

17. Zemljakov S. D. Some problem of analytical synthesis in model reference control systems by the direct method of Lyapunov. Theory of self adaptive control system, *Proc. of International Symposium*, England, Teddington, 1965, New-York: P. H. Hummon Plenum Press, 1966, pp. 175—179.

18. Rutkovskij V. Ju. *Raboty instituta problem upravlenija v oblasti bespoiskovyh adaptivnyh sistem i sistem upravlenija kosmicheskimi apparatami* (Researches of Control Problem Institute in the field of searchless adaptive systems and space vehicles control systems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1999, no. 6, pp. 42—49 (in Russian).

19. Zemljakov S. D., Rutkovskij V. Ju. *O nekotoryh rezul'tatah razvitiya teorii i praktiki primeneniya bespoiskovyh adaptivnyh sistem* (About development of theory and practice of searchless adaptive systems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2001, no. 7, pp. 103—121 (in Russian).

20. Rutkovskij V. Ju., Glumov V. M., Suhanov V. M. *Fizicheski realizuemyj algoritm adaptivnogo upravlenija s jetalonnnoj model'ju* (Physically implemented algorithm of adaptive control with a reference model), *Avtomatika i Telemekhanika*. 2011, no. 8, pp. 96—108 (in Russian).

21. Zemljakov S. D., Rutkovskij V. Ju. *Algoritm funkcionirovaniya adaptivnoj sistemy s jetalonnnoj model'ju, garantirujushhij zadannuju dinamicheskiju tochnost' upravlenija ne-stacionarnym dinamicheskim ob'ektom v uslovijah neopredelennosti* (Algorithm of the adaptive system with a reference model with given dynamical accuracy of control of time-depended dynamical object with uncertainties), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2009, no. 10, pp. 35—44 (in Russian).

22. Glumov V. M., Zemljakov S. D., Rutkovskij V. Ju., Suhanov V. M. *Primenenie principa postroeniya adaptivnyh sistem s jetalonnnoj model'ju k zadacham monitoringa tekushhego so-stojaniya transmisionnyh valov* (Application of the adaptive systems with a reference model principle for monitoring of line shafts state), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2003, no. 5, pp. 131—146 (in Russian).

23. Medvedev M. Ju. *Algoritmy adaptivnogo upravlenija ispolnitel'nymi privodami* (Algorithms of an adaptive control of actuating motors), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2006, no. 6, pp. 17—22 (in Russian).

УДК 681.51

DOI: 10.17587/mau.16.530-535

С. Л. Зенкевич, д-р физ.-мат. наук, проф., zenkev@bmstu.ru,

Н. К. Галустьян, аспирант, narekgalustyan@gmail.com,

Научно-учебный центр "Робототехника" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Синтез и апробация алгоритма управления движением квадрокоптера по траектории

Решается задача управления по траектории движением квадрокоптера — беспилотного летательного аппарата, выполненного по вертолетной схеме с четырьмя пропеллерами. Решение этой задачи включило в себя следующие этапы: разработка динамической модели движения квадрокоптера, линеаризация динамической модели, синтез алгоритма управления движением по траектории с использованием ПД регулятора, построение моделей и компьютерная апробация разработанных алгоритмов.

Приведены результаты моделирования применения синтезированного алгоритма для управления движением квадрокоптера.

Ключевые слова: квадрокоптер, математическая модель, динамическая модель, угловая стабилизация, управление по траектории, моделирование движения

Введение

Одним из прогрессивных видов беспилотных летательных аппаратов микрокласса являются мультикоптеры, набирающие всю большую популярность в гражданском и военном секторах. Мультикоптеры, в частности квадрокоптеры, обладают всеми преимуществами летательных аппаратов вертолетного типа (возможностями зависания в пространстве, вертикального взлета и посадки, высокой маневренностью в закрытых помещениях и др.), при этом, в отличие от вертолетов, имеют простой и экономичный механизм, не требующий сложного технического обслуживания.

Данные летательные аппараты в полуавтономном режиме способны выполнять следующие задачи: инспекция в зонах пожаров, бедствий и разрушений; поисковые и спасательные операции; мониторинг зон с фото- и видеофиксацией; транспортировка полезных грузов; построение карт окружающей среды и др.

