

С. А. Кабанов, д-р техн. наук, проф., kaba-sa@mail.ru,

Ф. В. Митин, канд. техн. наук, доц., fedor28@list.ru,

Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург

## Управление курсовым движением беспилотного автомобиля на основе алгоритма оптимального управления\*

*Представлен алгоритм оптимального управления наземным беспилотным транспортным средством. Основной целью является получение решения задачи управления, позволяющего переводить беспилотный автомобиль (БПА) из начального положения в заданное конечное за определенное время. С учетом развития микропроцессорной техники и значительной экономической выгоды использования беспилотных транспортных средств данная задача является актуальной. Множество исследований в области управления БПА касается вопроса их применения в городских условиях и на пересеченной местности. В данной работе представлено решение задачи оптимального управления БПА с использованием принципа максимума. Решена задача оптимального управления в детерминированной постановке с интегро-терминальным критерием. Решение двухточечной краевой задачи, возникающей из принципа максимума, осуществлено с помощью метода Ньютона. Получены диапазоны начальных значений сопряженных переменных, обеспечивающих сходимость вычислений. Для выбранной математической модели курсового движения автомобиля получены решения поставленной задачи. Приведены результаты численного моделирования, показывающие возможность использования предложенного алгоритма для осуществления управления БПА при различных начальных и конечных условиях. Алгоритм успешно применен при наличии штрафной зоны. Алгоритм может быть использован при применении концепции "гибких траекторий" в задачах управления подвижными объектами.*

**Ключевые слова:** математическая модель, беспилотный автомобиль, управление, оптимизация, метод Ньютона

### Введение

Развитие теории управления, спутниковых систем навигации, вычислительной техники и улучшение характеристик датчиковой аппаратуры позволяют использовать автономные системы управления для различных подвижных объектов [1]. На данный момент широко применяются и постоянно модернизируются беспилотные летательные аппараты при решении широкого круга задач от картографирования местности до выполнения доставки груза. Большое число работ посвящено беспилотным надводным и подводным аппаратам. В настоящее время идет активное внедрение беспилотных наземных транспортных средств [2–4].

Задачи, решаемые при использовании беспилотных автомобилей (БПА), зависят от области их применения. Можно выделить два основных направления: ограниченное применение и применение на дорогах общего пользования. В первом случае движение автомобиля

осуществляется в специальной определенной заранее зоне, например, при промышленном применении (погрузчики, самосвалы и т. д.), сельскохозяйственном применении и др. Второй случай требует более надежной и производительной системы, так как подразумевается выполнение пассажиро- и грузоперевозок в условиях неопределенностей, что требует быстроты и правильности принятия решений [5, 6].

Для обеспечения поставленных задач требуется наличие множества высокоточных датчиков, таких как лидары, видеокамеры и системы навигации. Дополнительно необходимо осуществлять высокочастотные вычисления на борту транспортного средства в режиме реального времени [7–10].

Для решения задачи управления интересно рассмотреть алгоритмы оптимального управления, которые позволят самостоятельно прокладывать маршрут до заданной точки при наличии подвижных препятствий, возмущений и шумов измерений [11–13].

Практический интерес представляет исследование возможностей построения оптимальных программных траекторий автомобиля на пересеченной местности. При наличии карты местности с выделением рельефа можно разработать алгоритм управления по принципу максимума с введением в целевой функционал соответствующих функций штрафа.

\*Работа выполнена в организации ФГБОУ ВО БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (доп. соглашение от 09.06.2020 № 075-03-2020-045/2 на выполнение базовой части государственного задания "Разработка фундаментальных основ создания и управления группировками высокоскоростных беспилотных аппаратов космического и воздушного базирования и группами робототехнических комплексов наземного базирования").

Управление скоростью БПА осуществляется за счет изменения момента на колесах от силовой установки и тормозной системы. Поперечное управление осуществляется за счет рулевого механизма [14]. Поэтому для успешного выполнения маневра необходимо в вектор управления включать как минимум две составляющие.

