

С. А. Гайворонский, канд. тех. наук, доцент, saga@tpu.ru,
Т. А. Езангина, канд. тех. наук, доцент, eza-tanya@yandex.ru,
А. В. Соболев, аспирант, avs127@tpu.ru,

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Синтез систем управления максимальной робастной степени устойчивости на основе вершинных критических корневых диаграмм*

Рассматривается характеристический полином системы автоматического управления с интервально-неопределенными параметрами, приведенный к интервальному виду (полином с интервальными коэффициентами). В один из коэффициентов входит настраиваемый параметр, который должен обеспечивать максимум минимальной степени устойчивости полинома при наихудшем сочетании его интервальных коэффициентов. Для определения значения этого параметра предлагается решить максиминную задачу на основе критерия максимальной робастной степени устойчивости. При этом целесообразно использовать свойство унимодальности степени устойчивости полинома по его коэффициентам, а также свойство вершин многогранника коэффициентов определять робастную степень устойчивости полинома. Решение поставленной задачи на основе указанного критерия предусматривает анализ вершинных критических корневых диаграмм. Они в отличие от обычных критических корневых диаграмм представляют собой расположенные на одной вертикальной прямой полюса, которые являются образами разных вершин многогранника коэффициентов. Для получения таких диаграмм следует среди вершин многогранника выбрать все возможные прообразы критических полюсов. Сделать это возможно на основе формирования и решения двойных интервальных угловых неравенств и угловых уравнений теории корневого годографа. При этом условием выбора указанных вершин является определение критическими полюсами робастной степени устойчивости полинома.

Из полученных для каждого критического полюса наборов вершин-кандидатов на робастную степень устойчивости составляются проверочные пары. Для всех проверочных пар вершин каждой критической корневой диаграммы формируются соответствующие пары вершинных характеристических полиномов. Для каждой из них составляется система четырех уравнений приравниванием к нулю вещественных и мнимых частей полиномов. В результате ее решения находится общая для пары полиномов степень устойчивости и соответствующее значение настраиваемого параметра. Из решений систем уравнений для всех пар полиномов выбирается значение максимальной робастной степени устойчивости интервального полинома и обеспечивающее ее значение настраиваемого параметра.

Приводится числовой пример синтеза системы максимальной робастной степени устойчивости.

Ключевые слова: интервально-неопределенные параметры, интервальный характеристический полином, вершинные критические корневые диаграммы, критические полюса, углы выхода ветвей корневого годографа, интервальные угловые неравенства, проверочные вершины, максимальная робастная степень устойчивости

Постановка задачи

При синтезе систем автоматического управления (САУ) с переменными параметрами наиболее целесообразным является критерий максимальной степени устойчивости САУ [1, 2]. Его применение позволяет найти такие значения параметров регулятора, при которых области локализации полюсов САУ удалены от мнимой оси на максимально возможное расстояние.

Для стационарной САУ n -го порядка с k параметрами регулятора максимальная степень устойчивости определяется критическими полюсами одной из возможных критических корневых диаграмм (ККД) системы [3]. Очевидно, что ККД можно использовать для параметрического синтеза регуляторов максималь-

ной степени устойчивости стационарной САУ. В частности, это возможно на основе метода, предложенного в работе [4].

Однако реальные САУ, как правило, нестационарные, и их параметры могут изменяться по заранее неизвестным законам внутри известных интервалов. При некотором сочетании значений таких интервальных параметров САУ будет работать в наихудшем режиме с минимальной (робастной) степенью устойчивости, которую желательно максимизировать параметрами регулятора. Такая задача решена в работах [5, 6] для САУ с интервальным характеристическим полиномом (ИХП), коэффициенты которого заданы своими интервалами. В основу метода ее решения положены достаточные условия, в которых показатель устойчивости (правая граница области расположения полюсов) определяется предельными значениями коэффициентов полинома.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00737).

Однако достаточность этих условий позволяет получать настройки регулятора, обеспечивающие только квазимаксимальную робастную степень устойчивости ИХП.

