

control systems for elastic uncertain electromechanical systems), *Elektrotehnika i elektroenergetika — Electrical engineering and electricity*, 2009, no. 2, pp. 4–14 (in Russian).

9. **Potapenko E. M.** *Sravnitel'naja ochenka pobastnich system upravlenija s razlichnymi tipami nabludatel'j* (Comparative evaluation of robust control systems with different types of observers), *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemi upravlenija — Bulletins of the Academy Sayns Rashin. Teorey and control systems*, 1995, no. 1, pp. 109–116 (in Russian).

10. **Potapenko E. M.** *Issledovanie robastnosti system upravlenija s nabljudatelem* (Research of robust control systems with observers), *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemi upravlenija — Bulletins of the Academy Sayns Rashin. Teorey and control systems*, 1996, no. 2, pp. 104–108 (in Russian).

11. **Chaki F.** *Sovremennaya teoriya upravleniya: Nelineyniy, optimalmniy i adaptivniy sistemi* (Nonlinear, optimal and adaptive systems), Moscow, Mir, 1975, 224 p. (in Russian).

12. **Meyerov M. V.** *Sistemy avtomaticheskogo upravlenija, ustojchivye pri beskonechno bolshih koeffitsientah usilenija* (Stable automatic control systems with an infinitely large gain coefficient). *Avtomatika i Telemekhanika (Automation and Telemechanics)*, 1947, vol. 8, no. 4, pp. 225–243 (in Russian).

13. **Meyerov M. V.** *Sintez struktur system avtomaticheskogo upravleniya vysokoj tochnosti* (Synthesis of structures of automatic control systems with high precision), Moscow, Nauka, 1967, 423 p. (in Russian).

14. **Rustamov G. A.** *Robastnaya sistema upravleniya s povyshennym potentsialom* (Robust control system with high potential), *Bulletins of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13–19 (in Russian).

15. **Rustamov G. A.** Absolutely robust control systems, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, v. 47, no. 5, pp. 227–241.

16. **Rustamov G. A.** Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2014, v. 48, no. 3, pp. 129–143.

17. **Utkin V. I.** *Sliding Modes in Optimization and Control Problems*, New York, Springer Verlag, 1992, 420 p.

18. **Wang L. X.** *A course in fuzzy systems and control*, Englewood Cliffs, NJ., Prentice Hall, 1997.

19. **Geng F., Zhu X.** Novel Adaptive Fuzzy control of the Inverted Pendulum System, *IEEE International Conference on Control and automation Guangzhou, CHINA* — May 30 to June 1, 2007, pp. 284–288.

20. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Metod bolshix koeffitsiyentov usileniya i effekt lokalizatsii dvizheniya v zadachakh sinteza system avtomaticheskogo upravleniya* (Method of Major Amplification Factors and the Effect of Localization of Movements in the Problems of Design of Automatic Control Systems), *Mechatronika, Avtomatizasiya, Upravlenie*, 2009, no. 2 (95), pp. 2–10 (in Russian).

УДК 621.3.078.3

DOI: 10.17587/mau.16.443-448

**Н. А. Балонин**, д-р техн. наук, доц., korbendfs@mail.ru,

Государственный университет аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург,

**В. С. Суздаль**, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., suzda@isma.kharkov.ua,

**Ю. С. Козьмин**, канд. техн. наук, науч. сотр., ukoz55@mail.ru,

**В. Н. Тонкошкур**, инженер, Vladimir-t63@mail.ru,

Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, г. Харьков

## Синтез модального регулятора в системах выращивания монокристаллов

*Рассматривается задача синтеза модального управления на основе мер модального доминирования. Параметры переходного процесса в замкнутой системе управления процессом выращивания сцинтилляционных монокристаллов показывают, что синтезированная система удовлетворяет требованиям к качеству управления.*

**Ключевые слова:** модальное управление, модальное доминирование, управление выращиванием монокристаллов

### Введение

Модальное управление обычно определяется как управление, которое решает задачу выбора собственного пространства динамической системы, т. е. размещения ее собственных чисел, или собственных векторов, для достижения целей управления. Проблема модального синтеза, поставленная Калманом, получила свое развитие в ряде работ [3–7]. Впервые строго математическая постановка задачи модального управления для линейных систем с полным выходом была сформулирована и решена в статье [4], где было показано, что критерием разрешимости задачи является полная управляемость рассматриваемой системы (выполнение критерия Калмана).