### Уравнения динамики курсового движения БПА

Рассматривается задача оптимального управления траекторией движения автомобиля в горизонтальной плоскости. В работе [15] на основе уравнения Лагранжа II рода получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику курсового движения автомобиля. В работах [13, 16] для исследований курсового движения эти уравнения сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений пятого порядка. В уравнениях приняты допущения, обозначенные в работе [17]. В частности, отсутствуют деформация рамы на кручение и изгиб и влияние реакций дороги на колебания масс автомобиля. Колебания масс автомобиля малы, контакт шин с дорогой точечный, дополнительные моменты от подвижных частей автомобиля незначительны и ими можно пренебречь.

Математическая модель динамики курсового движения БПА в переменных состояния описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),$$

где  $\mathbf{x} = (V_z \ \omega_y \ z \ \psi \ x \ \theta \ V_x)^T$  — вектор состояния;  $\mathbf{u} = (u_\theta \ u_V)^T$  — вектор управления;  $t$  — время;  $V_z$  — боковая составляющая скорости;  $x$  и  $z$  — продольная и боковая дальности;  $\omega_y$  — проекция абсолютной угловой скорости на вертикальную ось (угловая скорость рыскания);  $\psi$  — угол поворота по курсу (рыскания);  $\theta$  — угол поворота передних колес;  $V_x$  — продольная составляющая скорости;  $u_\theta$  — управление углом поворота колес;  $u_V$  — управление скоростью. В поэлементном виде система представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{V}_z = & -\frac{2(k_{y1} + k_{y2})}{mV} V_z + \\ & + \left( \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)}{mV} - V \right) \omega_y + \frac{2k_{y1}}{m} \theta; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_y = & \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)}{I_y V} V_z - \\ & - \left( \frac{2(k_{y1}a^2 + k_{y2}b^2)}{I_y V} \right) \omega_y + \frac{2ak_{y1}}{I_y} \theta; \\ \dot{z} = & V_z + V_x \psi; \\ \dot{\psi} = & \omega_y - V_x k_r; \\ \dot{x} = & V_x; \\ \dot{\theta} = & u_\theta; \\ \dot{V}_x = & u_V, \end{aligned}$$

где

$$k_r = \sqrt{\frac{(x'^2 + z'^2)(x''^2 + z''^2) - (x'x'' + z'z'')}{(x'^2 + z'^2)^3}};$$

$$\text{sign } k_r = \text{sign } z''; \quad x' = \frac{x_1 - x_0}{\Delta t}; \quad x'' = \frac{x_2 - 2x_1 + x_0}{\Delta t^2};$$

$$z' = \frac{z_1 - z_0}{\Delta t}; \quad z'' = \frac{z_2 - 2z_1 + z_0}{\Delta t^2}; \quad V = \sqrt{V_z^2 + V_x^2};$$

$m$  — масса автомобиля;  $a$  и  $b$  — расстояния от центра тяжести до переднего и заднего мостов;  $k_{y1}$  и  $k_{y2}$  — коэффициенты сопротивления уводу шин передней и задней осей;  $k_r$  — кривизна средней линии траектории. Приняв автомобиль за прямоугольный параллелепипед, момент инерции можно определить как  $I_y = 1/12m(a^2 + b^2)$ .

### Постановка задачи управления курсовым движением БПА

Задача управления состоит в приведении БПА (1) из начального состояния

$$\mathbf{x}(t_0): \quad V_{z0} = \omega_{y0} = \psi_0 = x_0 = \theta_0 = 0, \quad z_0 = 5 \text{ м}, \\ V_{x0} = 16,7 \text{ м/с}$$

в конечное

$$\mathbf{x}(t_f): \quad V_{zf} = \omega_{yf} = \psi_f = \theta_f = z_f = 0, \quad x_f = 250 \text{ м}, \\ V_{xf} = 16,7 \text{ м/с}$$

за выбранный интервал времени  $t_f - t_0 = 15$  с, где  $t_0$  и  $t_f$  — начальное и конечное время моделирования соответственно, при высокоточном выполнении терминальных условий и минимизации затрат на управления на всем интервале оптимизации.

В качестве целевого функционала выбран критерий [11]

$$I = V_f(x, t_f) + 0,5 \int_{t_0}^{t_f} u^T k^{-2} u dt,$$

где  $V_f = 0,5\rho_1[x(t_f) - x_f]^2 + 0,5\rho_2[z(t_f) - z_f]^2$ ;  $\rho_1, \rho_2, k = \text{diag}(k_\theta, k_V)$  — заданные коэффициенты.