Предлагаемый метод решения рассматриваемой задачи, обеспечивающий получение именно максимальной робастной степени устойчивости ИХП, основан на ее важном свойстве [7]: минимальные значения степени устойчивости на интервалах коэффициентов ИХП находятся в крайних точках интервалов. Иными словами, степень устойчивости обладает свойством унимодальности при изменении коэффициентов ИХП. При этом ИХП имеет робастную степень устойчивости в одной из вершин многогранника P_A коэффициентов ИХП [8].

Использование этого свойства для максимизации робастной степени устойчивости ИХП с помощью ККД предполагает вершинную модификацию ККД стационарных систем. Она позволит найти среди вершин P_A прообразы критических полюсов ККД, определяющих робастную степень устойчивости ИХП. В работе [9] установлено, что такие вершины входят в определенное число вершин-кандидатов, в которых возможна робастная степень устойчивости. Для получения набора вершин-кандидатов необходимо составить и решить интервальные угловые неравенства [9].

Таким образом, поставленную задачу можно рассматривать как максиминную, так как для ее решения предлагается найти у P_A вершины-кандидаты, в которых степень устойчивости η может быть минимальной, и максимизировать ее в этих вершинах. Заметим, что использование вершин-кандидатов при решении такой задачи наиболее эффективно для САУ низкого порядка (третьего, четвертого), поскольку в этом случае их число значительно меньше общего числа вершин P_A .

Вершинные критические корневые диаграммы для систем низкого порядка

Согласно работе [3] стационарные САУ третьего и четвертого порядков имеют соответственно две и три ККД, показанные на рис. 1 и рис. 2.

Критические полюса приведенных ККД определяют-

ся постоянными значениями коэффициентов характеристических полиномов a_i . Для нахождения прообразов критических полюсов САУ с ИХП используем указанное выше свойство унимодальности функций $\eta(a_i)$ на интервалах a_i , когда каждая из них имеет свой глобальный максимум. Очевидно, что если параметр регулятора k входит в один из коэффициентов ИХП, то унимодальными являются и функции $\eta(k)$. Рассмотрим показанные на рис. 3 примеры зависимостей $\eta(k)$ для двух вершин V_1 и V_2 .

Из рис. 3 видно, что в V_1 при $k = k_1$ ИХП имеет максимум степени устойчивости η_1 , а в V_2 при $k = k_2$ его значение равно η_2 . При этом максимальная степень устойчивости сразу для двух вершин определяется точкой пересечения графиков при $k = k_0$ и равна η_0 . На ККД в этом случае предлагается отображать степень устойчивости η_0 , а также указывать номера вершин-прообразов критических полюсов. В дальнейшем будем называть такие ККД вершинными, так как они представляют собой соответствующее расположение критических полюсов с указанием для каждого из них возможных

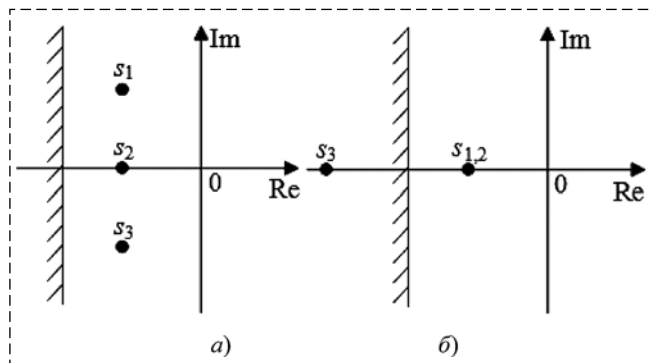


Рис. 1. ККД для САУ третьего порядка: а – ККД1; б – ККД2
Fig. 1. CRD for ACS of the third order: а – CRD1; б – CRD2

