

А. Н. Жирабок<sup>1, 2</sup>, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,

А. В. Зуев<sup>1, 2</sup>, канд. техн. наук, доц., alvzuev@yandex.ru,

Е. Ю. Бобко<sup>1</sup>, ст. преподаватель, bobko.eyu@dvfu.ru

<sup>1</sup> Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток

<sup>2</sup> Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

## Метод построения виртуальных датчиков для замены отказавших физических датчиков\*

*Рассматривается задача построения виртуальных датчиков для нелинейных динамических систем с негладкими нелинейностями, описываемых моделями с непрерывным временем, в целях замены отказавших физических датчиков. Основное назначение виртуальных датчиков — нахождение оценки неизмеряемых фазовых переменных рассматриваемой системы для получения дополнительной информации о системе в целях эффективного управления ею и реализации процесса функционального диагностирования. Кроме того, виртуальные датчики могут быть использованы для замены отказавших физических датчиков. Методы построения виртуальных датчиков, предназначенных для решения этой задачи, отличаются от стандартной процедуры тем, что информация о показаниях отказавшего физического датчика не должна использоваться при синтезе виртуального датчика, заменяющего отказавший физический датчик. Предполагается, что для решения поставленной задачи система оснащена средствами диагностирования, позволяющими в определенный момент времени зафиксировать отказ какого-либо физического датчика. Для каждого такого датчика строится свой виртуальный датчик, вырабатывающий оценку, заменяющую показания отказавшего датчика. Для решения задачи используется логико-динамический подход, характерный тем, что он не гарантирует достижения оптимального решения задачи в смысле размерности получаемых в результате решения датчиков, но оперирует только линейными методами даже для систем с недифференцируемыми нелинейностями. Логико-динамический подход реализуется в несколько этапов. На первом из них из системы удаляется нелинейный член и строится линейная модель, далее проверяется возможность замены отказавшего физического датчика виртуальным и возможность введения в эту модель преобразованной нелинейной составляющей. На последнем этапе обеспечивается устойчивость датчика. Виртуальный датчик может быть реализован в одной из канонических форм — идентификационной или жордановой. Достоинством идентификационной канонической формы является регулярная процедура построения датчика на ее основе, достоинство жордановой формы — возможность получения более простого решения. Приведены соотношения, позволяющие построить виртуальный датчик как в идентификационной, так и жордановой формах.*

**Ключевые слова:** динамические системы, непрерывные модели, негладкие нелинейности, физические датчики, виртуальные датчики, канонические формы

### Введение

Сложные современные системы, как правило, снабжены большим числом физических датчиком для измерения их характеристик. В ряде случаев используются и так называемые виртуальные датчики, представляющие собой вычислительное устройство, которые на основе показаний имеющихся физических датчиков вырабатывают оценку неизмеряемых характеристик рассматриваемой системы и, тем самым, дают о ней дополнительную информацию. Кроме этого, виртуальные датчики могут использоваться для замены отказавших физических датчиков.

Проблеме построения и применения виртуальных датчиков посвящена обширная литература, например [1–10], детальная процедура

построения таких датчиков в линейных системах описана в работе [1]. Методы построения виртуальных датчиков, предназначенных для замены отказавших физических датчиков, заметно отличаются от стандартной процедуры. Разработке такой процедуры для систем, описанных нелинейными динамическими моделями, посвящена настоящая работа.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать так называемый логико-динамический (ЛД) подход, который был применен как для решения задачи диагностирования [11], так и для анализа наблюдаемости и управляемости нелинейных систем [12]. ЛД подход характерен тем, что он не гарантирует достижения оптимального решения задачи в смысле размерности получаемых в результате решения датчиков, но оперирует только линейными методами даже для систем с недифференцируемыми нелинейностями.

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00191, <https://rscf.ru/project/23-29-00191/>.

