УДК 629.7

М. В. Левский, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., dp940@mail.ru,
Научно-исследовательский институт космических систем имени А. А. Максимова —
филиал ГКНПЦ им. М. В. Хруничева

Особенности управления ориентацией космического аппарата, оборудованного инерционными исполнительными органами

Исследуются вопросы корректного задания времени оптимального разворота космического аппарата (КА) из произвольного начального в заданное конечное угловое положение. Рассмотрен случай, когда разворот выполняется с минимальным значением кинетического момента КА. Оптимальное управление находится в классе регулярных движений. Предполагается, что динамика вращения КА во время разворота соответствует известному способу управления [1], включающему максимально быструю раскрутку КА, вращение с постоянным модулем кинетического момента и максимально быстрое гашение кинетического момента. Представлены формализованные уравнения и даны расчетные выражения для определения оптимальной длительности маневра переориентации при известных массоинерционных характеристиках КА, если управление ориентацией осуществляется инерционными исполнительными органами (системой силовых гироскопов, гиродинами). Приводится условие для определения момента начала торможения, использующее текущие параметры движения (по информации об угловом положении КА и измерениям угловой скорости), что значительно повышает точность приведения КА в требуемое положение. Работа является продолжением [1, 2].

Ключевые слова: *космический аппарат, ориентация, управление, силовые гироскопы*

Введение

В статье решается задача выбора длительности маневра приведения космического аппарата (КА) в положение заданной ориентации (маневра переориентации КА). Под пространственной переориентацией понимают перевод связанных с корпусом КА осей $OXYZ$ из одного известного углового положения в другое известное (обычно заданное) угловое положение за конечное время T. В этом случае параметры разворота (например, компоненты кватерниона разворота) известны заранее, еще до начала маневра; исходные угловые рассогласования могут быть любыми (от нескольких градусов до 180°). При этом угловая ориентация правой системы координат $OXYZ$ (равно как ее начальное $OX_н Y_н Z_н$ и конечное $OX_к Y_к Z_к$ положения) определяется относительно выбранной системы координат (опорного базиса $\mathbf{I}$). В большинстве случаев опорной является инерциальная система координат $OX_и Y_и Z_и$ (ИСК).

В данной работе предполагалось, что для управления ориентацией КА применяются инерционные исполнительные органы — силовые гироскопы [3] (или гиродины), и существенным становится значение кинетического момента корпуса КА, которое необходимо учитывать при управлении вращением КА. Ранее был разработан метод управления переориентацией КА [1], учитывающий ограничение кинетического момента. Его принимаем за модельное (эталонное) движение. Из теоретических проработок [1, 2, 4] известно, что уровень кинетического момента КА и время разворота T взаимозависимы: чем меньше кинетический момент, тем больше длительность маневра [1]. Однако при наличии возмущений, действующих на КА, выбор времени T не столь очевиден (ниже покажем, что определяющую роль при назначении времени T играет располагаемый запас кинетического момента гиросистемы). Нахождению оптимальной длительности переориентации КА (в рамках способа [1]), при которой запас кинетического момента системы гиродинов был бы максимальным, посвящена данная статья.

1. Уравнения движения и постановка задачи управления

Полагаем, что управление угловым положением КА осуществляется посредством исполнительных механизмов, создающих вращающие моменты относительно всех трех главных центральных осей инерции КА. Угловое движение КА как твердого тела будем описывать кинематическими уравнениями, записанными в кватернионных переменных [5]:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}, \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — вектор абсолютной угловой скорости КА; Λ — кватернион, отражающий ориентацию КА относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$. Уравнение (1) имеет граничные условия $\Lambda(0) = \Lambda_н$ и $\Lambda(T) = \Lambda_к$. Кватернионы $\Lambda_н$ и $\Lambda_к$, задающие ориентацию осей КА в начальный и конечный моменты времени, имеют произвольные наперед заданные значения, удовлетворяющие условию $\|\Lambda_н\| = \|\Lambda_к\| = 1$. Оптимальным считается движение КА, при котором величина

$$\max_{0 < t < T} \sqrt{J_1^2\omega_1^2 + J_2^2\omega_2^2 + J_3^2\omega_3^2} \qquad (2)$$

будет минимально возможной (T — момент окончания разворота, J_1, J_2, J_3 — моменты инерции КА). Оптимальное управление пространственным разворотом заключается в переводе КА из положения $\Lambda_н$ в положение $\Lambda_к$ в соответствии с уравнением (1) с минимальным значением характеристики (2). Метод управления, представленный в работе [6], решает подобную задачу.

Для КА, управляемых силовыми гироскопами (гиродинами или двигателями-маховиками), минимизация кинетического момента корпуса КА достаточно актуальна. Силовые гироскопы (гиродины) в настоящее время получили широкое применение в качестве исполнительных органов системы ориентации КА. Их использование в режиме разворота требует, чтобы суммарный кинетический момент гиросистемы не превышал допустимого значения. При управлении ориентацией КА с инерционными исполнительными органами (силовыми гироскопами) вектор кинетического момента гиросистемы должен находиться в заданной ограниченной области S, выход за которую приводит к потере управляемости КА; именно величина кинетического момента определяет управляющие возможности гиросистемы. Управление разворотом КА осуществляется за счет перераспределения кинетического момента между системой гиродинов и корпусом КА [3]; общий кинетический момент КА как твердого тела с вращающимися массами оказывается равным или близким к нулю. При разработке, анализе, отработке и моделировании алгоритмов управления ориентацией КА с силовыми гироскопами принимается, что область S располагаемого кинетического момента системы силовых гироскопов ограничена сферой радиуса R_0. Такое утверждение используется многими разработчиками, конструкторами и исследователями [6—10]; оно справедливо для большого числа (если не большинства) КА. Очевидно, для гарантированного нахождения кинетического момента $\mathbf{G}$ системы силовых гироскопов внутри области S необходимо, чтобы $|\mathbf{G}|$ был как можно меньше. Следовательно, необходимо, чтобы во время управляемого разворота КА из положения $\Lambda_н$ в положение $\Lambda_к$ модуль кинетического момента корпуса КА был минимально возможным (так как $\mathbf{L} + \mathbf{G} \approx \mathbf{0}$, где $\mathbf{L}$ — кинетический момент корпуса КА, $\mathbf{G}$ — кинетический момент системы силовых гироскопов). Отсюда становится понятным смысл сформулированной задачи управления с минимизацией показателя (2), поскольку только в этом случае запас кинетического момента гиросистемы, определяемый разностью $R_0 - |\mathbf{L}|$, будет максимальным.