Анализ литературы показал, что система управления движением квадрокоптера базируется на линейно-квадратичных регуляторах [5], ПД или ПИД

регуляторах [1—4], нечетких регуляторах [7] и нейросетевых регуляторах. Интересными работами, посвященными системе управления квадрокоптером, можно считать работы [2—3], где для управления ориентацией квадрокоптера используется ошибка по матрице поворота, что позволяет обойтись без вычисления углов и связанных с этим сингулярностей. В работе [3] также рассмотрена реализованная и апробированная в лабораторных условиях система управления группой квадрокоптеров. Однако практическая ценность данной разработки является не очевидной, поскольку требуются точные координаты каждого квадрокоптера для плотного движения стро-ем (в лаборатории используется система камер).

Глубоким исследованием динамической модели движения квадрокоптера отличается работа [6], где аргументируется тот факт, что аэродинамика корпуса летающей платформы, эффект "биения лопасти", другие аэродинамические эффекты влияют незначительно на малых скоростях, например при зависании, однако уже на средних скоростях влияние усиливается.

Из российских работ можно отметить статью [13], где решается задача синтеза управления для движения квадрокоптера по заданной траектории.

Динамическая модель движения квадрокоптера

Система координат и основные параметры движения. Движение квадрокоптера рассматривается с помощью двух систем координат: неподвижной системы координат (НСК), связанной с Землей, и подвижной системы координат, связанной с квадрокоптером (рис. 1). Начало координат ПСК совпадает с центром масс квадрокоптера.

Квадрокоптер имеет шесть степеней свободы: три угла и три линейные координаты центра масс. В движении квадрокоптера будем учитывать 12 параметров: (φ, θ, ψ) — углы вращения; $\Omega = (p \ q \ r)$ — вектор угловой скорости (проекция на оси ПСК); $\mathbf{r} = (x \ y \ z)$ — вектор положения центра масс квадрокоптера; $\dot{\mathbf{r}} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})$ — вектор линейной скорости.

Матрица поворота \mathbf{R}_{BE} между НСК и ПСК имеет следующий вид:

$$\mathbf{R}_{BE} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\varphi - c_\varphi s_\psi & s_\varphi s_\psi + c_\varphi c_\psi s_\theta \\ c_\theta s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\varphi s_\psi s_\theta & c_\varphi s_\psi s_\theta - c_\psi s_\varphi \\ -s_\theta & c_\theta s_\varphi & c_\varphi c_\theta \end{bmatrix},$$

где для компактности выражения используется следующее обозначение: $\sin \alpha = s_\alpha$, $\cos \alpha = c_\alpha$.

Угловая скорость. Компоненты вектора угловой скорости имеют следующую взаимосвязь с матрицей поворота [9]:

$$\hat{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T,$$

следовательно

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_\varphi \operatorname{tg} \theta & c_\varphi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi / c_\theta & c_\varphi / c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad (1)$$

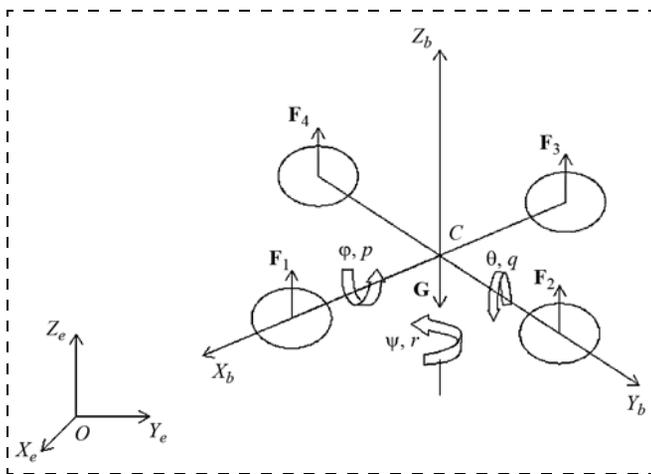


Рис. 1. Система координат и силы, действующие на квадрокоптер

Силы и моменты, действующие на квадрокоптер.

