереалистичное решение, содержащее очень большие по модулю компоненты. Стандартный алгоритм для таких матриц генерирует решение, в котором соответствующие компоненты (число которых равно дефициту ранга матрицы) искусственно приравниваются к нулю. Для того чтобы обеспечить получение аналогичной структуры вектора решения в рамках предложенного алгоритма, QR-разложение (13), (14) следует применить к матрице с переставленными столбцами:

$$a(p) = qr, B_\sigma(p_\sigma) = Q_\sigma R_\sigma,$$

где p, p_σ — это векторы перестановок столбцов матрицы, обеспечивающие убывание диагональных элементов верхних треугольных матриц r, R_σ (определение векторов перестановок см. в работе [14]).

Тогда треугольная матрица усекается в соответствии с ее рангом, после чего компоненты решения, соответствующие отброшенной части, устанавливаются нулевыми.

4. Результаты численных экспериментов

Для вычислительных экспериментов использовали два набора данных:

- S -параметры длинной линии (коэффициенты, определяющие линейную связь между падающими и отраженными волнами на входе и выходе

линии), полученные с помощью электромагнитного моделирования. В этом случае системы метода НК соответствуют начальным значениям полюсов, которые вырождены в этих точках;

- искусственно сгенерированные значения ПФ с известными полюсами и вычетами, которые берутся в качестве начального приближения. В этом случае решение системы МНК соответствует истинным значениям полюсов, поэтому точное решение должно обеспечивать нулевую норму невязки. Системы являются невырожденными.

Результаты экспериментов представлены в табл. 2 и 3 для 200 значений частоты ($N_f = 200$) и разных размерностей ($N_p \times N_{TF}$). Приведены затраты процессорного времени и полученная норма невязки на одну итерацию. Результаты, полученные на основе стандартного алгоритма пакета MATLAB и нового алгоритма, показаны в графах "Стандартный" и "Новый" соответственно, а коэффициенты снижения уровня при использовании предложенного алгоритма показаны в графах " $K_{сн}$ ".

В табл. 2 приведены результаты для реального примера длинной линии. Видно, что для достаточно больших размеров системы НК предложенный алгоритм снижает затраты времени в несколько десятков раз. Превосходство предложенного алгоритма над стандартным возрастает с увеличением размера системы.

Для очень маленьких размерностей стандартный алгоритм обеспечивает меньшие затраты, чем предложенный метод, но это имеет место для случаев незначительных значений процессорного времени (менее 0,1 с), что на практике не играет существенной роли. Отметим, что алгоритм НК минимизирует норму невязки, поэтому меньшее значение нормы соответствует более высокой точности решения задачи. Таким образом, из табл. 2 можно заключить, что предложенный алгоритм обеспечивает лучшую точность расчетов.

Таблица 2

Сравнение алгоритмов по затратам времени и точности результатов для реального примера длинной линии

Размеры	Процессорное время			Норма невязки		
	Стандартный	Новый	$K_{сн}$	Стандартный	Новый	$K_{сн}$
$N_p \times N_{TF}$						
10×5	0,01	0,04	0,25	2,02	1,45	1,39
10×10	0,611	0,09	6,79	3,33	2,28	1,46
10×25	3,38	0,541	6,25	6,45	5,52	1,17
20×5	0,371	0,09	4,12	3,52	3,24	1,09
20×10	1,56	0,170	9,19	5,60	5,06	1,10
20×25	20,5	0,511	40,0	1,26	1,19	1,06
40×5	0,972	0,221	4,39	6,97	6,83	1,02
40×10	4,89	0,431	11,3	10,9	0,426	25,6
40×25	68,8	1,513	45,0	25,8	1,19	21,6

Таблица 3

Сравнение алгоритмов по затратам времени и точности результатов для искусственно сгенерированных входных данных

Размеры	Процессорное время			Норма невязки		
	Стандартный	Новый	$K_{\text{сн}}$	Стандартный	Новый	$K_{\text{сн}}$
10×6	0,1	0,05	2,00	$2,4 \cdot 10^{-12}$	$9,1 \cdot 10^{-11}$	2,62
10×20	1,95	0,170	11,5	$6,8 \cdot 10^{-12}$	$2,1 \cdot 10^{-12}$	3,19
10×30	5,24	0,310	16,9	$1,7 \cdot 10^{-11}$	$4,3 \cdot 10^{-12}$	3,89
20×6	0,3	0,1	3,00	$1,1 \cdot 10^{-11}$	$3,4 \cdot 10^{-12}$	3,20
20×20	5,25	0,471	11,4	$6,0 \cdot 10^{-11}$	$8,0 \cdot 10^{-12}$	7,45
20×30	20,3	0,952	21,3	$1,1 \cdot 10^{-10}$	$8,9 \cdot 10^{-12}$	12,5
40×6	0,691	0,142	4,84	$1,5 \cdot 10^{-11}$	$5,1 \cdot 10^{-12}$	2,98
40×20	21,4	1,0	21,4	$8,7 \cdot 10^{-11}$	$1,1 \cdot 10^{-12}$	7,97
40×30	96,8	1,513	45,0	$2,0 \cdot 10^{-10}$	$2,1 \cdot 10^{-11}$	9,52

В табл. 3 приведены результаты для примера со сгенерированными данными, которые также свидетельствуют о преимуществах предложенного алгоритма. Следует указать, что так как точная норма невязки в данном случае нулевая, то вычисленные значения нормы определяют погрешность алгоритма, которая снижается почти десятикратно при использовании предложенного метода.