Для многосвязных систем выбор спектра выливается в малопривлекательную проблему манипулирования большим числом собственных значений, что существ-

венно осложняет процесс исследования их влияния на поведение динамической системы, т. е. основная проблема практического модального синтеза состоит в избыточном числе параметров, влияющих на которые, можно получать системы с различными свойствами.

Разработчики обычно определяют желаемый спектр синтезируемой системы на основе эвристических соображений. В монографии [2] предложен метод синтеза на основе мер модального доминирования, сводящий выбор многих собственных значений к выбору одного или нескольких показателей, описывающих сжатие спектра. Меры модального доминирования дают формальную оценку подвижности "позиций" собственных значений и позволяют при синтезе количественно контролировать тенденции изменения спектра.

## Синтез регулятора методом модального доминирования

В задачах синтеза структура и порядок математической модели предполагаются заданными. Модель объекта управления (ОУ) в пространстве состояний имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x(t_0) = x_0, \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x \in R^n$  — вектор состояния,  $y \in R^l$  — выходной вектор,  $u \in R^m$  — вектор управления, подаваемого на вход ОУ,  $x_0$  — начальные условия, т. е. состояние ОУ в начальный момент времени  $t_0$ ,  $A, B, C$  — постоянные матрицы соответствующих размеров.

В модальном синтезе с помощью линейных обратных связей по состоянию  $u = -Kx$  требуется синтезировать матрицу замкнутой системы с желаемым спектром замкнутой системы  $Q = A - BK$ , который надо уметь задавать. В предлагаемом подходе анализ спектра ОУ предваряет синтез. Собственные значения объекта управления  $\lambda_i$  определяют начальные позиции, которые изменяются в синтезе с текущей оценкой меры доминирования.

Для синтеза систем модального управления в работе [2, стр. 72] предложено использовать меры модального доминирования в собственном пространстве по управляемости  $\mu_u$  и наблюдаемости  $\mu_v$ .

**Определение.** Мерой модальной управляемости  $\mu_u$  (наблюдаемости  $\mu_v$ ) называется величина, обратная по отношению к минимальной норме матрицы линейного регулятора  $u = -Kx$  (наблюдающего устройства) при переносе одного отдельно взятого собственного значения на окружность единичного радиуса в окрестности варьируемой точки спектра разомкнутой системы:

$$\mu_u = v^T B B^T v, \quad (2)$$

$$\mu_v = v^T C_k C_k^T v, \quad (3)$$

где  $v$  — левый собственный вектор матрицы  $A$ ;  $C_k$  — вектор-строка по исследуемому выходу, т. е. мера доминирования по наблюдаемости подвязывается к конкретному выходу.

Рассмотрим систему с комплексным собственным пространством матрицы  $A$ . Необходимо оптимизировать матрицу обратных связей и разместить спектр в желаемом положении. Спектр перед его перемещением анализируется на комплексность, и затем задается смещение вещественным и комплексным собственным значениям — последние смещаются комплексно-сопряженными парами.

Можно предложить два подхода к синтезу.

**Подход 1.** Для систем низкого порядка можно использовать однократное изменение собственных значений, опираясь на информацию об их мерах доминирования. Расчет при изменении собственных значений состоит в вычислении соответствующих собственных векторов матрицы замкнутой системы  $Q$  и их последующем использовании:

$$(A - \lambda_1 I)S_1 = B M_1, \quad (A - \lambda_n I)S_n = B M_n, \quad (4)$$

где  $S = [S_1 \dots S_n]$  — матрица собственных векторов  $Q$ . Настраиваемые векторные множители образуют матрицу  $M = [M_1 \dots M_n]$ , их рекомендуемые в работе [2] значения  $M_1 = B^T v_1^*$ , ...,  $M_n = B^T v_n^*$  берут в расчет сопряженные компоненты левых собственных векторов  $v_i^*$  матрицы  $A$ . Матрица обратных связей

$$K = M S^{-1}. \quad (5)$$

Ограничение в этом подходе заключается в том, что при малом смещении начинает проявляться почти вырожденность матриц  $A - \lambda_i I$ .