## Основные модели

Рассмотрим стационарную систему, описанную нелинейной моделью

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t), u(t)); \\ y(t) &= Hx(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  и  $y(t) \in R^l$  — векторы состояния, управления и выхода;  $F$ ,  $G$  и  $H$  — матрицы соответствующих размеров;  $C$  — матрица размера  $n \times p$ . Нелинейный член  $\Psi(x(t), u(t))$  имеет вид

$$\Psi(x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_p(A_px(t), u(t)) \end{pmatrix},$$

$A_1, \dots, A_p$  — матрицы-строки;  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  — нелинейные (возможно, недифференцируемые) функции. Уточним, что матрица  $H$  описывает показания имеющихся физических датчиков.

Будем полагать, что система (1) оснащена средствами диагностирования, позволяющими выявить отказавший физический датчик, которые в некоторый момент времени зафиксировали отказ  $j$ -го датчика. Сказанное означает, что переменная  $y_j(t)$  теперь поставляет искаженную информацию о системе, из-за чего требуется построить виртуальный датчик, оценивающий переменную

$$z(t) = H_j x(t),$$

где  $H_j$  —  $j$ -я строка матрицы  $H$ .

Решение рассматриваемой задачи состоит в построении нелинейного функционального наблюдателя, оценивающего переменную  $z(t)$  и, таким образом, выполняющего функцию виртуального датчика. Уравнения, описывающие искомый наблюдатель, имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + \\ &+ C_*\Psi_*(x_*(t), y(t), u(t)) + Kr(t); \\ y_*(t) &= H_*x_*(t); \\ z(t) &= H_zx_*(t) + Qy_0(t); \\ r(t) &= R_*y_0(t) - y_*(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_*(t) \in R^k$  — вектор состояния наблюдателя;  $k$  — его размерность;  $F_*$ ,  $J_*$ ,  $G_*$ ,  $C_*$ ,  $R_*$ ,  $H_*$ ,  $G_z$ ,  $Q$ ,  $K$  — матрицы, подлежащие определению;  $C_*\Psi_*(x_*, y, u)$  — нелинейная составляющая;

$$y_0(t) = H_0x(t),$$

матрица  $H_0$  получена из  $H$  удалением  $j$ -й строки. Отметим, что переменная  $y_*(t)$  в системе (2) необходима для формирования невязки  $r(t)$ , используемой в цепи обратной связи для обеспечения устойчивости наблюдателя. Переменная  $y(t)$  в первом уравнении в своей  $j$ -й позиции содержит не показания отказавшего физического датчика, а переменную  $z(t)$ , дающую оценку этих показаний.

**Замечание 1.** Особенность модели (2) в отличие от стандартной состоит в том, что для формирования переменной  $z(t)$  и невязки  $r(t)$  информация о показаниях отказавшего физического датчика не должна использоваться, что отражено в структуре матрицы  $H_0$ .

Наблюдатель (2) предполагает, что матрицы  $F_*$  и  $H_*$  реализованы в идентификационной канонической форме (ИКФ):

$$\begin{aligned} F_* &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; \\ H_* &= (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0). \end{aligned} \quad (3)$$

Известно [13], что для построения наблюдателя также используется жорданова каноническая форма (ЖКФ), когда матрица  $F_*$  ищется в виде

$$F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Предполагается, что все собственные числа  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$  в матрице (4) отрицательны, т. е. матрица  $F_*$  устойчива по построению; тогда наблюдатель (2) упрощается, поскольку невязка  $r(t)$  теперь не нужна:

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + \\ &+ C_*\Psi_*(x_*(t), y(t), u(t)); \\ z(t) &= H_zx_*(t) + Qy_0(t). \end{aligned} \quad (5)$$

**Замечание 2.** Напомним, что устойчивость наблюдателя (5) обеспечивается выбором отрицательных собственных чисел. Использование в первом уравнении (5) вектора  $y(t)$ , содержащего переменную  $z(t)$ , приведет к образованию обратной связи, что может нарушить устойчивость, в связи с чем необходим дополнительный анализ.