Пропеллеры квадрокоптера вращаются со скоростью ω_i . При вращении пропеллеров возникают подъемные силы \mathbf{F}_i и моменты \mathbf{M}_i (аналогично несущему винту вертолета), вращающие квадрокоптер вокруг собственной оси (рис. 1), модули которых рассчитываются как

$$F_i = K_F \omega_i, \quad M_i = K_M \omega_i,$$

где K_F и K_M — константы. Следует отметить, что на практике динамические изменения пропеллеров происходят значительно быстрее динамических изменений твердого тела и аэродинамических изменений [4]. Следовательно, в качестве допущения при синтезе системы управления принимается, что угловые скорости вращения пропеллеров можно изменять моментально, и управление квадрокоптером осуществляется с помощью четырех силомоментных параметров $(u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4)^T = (F_{Z_B} \ M_{X_B} \ M_{Y_B} \ M_{Z_B})^T$:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_F & K_F & K_F & K_F \\ 0 & K_F L & 0 & -K_F L \\ -K_F L & 0 & K_F L & 0 \\ K_M & -K_M & K_M & -K_M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix},$$

где L — расстояние между центром масс и осями пропеллеров.

Второй закон Ньютона для квадрокоптера имеет следующий вид:

$$m \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} + \mathbf{G}, \quad (2)$$

где \mathbf{F} — равнодействующая подъемная сила пропеллеров; \mathbf{G} — сила тяжести; m — масса квадрокоптера. Следующие аэродинамические эффекты не были учтены в силу сложности их учета и незначительного воздействия при невысоких скоростях полета [6]: изменение подъемной силы за счет дополнительного набегающего воздуха при полете квадрокоптера; изменение вектора подъемных сил за счет эффекта биения лопастей; сопротивление воздуха; ветер; гироскопический момент; эффект отражения воздушного потока пропеллера от поверхности Земли при посадке и взлете.

В отличие от работы [8] спроецируем (2) на оси НСК и получим:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{BE} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где g — ускорение свободного падения.

Уравнение Эйлера, описывающее вращение твердого тела, в векторной форме имеет вид

$$\mathbf{I}_B \dot{\boldsymbol{\Omega}}_B = -\boldsymbol{\Omega}_B \times \mathbf{I}_B \boldsymbol{\Omega}_B + \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где \mathbf{I}_B — тензор момента инерции, $\boldsymbol{\Omega}_B$ — вектор угловой скорости в ПСК, $\boldsymbol{\Omega}_B$ — относительная производная вектора угловой скорости (производная в ПСК). Спроецируем уравнение (4) на оси ПСК квадрокоптера (в работе [8] можно найти вывод нижеследующих уравнений из закона изменения кинетического момента для центра масс):

$$\begin{cases} I_{XX} \dot{p} = u_2 - qr(I_{ZZ} - I_{YY}); \\ I_{YY} \dot{q} = u_3 + pr(I_{ZZ} - I_{XX}); \\ I_{zz} \dot{r} = u_4, \end{cases} \quad (5)$$

где I_{XX} , I_{YY} , I_{ZZ} — осевые моменты инерции.

Система уравнений движения квадрокоптера.

Таким образом, совокупность уравнений (1), (3) и (5) определяет следующую систему уравнений движения квадрокоптера:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = p + (s_\varphi \operatorname{tg} \theta) q + (c_\varphi \operatorname{tg} \theta) r; \\ \dot{\theta} = c_\varphi q + (-s_\varphi) r; \\ \dot{\psi} = (s_\varphi / c_\theta) q + (c_\varphi / c_\theta) r; \\ \ddot{x} = (u_1 / m)(s_\varphi s_\psi + c_\varphi c_\psi s_\theta); \\ \ddot{y} = (u_1 / m)(c_\varphi s_\psi s_\theta - c_\psi s_\varphi); \\ \ddot{z} = (u_1 / m)(c_\varphi c_\theta) - g; \\ \dot{p} = (u_2 - qr(I_{ZZ} - I_{YY})) / I_{XX}; \\ \dot{q} = (u_3 + pr(I_{ZZ} - I_{XX})) / I_{YY}; \\ \dot{r} = u_4 / I_{ZZ}. \end{cases}$$

Линеаризация системы уравнений. Рассмотрим вектор состояния $\mathbf{x} = (\varphi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r)^T$. Линеаризуем систему из уравнений (3) и (5) относительно режима зависания квадрокоптера. Программное движение будет иметь вид

$$\mathbf{x}_d(t) = (0 \ 0 \ \psi_d \ 0 \ 0 \ 0)^T; \quad \mathbf{u}_d(t) = (u_h \ 0 \ 0 \ 0)^T,$$

где $\mathbf{x}_d(t)$ — программный (желаемый) вектор состояния; $\mathbf{u}_d(t)$ — программный вектор управления; $u_h = mg$ — равнодействующая подъемная сила пропеллеров, равная силе тяжести.