2. Формализация оптимального управления разворотом КА

Выпишем кратко основные соотношения и уравнения, описывающие оптимальное движение КА. Если бы отсутствовали ограничения для момента сил $\mathbf{M}$, то оптимальное по критерию (2) вращение удовлетворяло бы уравнениям [2]

$$\omega_i = bp_i/J_i^2; \tag{3}$$

$$\dot{p}_1 = \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3,\ \dot{p}_2 = \omega_1 p_3 - \omega_3 p_1,$$
$$\dot{p}_3 = \omega_2 p_1 - \omega_1 p_2, \tag{4}$$

где p_1, p_2, p_3 — проекции некоторого вектора $\mathbf{p}$ на связанные с КА оси; $b > 0$ — скалярная величина (из (4) видно, что вектор $\mathbf{p}$ неподвижен относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$); $|\mathbf{p}| = 1$. Задача определения оптимального движения заключается в решении системы уравнений углового движения КА (1) и уравнений (4) при условии, что оптимальная вектор-функция $\boldsymbol{\omega}(t)$ выбрана из требования (3), удовлетворяющего граничным условиям $\Lambda(0) = \Lambda_н$, $\Lambda(T) = \Lambda_к$. Кинетический момент $\mathbf{L}$ и величина b связаны формулой:

$$\mathbf{L}^2 = b^2(p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2).$$

В случае неограниченных моментов M_i на всем интервале движения $0 < t < T$ КА вращается при $|\mathbf{L}| = \text{const}$; оптимальный разворот КА происходит с постоянным модулем кинетического момента L_m. Конкретное значение L_m однозначно определяется временем окончания разворота T. Оптимальные векторы $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{p}$ связаны соотношением [2]

$$\omega_i = \frac{L_m p_i}{J_i^2\sqrt{p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2}}\ (i = \overline{1,3}) \tag{5}$$

при обеспечении краевых условий $\Lambda(0) = \Lambda_н$, $\Lambda(T) = \Lambda_к$ для решения $\Lambda(t)$ уравнения (1), где $L_m > 0$ — модуль кинетического момента, с которым происходит разворот КА. Уравнения для угловых скоростей ω_i могут быть формализованы в следующем виде:

$$\dot{\omega}_1 = \omega_2\omega_3(J_2^2 - J_3^2)/J_1^2,\ \dot{\omega}_2 = \omega_1\omega_3(J_3^2 - J_1^2)/J_2^2,$$
$$\dot{\omega}_3 = \omega_1\omega_2(J_1^2 - J_2^2)/J_3^2.$$

Решение $\boldsymbol{\omega}(t)$ во время оптимального разворота (без ограничений на M_i) обладает следующими свойствами:

$$J_1^2\omega_1^2 + J_2^2\omega_2^2 + J_3^2\omega_3^2 = R = \text{const},$$
$$J_1^4\omega_1^2 + J_2^4\omega_2^2 + J_3^4\omega_3^2 = D = \text{const}. \tag{6}$$

Оптимальное управление пространственным разворотом заключается в сообщении КА начальных условий движения (расчетной угловой скорости в начале разворота), поддержании вращения КА с требуемой (программной) угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}(t)$, при которой модуль кинетического момента КА имеет постоянное значение $|\mathbf{L}| = \text{const}$, и сбросе имеющейся угловой скорости до нуля в момент времени $t = T$, когда $\Lambda(t) = \Lambda_к$ (при достижении КА конечного положения $\Lambda_к$). Ключевая задача — нахождение закона изменения вектора $\mathbf{p}(t)$ и величины L_m, чтобы в результате решения системы уравнений (1), (4), (5) с начальными условиями $\Lambda(0) = \Lambda_н$ граничное условие $\Lambda(\mathrm{T}) = \Lambda_к$ на правом конце было выполнено (определение вектора $\mathbf{p}(0)$ — самостоятельная и непростая задача).

Практическое значение имеют задачи, в которых $\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}(T) = \mathbf{0}$ (такие условия разворота КА наиболее характерны). Разумеется, в моменты времени $t = 0$ и $t = T$ угловая скорость для номинальной программы вращения КА, определяемая уравнениями (5), не равна нулю. Следовательно, неизбежны переходные участки: разгон — переход из состояния покоя (когда $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$) на режим вращения с кинетическим моментом максимальной величины H_0 и торможение — гашение кинетического момента КА до нуля; чтобы завершить разворот в заданное время T, должно выполняться условие $H_0 > L_m$. Между разгоном и торможением выполняются уравнения (4) и

$$\omega_i = \frac{H_0 p_i}{J_i^2 \sqrt{p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2}} \ (i = \overline{1, 3}\ , H_0 = \text{const}).(7)$$

Если условия разворота $\Lambda_\text{н}$, $\Lambda_\text{к}$ и время T таковы, что времена разгона и торможения пренебрежимо малы (по сравнению с длительностью всего разворота), то сообщение КА необходимого кинетического момента H_0 и гашение имеющегося кинетического момента до нуля можно считать импульсным, и почти на всем развороте (между разгоном и торможением) $|\mathbf{L}(t)| = \text{const} = H_0$ с выполнением уравнений (7), (4). Определяющим при нахождении оптимальных решений $\mathbf{p}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ является значение вектора $\mathbf{p}$ на момент времени $t = 0$.