Сравнения для более высоких размерностей системы не проводили из-за нехватки памяти при использовании пакета MATLAB для таких размерностей. Предложенный алгоритм позволял проводить расчеты для значительно больших размерностей, что указывает на существенное снижение требований к объему оперативной памяти.

Заключение

1. Особенности вида матрицы метода ВА (блоч-но-диагональная левая часть матрицы с идентичными блоками) позволяет предложить более эффективный алгоритм решения линейной системы МНК по сравнению со стандартным подходом.

2. Эффективность предложенного алгоритма обеспечивается за счет замены QR -разложения полной матрицы на последовательность блочных операций.

3. Экспериментально показано, что для обеспечения достаточной точности алгоритма требуется выполнить повторную ортогонализацию Q -матрицы правой части исходной матрицы.

4. Для того чтобы исключить появление нереалистичных решений с очень большими значениями в случае плохо обусловленной матрицы, необ-

ходимо выполнить перестановку столбцов и усечение матрицы с последующим заданием нулевых значений компонентов усеченной части.

5. Было выполнено тестирование разработанного алгоритма в сравнении со стандартным алгоритмом для двух наборов данных. Результаты тестирования показывают снижение процессорного времени в несколько десятков раз для достаточно больших размеров системы. В большинстве случаев предложенный алгоритм обеспечивает снижение нормы невязки по сравнению со стандартным алгоритмом, что свидетельствует о его лучшей точности. Превосходство предложенного алгоритма по сравнению со стандартным методом возрастает с увеличением размерности системы.

Список литературы

1. Coelho C. P., Phillips J. R., Silveira L. M. Robust rational function approximation algorithm for model generation // Proc. of the 36th Design Automation Conference. 1999. P. 207—212.
2. Gourary M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L., Zharov M. M., Mulvaney B. J. An Optimum Fitting Algorithm for Generation of Reduced-Order Models // Proc. of the Asia and South Pacific Design Automation Conference, Yokohama. 2001. P. 209—213.
3. Gustavsen B., Semlyen A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting // IEEE Trans. Power Delivery. 1999. Vol. 14, N 3. P. 1052—1061.
4. Дьяконов В. MATLAB Полный самоучитель. ДМК Пресс, 2010. 768 с.
5. Lei C. U., Wang Y., Chen Q., Wong N. A decade of vector fitting development: applications on signal/power integrity // The American Institute of Physics, IAENG Trans. on Engineering Technologies. 2010. Vol. 1285. P. 435—449.
6. Heres P. J., Deschrijver D., Schilders W. H. A., Dhaene T. Combining Krylov subspace methods and identification-based methods for model order reduction // Int. J. of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields. 2007. Vol. 20, N 6. P. 271—282.
7. Annakkage U. D., Nair N. K. C., Liang Y., Gole A. M., Dinavahi V., Gustavsen B., Noda T., Ghasemi H., Monti A., Matar M., Irvani R., Martinez J. A. Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques // IEEE Transactions on Power Delivery. 2011. Vol. 27, N 1. P. 411—420.
8. Шевгунов Т. Я., Баев А. Б., Кузнецов Ю. В. Идентификация системы по известной частотной характеристике с использованием метода векторной аппроксимации // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2007. № 11. С. 55—59.
9. Щупаков А. С., Матвеев Д. А. Совершенствование методики расчета импульсных перенапряжений в обмотках силовых трансформаторов путем учета их частотных характеристик // ЭЛЕКТРО. 2010. № 1. С. 27—33.
10. Шевгунов Т. Я. Применение метода векторной аппроксимации в задачах параметрической идентификации линейных радиотехнических устройств // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2011. № 4. С. 45—49.
11. Горбунова А. А., Кузнецов Ю. В., Баев А. Б. Синтез эквивалентных электрических схем многопортовых СВЧ-структур // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. № 10. С. 34—39.
12. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 318 с.