Линеаризованная в окрестности программного движения система из уравнений (3) и (5) имеет вид

$$\begin{cases} \ddot{x} = (u_1 / m)(\varphi s_{\psi_d} + \theta c_{\psi_d}); \\ \ddot{y} = (u_1 / m)(\theta s_{\psi_d} - \varphi c_{\psi_d}); \\ \ddot{z} = u_1 / m - g; \\ \dot{p} = u_2 / I_{XX}; \\ \dot{q} = u_3 / I_{YY}; \\ \dot{r} = u_4 / I_{ZZ}. \end{cases} \quad (6)$$

Отметим, что линейная система уравнения (6) описывает движение лишь в предположении малых отклонений от заданного программного движения.

Синтез алгоритма управления по траектории

Зададим траекторию квадрокоптера четырьмя параметрами — тремя координатами положения квадрокоптера и углом поворота относительно вертикальной оси (углы тангажа и крена будут определяться автоматически): $[\mathbf{r}_T(t) \ \psi_T(t)] = [x_T(t) \ y_T(t) \ z_T(t) \ \psi_T(t)]$.

Для управления траекторией квадрокоптера будем использовать ПД регулятор.

Рассмотрим алгоритм управления траекторией квадрокоптера. Определим ошибку по положению и по скорости как $\mathbf{e}_p = \mathbf{r} - \mathbf{r}_T$, $\mathbf{e}_v = \dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_T$. Программное (желаемое на текущий момент) ускорение будем рассчитывать на основе обратных связей ПД регулятора по положению и по скорости:

$$\ddot{\mathbf{r}}_d = \ddot{\mathbf{r}}_T - \mathbf{K}_p \mathbf{e}_p - \mathbf{K}_d \mathbf{e}_v, \quad (7)$$

где \mathbf{K}_p и \mathbf{K}_d — положительно определенные матрицы усиления.

Имея проекции программного ускорения (7) и используя линеаризованную систему (6), можем получить программные углы крена и тангажа (программный угол рыскания зададим равным ψ_T):

$$\begin{cases} \varphi_d = (1/g)(\ddot{x}_d s_{\psi_T} - \ddot{y}_d c_{\psi_T}); \\ \theta_d = (1/g)(\ddot{x}_d c_{\psi_T} + \ddot{y}_d s_{\psi_T}); \\ \psi_d = \psi_T. \end{cases} \quad (8)$$

Используя систему уравнений (3) и обратные связи по углам φ и θ , рассчитаем u_1 — проекцию равнодействующей подъемной силы на ось Z_B ПСК:

$$u_1 = m(\ddot{z}_d + g) / c_\varphi c_\theta. \quad (9)$$

Для стабилизации углов $[\varphi_d \ \theta_d \ \psi_d]$ относительно программного состояния и расчета $[u_2 \ u_3 \ u_4]$ будем также использовать ПД регулятор, в отличие от работы [8], где использовался АКОР (аналитически сконструированный оптимальный регулятор). Мотивом данного изменения явилась необходимость ухода от вычитания углов и от возможно возникающей в результате этого сингулярности. Теперь ошибка по угловой ориентации базируется на основе матрицы поворота:

$$\mathbf{e}_R = 1/2(\mathbf{R}_d^T \mathbf{R} - \mathbf{R}^T \mathbf{R}_d)^\vee,$$

где \mathbf{R}_d — матрица поворота, рассчитанная на основе программных углов (8); \mathbf{R} — матрица поворота, рассчитанная на основе обратных связей по текущим углам $[\varphi \ \theta \ \psi]$; $^\vee$ — означает перевод элементов $\text{SO}(3)$ в \mathbb{R}^3 .