Если момент управления $\mathbf{M}$ ограничен, то сообщение требуемого кинетического момента до уровня $|\mathbf{L}| = H_0$ в начале разворота и гашение имеющегося кинетического момента до нуля в конце разворота занимают некоторое конечное (отличное от нуля) время. Интерес представляет общий случай, когда условия разворота $\Lambda_\text{н}$ и $\Lambda_\text{к}$ таковы, что переходными участками (разгоном и торможением) нельзя пренебречь. Пусть вектор $\mathbf{M}$ подчиняется условию

$$M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 \leqslant m_0^2. \quad (8)$$

Законы максимально быстрого набора и гашения угловой скорости при ограничении (8) известны [11]. На участке торможения оптимальное управление имеет вид

$$\mathbf{M} = -m_0 J\boldsymbol{\omega}/|J\boldsymbol{\omega}|,$$

где $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ — тензор инерции КА. При оптимальном движении кинетический момент КА не меняет своего направления в инерциальной системе координат, а управляющий момент $\mathbf{M}$ составляет с кинетическим моментом 180°. Модуль кинетического момента изменяется по закону

$$|\mathbf{L}| = L_\text{ос} - m_0(t - t_0),$$

где $L_\text{ос} = |J\boldsymbol{\omega}(t_0)|$; t_0 — момент начала остановки вращения.

Оптимальное управление на участке разгона имеет вид

$$\mathbf{M} = m_0 J\boldsymbol{\omega}/|J\boldsymbol{\omega}|. \quad (9)$$

Модуль кинетического момента изменяется по закону $|\mathbf{L}| = m_0 t$. И при разгоне, и при торможении оптимальным по быстродействию является управление, при котором управляющий момент все время параллелен кинетическому моменту КА.

В момент времени $t = 0$ кинетический момент КА $\mathbf{L} = \mathbf{0}$, и для быстрейшего достижения заданного уровня $|\mathbf{L}| = H_0$ необходимо управление (9). Пока $|J\boldsymbol{\omega}(t)| < H_0$, управляющий момент $\mathbf{M} = m_0\mathbf{L}/|\mathbf{L}|$ будет оптимальным. С момента времени $t_\text{р}$, когда $|J\boldsymbol{\omega}(t_\text{р}) = H_0$, оптимальным будет движение (4), (7), при котором $|J\boldsymbol{\omega}(t)| = H_0$. Из-за наличия граничного условия $\boldsymbol{\omega}(T) = \mathbf{0}$ существует такой момент времени $t_\text{т} < T$, начиная с которого выполняют гашение кинетического момента с максимальным моментом управления $\mathbf{M} = -m_0\mathbf{L}/|\mathbf{L}|$ (момент времени $t_\text{т}$ выбирается с таким расчетом, чтобы к моменту полной остановки $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$ КА занял требуемое угловое положение $\Lambda_\text{к}$). На интервалах разгона и торможения предельно максимальным является управляющий момент $\mathbf{M}$, условие (8) переходит в строгое равенство, а на отрезке между разгоном и торможением выполняются уравнения (4), (7) и равенство $|\mathbf{L}| = \text{const} = H_0$. В результате траектория вращения КА $\Lambda(t)$ разделяется на три составляющие: $\Lambda(0) - \Lambda(t_\text{р})$, $\Lambda(t_\text{р}) - \Lambda(t_\text{т})$ и $\Lambda(t_\text{т}) - \Lambda(T)$. Кватернион разворота представим в виде

$$\Lambda_\text{р} = \widetilde{\Lambda}_\text{н} \circ \Lambda_\text{к} = \Delta\Lambda_\text{р} \circ \Delta\Lambda_\text{ном} \circ \Delta\Lambda_\text{т},$$

где $\Delta\Lambda_\text{р} = \widetilde{\Lambda}_\text{н} \circ \Lambda(t_\text{р})$ — кватернион поворота КА за время разгона; $\Delta\Lambda_\text{т} = \widetilde{\Lambda}(t_\text{т}) \circ \Lambda_\text{к}$ — кватернион поворота КА за время торможения; $\Delta\Lambda_\text{ном} = \widetilde{\Lambda}(t_\text{р}) \circ \Lambda(t_\text{т})$ — кватернион поворота за время вращения КА с максимальным кинетическим моментом H_0.

Для нулевых граничных условий $\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}(T) = \mathbf{0}$ оптимальный по критерию (2) разворот КА включает две фазы, в течение которых модуль момента $\mathbf{M}$ максимально возможный, — разгон (увеличение модуля кинетического момента) и торможение (гашение кинетического момента до нуля), и фазу номинального движения, при котором справедливы уравнения (4), (7). На участке разгона векторы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{L}$ имеют одинаковое направление, а на участке торможения векторы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{L}$ имеют противоположные направления; вектор кинетического момента $\mathbf{L}$ имеет постоянное направление в инерциальном пространстве, но меняется по величине (на участке разгона он увеличивается с нуля до максимального значения H_0, а на участке торможения — уменьшается до нуля). Движение КА во время разворота происходит по следующей программе изменения кинетического момента: увеличение модуля вектора $\mathbf{L}$ с нуля до H_0 с максимальной скоростью ($|\mathbf{M}| = m_0$) при неизменном направлении относительно опорного базиса $\mathbf{I}$; далее вращение вектора $\mathbf{L}$ с постоянной величиной H_0 по оптимальному закону, определяемому уравнениями (4), (7), и, наконец, уменьшение модуля вектора $\mathbf{L}$ до нуля с максимальной скоростью ($|\mathbf{M}| = m_0$) при неизменном направлении относительно опорного базиса **I**. Эта программа полностью определяет движение КА в процессе перехода из состояния $\Lambda = \Lambda_н$, $\boldsymbol{\omega} = 0$ в состояние $\Lambda = \Lambda_к$, $\boldsymbol{\omega} = 0$, так как имеют место уравнения (1) и равенство $\boldsymbol{\omega}(t) = J^{-1}\mathbf{L}(t)$.