**Подход 2.** Используется алгоритм итерационного смещения собственных значений.

Итерационный алгоритм оптимизации спектра основан на принципе равных пропорций — при последовательной коррекции спектра изменения собственных значений следует выбирать прямо пропорциональными мерам их модального доминирования; чем выше мера, тем более глубокая вариация возможна для точки спектра.

Матрица обратных связей  $u = -Kx$  для одиночного перемещения каждого собственного значения  $v_i$

имеет вид  $K_i = B^T v_i v_i^T Q$  или

$$K_i = B^T v_i v_i^T \Delta / \mu_u, \quad (6)$$

где  $\Delta$  — изменение собственного значения;  $v_i Q$  — левый собственный вектор матрицы  $Q$ , коллинеарный левому собственному вектору  $v_i$  матрицы  $A$ .

Отметим, что левые собственные векторы, соответствующие варьируемым собственным числам, вычисляются как (транспонированные) вектор-строки инвертированной матрицы нормированных собственных векторов. Как видно, норма матрицы  $K_i$  обратно пропорциональна мере доминирования (2).

Назовем элементарным изменением спектра сдвиг только одного собственного значения с сохранением прочих собственных значений и векторов матрицы  $A$ . В работе [2] доказывается теорема, что в режимах малых перемещений собственных значений матрицу регулятора можно аппроксимировать суммой матриц регуляторов, реализующих элементарное изменение спектра, т. е.

$$K \cong K_1 + \dots + K_i + \dots + K_n. \quad (7)$$

Аналитическое решение задачи модального синтеза возможно при итерационной подвижке собственных значений одного за другим, опирающейся на меру модального доминирования каждого собственного значения в виде нормы матрицы обратных связей модального регулятора при одиночном изменении спектра. Необходимо переносить все собственные значения на малое расстояние пропорционально их мерам модального доминирования. Перенос мод будет успешен, очевидно, если амплитуды сигналов обратных связей лежат в зоне приемлемых исполняемых регулятором значений. Практическая реализуемость синтеза, тем самым,

зависит от характера масштабирования переменных состояния и управления, отражающегося в том числе на нормах столбцов матрицы  $B$ , входящей в определение меры.

Для коллективной подвижки  $\lambda_i$  введен коэффициент сжатия спектра  $s$ , причем  $\Delta = s\mu$ , т. е. чем меньше коэффициент сжатия спектра  $s$ , тем точнее будет выполнен совместный перенос. Этот коэффициент можно варьировать в процессе итераций, добиваясь необходимого технологией вида переходного процесса и учитывая ограничения на норму матрицы коэффициентов обратных связей, что дает косвенную гарантию хорошего синтеза.

### Объект управления

В качестве ОУ выбран процесс выращивания сцинтилляционных монокристаллов (СМК) методом Чохральского на установках типа "РОСТ" (рис. 1). Монокристалл 2 вращается с некоторой угловой скоростью и вытягивается на затравку. В процессе роста монокристалла в тигле 1 автоматически поддерживают постоянный уровень расплава, подпитывая его исходным сырьем, которое предварительно подают в расположенную коаксиально тиглю кольцевую емкость для расплавления этого сырья боковым нагревателем 5.

Процесс выращивания включает в себя несколько основных этапов: инициирование роста монокристалла с помощью затравочного кристалла (затравливание) и вытягивание образца сначала с переменным сечением (разращивание кристалла), а затем с постоянным сечением (рост по высоте). Затравливание и разращивание кристалла ведется в ручном режиме без включения обратной связи в системе управления. Система управления диаметром монокристалла включается с началом роста кристалла по высоте. Этот момент определяет начальные условия управления.