Ошибка по угловой скорости определяется как $\mathbf{e}_\Omega = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_T$.

Таким образом, три оставшихся управляющих сигнала (моменты) рассчитываются следующим образом:

$$\begin{aligned} [u_2 \ u_3 \ u_4]^T &= \\ &= -\mathbf{K}_R \mathbf{e}_R - \mathbf{K}_\Omega \mathbf{e}_\Omega, \end{aligned} \quad (10)$$

где \mathbf{K}_R и \mathbf{K}_Ω — диагональные матрицы усиления.

Следовательно, управление \mathbf{u} , обеспечивающее выполнение заданной траектории, определяется на основе формул (9) и (10). Схема управления представлена на рис. 2.

Компьютерная апробация алгоритма управления по траектории

Для апробации алгоритма управления квадрокоптером по траектории использовалась связка (рис. 3) программных пакетов MATLAB и Universal Mechansim (UM) [14]. Для разработки модели системы управления использовался пакет MATLAB, и была установлена двухсторонняя связь MATLAB с UM для осуществления динамического и кинематического моделирования. Данные по массинерционным характеристикам квадрокоптера были введены в UM.

Для компьютерного моделирования использовали квадрокоптер со следующими массинерционными и геометрическими характеристиками:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0,002352 & 0 & 0 \\ 0 & 0,002352 & 0 \\ 0 & 0 & 0,004704 \end{bmatrix},$$

$m = 0,32$ кг, $L = 0,209$ м.

Как уже было отмечено ранее, модель системы управления построена в MATLAB, и управляющие сигналы рассчитываются на основе формул (9) и (10). Матрицы усиления имеют следующий вид:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_\Omega = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

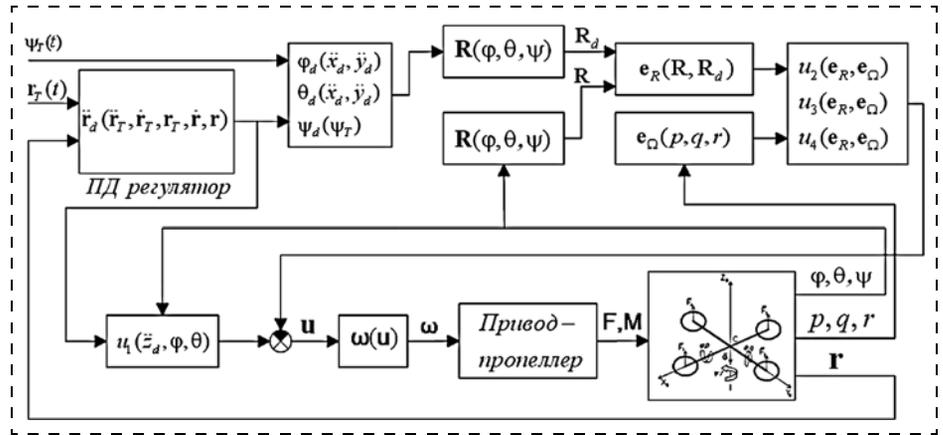


Рис. 2. Схема управления

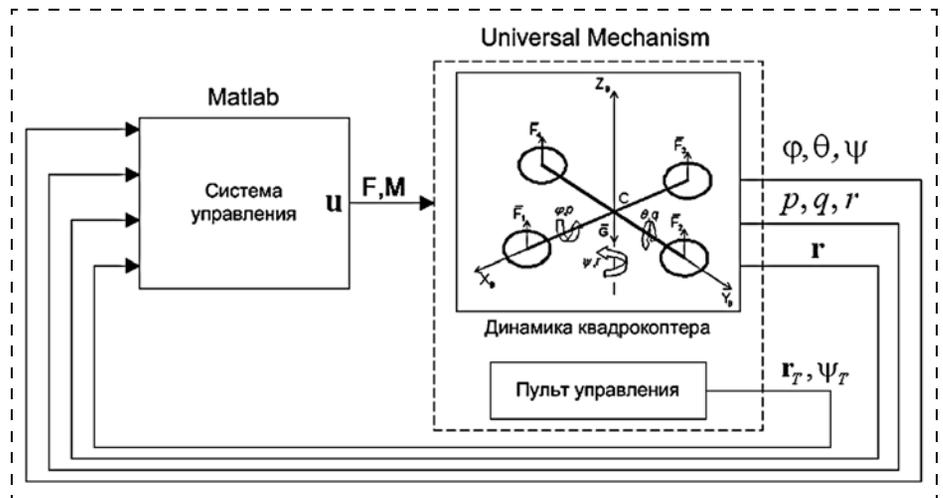


Рис. 3. Схема подключения "MATLAB" и "Universal Mechanism"

Теперь рассмотрим результаты моделирования движения квадрокоптера и апробации системы управления на следующих двух примерах:

1. Движение по точкам.