Вычисление оптимального управления по принципу максимума сводится к решению двухточечной краевой задачи, которая может быть решена методом Ньютона [12, 13]. При этом вычислительная трудоемкость во многом определяется не столько необходимостью численного интегрирования системы канонических уравнений, сколько удачным выбором начальных значений сопряженных переменных.

Гамильтониан задачи имеет вид

$$H = p_V \dot{V}_z + p_\omega \dot{\omega}_y + p_z \dot{z} + p_\psi \dot{\psi} + p_x \dot{x} + p_\theta \dot{\theta} + p_{V_x} \dot{V}_x + 0,5 u^T k^{-2} u,$$

где сопряженные переменные удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{p}_V &= p_V \left[ \omega_y \left( \frac{V_z}{V} + \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)V_z}{mV^3} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(k_{y1} + k_{y2})}{mV} - \frac{2(k_{y1} + k_{y2})V_z^2}{mV^3} \right] + \\ &+ p_z - p_\omega \left[ \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)}{I_y V} - \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)V_z^2}{I_y V^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2(k_{y1}a^2 + k_{y2}b^2)V_z \omega_y}{I_y V^3} \right]; \\ \dot{p}_\omega &= p_V \left[ V - \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)}{mV} \right] - p_\psi + \\ &+ p_\omega \left[ \frac{2(k_{y1}a^2 + k_{y2}b^2)}{I_y V} \right]; \\ \dot{p}_z &= 0; \\ \dot{p}_\psi &= -p_z V_x; \\ \dot{p}_x &= 0; \\ \dot{p}_\theta &= -p_V \frac{2k_{y1}}{m} - p_\omega \frac{2ak_{y1}}{I_y}; \\ \dot{p}_{V_x} &= p_V \left[ \omega_y \left( \frac{V_x}{V} + \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)V_x}{mV^3} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(k_{y1} + k_{y2})V_z V_x}{mV^3} \right] + p_x + p_\psi k_r - p_z \psi + \\ &+ p_\omega \left[ \frac{2(k_{y2}b - k_{y1}a)V_z V_x}{I_y V^3} - \frac{2(k_{y1}a^2 + k_{y2}b^2)\omega_y V_x}{I_y V^3} \right]. \end{aligned}$$

Управления формируются согласно уравнениям

$$u_\theta = -k_\theta^2 p_\theta; \quad u_V = -k_V^2 p_{V_x}.$$

Краевая задача решалась методом Ньютона с использованием вектора невязок

$$\mathbf{z}_H(t, t_f) = [x(t_f) - x_f \quad z(t_f) - z_f \quad \psi(t_f) - \psi_f]^T.$$

Правый конец траектории принят фиксированным.

### Результаты апробации предложенного алгоритма управления БПА

В качестве автомобиля был выбран УАЗ-3159. Коэффициенты увода колес рассчитывали в соответствии с графиком [18, с. 37]. Ниже приведены значения параметров УАЗ-3159 для моделирования движения:

Масса автомобиля $m$ , кг	2000
Расстояние от центра масс до передней оси $a$ , м	0,92
Расстояние от центра масс до задней оси $b$ , м	1,84
Коэффициент сопротивления уводу шин $k_{y1} = k_{y2}$	3500

Интегрирование проводили методом Эйлера с шагом  $\Delta t = 0,1$  с в среде моделирования MATLAB при  $k_\theta = 0,008, k_V = 0,003$ . Исходя из решения, полученного в работе [17] при решении задачи оптимизации управления автомобилем по критерию А. А. Красовского [11], были приняты начальные условия для компонент вектора сопряженных переменных

$$\mathbf{p}(t_0): p_V(t_0) = 1,47, p_\omega(t_0) = 9,3, p_z(t_0) = 0,051, p_\psi(t_0) = 24,9, p_x(t_0) = 0,1, p_\theta(t_0) = 92, p_{V_x}(t_0) = 52,15$$

при приращениях для сопряженных переменных

$$\Delta p|_V = \Delta p|_\omega = \Delta p|_z = \Delta p|_\psi = \Delta p|_x = \Delta p|_\theta = \Delta p|_{V_x} = 0,1$$

в процедуре численного определения частных производных от вектора невязок. Итерационная процедура выполнялась с точностью

$$\|\mathbf{z}_H(t, t_f)\| \leq \varepsilon, \quad (\varepsilon = 0,1).$$

При выбранных начальных значениях сопряженных переменных за две итерации были получены оптимальные начальные значения

$$p_V(t_0) = 1,37, p_\omega(t_0) = 9,2, p_z(t_0) = -0,049, p_\psi(t_0) = 24,8, p_x(t_0) = 0, p_\theta(t_0) = 91,9, p_{V_x}(t_0) = 52,05,$$

при которых удалось добиться решения поставленной задачи.