Известно, что качество кристалла определяется стабильностью массовой скорости его роста, а также стабильностью формы фронта кристаллизации 3 и равномерностью вхождения активатора по длине кристалла. В системах управления кристаллизацией скорость роста косвенно оценивается по диаметру растущего монокристалла, который и стабилизируется в процессе выращивания. Диаметром растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания. Для оценки диаметра растущего кристалла применяют метод измерения падения уровня расплава в результате быстрого дискретного подъема кристалла из расплава на малую величину [1]. Падение уровня расплава измеряется уровнемером 4. Современные требования к стабильности диаметра монокристалла очень высоки. Например, точность стабилизации диаметра сцинтилляционного монокристалла диаметром 250 мм должна быть 1...2 %.

Исследования процесса выращивания СМК показывают, что процесс роста монокристалла по

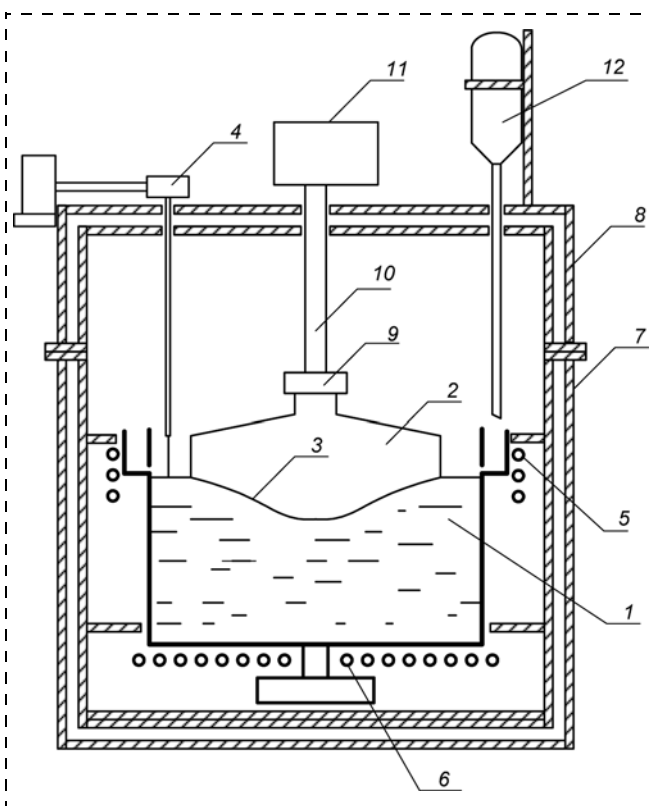


Рис. 1. Схема установки "РОСТ":

1 — тигель с расплавом; 2 — растущий кристалл; 3 — фронт кристаллизации; 4 — датчик уровня (уровнемер) с электроконтактным щупом; 5 — боковой нагреватель; 6 — донный нагреватель; 7 — нижний охлаждаемый полукорпус; 8 — верхний охлаждаемый полукорпус; 9 — кристаллодержатель; 10 — шток кристаллодержателя; 11 — редуктор системы вращения и вытягивания штока кристаллодержателя; 12 — система подпитки расплава

высоте можно условно разбить на несколько интервалов, в пределах которых процесс кристаллизации является квазистационарным. Это позволяет использовать на этих интервалах выращивания модальные регуляторы. Параметризация процесса выращивания как объекта управления (ОУ) проводилась на примере получения монокристаллов CsI. Процесс выращивания рассматривался как двумерный линейный стационарный объект управления с двумя входами (температура донного (основного) нагревателя  $T_d$  и температура бокового (дополнительного) нагревателя  $T_b$  и двумя выходами (диаметр кристалла  $D_s$  и температура подпиточного расплава  $T_p$ ). На одном из интервалов роста монокристалла в длину модель ОУ в отклонениях от установившегося режима в пространстве состояний имеет следующие матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} -3,628 & -1,018 & -0,339 & 0,123 & -0,537 \\ 1,038 & -0,707 & 0,585 & 0,413 & -0,443 \\ 0,263 & 0,865 & -2,299 & -0,732 & -0,363 \\ 0,191 & -0,436 & 0,659 & -0,456 & 0,063 \\ -0,533 & 0,432 & 0,375 & 0,597 & -2,261 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 4,738 & -5,711 \\ 0,033 & 1,219 \\ -1,747 & -1,157 \\ 0,088 & 0,330 \\ 0,428 & -0,359 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -7,409 & -0,846 & -0,427 & 0,112 & -0,557 \\ 0,411 & 0,879 & -2,051 & -0,329 & -0,040 \end{bmatrix}.$$