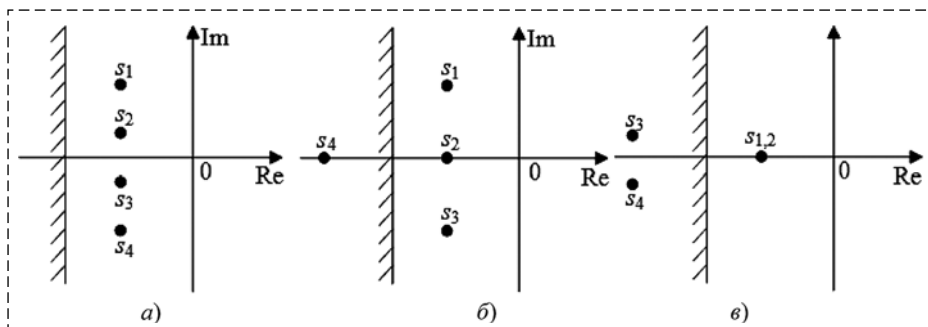


Рис. 2. ККД для САУ четвертого порядка: а – ККД1; б – ККД2; в – ККД3
Fig. 2. CRD for ACS of the fourth order: а – CRD1; б – CRD2; в – CRD3

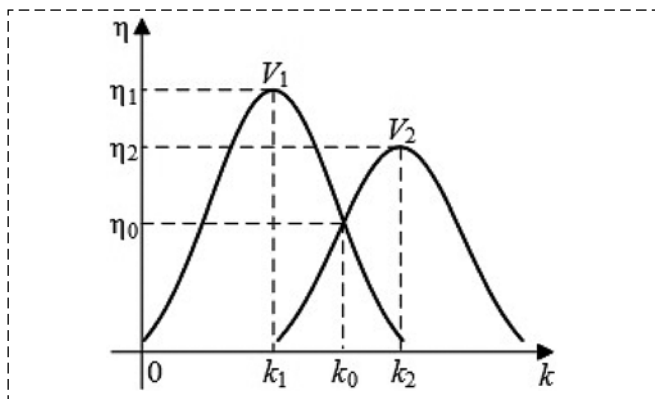


Рис. 3. Зависимости степени устойчивости САУ от параметра k в вершинах V_1 и V_2

Fig. 3. Dependences of the ACS stability degree on the parameter k at the vertices V_1 and V_2

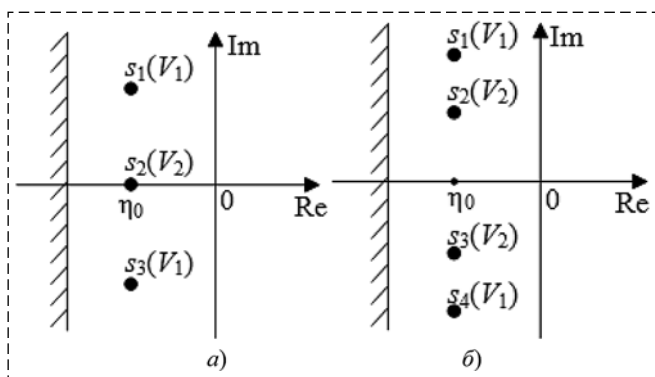


Рис. 4. Вершинные ККД:

a — с тремя критическими полюсами; b — с четырьмя критическими полюсами

Fig. 4. Vertex CRDs:

a — with three critical poles; b — with four critical poles

вершин-прообразов P_A . Такое представление информации показано на рис. 4 на примерах ККД с тремя (рис. 4, a) и четырьмя (рис. 4, b) критическими полюсами на одной вертикальной прямой для двух вершин V_1 и V_2 .

Для того чтобы критические полюса в вершинных ККД определяли минимальную степень устойчивости (чтобы при изменении a_i полюса не могли двигаться к мнимой оси), необходимо наложить ограничения на углы выхода ветвей корневых годографов из этих полюсов при изменении a_i . Представим эти ограничения в виде двойных интервальных угловых неравенств (ДИУН) и угловых уравнений. Для этого в соответствии с работой [9] зададим в желаемом диапазоне углы Q_i выхода из каждого критического полюса ветвей интервального корневого годографа при изменении коэффициентов a_i ИХП. Очевидно, что если степень устойчивости определяет комплексно-сопряженный полюс, то должно выполняться ДИУН $\frac{\pi}{2} \leq Q_i \leq \frac{3\pi}{2}$.