На рис. 1 представлена траектория движения БПА  $z(x)$  при совершении заданного маневра. На рис. 2 и рис. 3 представлены соответствующие управления  $u_\theta(t)$  и  $u_V(t)$ . Ввиду того, что отсутствует управление конечным временем моделирования, алгоритм пытается за счет управления скоростью выполнить терминальные условия за определенное время  $t_f = 15$  с.

В случае незначительного изменения начальных и конечных условий вектора переменных состояния  $x$  происходит увеличение числа итераций метода Ньютона. Например, при  $\omega_{y0} = 0,1$  требуется семь итераций для решения поставленной задачи. При существенном отличии начальных и конечных условий вектора  $x$  следует приводить коррекцию начальных значений вектора сопряженных переменных  $p(t_0)$  и приращений  $\Delta p$ .

В некоторых случаях достигается высокая точность по одной или нескольким компонентам вектора состояния, например выполняются условия по координатам. В этих случаях необходимо выбирать разные значения допустимых ошибок и запустить еще несколько итераций метода Ньютона.

Для поставленной задачи был проведен анализ диапазонов возможного выбора начальных условий сопряженных переменных, при которых удалось добиться решения:

$$\begin{aligned} p_V(t_0) &= [0,9, 1,6], p_\omega(t_0) = [6,5, 14,4], \\ p_z(t_0) &= [0,03, 0,06], p_\psi(t_0) = [23,3, 27,1], \\ p_x(t_0) &= [-800, 20], p_\theta(t_0) = [81, 97], \\ p_{V_x}(t_0) &= [-74, 4200] \end{aligned}$$

При изменении точности  $\epsilon$  на норму вектора невязки и начальных приращений сопряженных переменных данные значения существенно изменяются. Данные области сходимости являются не единственными. Так, например, удастся добиться сходимости при выборе начальных значений  $p_\omega(t_0) = [-9,6, -7,6]$ .

Выбранные значения  $p(t_0)$  и  $\Delta p$  применимы для поиска решения семейства задач при переводе системы из начального состояния  $x(t_0) = [0 \ 0 \ z_0 \ 0 \ x_0 \ 16,7]^T$  в конечное  $x(t_f) = [0 \ 0 \ z_0 \ -5 \ 0 \ (x_0+250) \ 0 \ 16,7]^T$ . На рис. 4 представлено семейство таких кривых.

Все траектории получены за две итерации. Различия приведенных S-образных кривых заключается в изменении начальной и конечной координат  $x$  при остальных значениях, определенных ранее.