Объект управления полностью управляем и наблюдаем.

Требования к переходному процессу в канале "температура  $T_d$  основного нагревателя — диаметр кристалла  $D_s$ ":

- длительность переходного процесса не более 5 с;
- перерегулирование менее 15 %.

### Синтез модального регулятора по состоянию

**Анализ.** В табл. 1 для ОУ приведен спектр (собственные значения  $\lambda_i$ ) и меры модального доминирования собственных значений по управляемости и наблюдаемости по каналу выхода — диаметру кристалла  $D_s$ , вычисленные по выражениям (2) и (3). Собственные числа в табл. 1 размещены в порядке убывания мер их модальной наблюдаемости (оцениваемые как меры модальной управляемости дуальной динамической системы). На первом месте позиционируется наиболее управляемая и наблюдаемая мода. Из таблицы следует, что первая мода диспропорционально доминирует.

**Синтез.** Синтез регулятора проводили итерационным методом с использованием сетевого ресурса Java-MATLAB (<http://mathscinet.ru>). Выбрали коэффициент сжатия спектра  $s = 0,001$ . При синтезе необходимо на каждом шаге итерации повторять рас-

чет, организуя перебор точек спектра, выбирая парные комплексно сопряженные числа и вычисляя матрицу  $K$  как сумму матриц одиночных перемещений вещественных и парных перемещений комплексных собственных значений, но с учетом сопряжений. На промежуточных стадиях возможно появление комплексных значений  $K$ , поэтому необходимо овеществлять  $K$  после перемещения всех собственных значений, фиксируя итог. В общем, при итерациях тянуть на комплексной плоскости влево имеет смысл и быстрые, и медленные моды, но в рассматриваемой модели между ними и без того велика разница, поэтому есть смысл ограничивать слева перемещения мод и не давать быстрым и медленным модам сближаться, что легко сделать контролем перемещения. Следовательно, при итерациях необходимо определять собственные значения замкнутой системы  $\lambda_{zui}$  и контролировать расстояние между ними  $d_i = \lambda_{zui} - \lambda_{zu(i-1)}$ , умножая его при расчетах на сопряженное значение.

Спектральная задача связана, с одной стороны, с перемещением собственных значений и, с другой стороны, с ограничением этих перемещений, когда сместить можно, но уже не нужно. Например, вводят трапециевидные зоны, где имеет смысл находиться собственным значениям замкнутой системы. Задача размещения собственных значений неоднозначна. Можно не вводить явно ограничения, а ввести метрику комплексной плоскости  $w$  для того, чтобы ограничить смещение собственных значений не ввиду физической невозможности, а ввиду ненужности. Метрику задают обычно квадратичной формой, которая представляет собой весовой коэффициент при расстоянии: чем дальше от нуля, тем выше коэффициент  $w$ . Поэтому при итерационном методе синтеза используется шаг  $sw$ , т. е. имеем на  $i$ -м шаге

$$K = K + K_i sw_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

Для нахождения матрицы обратных связей  $K$  использовали выражения (6), (7) и (8):

$$K = \begin{bmatrix} 0,0698 & 0,0138 & 0,0313 & 0,1475 & -0,0179 \\ -0,0966 & -0,0737 & -0,0452 & -0,0366 & 0,0496 \end{bmatrix}.$$

Фробениусова норма матрицы  $K$  равна 0,20. Затраты модального регулятора, оцениваемые, в нашем случае, нормой матрицы обратных связей, в общем складываются из затрат на изменение темпов (модули собственных значений) и формы траекторий (собственные векторы). Поэтому при синтезе модального управления многосвязной системой одна из осмысленных и вполне достижимых целей состоит в сближении собственных векторов матриц  $A$  и  $Q$ , что отвечает естественной цели получить реализуемый на практике регулятор.