В соответствии с ЛД подходом решение задачи на основе ИКФ осуществляется в три этапа. На первом этапе из системы (1) удаляется нелинейный член и строится линейная модель:

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t); \\ y_*(t) &= H_*x_*(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее проверяется возможность оценки переменной  $z(t)$  на основе соотношения

$$z(t) = H_z x_*(t) + Q y_0(t) \quad (7)$$

и возможность введения в нее нелинейной составляющей  $C_*\Psi_*(x_*, y, u)$ . На последнем этапе ищется матрица  $K$ , обеспечивающая устойчивость наблюдателя. Рассмотрим эти этапы более детально.

### Построение модели на основе ИКФ

Для получения решения предполагается, что векторы  $x(t)$  и  $x_*(t)$  связаны матрицей  $\Phi$ :

$$x_*(t) = \Phi x(t).$$

Известно, что матрицы, описывающие модель (6), удовлетворяют следующим уравнениям [10, 11]:

$$R_*H_0 = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G. \quad (8)$$

Решение задачи на первом этапе осуществляется на основе уравнения [10, 11]

$$(R_* \quad -J_{*1} \quad \dots \quad -J_{*k})V^{(k)} = 0, \quad (9)$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} H_0 F^k \\ H F^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix}, k = 1, 2, \dots$$

Уравнение (9) имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)}) < lk - 1. \quad (10)$$

Для построения модели из (10) определяется минимальное  $k$ , начиная с  $k = 1$ , и из (9) — строка  $(R_* \quad -J_{*1} \quad \dots \quad -J_{*k})$ , затем на основе соотношений для строк  $\Phi_i$  и  $J_i$  матриц  $\Phi$  и  $J$ :

$$R_*H_0 = \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i}H,$$

$$i = \overline{1, k-1}, \Phi_k F = J_k H,$$

полученных из (3) и (8), строится матрица  $\Phi$ , на чем заканчивается первый этап.

Для реализации второго этапа представим соотношение (7) с учетом равенства  $z(t) = H_j x(t)$  в виде

$$H_j x(t) = H_z \Phi x(t) + Q H_0 x(t),$$

откуда следует уравнение

$$H_j = H_z \Phi + Q H_0 = (H_z \quad Q) \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

которое имеет решение, если

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \\ H_j \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Выполнение условия (12) означает, что матрица  $H_j$  может быть выражена через матрицу  $(\Phi^T \quad H_0^T)^T$ , и построенная линейная модель будет оценивать заданную компоненту  $z = H_j x$ ; матрицы  $H_z$  и  $Q$  определяются из алгебраического уравнения (11). Если (12) не выполняется, нужно найти другое решение уравнения (9) при прежней или увеличенной размерности  $k$ .

Если  $C_* = \Phi C = 0$ , искомая модель линейна; для преобразования ее в наблюдатель исходя из требований к виду переходного процесса задаются собственные числа  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ , и элементы матрицы обратной связи  $K$  определяются из известных соотношений [10]:

$$K_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k);$$

$$K_2 = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \dots + \lambda_{k-1} \lambda_k, \dots;$$

$$K_k = (-1)^k \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k.$$

Примем  $G_* = \Phi G$ , на чем заканчивается процедура построения линейного виртуального датчика. Случай  $C_* \neq 0$  рассматривается ниже.

### Решение модели на основе ЖКФ

По аналогии с ИКФ решение задачи на основе ЖКФ осуществляется в два этапа. На первом этапе строится линейная модель:

$$\dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t). \quad (13)$$

Далее проверяется возможность оценки переменной  $z(t)$  на основе этой модели и возможность введения в нее нелинейной составляющей

$C_*\Psi(x_*, y, u)$ . Устойчивость наблюдателя обеспечивается канонической формой матрицы  $F_*$ .