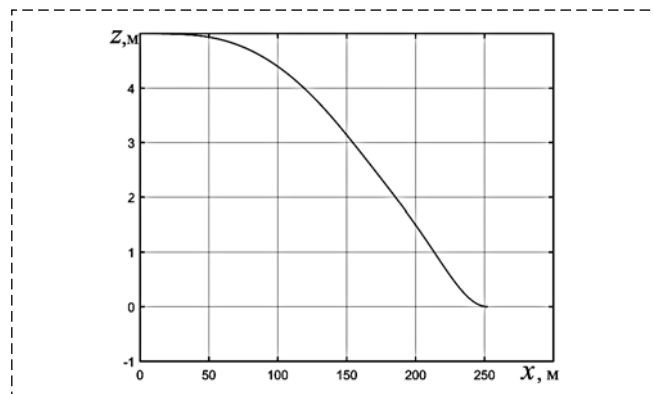


Рис. 1. Траектория движения БПА  
Fig. 1. Trajectory of Unmanned Ground Vehicles

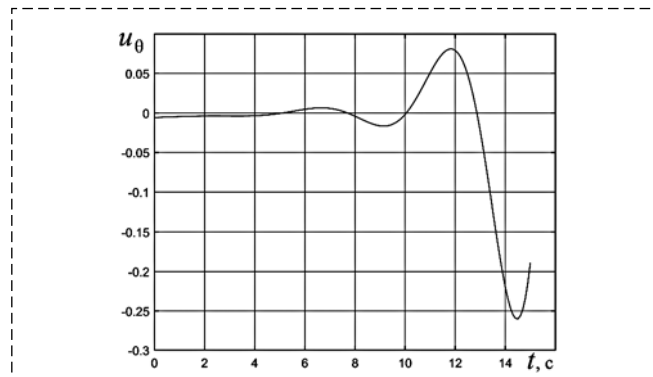


Рис. 2. Управление  $u_\theta(t)$   
Fig. 2. Control  $u_\theta(t)$

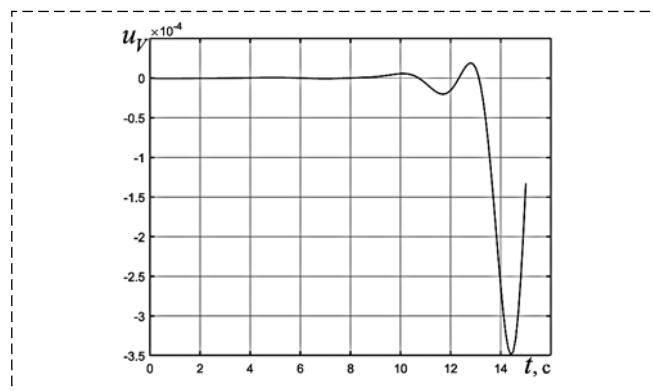


Рис. 3. Управление  $u_V(t)$   
Fig. 3. Control  $u_V(t)$

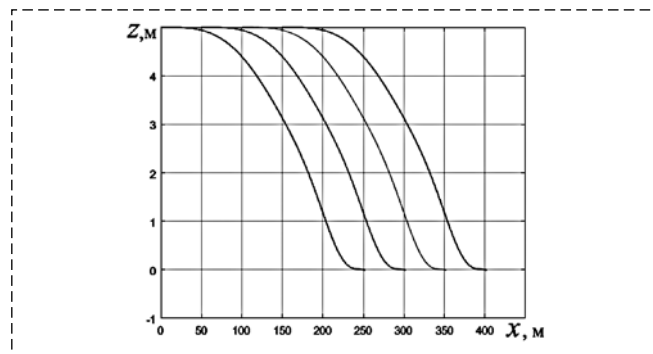


Рис. 4. Семейство траекторий движения БПА  
Fig. 4. Family of trajectories of Unmanned Ground Vehicles

Рассмотрим применение алгоритма при переводе автомобиля из начального положения  $x = 0$  м,  $z = 5$  м в заданное положение  $x = 250$  м,  $z = 0$  м при наличии штрафной зоны из работы [17] с центром в точке с координатами  $x = 150$  м,  $z = 3$  м, длиной малой полуоси эллипса  $R_z = 0,5$  м, длиной большой полуоси эллипса  $R_x = 20$  м (кривая 3, рис. 5). При  $p_\omega(t_0) = -9,2$  и остальных коэффициентах, определенных ранее, удалось добиться решения поставленной задачи (кривая 2, рис. 5). Дополнительно показана траектория при отсутствии штрафной зоны (кривая 1, рис. 5).

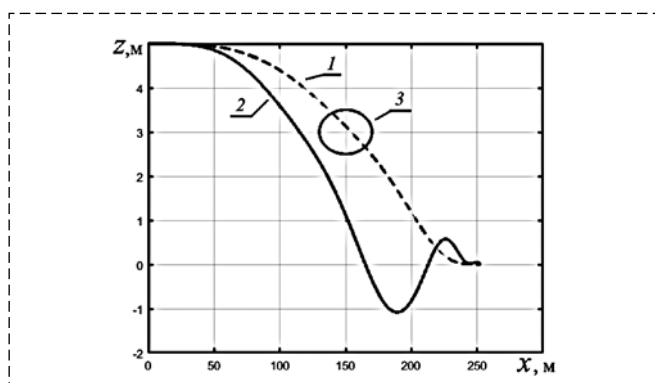


Рис. 5. Объезд штрафной зоны  
Fig. 5. Bypassing the penalty area

При выбранных  $p(t_0)$ ,  $\Delta p$  и  $k_\theta = 0,008$  наблюдается резкое изменение угла поворота передних колес  $\theta$ , вследствие чего наблюдается подход к граничным условиям с перерегулированием. Для исключения перерегулирования требуются дополнительные исследования (например, корректировка значений  $\Delta p$  и/или  $k_\theta$ ).