В силу того, что начальная и конечная угловые скорости равны нулю, а модуль управляющего момента постоянен $|\mathbf{M}| = \text{const} = m_0$, длительность этапов разгона и торможения будет одинакова. Оптимальное решение $\boldsymbol{\omega}(t)$ на участке номинального движения (между разгоном и торможением) обладает свойствами (6), векторы **M** и **L** ортогональны, модуль кинетического момента максимален и постоянен $|\mathbf{L}| = \text{const} = H_0$. Динамика движения полностью идентична решению задачи оптимального разворота КА, полученному в работе [1]. Если величина H_0 максимально возможного кинетического момента КА известна, то решив задачу максимального быстродействия, получим время разворота T; если время T окончания разворота задано, то значение параметра H_0 в законе управления подлежит определению.

Проблема заключается в том, что в случае фиксированной длительности разворота T значение H_0 заранее неизвестно. Поэтому оптимальное решение $\mathbf{M}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ получается методом итераций путем многократного решения симметричной задачи разворота КА из положения $\Lambda_н$ в положение $\Lambda_к$ за минимальное время (способ такого разворота КА описан в работе [1]), в которой уровень H_0 варьируется таким образом, чтобы конечное время разворота совпало с заданным значением T. Очевидно, чем меньше значение H_0, тем больше время окончания разворота T, и наоборот. Взяв произвольной величину кинетического момента $|\mathbf{L}| = K_с$ и решая кинематическую задачу разворота (за минимальное время), получим прогнозируемое время $t_{пр}$ завершения маневра. Тогда за начальное приближение примем величину $H_0^{(0)} = K_с t_{пр}/T$ (это теоретически минимальное значение, нижняя граница L_m). Первая итерация (первое решение задачи наискорейшего разворота) выполняется со значением параметра H_0, равным $H_0^{(0)}$. Далее итерационный процесс программируется рекуррентным соотношением. На каждой n-й итерации определяется время разворота T_n из положения $\Lambda_н$ в положение $\Lambda_к$ при наличии ограничений $|\mathbf{L}| \leqslant H_0^{(n)}$ и (8). Каждое последующее приближение $H_0^{(n+1)}$ вычисляем исходя из предыдущей пары $H_0^{(n)}$, T_n, используя рекуррентное правило $H_0^{(n+1)} = T_n H_0^{(n)}/T$. Уточнение параметра H_0 продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие $|T_n - T| < \Delta T$, где ΔT — некоторая (максимально допустимая) ошибка по времени. В результате все ключевые характеристики оптимальной программы управления (H_0, $\mathbf{M}(0)$, $t_р$, $t_т$) будут определены, а оптимальное движение $\boldsymbol{\omega}(t)$ построено (как результат решения задачи наискорейшего разворота на последней итерации с найденным уровнем $H_0 = H_0^{(opt)}$). Если $5K_с t_{пр} > m_0 T^2$, то за начальное приближение $H_0^{(0)}$ можно принять значение $H_0^{(0)} = m_0 T\left(1 - \sqrt{1 - 4K_с t_{пр}/m_0 T^2}\right)/2$, которое ближе к искомому уровню $H_0^{(opt)}$, чем L_m.

Оптимальное управление угловым положением КА реализуется по способу, представленному в работе [1]. Так как при торможении КА момент **M** направлен строго против кинетического момента **L**, то момент начала торможения может быть спрогнозирован достаточно точно. Длительность остановки вращения равна $\tau = |\mathbf{L}|/m_0$. Момент начала участка торможения определяется следующим условием:

$$4\arcsin\frac{K\sqrt{q_2^2 + q_3^2}}{\sqrt{(J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2}} = \frac{K^2\sqrt{\omega_2^2 + \omega_3^2}}{m_0\sqrt{(J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2}},$$

где q_j — компоненты кватерниона рассогласования $\tilde{\Lambda}(t) \circ \Lambda_к$ ($j = 0, 1, 2, 3$); $K = |J \cdot \boldsymbol{\omega}|$ — модуль кинетического момента КА. Гашение кинетического момента на участке торможения выполняется по линейному закону: $|\mathbf{L}(t)| = H_0 - m_0(t - t_т)$, где $t_т$ — момент начала торможения.

Определение момента времени $t_т$ по фактическим (измеренным значениям) кинематическим параметрам движения (угловому рассогласованию и угловой скорости) повышает точность приведения КА в требуемое состояние $\Lambda = \Lambda_к$, $\boldsymbol{\omega} = 0$.

3. Вопросы выбора оптимального времени разворота

Для КА с инерционными исполнительными органами (силовыми гироскопами) важно не только минимизировать кинетический момент во время разворота, но и правильно (максимально корректно) назначить время окончания маневра T. Задача заключается в определении такой длительности разворота T (и значения параметра H_0), чтобы во время движения КА вокруг центра масс эволюция вектора **G** суммарного кинетического момента системы гиродинов не привела к выходу его за пределы области S возможных значений ("насыщения" системы гиродинов не наступит) и чтобы не потребовалась "разгрузка", т. е. снятие накопленного кинетического момента системы гиродинов за счет приложения момента сил иной природы (магнитного [12], включением реактивных двигателей ориентации и др.). Такие движения КА считаются допустимыми (в смысле управления ориентацией КА без "разгрузки" системы гиродинов).

Исходными в решении поставленной задачи (выбор оптимального времени разворота) являются два момента:

а) разворот КА происходит в соответствии с методом, приведенным в работе [1], и

б) запас кинетического момента системы гиродинов должен быть максимальным (при найденных параметрах разворота H_0 и T).