Если же полюс вещественный, то требуется выполнение равенства $Q_i = \pi$.

Проведем вершинную модификацию ККД на рис. 1 и рис. 2. Из рис. 1 видно, что ККД1 имеет два комплексно-сопряженных и один вещественный критический полюс. Для полюса s_1 на основе работы [9] определяем $Q_i = \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \pi$ и получаем ДИУН:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \pi + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2}, \quad (1)$$

где i — индекс изменяющегося интервального коэффициента ИХП. Для вещественного полюса s_2 на ККД1 для всех коэффициентов a_i должны выполняться следующие равенства:

$$Q_i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где $Q_i = \pi_i$.

Перейдем к рассмотрению ККД2, имеющей два кратных вещественных критических полюса. Требование к углам Q_i для полюса s_1 имеет тот же вид. Для полюса s_2 необходимо, чтобы

$$\pi i + \pi r_i = 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Запишем ДИУН и угловые уравнения для трех ККД САУ четвертого порядка (см. рис. 2):

— для s_1 ККД1:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \frac{3\pi}{2} + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_2 ККД1:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \frac{\pi}{2} + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_1 ККД2:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \left[0; \frac{\pi}{2} \right] - \pi + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_2 ККД2:

$$\pi i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

— для s_1 ККД3:

$$\pi i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

— для s_2 ККД3:

$$\pi i + \pi r_i = 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Решениями ДИУН и угловых уравнений для ИХП третьего и четвертого порядков является такой выбор $r_i = 0$ или $r_i = 1$, что если $r_i = 0$, то угол выхода ветви корневого годографа из критического полюса при изменении a_i из соответствующей вершины не меняется, а если $r_i = 1$,

то угол изменяется на 180° . При этом значение $r_i = 0$ соответствует максимальному значению коэффициента a_i , а $r_i = 1$ — его минимальному значению. Таким образом, значения r_i дают координаты вершин-кандидатов на минимальную (робастную) степень устойчивости. При этом заметим, что если r_i может быть равен как 0, так и 1, то предел a_i следует брать и минимальным, и максимальным. Также отметим, что согласно работе [9] в координатах искомых вершин не может быть одинаковых пределов у трех рядом стоящих коэффициентов.

Обозначим вершины-кандидаты V_{pq}^m , где m — номер ККД, p — номер критического полюса ККД, q — номер вершины в наборе, и сведем результаты решений ДИУН и угловых уравнений в табл. 1.

Таблица 1
Table 1

Координаты вершин-кандидатов
Coordinates of candidate vertices

n	ККД	s_p	Координаты вершин-кандидатов
3	ККД1	s_1	$V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}), V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}),$ $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$
		s_2	$V_{21}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$
	ККД2	s_1	$V_{11}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$
		s_2	$V_{21}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$
4	ККД1	s_1	$V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}),$ $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$
		s_2	$V_{21}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{22}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}),$ $V_{23}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$
	ККД2	s_1	$V_{11}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{12}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}),$ $V_{13}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{14}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}),$ $V_{15}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{16}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}),$ $V_{17}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4}), V_{18}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$
		s_2	$V_{21}^2(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$
	ККД3	s_1	$V_{11}^3(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$
		s_2	$V_{21}^3(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}, \overline{a_4})$

Максимизация робастной степени устойчивости на основе проверочных пар вершин-кандидатов

Согласно табл. 1 в каждой ККД прообразам двух критических полюсов могут быть несколько вершин-кандидатов из двух соответ-