Также по аналогии с ИКФ матрицы, описывающие модель (13), удовлетворяют уравнениям

$$\Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G.$$

С учетом ЖКФ (4) первое уравнение может быть представлено в виде  $k$  независимых уравнений:

$$\Phi_i F = \lambda_i \Phi_i + J_{*i} H, \quad i = \overline{1, k},$$

которые можно привести к виду

$$(\Phi_i \quad - J_{*i}) \begin{pmatrix} F - \lambda_i I_n \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad (14)$$

где  $I_n$  — единичная матрица.

Задавая конкретные значения  $\lambda_i < 0$ , из уравнения (14) следует найти минимальное число строк матрицы  $\Phi$  (а также строк  $J_{*i}$ ), которые удовлетворяют условию (12), и определить матрицы  $H_z$  и  $Q$  из алгебраического уравнения (11) и  $G_*$  — из соотношения (8). В предположении, что  $C_* = \Phi C = 0$ , построение наблюдателя на этом заканчивается. Случай  $C_* \neq 0$  рассматривается ниже.

**Замечание 3.** Матрицы  $R_*$  и  $H_*$  в синтезе наблюдателя предлагаемым методом не участвуют, поскольку в первом методе они использовались для введения обратной связи в целях обеспечения устойчивости наблюдателя, которая в линейном случае прямо следует из жордановой формы матрицы  $F_*$ . Отсутствие необходимости оценивать переменную  $y_*(t)$  позволяет в ряде случаев уменьшить размерность наблюдателя.

### Нелинейный случай

Предполагается, что  $C_* \neq 0$ . В этом случае соотношения (8) дополняются равенствами  $C_* = \Phi C$  и

$$A' = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Матрица  $A'$  состоит из тех строк матрицы  $A$ , номера  $j_1, j_2, \dots, j_d$  которых совпадают с номерами ненулевых столбцов произведения  $\Phi C$ . Соотношение (15) справедливо тогда, когда выполняется ранговое равенство

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A' \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для проверки возможности преобразования построенной линейной модели в нелинейную рассчитывается матрица  $C_* = \Phi C$ , определяются номера  $j_1, j_2, \dots, j_d$  ненулевых ее столбцов и по описанному выше правилу строится матрица  $A'$ . Далее проверяется условие (16) и при его выполнении строится нелинейная составляющая:

$$\Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \phi_{j_1}(A_{*j_1} \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}, u) \\ \dots \\ \phi_{j_d}(A_{*j_d} \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}, u) \end{pmatrix},$$

где матрицы-строки  $A_{*j_1}, A_{*j_2}, \dots, A_{*j_d}$  определяются из линейных уравнений

$$A_j = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad j = \overline{j_1, j_d}.$$

Если условие (16) не выполняется, нужно найти другое решение уравнения (9) при прежней или увеличенной размерности  $k$  (для ИКФ-реализации) или найти другое решение уравнения (14) (для ЖКФ-реализации). На этом заканчивается процедура построения нелинейной модели.

Анализ устойчивости и ее обеспечение (при необходимости) для нелинейного наблюдателя может быть проведено методами, описанными в работах [13—15].

### Пример

Рассмотрим систему управления

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= u_1(t)/\vartheta_1 - b_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)}; \\ \dot{x}_2(t) &= u_2(t)/\vartheta_2 + b_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)} - \\ &\quad - b_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)}; \\ \dot{x}_3(t) &= b_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)} - b_3 \sqrt{x_3(t) - \vartheta_3}; \\ y_1(t) &= x_2(t); \quad y_2(t) = x_3(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (17) описывают так называемую трехтанковую систему (рис. 1), состоящую из трех резервуаров, соединенных между собой трубами. Жидкость поступает в первый и второй танки и выливается из третьего танка. Уровни жидкости в танках обозначены  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $x_3(t)$ ; предполагается, что  $x_1(t) \geq x_2(t) \geq x_3(t)$  при всех  $t \geq 0$ ;  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, b_1, b_2$  и  $b_3$  — коэффициенты, значения которых определяются геометрическими размерами системы. Для простоты примем  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 1, \vartheta_3 = 0, b_1 = b_2 = b_3 = 1$ .