Последнее требование позволяет уменьшить вероятность задействования других (кроме гиродинов) средств управления ориентацией (например, реактивных двигателей). В случае нулевых граничных условий $\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}(T) = \mathbf{0}$ реализуется только один единственный тип движения: первый участок — разгон КА с максимальным управляющим моментом $|\mathbf{M}| = m_0$ до наступления равенства $|\mathbf{L}| = H_0$, далее участок движения КА с постоянным по модулю кинетическим моментом $|\mathbf{L}| = H_0$ (с выполнением равенств (6)) и затем симметричный участок торможения КА с максимальным управляющим моментом $|\mathbf{M}| = m_0$ до полной остановки КА ($\mathbf{M}\|\mathbf{L}$). Изменение модуля кинетического момента $\mathbf{G}$ системы силовых гироскопов во время разворота таково, что на участках разгона и торможения $d|\mathbf{G}|/dt \approx \text{const}$ (так как момент $\mathbf{M}$ управляющих сил намного больше возмущающего момента $\mathbf{M}_\text{в}$). Отметим, что в большинстве случаев можно считать $|d|\mathbf{G}|/dt|_{t < t_\text{р}} = |d|\mathbf{G}|/dt|_{t < t_\text{т}}$, где $t_\text{р}$ — момент окончания разгона; $t_\text{т}$ — момент начала торможения. В гипотетическом случае, когда $\mathbf{M}_\text{в} = \mathbf{0}$, разгон КА можно осуществлять до наступления ситуации $|\mathbf{L}| = R_0$, так как в этом идеальном случае $|\mathbf{L}| = |\mathbf{G}|$ и в интервале между разгоном и торможением $|d|\mathbf{G}|/dt| = 0$ (напомним R_0 — радиус сферы, вписанной в область S возможных значений кинетического момента $\mathbf{G}$ системы силовых гироскопов).

В реальных условиях полета $\mathbf{M}_\text{в} \neq \mathbf{0}$ и поэтому $\mathbf{L} + \mathbf{G} \neq \mathbf{0}$, а значит, на участке номинального вращения (когда $|\mathbf{L}(t)| = \text{const}$) в общем случае $|d|\mathbf{G}|/dt| \neq 0$. При наличии возмущающих моментов $\mathbf{M}_\text{в} \neq \mathbf{0}$ возникает проблема — каким должно быть время разворота T (или уровень H_0), чтобы до окончания маневра возможное увеличение величины $|\mathbf{G}|$ было меньше R_0—H_0 (зависимость H_0 от T — монотонно убывающая функция). Хотя возмущения $\mathbf{M}_\text{в}$ могут "помогать" развороту КА (при этом $d|\mathbf{G}|/dt < 0$), но гарантировать, что такое положение вещей будет продолжаться на всем отрезке времени $[t_\text{р}, t_\text{т}]$, никак нельзя. Поэтому при расчете проектной программы управления необходимо учитывать наихудший сценарий — считать возмущения $\mathbf{M}_\text{в}$ максимально возможными по величине и направленными против кинетического момента $\mathbf{L}$ корпуса КА. Тогда $d|\mathbf{G}|/dt = |\mathbf{M}_\text{в}|$ и $\max\limits_{t_\text{р} < t < t_\text{т}} d|\mathbf{G}|/dt = M_\text{в рас}$, где $M_\text{в рас}$ — максимально возможная величина возмущающего момента $\mathbf{M}_\text{в}$ (т. е. $|\mathbf{M}_\text{в}| \leqslant M_\text{в рас}$). Приращение модуля кинетического момента $\mathbf{G}$ гиросистемы за время вращения КА с $|\mathbf{L}| = \text{const}$ составит

$$\Delta G = \int\limits_{t_\text{р}}^{t_\text{т}} |\mathbf{M}_\text{в}| dt \leqslant (t_\text{т} - t_\text{р}) M_\text{в рас} = (T - \tau_\text{р} - \tau_\text{т}) M_\text{в рас},$$

где $\tau_\text{р}$, $\tau_\text{т}$ — длительности разгона и торможения; $G = |\mathbf{G}|$. Таким образом, должно выполняться соотношение: $G(\tau_\text{р}) + (T - \tau_\text{р} - \tau_\text{т}) M_\text{в рас} \leqslant R_0$, где R_0 — известная наперед заданная величина.

В момент окончания разгона $G(\tau_\text{р}) = |\mathbf{L}(\tau_\text{р})|$ (так как $|\mathbf{M}_\text{в}| \ll m_0$). "Насыщение" системы силовых гироскопов может наступить в предельном случае, если выполняется равенство $|\mathbf{L}(\tau_\text{р})| = R_0 - (T - \tau_\text{р} - \tau_\text{т}) M_\text{в рас}$. Необходимо указать, что чем меньше время разворота T, тем, казалось бы, меньше вероятность достижения к моменту $t_\text{т}$ начала торможения порогового значения $|\mathbf{G}(t)| = R_0$. Однако с уменьшением времени T потребный кинетический момент $\mathbf{L}(\tau_\text{р})$ увеличивается, и запас $\Delta R = R_0 - |\mathbf{L}(\tau_\text{р})|$ уменьшается, что, в свою очередь, повышает вероятность наступления "насыщения" гиросистемы (выполнения равенства $|\mathbf{G}| = R_0$). Здесь становится актуальной задача разворота КА с минимальным кинетическим моментом $|\mathbf{L}|$ за отведенное время T (с тем, чтобы максимально увеличить запас кинетического момента $R_0 - |\mathbf{L}|$ для использования его на компенсацию предполагаемых возмущающих моментов $\mathbf{M}_\text{в}$).