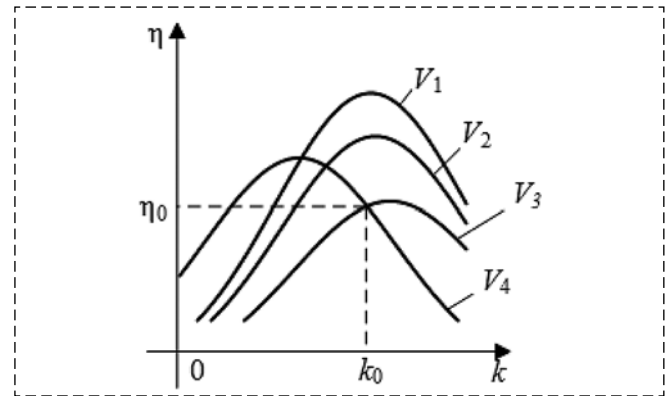


Рис. 5. Графическое определение максимума робастной степени устойчивости

Fig. 5. Graphical definition of the maximum robust stability degree

ствующим им наборов. При этом каждой паре вершин из этих наборов соответствуют два графика унимодальных функций $\eta(k)$, пересечение которых дает общую для этих вершин степень устойчивости η_0 и обеспечивающий ее параметр регулятора k . Так как степень устойчивости ИХП минимальна в вершинах P_A , то если при найденном значении k степени устойчивости во всех других вершинах ККД больше η_0 , то η_0 является максимумом робастной степени устойчивости ИХП (рис. 5).

Таким образом, проводить максимизацию робастной степени устойчивости предлагается по всем возможным парам вершин-кандидатов каждой вершинной ККД. Будем называть в дальнейшем такие пары проверочными.

Для применения изложенного подхода к ИХП третьего и четвертого порядков составлена табл. 2, где для возможных ККД определены все проверочные пары вершин-кандидатов.

Таблица 2
Table 2

Проверочные пары вершин-кандидатов
Test pairs of candidate vertices

n	ККД	Проверочные пары вершин-кандидатов
3	ККД1	$(V_{11}^1, V_{21}^1), (V_{12}^1, V_{21}^1), (V_{13}^1, V_{21}^1)$
	ККД2	(V_{11}^2, V_{21}^2)
4	ККД1	$(V_{11}^1, V_{21}^1), (V_{11}^1, V_{22}^1), (V_{11}^1, V_{23}^1),$ $(V_{12}^1, V_{21}^1), (V_{12}^1, V_{22}^1), (V_{12}^1, V_{23}^1),$ $(V_{13}^1, V_{21}^1), (V_{13}^1, V_{22}^1), (V_{13}^1, V_{23}^1)$
	ККД2	$(V_{11}^2, V_{21}^2), (V_{12}^2, V_{21}^2), (V_{13}^2, V_{21}^2), (V_{14}^2, V_{21}^2),$ $(V_{15}^2, V_{21}^2), (V_{16}^2, V_{21}^2), (V_{17}^2, V_{21}^2), (V_{18}^2, V_{21}^2)$
	ККД3	(V_{11}^3, V_{21}^3)

Введем в рассмотрение вершинные полиномы, коэффициенты которых определяются координатами вершин-кандидатов. По аналогии с вершинами обозначим такие полиномы $D_{pq}^m(s, k)$. Для реализации изложенного выше подхода к решению максиминной задачи предлагается сформировать вершинные полиномы для каждой проверочной пары вершин из табл. 2. Для поиска у пары вершинных полиномов равных степеней устойчивости сделаем в одном из них подстановку $s = -\eta + j\beta$, а в другом $s = -\eta - j\beta$, где η — максимизируемая степень устойчивости. После разделения полученных полиномов на вещественные и мнимые части и приравнивания их к нулю составим систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными. Число таких систем равно числу проверочных пар вершин-кандидатов для конкретной вершинной ККД. Так, например, для ИХП третьего порядка с ККД1 будем иметь три системы уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} D_{11}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{11}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{12}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{12}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{13}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{13}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Заметим, что вторая система соответствует и ККД2.

При найденных для каждой проверочной пары вершин значениях k находятся степени устойчивости в остальных вершинах-кандидатах ККД. Так, для первой пары это вершины $V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, для второй — $V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, для третьей — $V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$. Если для какой-либо проверочной пары вершин-кандидатов ККД степень устойчивости в остальных проверочных вершинах окажется больше η_0 , то значение η_0 будет максимумом робастной степени устойчивости ИХП.