В табл. 2 приведен спектр и меры управляемости для замкнутой системы.

Таблица 1

Собственные значения и меры модального доминирования по управляемости  $\mu_u$  и наблюдаемости  $\mu_v$ , ОУ

Мера доминирования	Собственные значения $\lambda_i$				
	-3,65	-1,35 + 0,60i	-1,35 - 0,60i	-2,18	-0,81
$\mu_u$	51,95	16,01	16,01	10,37	2,19
$\mu_v$	51,04	14,79	14,79	0,00	0,00

Таблица 2

Собственные значения и меры модального доминирования по управляемости  $\mu_u$  замкнутой системы

Мера доминирования	Собственные значения $\lambda_i$				
	-4,12	-1,51 + 0,58i	-1,51 - 0,58i	-2,29	-0,68
$\mu_u$	66,13	12,7	12,7	8,43	0,97

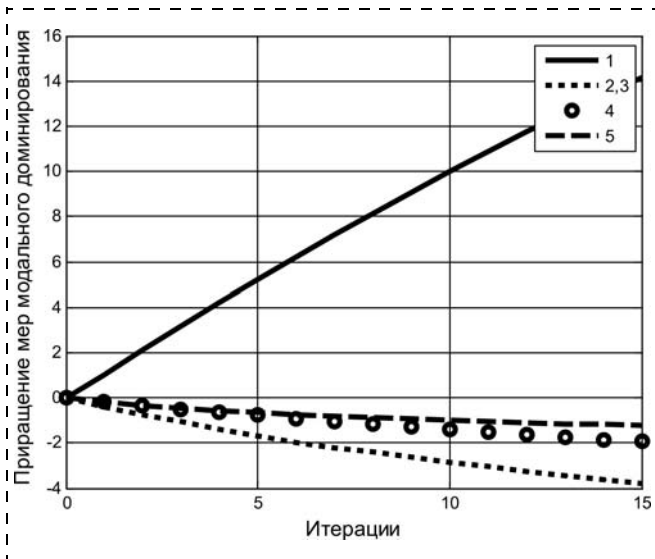


Рис. 2. Приращение мер модального доминирования по управляемости собственных значений  $\lambda_1 \dots \lambda_5$  в замкнутой системе

Сравнение спектра и мер модального доминирования по управляемости для ОУ и замкнутой системы показывает, что синтез изменил все собственные значения объекта управления и их меры доминирования. Увеличилась и доминирует мера модального доминирования по управляемости собственного значения  $\lambda_1$ . Меры доминирования остальных собственных значений упали, что хорошо видно на рис. 2, где приведено приращение (в безразмерных единицах) мер доминирования по управляемости собственных значений  $\lambda_1, \dots, \lambda_5$  в процессе синтеза. Общая картина такая, что доминанта активно смещается влево, а влияние остальных тонов уменьшается. Подтянутая влево мода, мало того, что сокращает время переходного процесса, но и начинает доминировать в нем.

На рис. 3 приведены переходные характеристики ОУ и замкнутой системы (ЗС) в относительных единицах (о. е.) по каналу "температура донного нагревателя  $T_d$  — диаметр кристалла  $D_s$ ".

Длительность переходного режима для объекта управления составляет 5 с, для замкнутой системы — 3 с. Это стандартное отображение качества управления при нулевых начальных условиях для инерционных ОУ, какими является процесс выращивания СМК, позволяет сделать вывод, что синтезированный регулятор может быть использован для управления выращиванием этих монокристаллов.