При построении оптимальной программы управления мы можем варьировать только два параметра — время разворота T или величина кинетического момента КА $|\mathbf{L}(\tau_\text{р})|$ (остальные характеристики заданы по условиям разворота и не могут быть изменены). Запишем уравнение, устанавливающее связь между временем разворота T, оценкой максимальной величины возмущающих моментов $M_\text{в рас}$ и расчетной величиной кинетического момента КА $|\mathbf{L}(\tau_\text{р})|$. Для разворота твердого тела по траектории, удовлетворяющей соотношениям (3)—(4), справедливо равенство $\int\limits_0^T |\mathbf{L}| dt = \text{const} = S_L$, где величина S_L определяется исключительно кватернионом разворота $\Lambda_\text{р} = \tilde{\Lambda}_\text{н} \circ \Lambda_\text{к}$ и инерционными характеристиками КА J_1, J_2, J_3 [13]. Обозначив $L_0 = |\mathbf{L}(\tau_\text{р})|$ и полагая, что на участках разгона и торможения модуль кинетического момента меняется по линейному закону $|d|\mathbf{L}|/dt| = m$, где m — максимальная скорость изменения модуля кинетического момента, получим следующие соотношения: $2\int\limits_0^T |\mathbf{L}| dt = L_0(2T - \tau_\text{р} - \tau_\text{т})$ или $L_0(T - L_0/m) = S_L$ (так как $\tau_\text{р} \approx \tau_\text{т} = L_0/m$). Возможны две постановки задачи:

а) при наличии ограничения $T \leqslant T_\text{зад}$ используем критерий $L_0 \to \min$ или $M_\text{в рас}(T - \tau_\text{р} - \tau_\text{т}) \to \max$;

б) при свободном правом конце получаем систему двух уравнений, в которых время разворота T определяется из условия $M_{\text{в рас}} \to \max$. Выпишем эти уравнения:

$$L_0 + M_{\text{в рас}}(T - 2L_0/m) = R_0,\ L_0(T - L_0/m) = S_L$$

и приведем их к каноническому виду

$$L_0(1 - 2M_{\text{в рас}}/m) + M_{\text{в рас}}T = R_0,$$
$$L_0^2/m - L_0T + S_L = 0.$$

Решим указанную систему уравнений, выразив T через L_0 (из первого уравнения системы) и подставив полученное для T выражение во второе уравнение, после чего получим квадратное уравнение относительно переменной L_0. В результате

$$T = (R_0 - L_0)/M_{\text{в рас}} + 2L_0/m,$$

откуда

$$L_0^2(1/M_{\text{в рас}} - 1/m) - L_0R_0/M_{\text{в рас}} + S_L = 0.$$

Решением последнего уравнения будет

$$L_0 = 0{,}5(R_0m \pm$$
$$\pm \sqrt{R_0^2m^2 - 4S_LmM_{\text{в рас}}(m - M_{\text{в рас}})})/(m - M_{\text{в рас}}).$$

При $m \to \infty$ величины $\tau_р \to 0$, $\tau_т \to 0$ и $S_L = L_0T$; поэтому $R_0 - L_0 = M_{\text{в рас}}T = M_{\text{в рас}}S_L/L_0$, а значит, $L_0 = (R_0 \pm \sqrt{R_0^2 - 4S_LM_{\text{в рас}}})/2$ (очевидно, что $L_0 < R_0$).

Очевидно, что $m > M_{\text{в рас}}$, и существуют два решения квадратного уравнения (в обоих $L_0 > 0$) — меньшему значению L_0 соответствует верхняя граница T ($T_{\max}$), большему значению L_0 соответствует нижняя граница T ($T_{\min}$, разворот за минимальное время). Время разворота назначают внутри диапазона $T_{\min} < T < T_{\max}$. За границами интервала $[T_{\min}, T_{\max}]$ разворот без "разгрузки" гиросистемы не гарантируется, так как "насыщение" может наступить либо из-за большого L_0, сообщаемого при разгоне (оно близко к R_0), вследствие малого времени T, либо из-за большой продолжительности участка номинального вращения (между разгоном и торможением), вследствие чего накопленные за время разворота возмущения "съедают" весь запас $R_0 - L_0$ кинетического момента гиросистемы. Если величина $M_{\text{в рас}}$ не известна или может меняться в широких пределах, то время разворота T необходимо назначить на основании условия максимальности параметра $M_{\text{в рас}}$, при котором выполняется неравенство $R_0^2m > 4S_LM_{\text{в рас}}(m - M_{\text{в рас}})$. Функция $S_L\ M_{\text{в рас}}(m - M_{\text{в рас}})$ максимальна в точке $M_{\text{в рас}} = m/2$; однако таких возмущающих моментов, сравнимых по величине с моментом управляющих сил, не бывает. Следовательно, можно считать, что с возрастанием параметра $M_{\text{в рас}}$ корни квадратного уравнения, в котором L_0 — единственная неизвестная величина, приближаются друг к другу, а диапазон $[T_{\min}, T_{\max}]$ допустимых значений времени разворота T сужается. Найдем то критическое значение параметра $M_{\text{в рас}}$ (обозначим его $M_{\text{кр}}$), при котором разворот из положения $\Lambda_н$ в положение $\Lambda_к$ еще возможен без нарушения требования $|\mathbf{G}| \leqslant R_0$. Для этого надо решить уравнение $R_0^2m - 4S_LM_{\text{в рас}}(m - M_{\text{в рас}}) = 0$ относительно $M_{\text{в рас}}$ (все остальные величины в этом уравнении известны, они заданы по условиям задачи оптимального разворота). В итоге $M_{\text{кр}} = (m - \sqrt{m^2 - R_0^2m/S_L})/2$ (из физического смысла следует $M_{\text{в рас}} < m/2$, и поэтому нас интересует единственный корень $M_{\text{в max}} = M_{\text{кр}}$); $\max|\mathbf{M}_в| < M_{\text{в max}}$ (т. е. $M_{\text{в рас}} \leqslant M_{\text{в max}}$). С учетом действия возмущений $\mathbf{M}_в$ априорно неизвестной величины оптимальными значениями будут

$$L_0 = R_0/\left(1 + \sqrt{1 - R_0^2/S_Lm}\right) \ \text{и}\ T = T_{\text{opt}} = 2S_L/R_0.$$

Пришли к тому, что $T_{opt} = 2T_{fast}$, где T_{fast} — теоретически достижимая нижняя граница времени разворота КА при наличии ограничения $|J\boldsymbol{\omega}| \leqslant R_0$ (в этих формулах $S_L = K_ct_{\text{пр}}$).