С помощью пульта управления была задана следующая траектория движения (начальные условия — нулевые):

$$[\mathbf{r}_T(t), \psi_T(t)] = \begin{cases} [1, 1, 3, 0], & \text{где } t \in [0; 6]; \\ [2, -1, 1, 0], & \text{где } t \in (6; 100]. \end{cases}$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4.

2. Движение по окружности, расположенной под 45° относительно горизонтальной плоскости.

С помощью пульта управления была задана следующая траектория движения (начальные условия — нулевые):

$$\begin{cases} x_T(t) = 5\sin(0,628t); \\ y_T(t) = 5\cos(0,628t) + 5; \\ z_T(t) = 5\cos(0,628t) + 5; \\ \psi_T(t) = 0. \end{cases}$$

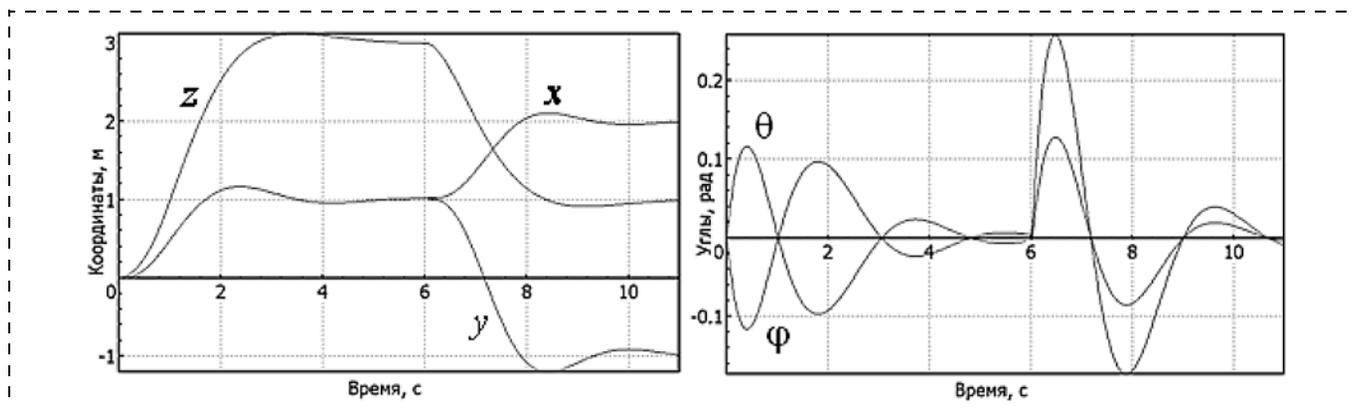


Рис. 4. Выполнение траектории: движение в точку (смотри видео [15])