На сходимость рассмотренного метода Ньютона значительно влияет выбор конечного времени регулирования. Время  $t_f$  необходимо выбирать исходя из приблизительной оценки затраченного на прохождение всего пути времени при заданной скорости. Алгоритм позволяет управлять скоростью движения автомобиля  $V_x$ : чем больше коэффициент управления  $k_p$ , тем больше возможности корректировать  $V_x$ , но при этом области начальных значений сопряженных переменных снижаются.

Введение в вектор управления  $\mathbf{u}$  конечного времени  $t_f$  позволяет корректировать интервал оптимизации, однако наличие дополнительной сопряженной переменной значительно усложняет поиск начальных значений сопряженных переменных и их приращений.

Исследования показали, что примененный алгоритм является инструментом для построения программных траекторий автомобиля и может применяться при решении задач, реализующих концепцию "гибких траекторий" [19] подвижных объектов [20].

## Заключение

Исследовано применение алгоритма оптимального управления БПА в горизонтальной плоскости при выполнении терминальных условий и минимизации затрат на управление, т. е. воздействий на рулевое колесо и изменений продольной скорости. Краевая задача, возникающая из принципа максимума, решена методом Ньютона.

Решение поставленной задачи опирается на результаты, полученные ранее в работе [17]. Выбор начальных значений вектора сопряженных переменных  $\mathbf{p}(t_0)$  и приращений  $\Delta p$  в методе Ньютона вызывает определенные затруднения в отличие от алгоритма с прогнозирующей моделью, применение которого позволяет решать поставленную задачу в реальном времени.

Незначительное изменение начальных и/или конечных значений вектора состояний приводит к новому подбору начальных значений вектора сопряженных переменных. Поскольку было подтверждено несколько областей сходимости, то возникает задача поиска локального и глобального минимумов для получения оптимальных значений.

Ввиду узких областей сходимости применение метода Ньютона в режиме реального времени затруднено. Для рассматриваемого объекта управления (БПА) данная проблема является критической, поэтому рассмотренный алгоритм может быть применен в качестве расчета опорной траектории при получении программы управления.

В дальнейшем планируется рассмотреть применение предложенного алгоритма при наличии внешних возмущений и шумов измерений, а также сравнить его с другими известными алгоритмами оптимального управления.

## Список литературы

1. Юсупов Д. Т. Аналитический обзор подходов к управлению продольной и поперечной динамикой беспилотного автомобиля // Труды НАМИ. 2023. № 1. С. 82—90.