Пример

Пусть для системы 3-го порядка с одним настраиваемым параметром k задан ИХП

$$[a_3]s^3 + [a_2]s^2 + [a_1]s + [a_0],$$

где $[a_3] = [0,03; 0,04]$, $[a_2] = [0,9; 1,1]$, $[a_1] = [80k; 100k]$, $[a_0] = [250; 350]$. Определим значение k , обеспечивающее максимум робастной степени устойчивости заданного ИХП. Для решения задачи рассмотрим две вершинные ККД, представленные в табл. 1. Запишем для них все возможные пары вершинных полиномов в соответствии с проверочными парами вершин-кандидатов из табл. 2:

$$\begin{cases} D_{11}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}; \\ D_{12}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}; \\ D_{13}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}. \end{cases} \quad (5)$$

На основании (5) составим системы уравнений (4). Их решения сведем в табл. 3, где приведем также значения степени устойчивости в остальных вершинах-кандидатах.

Анализ данных табл. 3 позволяет заключить, что максимум робастной степени устойчивости равен 5,846 и достигается при $k = 0,468$.

Для проверки построен многопараметрический интервальный корневой годограф (рис. 6), являющийся отображением на комплексную плоскость корней многогранника P_A при синтезированном параметре k .

Таблица 3
Table 3

Результаты максимизации робастной степени устойчивости
Test pairs of candidate vertices

Проверочные пары вершин	Значение k	Значение η_0	Значения η		
			V_{11}^1	V_{12}^1	V_{13}^1
(V_{11}^1, V_{21}^1)	0,468	5,846		12,17	7,92
(V_{12}^1, V_{21}^1)	0,29	6,00	2,37		3,59
(V_{13}^1, V_{21}^1)	0,41	6,81	4,96	10,72	

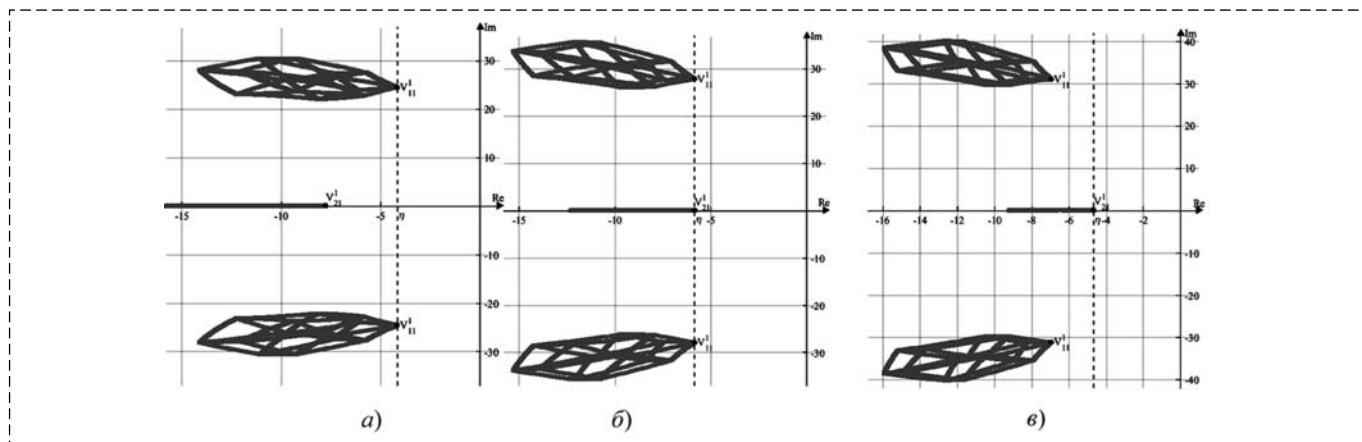


Рис. 6. Многопараметрический интервальный корневой годограф:

a — при $k = 0,568$; *б* — при $k = 0,468$; *в* — при $k = 0,368$

Fig. 6. Multi-parameter interval root locus of ICP:

a — at $k = 0,568$; *б* — at $k = 0,468$; *в* — at $k = 0,368$

Из рис. 6, *a* видно, что крайние правые точки областей локализации всех трех полюсов ИХП лежат на одной вертикальной прямой, проходящей через точку $(-5,846; j0)$. При этом прообразом правой границы вещественного отрезка полюса является вершина V_{21}^1 , а комплексно-сопряженные полюса являются отображением вершины V_{11}^1 .