An Effective Algorithm for Realization of the Vector Fitting Method for the Identification Tasks of the Dynamical Systems

M. M. Gourary, gourary@ippm.ru, **M. M. Zharov**, zarov@ippm.ru✉,
S. G. Rusakov, rusakov@ippm.ru, **S. L. Ulyanov**, ulyas@ippm.ru, **L. S. Khodosh**, khod@ippm.ru
Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation

Corresponding author: **Zharov Mikhail M.**, Ph. D., Leading Researcher,
Institute for Design Problems in Microelectronics of the Russian Academy of Sciences (IPPM RAS),
Moscow, 124365, Russian Federation, e-mail: zarov@ippm.ru

Received on April 23, 2015

Accepted on May 15, 2015

A new algorithm for the least squares (LS) solutions within the Vector Fitting (VF) method is proposed in the paper. The algorithm is based on QR-factorization, which exploits the specific structure of the VF matrix. Numerical experiments confirmed an essential reduction of the computational efforts. Besides, the new algorithm ensures a better accuracy and requires considerably less memory than the standard Matlab sparse solver. The special form of LS matrix (left part of the matrix is block-diagonal with identical blocks) in VF problem allowed us to propose a more effective linear solver, than the standard one. The efficiency of the new algorithm is achieved due to replacement of the full matrix QR factorization by the following sequence of operations: QR factorization of the block; orthogonalization of the right part of the matrix with respect to the obtained block of Q matrix; QR factorization of the orthogonalized right part of the matrix. It was experimentally demonstrated that in order to ensure sufficient accuracy of the solver it was necessary to perform reorthogonalization of Q matrix of the right part of LS matrix and to perform QR factorizations with column permutation. Testing of the developed solver and its comparison with the standard solver was done for two data sets. The testing results showed that the new solver allowed us to reduce CPU time by the factor up to 50 for sufficiently large sizes of LS system. In most cases the new solver ensures less value of the residual norm than the standard solver and a better accuracy. The advantages of the new solver become even more impressive with an increase of the size of the system.

Keywords: vector-fitting, macromodel, least-squares method, transfer function, linear solver, sparse matrix, frequency response

For citation:

Gourary M. M., Zharov M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L., Khodosh L. S. An Effective Algorithm for Realization of the Vector Fitting Method for the Identification Tasks of the Dynamical Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 9, pp. 579–584.

DOI: 10.17587/mau.16. 579-584

References

1. Coelho C. P., Phillips J. R., Silveira L. M. Robust rational function approximation algorithm for model generation, *Proc. of the 36th Design Automation Conf.*, 1999, pp. 207–212.
2. Gourary M. M., Rusakov S. G., Ulyanov S. L., Zharov M. M., Mulvaney B. J. An Optimum Fitting Algorithm for Generation of Reduced-Order Models, *Proc. of the Asia and South Pacific Design Automation Conf*, Yokohama, 2001, pp. 209–213.
3. Gustavsen B., Semlyen A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting, *IEEE Trans. Power Delivery*, 1999, vol. 14, no. 3, pp. 1052–1061.
4. D'jakonov V. *MATLAB Polnyj samouchitel'* (MATLAB Full manual for self-tuition), DMK Press, 2010, 768 p. (in Russian).
5. Lei C. U., Wang Y., Chen Q., Wong N. A decade of vector fitting development: applications on signal/power integrity, *The American Institute of Physics, IAENG Trans. on Engineering Technologies*, 2010, vol. 1285, pp. 435–449.
6. Heres P. J., Deschrijver D., Schilders W. H. A., Dhaene T. Combining Krylov subspace methods and identification-based methods for model order reduction, *Int. J. of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, 2007, vol. 20, no. 6, pp. 271–282.
7. Annakkage U. D., Nair N. K. C., Liang Y., Gole A. M., Dinavahi V., Gustavsen B., Noda T., Ghasemi H., Monti A., Matar M., Iravani R., Martinez J. A. Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques, *IEEE Trans. Power Delivery*, 2011, vol. 27, no. 1 pp. 411–420.
8. Shevgunov T. Ja., Baev A. B., Kuznecov Ju. V. *Identifikacija sistemy po izvestnoj chastotnoj harakteristike s ispol'zovaniem metoda vektornoj approksimacii* (Identification of the system with known frequency characteristic by Vector Fitting method), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushchie Sistemy*, 2007, no. 11, pp. 55–59 (in Russian).
9. Shhupakov A. S., Matveev D. A. *Sovershenstvovanie metodiki raschjota impul'snyh perenaprjazhenij v obmotkah silovyh transformatorov putjom uchjota ih chastotnyh harakteristik* (Perfecting the computational technique of pulse overvoltage in windings of power transformers by accounting their frequency characteristics), *JeLEKTRO*, 2010, no. 1, pp. 27–33.
10. Shevgunov T. Ja. *Primenenie metoda vektornoj approksimacii v zadachah parametricheskoj identifikacii linejnyh radiotekhnicheskijh ustrojstv* (Application of Vector Fitting method in problems of parametric identifications of linear radiofrequency devices), *Radiotekhnicheskie i Telekommunikacionnye Sistemy*, 2011, no. 4, pp. 45–49 (in Russian).
11. Gorbunova A. A., Kuznecov Ju. V., Baev A. B. *Sintez jekvivalentnyh jelektricheskijh shem mnogoportovyh SVCh-struktur* (Synthesis of equivalent electric circuits of multiport SHF-structures), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushchie Sistemy*, 2012, no. 10, pp. 34–39 (in Russian).
12. Voevodin V. V., Kuznecov Ju. A. *Matricy i vychislenija* (Matrices and Computations), Moscow, Nauka, 1984, 318 p. (in Russian).