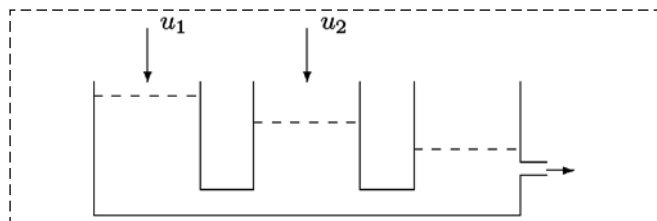


Рис. 1. Трехтанковая система  
Fig. 1. Tree-tank system

Предполагается, что отказал первый датчик, измеряющий переменную  $x_2(t)$ , поэтому примем  $H_1 = (0 \ 1 \ 0)$  и построим соответствующий виртуальный датчик с  $H_0 = (0 \ 0 \ 1)$ ,  $y_0(t) = y_2(t)$ . Поскольку уравнения (17) содержат только нелинейные члены, для них  $F = 0$ , и решение задачи описанным методом невозможно. Для устранения этого недостатка, согласно ЛД подходу, добавим в первое уравнение формальный член  $-(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)$ , первый элемент которого отнесем к линейной части, второй — к нелинейной. Аналогично во второе уравнение добавим выражение  $x_1 - x_2 - (x_2 - x_3) - (x_1 - x_2 - (x_2 - x_3))$ , в третье —  $(x_2 - x_3 - x_3) - (x_2 - x_3 - x_3)$ . В результате получим следующее описание системы:

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \Psi(x, u) = \begin{pmatrix} -\sqrt{A_1 x} + A_1 x \\ -\sqrt{A_2 x} + A_2 x \\ -\sqrt{A_3 x} + A_3 x \end{pmatrix};$$

$$A_1 = (1 \ -1 \ 0); A_2 = (0 \ 1 \ -1); A_3 = (0 \ 0 \ 1).$$

Нетрудно проверить, что ИКФ не дает решения поставленной задачи, поскольку не выполняется условие (12), поэтому используем ЖКФ. Уравнение (14) принимает вид

$$(\Phi_i \ -J_{*i}) \begin{pmatrix} -1 - \lambda_i & 1 & 0 \\ 1 & -2 - \lambda_i & 1 \\ 0 & 1 & -2 - \lambda_i \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Примем  $\lambda_1 = -1$  и получим  $\Phi_1 = (1 \ 0 \ 0)$ ,  $J_{*1} = (0 \ 1)$ . С  $\lambda_2 = -2$  получаем  $\Phi_2 = (1 \ -1 \ 0)$ ,  $J_{*2} = (-1 \ 1)$ , что дает

$$G_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, j_1 = 1, j_2 = 2.$$

Проверка условия (12) показывает, что оно выполняется, решение уравнения (11) имеет вид  $H_z = (1 \ -1)$ ,  $Q = 0$ , т. е.  $z = x_{*1} - x_{*2}$ .

Линейная модель описывается уравнениями

$$\dot{x}_{*1}(t) = -x_{*1}(t) + z(t) + u_1(t) = -x_{*2}(t) + u_1(t);$$

$$\dot{x}_{*2}(t) = -2x_{*2}(t) + z(t) - y_2(t) + u_1(t) - u_2(t) = -3x_{*2}(t) + x_{*1}(t) - y_2(t) + u_1(t) - u_2(t).$$

Проверка условия (16) показывает, что оно выполняется, решение уравнения (15) имеет вид

$$A_{*1} = (0 \ 1 \ 0 \ 0), A_{*2} = (1 \ -1 \ -1 \ 0).$$

Нелинейная составляющая описывается выражением

$$C_* \Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} -\sqrt{x_{*2}} + x_{*2} \\ -2(-\sqrt{x_{*2}} + x_{*2}) - (-\sqrt{x_{*1} - x_{*2} - y_2} + x_{*1} - x_{*2} - y_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{x_{*2}} + x_{*2} \\ -2\sqrt{x_{*2}} + \sqrt{x_{*1} - x_{*2} - y_2} - x_{*1} + 3x_{*2} + y_2 \end{pmatrix}.$$