Как и следовало ожидать, в оптимальном случае время разворота должно быть в два раза больше времени идеального разворота (когда модуль кинетического момента КА $\mathbf{L}$ равен максимально допустимому значению R_0 и возмущающие моменты отсутствуют).

Заключение

Известно, что оптимальным при управлении инерционными исполнительными органами является способ ориентации [1]. В общем случае маневр разворота разделяется на три характерные фазы: разгон КА (сообщение угловой скорости) до заданного значения кинетического момента, вращение КА с постоянным модулем кинетического момента и гашение угловой скорости до нуля. Задача управления ориентацией сводится к решению трех задач — наискорейшему сообщению КА требуемого кинетического момента, вращению КА с расчетной скоростью движения и максимально быстрому торможению (успокоению) КА. На участках разгона и торможения управляющий момент максимально возможный и параллелен вектору кинетического момента, что обеспечивает минимальное время достижения заданного значения кинетического момента КА (или гашения имеющегося кинетического момента до нуля). В интервале между разгоном и торможением КА вращается с постоянным по модулю кинетическим моментом (ограничение на момент управления $\mathbf{M}$ является несущественным, оно выполняется); управляющий момент формируется из условия, чтобы движение КА вокруг центра масс происходило строго по назначенной траектории вращения, определяемой расчетным вектором разворота и заданным значением модуля кинетического момента. На этапах интенсивного набора и гашения кинетического момента модуль управляющего момента остается постоянным. Это обстоятельство позволяет использовать описанный способ управления разворотом КА в случае, когда управляющий момент ограничен сферой.

Эффективность использования инерционных устройств (силовых гироскопов) в режиме пространственного разворота определяется не только принятым алгоритмом управления ориентацией КА, но и временем завершения маневра переориентации. Фактор длительности переориентации во многих случаях может оказаться решающим. Ставилась задача — определить такую длительность разворота, чтобы в процессе движения КА вокруг центра масс вектор суммарного кинетического момента системы гиродинов находился внутри области возможных значений, что исключит необходимость "разгрузки" гиросистемы и обеспечит завершение разворота без привлечения других средств управления ориентацией (например, реактивных двигателей). Решение указанной задачи позволяет совершать пространственные развороты КА, используя только силовые гироскопы. В статье приводятся оценки для нахождения оптимального времени разворота в зависимости от конкретных условий — начального и конечного положений КА и его инерционных характеристик.

Список литературы

1. **Левский М. В.** Некоторые вопросы оптимального по времени управления программным разворотом космического аппарата // Космические исследования. 2011. Т. 49. Вып. 6.
2. **Левский М. В.** Об одном случае оптимального управления пространственной ориентацией космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 4.
3. **Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н.** Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974.
4. **Левский М. В.** Решение задачи оптимального управления разворотом КА в рамках класса регулярных движений // Космонавтика и ракетостроение. 1999. № 16.
5. **Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.** Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
6. **Левский М. В.** Способ управления разворотом космического аппарата. Патент на изобретение РФ № 2093433 // Бюллетень "Изобретения. Заявки и патенты". 1997. № 29.
7. **Каструччио И.** Цифровая система стабилизации орбитальной космической станции "Скайлэб" // Вопросы ракетной техники. 1973. № 10.
8. **Сарычев В. А., Беляев М. Ю., Зыков С. Г., Сазонов В. В., Тесленко В. П.** Математические модели процессов поддержания ориентации орбитальной станции "Мир" с помощью гиродинов. М.: Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР. 1989. № 10.
9. **Ковтун В. С., Митрикас В. В., Платонов В. Н., Ревнивых С. Г., Суханов Н. А.** Математическое обеспечение проведения экспериментов при управлении ориентацией космического астрофизического модуля "Гамма" // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1990. № 3.
10. **Сарычев В. А., Беляев М. Ю., Зыков С. Г., Зуева Е. Ю., Сазонов В. В., Сайгираев Х. У.** О некоторых задачах управления ориентацией орбитального комплекса "Мир — Квант-1 — Квант-2" // Тр. XXV чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К. Э. Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". М.: ИИЕТ им. С. И. Вавилова РАН, 1991.
11. **Левский М. В.** К вопросу оптимального успокоения вращения космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1.
12. **Алексеев К. Б., Бебенин Г. Г.** Управление космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1974.
13. **Левский М. В.** Управление пространственным разворотом космического аппарата с минимальным значением функционала пути // Космические исследования. 2007. Т. 45, Вып. 3.

Features of Attitude Control of a Spacecraft, Equipped with Inertial Actuators

M. V. Levskii, dp940@mail.ru,Maximov Research Institute of Space Systems as Branch of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Yubileiny, The Moscow region

Date received: 10.07.14

The topic of the article is the problem of the correct selection of time for an optimal spacecraft turn from any initial position to the prescribed final angular position. The case, when a spacecraft is rotated with a minimal magnitude of the angular momentum, is considered. The optimal control is within the class of the regular motions. It is assumed that the dynamics of the spacecraft rotation during a turn corresponds to the well-known control method [1], which includes a maximal possible acceleration of rotation of a spacecraft, rotation with constant module of angular momentum and the maximal possible slowing down of the angular momentum. At the acceleration and braking phases the control moment is the greatest possible and is parallel to the spacecraft angular momentum; between the acceleration and braking phases the controlling moment is formed from the condition that spacecraft motion occurred strictly along the appointed trajectory of rotation defined by computational turn vector and a preset value of the modulus of the angular momentum. Formalized equations are presented, and computational expressions for definition of the optimal duration of reorientation maneuver are derived for the known mass-inertial characteristics of a spacecraft, if the attitude control is implemented with the use of the inertial actuators (system of powered gyroscopes, gyrodynes). The condition for determination of the moment of the beginning of the braking, which uses the current parameters of motion (information on the angular position of a spacecraft and measurements of the angular velocity) is presented, which increases considerably the accuracy of spacecraft movement to the required position. This paper is continuation of [1, 2].