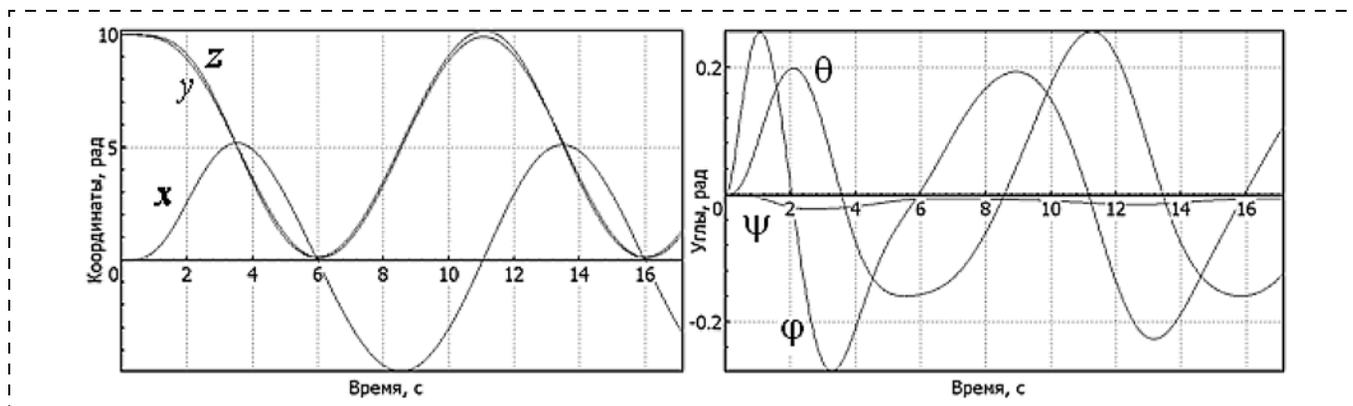


Рис. 5. Выполнение траектории: окружность под наклоном

Результаты моделирования представлены на рис. 5.

Заключение

В работе получена динамическая модель движения квадрокоптера, проведена ее линеаризация в окрестности программной траектории. Решена задача управления движением по траектории. С помощью компьютерного моделирования верифицирована работоспособность алгоритма управления движением квадрокоптера.

В дальнейшем планируется разработать алгоритм управления группой квадрокоптеров.

Список литературы

1. **Cutler M., How J. P.** Actuator Constrained Trajectory Generation and Control for Variable-Pitch Quadrotors // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (GNC). Minneapolis, Minnesota, August 2012.
2. **Lee T., Leok M., McClamroch N. H.** "Geometric Tracking Control of a Quadrotor UAV on SE(3). <http://acl.mit.edu/papers/2012-uber-conference-submitted.pdf> // 49th IEEE Conference on Decision and Control. 2011.
3. **Mellinger D., Kumar V.** Minimum Snap Trajectory Generation and Control for Quadrotors. <http://acl.mit.edu/papers/2012-uber-conference-submitted.pdf>. GRASP Lab., University of Pennsylvania, 2011.

4. **Kushleyev A., Mellinger D., Kumar V.** Towards A Swarm of Agile Micro Quadrotors. GRASP Lab., University of Pennsylvania, 2013.
5. **Thorhallur T. B., Dagur Gretarsson.** Construction of a Four Rotor Helicopter Control System // S.M. Thesis. Technical University of Denmark, February 2009.
6. **Hoffman G. M., Huang H., Waslander S. L., Tomlin C. J.** Quadcopter Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment // AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, August 2007, Hilton Head, South Carolina.
7. **Hong S. K.** Fuzzy logic based closed-loop strap down attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV). Department of Aerospace Engineering, Sejong University, 2005.
8. **Зенкевич С. Л., Галустьян Н. К.** Разработка математической модели и синтез алгоритма угловой стабилизации движения квадрокоптера // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 3. С. 27–32.
9. **Зенкевич С. Л., Ющенко А. С.** Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ, 2004.
10. **Голубев Ю. Ф.** Основы теоретической механики. М.: Изд-во МГУ, 2000.
11. **Иванов В. А., Медведев В. С.** Математические основы теории оптимального и логического управления. М.: Изд-во МГТУ, 2011.
12. **Бесекерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического управления, 4-е изд., СПб.: Профессия, 2007.
13. **Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Филиппов М. Н.** Управление параметрами полета квадрокоптера при движении по заданной траектории // Автоматрия. 2012. № 5. С. 32–41.
14. **Universal Mechanism** — the software for modeling of dynamics // <http://www.universalmechanism.com>
15. **URL:** <http://youtube/wpBJCMI5GPM>

Algorithm for Quadcopter Trajectory Control and Flight Modeling

S. L. Zenkevich, zenkev@bmstu.ru, **N. K. Galustyan**, narekgalustyan@gmail.com ✉,
Robotics Training-Research Center, Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Galustyan Narek K.**, Ph. D., Robotics Training-Research Center,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation,
e-mail: narekgalustyan@gmail.com