Добавляя ее к линейной модели и преобразуя, в результате получаем

$$\dot{x}_{*1}(t) = -\sqrt{x_{*2}(t)} + u_1(t);$$

$$\dot{x}_{*2}(t) = -2\sqrt{x_{*2}(t)} + \sqrt{x_{*1}(t) - x_{*2}(t) - y_2(t)} + u_1(t) - u_2(t);$$

$$z(t) = x_{*1}(t) - x_{*2}(t). \quad (18)$$

На рис. 2 представлены результаты моделирования системы (17) и наблюдателя (18) с  $u_1(t) = 0,5$ ,  $u_2(t) = 0,2$  и начальными состояниями  $x(0) = (5 \ 3 \ 1)^T$ ,  $x_*(0) = (1 \ 4)^T$ . Нетрудно видеть, что переменная  $z(t)$  сходится к  $x_2(t)$ .

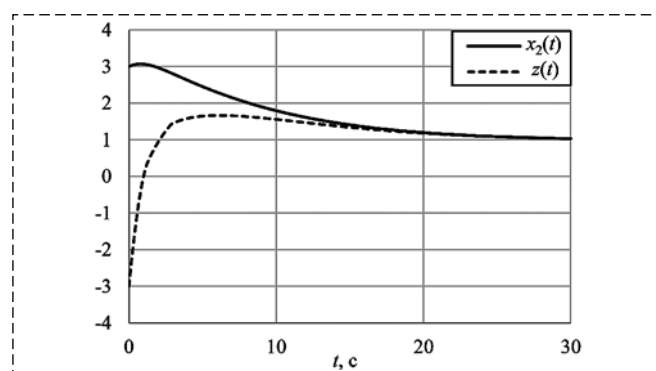


Рис. 2. Графики функций  $x_2(t)$  и  $z(t)$   
Fig. 2. Graphs of the functions  $x_2(t)$  and  $z(t)$

## Заключение

В статье для технических систем, описываемых нелинейными моделями, предложен метод построения виртуальных датчиков, предназначенных для замены отказавших физических датчиков. На основе двух канонических форм — идентификационной и жордановой — получены соотношения, позволяющие построить виртуальный датчик минимальной размерности, заменяющий отказавший датчик и использующий показания исправных физических датчиков. Синтезированные виртуальные датчики дают возможность системе продолжить выполнение решаемой задачи даже при отказах ее физических датчиков.

## Список литературы

1. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and Fault Tolerant Control. Berlin: Springer-Verlag, 2016.
2. Ahmed Q., Bhatti A., Iqbal M. Virtual sensors for automotive engine sensors fault diagnosis in second-order sliding modes // IEEE Sensors J. 2011. Vol. 11. P. 1832–1840.
3. Heredia G., Ollero A. Virtual sensor for failure detection, identification and recovery in the transition phase of a morphing aircraft // Sensors. 2010. V. 10. P. 2188–2201.
4. Hosseinpoor Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S. Virtual sensors for fault diagnosis: a case of induction motor broken rotor bar // IEEE Sensors J. 2021. Vol. 21. P. 5044–5051.