2. Юзаева А. Г., Кукарцев В. В. Беспилотные автомобили: опасности и перспективы развития // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2016. Т. 2. С. 120—122.
3. Краснопева Н. А., Стычев С. Н., Мальцев С. А. Анализ существующих систем безопасности управления беспилотным автомобилем // В сб.: Проблемы и перспективы реализации междисциплинарных исследований. Сб. статей Всеросс. науч.-практ. конф. 2019. С. 11—12.
4. Chu W., Wuniri Q., Du X., Huang T., Li K. Cloud Control System Architectures, Technologies and Applications on Intelligent and Connected Vehicles: a Review // Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition). 2021. Vol. 34, N. 1. P. 1—23.
5. Кобылинский А. Ю. Опасности и перспективы развития беспилотного автомобильного транспорта // Наука, техника и образование. 2022. Т. 86, № 3. С. 40—44.
6. Gopinath K., Narayanamurthy G. Meta-analysis of autonomous vehicles adoption — Moderating role of automation level, ownership and culture // International Journal of Information Management. 2022. Vol. 66. P. 1—13.
7. Павловский В. Е., Огольцов В. Н., Спиридонова И. А., Павловский Е. В. Управление беспилотным автомобилем в проекте "АВТОНИВА" // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. Т. 9, № 4. С. 41—46.
8. Зубов И. Г. Обработка и анализ видеоданных в системе управления беспилотного автомобиля // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2021. № 4. С. 96—99.
9. Спиридон А. А., Волосников А. С. Обработка сигналов датчиков в системе управления беспилотным автомобилем // Наука ЮУрГУ: Секции технических наук. Матер. 73-й научн. конф. 2021. С. 465—472.
10. Chuan Z. B., Ming L. G., Wang P. S., Li Y., Peng L. H. Research on Key Technology of Auto-driving Based on Machine Vision // ACM International Conference Proceeding Series. 2021. P. 429—433.
11. Справочник по теории автоматического управления // Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
12. Малышев В. В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления. Учеб. пособ. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
13. Кабанов С. А. Оптимизация динамики систем при действии возмущений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 200 с.
14. Лось А. В. Современное состояние подходов к синтезу наземных беспилотных транспортных средств и основные проблемы концепции "беспилотный автомобиль". Текст: непосредственный // Молодой ученый. 2022. Т. 417, № 22. С. 91—94.
15. Динамика системы дорога-шина-автомобиль-водитель / Под ред. А. А. Хачатурова. М.: Машиностроение, 1976. 535 с.
16. Кабанов Д. С., Крашенинников Б. А. Управление траекторией автомобиля с использованием алгоритма последовательной оптимизации // Изв. ВУЗов. Приборостроение. 2008. Т.51, № 10. С. 21—24.
17. Кабанов С. А., Кабанов Д. С., Митин Ф. В. Оптимизация курсового движения беспилотного автомобиля при наличии препятствий и возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2023. Т. 24, № 2. С. 93—100.
18. Литвинов А. С. Управляемость и устойчивость автомобиля. М.: Машиностроение, 1971. 417 с.
19. Теряев Е. Д., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б., Петрин К. В. Концепция "гибких кинематических траекторий" в задачах терминального управления подвижными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 12. С. 7—15.
20. Кабанов С. А., Кабанов Д. С., Митин Ф. В. Расчет аэрогидродинамических характеристик и траекторий подвижных объектов. Учеб. пособ. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2019. 159 с.

## Development of an Optimal Control Algorithm for the Course Movement of an Unmanned Vehicle

S. A. Kabanov, kaba-sa@mail.ru, F. V. Mitin, fedor28@list.ru,

BSTU "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, Saint-Petersburg, 190005, Russian Federation

Corresponding author: Kabanov S. A., Ph.D., Dr. Sci., Professor, Baltic state technical university "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, 190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, e-mail: kaba-sa@mail.ru

Accepted on September 15, 2023

### Abstract

The article presents an algorithm for controlling a ground unmanned vehicle. The main task is to obtain a solution to control problems that allows you to transfer an unmanned vehicle from the initial position to a given final position at a certain time. Currently, autonomous vehicles are being actively introduced in all areas. Including in Russia, you can find unmanned trucks on the federal highway. Given the development of microprocessor technology and the significant economic benefits of using unmanned vehicles, this task is relevant. A lot of research in the field of control of unmanned vehicles concerns the issue of their use in urban environments and on rough terrain. In this paper, we present a solution to the problem of optimal control of an unmanned vehicle using the maximum principle. The problem of optimal control is solved in a deterministic setting with an integro-terminal criterion. The solution of the two-point boundary value problem arising from the maximum principle was carried out using Newton's method. The ranges of initial values of conjugate variables are obtained, which ensure the convergence of calculations. For the chosen mathematical model of the course movement of the car, solutions to the problem were obtained. The results of numerical simulation are presented, showing the possibility of using the proposed algorithm to control an unmanned vehicle under various initial and final conditions. The developed algorithm has been successfully applied in the presence of a penalty zone. The algorithm can be used when applying the concept of "flexible trajectories" in the tasks of controlling moving objects.

**Keywords:** mathematical model, unmanned vehicle, control, Newton's method

**Acknowledgements:** The work was carried out in BSTU "VOENMEH" with financial support from the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (government contract agreement № 075-03-2020-045/2 of 09.06.2020).