Received on March 14, 2015

Accepted April 03, 2015

In this article the authors propose a trajectory control algorithm for an unmanned aerial vehicle (UAV), which is lifted and propelled by four rotors. The first step in designing of the above mentioned trajectory controller was development of a quadcopter flight dynamic (math) model and its further linearization. The math model was based on Newton and Euler equation of motion. The next step was designing of a quadcopter attitude control on the grounds of a linearized dynamic model and angular PD regulator. Then the authors were able to elaborate a trajectory control algorithm by using PD regulator for a trajectory error minimization. Finally, in order to verify the control algorithm the authors built a control system model in Matlab, designed a dynamic model in Universal Mechanism for flight simulation and conducted several experiments. The key idea of the developed trajectory control algorithm is that the control inputs are forces and momentums applied to a quadcopter, as dynamics of the motor and propeller pairs are essentially faster compared to the rigid body dynamics. One of the major objectives in the attitude control design was to avoid the angels' subtractions in order to prevent singularities. For this reason the authors used rotation matrix error and PD regulator instead of Linear Quadratic Regulator. A set of experiments in the Universal Mechanism and Matlab proved the efficiency of the developed trajectory control algorithm. The paper also presents the modeling details and experiment results.

Keywords: quadcopter, math model, dynamics, attitude control, trajectory control, PD regulator, modeling, matlab, universal mechanism

For citation:

Zenkevich S. L., Galustyan N. K., Algorithm for Quadcopter Trajectory Control and Flight Modeling, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol.16, no.8, pp. 530–535.

DOI: 10.17587/mau.16.530-535

References

1. **Cutler M., How J. P.** Actuator Constrained Trajectory Generation and Control for Variable-Pitch Quadrotors", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (GNC)*, Minneapolis, Minnesota, August 2012.
2. **Lee T., Leok M., McClamroch N. H.** Geometric Tracking Control of a Quadrotor UAV on SE(3), *49th IEEE Conference on Decision and Control*, 2011.
3. **Mellinger D., Kumar V.** Minimum Snap Trajectory Generation and Control for Quadrotors, GRASP Lab, University of Pennsylvania, 2011.
4. **Kushleyev A., Mellinger D., Kumar V.** Towards A Swarm of Agile Micro Quadrotors, GRASP Lab, University of Pennsylvania, 2013.
5. **Thorhallur Tomas Buchholz, Dagur Gretarsson.** Construction of a Four Rotor Helicopter Control System, *S. M. Thesis*, Technical University of Denmark, February 2009.
6. **Hoffman G. M., Huang H., Waslander S. L., Tomlin C. J.** Quadcopter Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, August 2007, Hilton Head, South Carolina.
7. **Hong S. K.** Fuzzy logic based closed-loop strap down attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV), Department of Aerospace Engineering, Sejong University, 2005.
8. **Zenkevich S. L., Galustyan N.** *Razrabotka matematicheskoy modeli i sintez algoritma uglovoj stabilizatsii dvizheniya kvadroptera* (Angel Stabilization and Flight Modeling of a Quadcopter), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 3, pp. 27–32 (in Russian).
9. **Zenkevich S. L., Yuschenko A.** *Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robotami* (Manipulator control basics), Moscow, Publishing House of BMSTU, 2004 (in Russian).
10. **Golubev Ju.** *Osnovy teoreticheskoy mehaniki* (Basics of theoretical mechanics), Moscow, Publishing House of MSU, 2000 (in Russian).
11. **Ivanov V., Medvedev V.** *Matematicheskie osnovy teorii optimal'nogo i logicheskogo upravleniya* (Mathematical basics of optimal and logic control theory), Moscow, Publishing House of BMSTU, 2011 (in Russian).
12. **Besekerskiy V. A., Popov E. P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of autonomous control), SPb, Proffesija, 2007 (in Russian).
13. **Belokon' S. A., Zolotuhin Ju. N., Mal'cev A. S., Nesterov A. A., Filippov M. N.** *Upravlenie parametrami poljota kvadroptera pri dvizhenii po zadannoj traektorii* (Control of flight main parameters in case of trajectory control), 2012, no. 5, pp. 32–41 (in Russian).
14. **Universal Mechanism** — the software for modeling of dynamics, available at: <http://www.universalmechanism.com>
15. **URL:** <http://youtube/wpBJCMI5GPM>