5. Roy C., Roy A., Misra S. DIVISOR: Dynamic virtual sensor formation for overlapping region in IOT-based sensor-cloud // 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conf. Barcelona, Spain. 2018.
6. Rotondo D., Nejjari F., Puig V. A virtual actuator and sensor approach for fault tolerant control of LPV systems // J. Process Control. 2014. Vol. 24. P. 203–222.
7. Rotondo D., Ponsart J., Theilliol D., Nejjaria F., Puig V. A virtual actuator approach for the fault tolerant control of unstable linear systems subject to actuator saturation and fault isolation delay // Annual Reviews in Control. 2015. N. 4. P. 1–31.
8. Wang Y., Rotondo D., Puig V., Cembrano G. Fault tolerant control based on virtual actuator and sensor for discrete-time descriptor systems // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 2020. Vol. 67, N. 12. P. 5316–5325.
9. Witczak M. Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems. Berlin: Springer, 2014.
10. Жирабок А. Н., Ким Ч. И. Виртуальные датчики в задаче функционального диагностирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 6. С. 298–303.
11. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Шумский А. Е. Диагностирование линейных динамических систем: подход на основе скользящих наблюдателей // Автоматика и телемеханика. 2020. № 2. С. 18–35.
12. Жирабок А. Н. Анализ наблюдаемости и управляемости нелинейных динамических систем линейными методами // Изв. РАН. ТнСУ. 2010. № 1. С. 10–17.
13. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Филаретов В. Ф., Шумский А. Е., Ким Ч. И. Каноническая форма Жордана в задачах диагностирования и оценивания // Автоматика и телемеханика. 2022. № 9. С. 36–54.
14. Misawa E. A., Hedrick J. K. Nonlinear observers — a state of the art survey // J. Dynamic Systems, Measurements and Control. 1989. Vol. 111. P. 344–352.
15. Нелинейная динамика и управление: Сборник статей. Вып. 6 / Под ред. С. В. Емельянова, С. К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

## Method of Virtual Sensor Design for Faulty Physical Sensor Replacement

A. N. Zhirabok<sup>1,2</sup>, zhirabok@mail.ru, A. V. Zuev<sup>1,2</sup>, alvzuev@yandex.ru, E. Yu. Bobko<sup>1</sup>, bobko.eyu@dvfu.ru,

<sup>1</sup> Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,

<sup>2</sup> Institute of Marine Technology Problems, 690950, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Alexey N., Dr. of Sci., Professor,

Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690922, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on July 3, 2023

### Abstract

The paper considers the problem of virtual sensor design for nonlinear dynamic systems with non-smooth nonlinearities described by continuous-time models for faulty physical sensor replacement. The main purpose of virtual sensors is generating the estimates of the unmeasured components of the considered system to provide additional information for effective control and fault diagnosis. Besides, virtual sensors can be used for faulty physical sensor replacement. The methods of virtual sensor design for solving this problem differ from standard procedure since information from faulty physical sensor does not use to design the virtual sensor replacing this sensor. It is assumed that to solve the problem, the system is equipped by diagnostic system allowing detecting faulty sensor. For every such a sensor, the virtual sensor generating estimate replacing the faulty sensor is designed. To solve the problem, so-called logic-dynamic approach is used which does not guarantee optimal solution but uses only methods of linear algebra to solve the problem for systems with non-smooth nonlinearities. This approach contains three steps. Initially, the nonlinear term is removed from system and linear model is designed. Then, a possibility to estimate the faulty sensor and to insert in the model the transformed nonlinear term is checked. Finally, stability of sensor is provided. The virtual sensor can be designed in identification canonical form or Jordan canonical form. The advantage of the first form is a standard procedure of the virtual sensor design while Jordan form allows obtaining simpler solution. The relations allowing designing the virtual sensor as in identification canonical as Jordan canonical form are derived.

**Keywords:** dynamic systems, continuous time models, non-smooth nonlinearities, physical sensors, virtual sensors, canonical forms

**Acknowledgements.** The research was carried out at the expense of the grant of the Russian Science Foundation No. 23-29-00191, <https://rscf.ru/project/23-29-00191/>.

For citation:

**Zhirabok A. N., Zuev A. V., Bobko E. Yu.** Method of Virtual Sensor Design for Faulty Physical Sensor Replacement, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 526–532.