Заключение

В данной работе максимизация робастной степени устойчивости системы проводится на основе ее характеристического полинома, коэффициенты которого могут изменяться внутри заданных интервалов независимо друг от друга. Для уменьшения вызванного этим допущением консерватизма и усиления робастных настроек регулятора желательно перейти от интервального типа коэффициентов полинома к более реальному аффинному типу. При этом следует учитывать, что при аффинной неопределенности коэффициентов минимальная степень устойчивости полинома может быть как в вершинах, так и на ребрах многогранника интервальных параметров системы. Поэтому критические полюса на критической корневой диаграмме будут отображениями вершин многогранника параметров или точек его ребер. В связи с этим дальнейшие исследования по максимизации робастной степени устойчивости должны быть связаны с нахождением у многогранника интервальных параметров прообразов критических полюсов. Основой для этого может служить разработанная

в работе [10] методика построения вершинно-реберного маршрута, образ которого определяет робастную степень устойчивости системы.

Список литературы

1. Шубладзе А. М. Способы синтеза систем управления максимальной степени устойчивости // Автоматика и телемеханика. 1980. № 1. С. 28–37.
2. Волков А. Н., Загашвили Ю. В. Метод синтеза систем автоматического управления с максимальной степенью устойчивости при наличии ограничений // Известия РАН. Сер. Теория и системы управления. 1997. № 3. С. 12–19.
3. Воевода А. А., Чехонадских А. В. Построение списка критических расположенных полюсов систем автоматического управления // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2014. № 2–3 (23–24). С. 7–18.
4. Татаринев А. В., Цирлин А. М. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости динамических систем // Известия РАН, сер. Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 28–33
5. Ezangina T. A., Gayvoronkiy S. A. Ensuring Maximum Stability Degree in the Systems with Interval Parameters // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 752–753. P. 955–961.
6. Pushkarev M. I., Gaivoronky S. A. Maximizing stability degree of control systems under interval uncertainty using a coefficient method // Reliable Computing. 2014. Vol. 19, N. 3. P. 248–260.
7. Кузнецов В. П., Кукарко Е. П., Ф. В. Фурман Ф. В. Численная процедура получения экспоненциальных оценок в линейных непрерывных системах с неопределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1987. № 5. С. 183–186.
8. Гусев Ю. М., Ефанов В. Н., Крымский В. Г. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Техническая кибернетика. 1991. № 1. С. 3–30.
9. Gayvoronkiy S. A., Ezangina T. A., Khozhaev I. V., Nesenchuk A. A. Analyzing robust stability of an interval control system on the basis of vertex polynomials // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019. Vol. 5, N.5. P. 266–273
10. Gayvoronkiy S., Ezangina T., Khozhaev I., Kazmin V. Determination of vertices and edges in a parametric polytope to analyze root indices of robust control quality // International Journal Automation and Computing. 2019. Vol.16, N.6. P. 828–837

Control Systems Synthesis of Maximum Robust Stability Degree Based on Vertex Critical Root Diagrams

S. A. Gayvoronskiy, saga@tpu.ru, T. A. Ezangina, eza-tanya@yandex.ru, A. V. Sobol, avs127@tpu.ru, National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Russian Federation

Corresponding author: **Ezangina Tatiana Al.**, Ph.D., Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Russian Federation, e-mail: eza-tanya@yandex.ru