### Выводы

Для многосвязного процесса выращивания крупногабаритных СМК в статье проведен синтез в пространстве состояний модального регулятора с опорой на метод модального доминирования при итерационном смещении собственного спектра

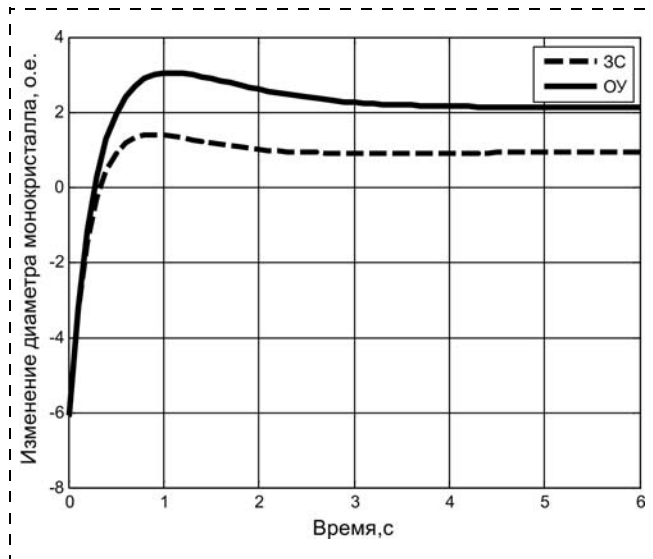


Рис. 3. Переходные характеристики объекта управления и замкнутой системы

объекта управления. Модальный синтез проводился в собственном базисе.

Длительность переходного процесса в замкнутой системе, составляющая 3 с и перерегулирование 12 %, показывают, что синтезированная система удовлетворяет требованиям к качеству управления при выращивании СМК. Следует подчеркнуть, что в производственных условиях процесс выращивания подвержен действию кратковременных возмущений тепловых условий, а это может привести к неравномерному распределению (захвату) активатора по длине кристалла. Этот процесс резко ухудшает качество монокристалла. Замкнутая система с синтезированным регулятором имеет в канале управления диаметром монокристалла быстрое доминирующее собственное значение  $\lambda_1 = -4,12 \text{ с}$  и  $\mu_{u1} = 66,13$  (см. табл. 2), что позволяет замкнутой системе отреагировать на такое возмущение и уменьшить его влияние на качество кристалла.

Проведенный синтез показывает, что адаптация собственного пространства у динамических систем оправдана: ни спектр, ни собственные векторы не стоит менять без особой на то нужды, что означает привлечение анализа на первой стадии процедуры синтеза. Показано, что аналитическое решение задачи возможно как при разовой, так и при итерационной подвижке собственных значений одного за другим, когда можно оценить меру модального доминирования каждого собственного значения и норму матрицы обратных связей модального регулятора при одиночном изменении спектра [2]. Суть итерационной процедуры состоит в том, что она "редуцирует" систему автоматически: чем меньше мера доминирования, тем менее влияние на нее.

## Список литературы

1. **Горелецкий В. И., Гринев Б. В., Заславский Б. Г., Смирнов Н. Н., Суздаль В. С.** Рост кристаллов. Харьков: АСТ, 2002. 535 с.
2. **Балонин Н. А.** Новый курс теории управления движением. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2000. 160 с.
3. **Kalman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S.** Controllability of linear dynamical systems // *Contrib. Differ. Equations*. 1962. Vol. 1 (2). P. 189—213.

4. **Wonham W. M.** On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems // *IEEE Trans. Aut. Contr.* 1967. Vol. AC-12, No. 6. P. 660—665.
5. **Simon D. D., Mitter S. K.** Theory of Modal Control // *Inform. Contr.* 1968. Vol. 13. P. 316—353.
6. **Ackermann J.** Der Entwurf Linearer Regelungssysteme im Zustandsraum / J. Ackermann // *Regelungstechnik und Prozessdatenverarbeitung*. 1972. Vol. 7. P. 297—300.
7. **Van der Woude J. W.** A note on pole placement by static output feedback for single input systems // *Systems & Control Letters*. 1988. V. 11. P. 285—287.