For citation:

**Kabanov S. A., Mitin F. V.** Development of an Optimal Control Algorithm for the Course Movement of an Unmanned Vehicle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 12, pp. 627–633 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.627-633

### References

1. **Yusupov D. T.** Analytical review of approaches to control over longitudinal and lateral dynamics of an autonomous vehicle, *Trudy NAMI*, 2023, vol. 1, pp. 82–90 (in Russian).
2. **Yzaeva A. G., Kukarcev V. V.** Unmanned vehicles: danger and prospects, *Aktual'nye problemy aviacii i kosmonavтики*, 2016, vol. 2, pp. 120–122 (in Russian).
3. **Krasnopevceva N. A., Stychev S. N., Malcev S. A.** Analysis of existing security systems for driving an unmanned vehicle, *V sbornike: Problemy i perspektivy realizacii mezhdisciplinarnyh issledovanij. Sbornik statej Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii*, 2019, pp. 11–12 (in Russian).
4. **Chu W., Wuniri Q., Du X., Huang T., Li K.** Cloud Control System Architectures, *Technologies and Applications on Intelligent and Connected Vehicles: a Review, Chinese Journal of Mechanical Engineering* (English Edition), 2021, vol. 34, no. 1, pp. 1–23.
5. **Kobylnskij A. Y.** Dangers and prospects for the development of unmanned vehicle transport, *Nauka, tekhnika i obrazovanie*, 2022, vol. 86, no. 3, pp. 40–44. (in Russian).
6. **Gopinath K., Narayanamurthy G.** Meta-analysis of autonomous vehicles adoption — Moderating role of automation level, ownership and culture, *International Journal of Information Management*, 2022, vol. 66, pp. 1–13.
7. **Pavlovskij V. E., Ogol'cov V. N., Spiridonova I. A.** Driving an unmanned vehicle in the AVTONIVA project, *Robototekhnika i tekhnicheskaya kibernetika*, 2015, vol. 9, no. 4, pp. 41–46 (in Russian).
8. **Zubov I. G.** Processing and analysis of video data in the control system of an unmanned vehicle, *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika teledeniya*, 2021, no 4, pp. 96–99 (in Russian).
9. **Spiridon A. A., Volosnikov A. S.** Processing of sensor signals in the control system of an unmanned vehicle, *V sbornike: Nauka YUURGU: Sekcii tekhnicheskikh nauk. materialy 73-j nauchnoj konferencii. Ministerstvo nauki i vysshego obrazovaniya Ros-sijskoj Federacii Yuzhno-Ural'skij gosudarstvennyj universitet*, 2021, pp. 465–472 (in Russian).
10. **Chuan Z. B., Ming L. G., Wang P. S., Li Y., Peng L. H.** Research on Key Technology of Auto-driving Based on Machine Vision, *ACM International Conference Proceeding Series*, 2021, pp. 429–433.
11. **Krasovskii A. A.** ed. Handbook on the theory of automatic control, Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (In Russian).
12. **Malushev V. V.** Optimization methods in problems of system analysis and control, Tutorial, Moscow, MAI Print, 2010, pp. 368 (in Russian).
13. **Kabanov S. A.** Optimization of system dynamics under the action of disturbances, Moscow, FISMATLIT, 2008, pp. 200 (in Russian).
14. **Los A. V.** The current state of approaches to the synthesis of ground unmanned vehicles and the main problems of "unmanned vehicle" detection, *Text: Young scientist*, 2022, vol. 417, no. 22, pp. 91–94 (in Russian).
15. **Hachaturov A. A.** ed. **Dynamics** of the road-tire-car-driver system, Moscow, Mashinostroenie, 1976, pp. 535 (in Russian).
16. **Kabanov D. S., Krashennnikov B. A.** Vehicle trajectory control using a sequential optimization algorithm, *Izv. VUZov. Priborostroenie*, 2008, vol. 51, no. 10, pp. 21–24 (in Russian).
17. **Kabanov S. A., Kabanov D. S., Mitin F. V.** Optimization of the course movement of an unmanned vehicle in the presence of obstacles and disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 2, pp. 93–100 (in Russian).
18. **Litvinov A. S.** Vehicle handling and stability, Moscow, Mashinostroenie, 1971, 417 p. (In Russian).
19. **Teryaev E. D., Filimonov A. B., Filimonov N. B., Petrin K. V.** The concept of "flexible kinematic trajectories" in the problems of terminal control of moving objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 12, pp. 7–15 (in Russian)
20. **Kabanov S. A., Kabanov D. S., Mitin F. V.** Calculation of aerohydrodynamic characteristics and trajectories of moving objects, Tutorial, St.Petersburg, Balt. state tech. un-t, 2019, pp. 159 p. (in Russian).