Accepted on May 25, 2023

Abstract

The article solves the problem of operative selection of the redundant onboard equipment complex components configuration of the suitable in the current operating conditions in the interests of ensuring high fault tolerance of the complex, as well as achieving other operational and technical characteristics. The basis of the redundancy management system of the complex consists of configuration supervisors — as program subjects according to the number of its competitive configurations of heterogeneous and nonuniform equipment worked out in advance. The choice of the preferred configuration is proposed to be carried out by performing multi-level arbitration, which includes two phases of paired arbitration of computers and paired arbitration of configuration. It is proposed to include the means of both types of arbitration in each configuration supervisor, which ensures its self-sufficiency when participating in a competitive selection. The second part of the article is devoted to the computer's arbitration for the implementation of redundancy management functions. The approach is applicable to a computing environment with many comparable computing devices and contains 2 phases. In the first phase, a preliminary selection of a competing pair of computers — as applicants for the implementation of redundancy management functions in them is carried out. In the break between the phases, the pair computers implement the procedures for pair arbitration of configurations given in the first part of the article. In the second phase, the final choice of the α -computer is made, in which the supervisor who won the arbitration will be implemented. In order to achieve the maximum possible centralization of selection procedures and, as a consequence, the exclusion of "bottlenecks" in terms of reliability of places, additionally proposed: the organization of secure data exchange between computers based on distributed registry technology; the procedure of paired arbitration of computers, consisting in mutual cross-validation of dominant supervisors of a pre-allocated pair by comparing preference matrices, including information parcels of arbitration objects. A methodological example that demonstrates the features of the system functioning in the conditions of computers degradation is given. The proposed approach can be used to solve the problems of reconfiguration control of heterogeneous computing facilities of technical objects on-board equipment complexes.

Keywords: linear interval system, critical root diagrams, candidate vertices, test vertices, controller parameters, maximum robust stability degree

Acknowledgements. The research was carried out with the support of the advanced engineering school of the Southern Federal University "Cyberplatform Engineering". The work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00737).

For citation:

Gayvoronskiy S. A., Ezangina T. A., Sobol A. V. Control Systems Synthesis of Maximum Robust Stability Degree Based on Vertex Critical Root Diagrams, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 519–525 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.519-525

References

1. Shubladze A. M. Methods for Synthesizing Control Systems with the Maximum Degree of Stability, *Avtomatika i telemekhanika*, 1980, no. 1, pp. 28–37 (in Russian).
2. Volkov A. N., Zagashvili Yu. V. Method for the synthesis of automatic control systems with a maximum degree of stability in the presence of restrictions, *Izvestiya RAN. Ser. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1997, no. 3, pp. 12–19 (in Russian).
3. Voevoda A. A., Chekhonadskikh A. V. Building a list of critical pole locations for automatic control systems, *Doklady Akademii nauk vysshej shkoly Rossijskoj Federaczii*, 2014, no. 2–3 (23–24), pp. 7–18 (in Russian).
4. Tatarinov A. V., Czirlin A. M. Problems of Mathematical Programming Containing Complex Variables and the Limiting Degree of Stability of Dynamical Systems, *Izvestiya RAN, sep. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1995, no. 1, pp. 28–33 (in Russian).
5. Ezangina T. A., Gayvoronskiy S. A. Ensuring Maximum Stability Degree in the Systems with Interval Parameters, *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 752–753, pp. 955–961.
6. Pushkarev M. I., Gaivoronsky S. A. Maximizing stability degree of control systems under interval uncertainty using a coefficient method, *Reliable Computing*, 2014, vol. 19, no. 3, pp. 248–260.
7. Kuznecov V. P., Kukareko E. P., Furman F. V. Numerical procedure for obtaining exponential estimates in linear continuous systems with uncertain parameters, *Avtomatika i telemekhanika*, 1987, no. 5, pp. 183–186 (in Russian).
8. Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymskij V. G. Analysis and synthesis of linear interval dynamic systems (problem condition). Analysis with the help of interval characteristic polynomials, *Tekhnicheskaya kibernetika*, 1991, no. 1, pp. 3–30 (in Russian).
9. Gayvoronskiy S. A., Ezangina T. A., Khozhaev I. V., Nesenchuk A. A. Analyzing robust stability of an interval control system on the basis of vertex polynomials, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 5, no. 5, pp. 266–273.
10. Gayvoronskiy S., Ezangina T., Khozhaev I., Kazmin V. Determination of vertices and edges in a parametric polytope to analyze root indices of robust control quality, *International Journal Automation and Computing*, 2019, vol. 16, no. 6, pp. 828–837.