Keywords: *spacecraft, attitude, control, powered gyroscopes*

For citation:

Levskii M. V. Features of Attitude Control of a Spacecraft, Equipped with Inertial Actuators, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2015, vol. 16, no. 3, pp. 188—195.*

DOI: 10.17587/mau.16.188-195

References

1. **Levskii M. V.** *Kosmicheskie Issledovaniya*, 2011, vol. 49, iss. 6 (in Russian).
2. **Levskii M. V.** *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2012, no. 4 (in Russian).
3. **Raushenbakh B. V., Tokar' E. N.** *Upravlenie orientatsiei kosmich-eskikh apparatov* (Control of the orientation of spacecraft), Moscow, Nauka, 1974 (in Russian).
4. **Levskii M. V.** *Kosmonavtika i Raketostroenie*, 1999, no. 16 (in Russian).
5. **Branets V. N., Shmyglevskii I. P.** *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* (The use of quaternions in problems of orientation of a rigid body), Moscow, Nauka, 1973 (in Russian).
6. **Levskii M. V.** *Byulleten' "Izobreteniya. Zayavki i Patenty"*, 1997, no. 29 (in Russian).
7. **Kastruchchio I.** *Voprosy Raketnoi Tekhniki*, 1973, no. 10 (in Russian).
8. **Sarychev V. A., Belyaev M. Yu., Zykov S. G., Sazonov V. V., Teslenko V. P.** *Preprint IPM im. M. V. Keldysha AN SSSR*, 1989, no. 10 (in Russian).
9. **Kovtun V. S., Mitrikas V. V., Platonov V. N., Revnivykh S. G., Sukhanov N. A.** *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya Kibernetika*, 1990, no. 3 (in Russian).
10. **Sarychev V. A., Belyaev M. Yu., Zykov S. G., Zueva E. Yu., Sazonov V. V., Saigiraev Kh. U.** *Trudy XXV chtenii, posvyashchennykh razrabotke nauchnogo naslediya i razvitiyu idei K. E. Tsiolkovskogo. Sektsiya "Problemy raketnoi i kosmicheskoi tekhniki",* Moscow, 1991 (in Russian).
11. **Levskii M. V.** *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2011, no. 1 (in Russian).
12. **Alekseev K. B., Bebenin G. G.** *Upravlenie kosmicheskimi letatel'nymi apparatami* (The space vehicles control), Moscow, Mashinostroenie, 1974 (in Russian).
13. **Levskii M. V.** *Kosmicheskie Issledovaniya*, 2007, vol. 45, iss. 3 (in Russian).

Corresponding author:

Levskii Mikhail V., Leading Researcher, Maximov Research Institute of Space Systems as Branch of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Yubileiny, Moscow oblast, e-mail: dp940@mail.ru

УДК 629.73.02; 629.73.05/.06; 535.643

А. В. Шукалов, ген. директор, **П. П. Парамонов,** д-р техн. наук, проф., советник ген. директора,
И. О. Жаринов, д-р техн. наук, доц., руководитель учебно-научного центра, igor_rabota@pisem.net,
ФГУП "Санкт-Петербургское ОКБ "Электроавтоматика" имени П. А. Ефимова",
О. О. Жаринов, канд. техн. наук, доц.,
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП),
М. О. Костишин, аспирант,
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (НИУ ИТМО)

Алгоритм и методика автоматизации процедуры оценивания координат цветности элементов изображения бортовых средств индикации в авионике

Рассматривается задача исследования бортовых средств отображения информации в целях определения автоматизированным способом координат цветности элементов изображения, обладающих повышенными характеристиками восприятия для человека в условиях воздействия внешней освещенности. Рассматриваются различные системы кодирования цвета, применяемые в бортовых индикаторах, выполненных на базе жидкокристаллической панели. Предлагается схема автоматизированного рабочего места для проведения исследования, приводятся описания и назначение компонентов системы автоматизации проектирования, установленной в составе рабочего места. Обсуждаются результаты экспериментов по измерению яркости и оценке яркостного контраста изображений в различных цветах. Предлагается алгоритм автоматизированного поиска глобального максимума двумерной поверхности распределения контраста изображения на плоскости координат цветности. Результатами исследования являются методика и алгоритм поиска координат цветности с максимальным значением яркостного контраста, а также сами координаты цветности в точке максимума контраста.

Ключевые слова: *индикация, авионика, яркостный контраст, системы кодирования цвета, преобразование Грассмана, задача оптимизации*

Введение

В процессе проектирования бортовых средств отображения пилотажно-навигационной информации и геоинформационных данных разработчики бортового авиационного оборудования сталкиваются с задачей выбора желаемых значений координат цветности индицируемых элементов изображения. По сложившейся в авиационной промышленности практике соответствие вида параметра и наименования цвета, которым отображается этот параметр, определено в действующей нормативно-технической документации (НТД).

Так, например, согласно отечественному руководству 25-11А по сертификации систем электронной индикации самолетов транспортной категории индикация:

- указателя угла крена должна осуществляться белым цветом;
- указателя заданного путевого угла ортодромии — голубым цветом;
- шкалы крутящих моментов — салатовым цветом;