## Modal Control Synthesis in Single Crystal Growth Systems

**N. A. Balonin**, korbendfs@mail.ru✉,  
State University of Airspace Instrumentation, St.-Petersburg, 190000, Russian Federation,  
**V. S. Suzdal**, suzdal@isma.kharkov.ua, **Yu. S. Kozmin**, ukoz55@mail.ru,  
**V. N. Tonkoshkur**, vladimir-t63@mail.ru,  
Institute for Scintillation Materials, NAS of Ukraine, Kharkov, 61001, Ukraine

*Corresponding author: Balonin Nikolay A.*, Doctor of Engineering, Associate Professor, State University of Airspace Instrumentation, St.-Petersburg, 190000, Russian Federation, Phone: (812) 494-70-44 (office), +7 (911) 213-59-07 (mobile); e-mail: korbendfs@mail.ru

Received on April 24, 2014  
Asseped September 24, 2014

*For multi-connected process of scintillation of the single crystal growth, a synthesis of modal controller was carried out. Modal control is defined as the control, which solves the problem of selection of the dynamic system's eigenspace. The spectrum selection for the multi-connected systems results in an unpleasant problem of manipulation of a big number of eigenvalues, which significantly complicates the process of studying their influence on the behavior of a dynamic system. The main problem of a practical modal synthesis consists in an excessive number of the parameters affecting the systems with different properties. The synthesis was carried out on the basis of the modal dominance measures, which reduce the choice of many eigenvalues to selection of one or more parameters describing the spectrum compression. Modal dominance measures give a formal assessment of the eigenvalues' mobility and allow us to control quantitatively the spectrum change trends during the synthesis. It was demonstrated that an analytical solution to the problem was possible both with a single and iterative shifting of the eigenvalues, one after another, when it was possible to estimate the modal dominance measure of each eigenvalue and the rate of the modal controller feedback gain matrix with a single spectrum change. The parameters of the transition process in a closed system of the single crystal growth control show that the synthesized system meets the requirements for a quality control. It is known that in the production conditions the growth process is exposed to the transient conditions of the thermal perturbations, which may result in inhomogeneous distribution of the activator within the length of the crystal. This process impairs the single crystal's quality. A closed system with a synthesized regulator has a quick dominant eigenvalue in the channel of the single crystal diameter control, which allows the closed system to respond to such a perturbation and reduce its impact on the crystal's quality. The synthesis emphasizes the main idea that adaptation of the eigenspace in the dynamic systems is justified. It should only be carried out with the involvement of the analysis at the first stage of the synthesis procedure.*

**Keywords:** modal control, modal dominance, single crystal growth control

For citation:

**Balonin N. A., Suzdal V. S., Kozmin Yu. S., Tonkoshkur V. N.** Modal Control Synthesis in Single Crystal Growth Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 443—448.

DOI: 10.17587/mau.16.443-448

### References

1. **Goreletskii V. I., Grinev B. V., Zaslavskii B. G., Smirnov N. N., Suzdal' V. S.** *Rost kristallov* (Crystal growth), Khar'kov, AST, 2002, 535 p. (in Russian).
2. **Balonin N. A.** *Novyyi kurs teorii upravleniya dvizheniem* (New course of the theory of motion control), St. Petersburg, Publishing House of St. Petersburg university, 2000, 160 p. (in Russian).
3. **Ralman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S.** Controllability of linear dynamical systems, *Contrib. Differ. Equations*, 1962, vol. 1 (2), pp. 189—213.
4. **Wonham W. M.** On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems, *IEEE Trans. Aut. Contr.*, 1967, vol. AC-12, no. 6, pp. 660—665.
5. **Simon D. D., Mitter S. K.** Theory of Modal Control, *Inform. Contr.*, 1968, vol. 13, pp. 316—353.
6. **Ackermann J.** Der Entwurf Linearer Regelungssysteme im Zustandsraum, *Regelungstechnik und Prozessdaten Verarbeitung*, 1972, vol. 7, pp. 297—300.
7. **Van der Woude J. W.** A note on pole placement by static output feedback for single input systems, *Systems & Control Letters*, 1988, vol. 11, pp. 285—287.