DOI: 10.17587/mau.24.526-532

### References

1. **Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.** Diagnosis and Fault Tolerant Control, Berlin, Springer-Verlag, 2016.
2. **Ahmed Q., Bhatti A., Iqbal M.** Virtual Sensors For Automotive Engine Sensors Fault Diagnosis in Second-Order Sliding Modes, *IEEE Sensors J*, 2011, vol. 11, pp. 1832–1840.
3. **Heredia G., Ollero A.** Virtual Sensor For Failure Detection, Identification and Recovery in the Transition Phase of a Morphing Aircraft, *Sensors*, 2010, vol. 10, pp. 2188–2201.
4. **Hosseinpoor Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S.** Virtual Sensors for Fault Diagnosis: a Case of Induction Motor Broken Rotor Bar, *IEEE Sensors J*, 2021, vol. 21, pp. 5044–5051.
5. **Roy C., Roy A., Misra S.** DIVISOR: Dynamic Virtual Sensor Formation for Overlapping Region in IOT-Based Sensor-Cloud, *Proc. 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conf.*, Barcelona, Spain, 2018.
6. **Rotondo D., Nejari F., Puig V.** A Virtual Actuator and Sensor Approach for Fault Tolerant Control of LPV Systems, *J. Process Control*, 2014, vol. 24, pp. 203–222.
7. **Rotondo D., Ponsart J., Theilliol D., Nejaria F., Puig V.** A Virtual Actuator Approach for the Fault Tolerant Control of Unstable Linear Systems Subject to Actuator Saturation and Fault Isolation Delay, *Annual Reviews in Control*, 2015, no. 4, pp. 1–31.
8. **Wang Y., Rotondo D., Puig V., Cembrano G.** Fault Tolerant Control Based on Virtual Actuator and Sensor for Discrete-Time Descriptor Systems, *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 2020, vol. 67, no. 12, pp. 5316–5325.
9. **Witczak M.** Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems, Berlin, Springer, 2014.
10. **Zhirabok A., Kim C.** Virtual Sensors in the Fault Diagnosis Problem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 6, pp. 298–303 (in Russian).
11. **Zhirabok A., Zuev A., Shumsky A.** Diagnosis of Linear Dynamic Systems: an Approach Based on Sliding Mode Observers, *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, pp. 18–35.
12. **Zhirabok A.** Analysis of Observability and Controllability of Nonlinear Dynamic Systems by Linear Methods, *J. Computer and Systems Sciences Int.*, 2010, vol. 49, no. 1, pp. 10–17.
13. **Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V., Shumsky A., Kim C. I.** Jordan Canonical Form in the Diagnosis and Estimation Problems, *Automation and Remote Control*, 2022, vol. 83, no. 9, pp. 1355–1370.
14. **Misawa E. A., Hedrick J. K.** Nonlinear Observers — a State of the Art Survey, *J. Dynamic Systems, Measurements and Control*, 1989, vol. 111, pp. 344–352.
15. **Emelyanov S., Korovin S.** ed. Nonlinear Dynamic and Control. Vol. 6, Moscow, Nauka, 2008 (in Russian).



### МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ СОВЕТ ПО НАУКЕ И ТЕХНОЛОГИЯМ

Российская академия наук, Уральская школа науки и технологий им. академика В. П. Макеева  
и Межрегиональный совет по науке и технологиям  
проводят 12–14 декабря 2023 г. в г. Миассе

## LIII Всероссийский симпозиум ПО МЕХАНИКЕ И ПРОЦЕССАМ УПРАВЛЕНИЯ

### Основные направления симпозиума:

- Механика неоднородных конструкций (методы расчета, проектирования и испытаний).
- Механика жидкости, газа и плазмы.
- Механика деформируемого твердого тела.
- Общая и прикладная механика.
- Процессы управления.
- Специальное машиностроение (проектирование, производство и испытания конструкций, и систем управления вооружений и военной техники).

Заявки на участие в работе симпозиума и рукописи докладов  
необходимо представить до 15 ноября 2023 г. в МСНТ по адресу:  
456304, г. Миасс Челябинской обл., ул. 8 Июля, 10А, офис 404.

Дополнительная информация доступна на сайте: [www.msnt.pp.ru](http://www.msnt.pp.ru)

Справки по тел.: (904) 940-28-71