

Н. Б. Агаев^{1,2}, д-р техн. наук, проф., nadir_avia@yahoo.com,
Г. Г. Оруджов², канд. техн. наук, начальник отдела, gazanfar.orujov@gmail.com,

Н. Н. Калбиев², докторант, namiq86@gmail.com,

¹ Министерство Науки и Образования Азербайджанской Республики,

Институт Информационных Технологий, г. Баку,

² Национальная Авиационная Академия, г. Баку

Планирование оптимальной опорной траектории полета летательного аппарата с использованием карты рельефа местности

В связи с развитием авиационной техники, расширением функциональных возможностей современных летательных аппаратов (ЛА) и усложнением решаемых задач на точность аэронавигации накладываются дополнительные жесткие требования. Наряду с высокой точностью требуется также обеспечение автономности навигации, что подразумевает навигацию ЛА без использования активных радиолокационных средств.

Известно, что в настоящее время для обеспечения автономной навигации широко используются физические поля Земли. Из известных геофизических полей Земли ввиду уникальности, достаточно хорошей изученности и простоты измерения выбрана цифровая карта рельефа местности. Высокая точность и автономность навигации необходимы в том числе для обеспечения скрытности ЛА, т. е. незаметности для наземных радиолокационных средств потенциального противника, в режиме маловысотного полета. Наилучшая скрытность полета ЛА в маловысотном режиме полета достигается не только облетом, также и обходом препятствий, благодаря экранирующим свойствам земной поверхности. Автономность навигации обеспечивает периодическую коррекцию опорной траектории полета при длительном полете, а высокая точность предотвращает столкновения ЛА с земной поверхностью в режиме маловысотного полета.

Целью настоящей работы является выбор оптимальной опорной траектории (маршрута) полета ЛА в режиме маловысотного полета.

В данной статье для расчета оптимальной опорной траектории полета самолета в горизонтальной плоскости предлагается метод динамического программирования Беллмана с использованием цифровой карты рельефа местности. Разработаны методика, алгоритмы и проведен численный эксперимент с использованием фрагментов цифровой карты местности.

Метод позволяет вычислять оптимальный маршрут полета, обеспечивающий наибольшую скрытность ЛА в режиме маловысотного полета с использованием экранирующих свойств неровностей земной поверхности.

Ключевые слова: автономная навигация, цифровая карта рельефа местности, оптимальная опорная траектория полета, маловысотный полет, скрытность полета, метод динамического программирования, экранирующие свойства рельефа местности

Введение

В связи с развитием авиационной техники, расширением функциональных возможностей современных летательных аппаратов (ЛА) и усложнением решаемых задач на точность аэронавигации накладываются дополнительные жесткие требования. Наряду с высокой точностью требуется также обеспечение автономности навигации.

Известно, что в настоящее время для обеспечения автономной навигации широко используются физические поля Земли, которые делятся на два класса [1, 2]:

1. Пространственные поля Земли, параметры которых определены в каждой точке околоземного пространства, — магнитные и гравитационные поля.

2. Поверхностные поля Земли, параметры которых определены лишь на земной поверхности, —

поле рельефа местности, тепловое, оптическое, поле коэффициента отражения радиоволн.

При рассмотрении известных геофизических полей Земли ввиду уникальности, достаточно хорошей изученности и простоты измерения выбрана цифровая карта рельефа местности (ЦКРМ).

Известно, что для обеспечения скрытности полета ЛА используют экранирующие свойства рельефа местности. Скрытность полета обеспечивается выбором оптимальной опорной траектории (ООТ) движения ЛА в горизонтальной плоскости на малой высоте. При этом опорная траектория движения ЛА должна соответствовать координатам с наименьшими абсолютными высотами рельефа местности в горизонтальной плоскости. Предлагаемый метод расчета ООТ должен учитывать различные ограничения, накладываемые на траекторию движения и маневренные возмож-

ности ЛА, например, необходимость обхода запрещенной зоны участка земной поверхности, показатели точности бортовых датчиков, инерционность и скорость движения ЛА и т. д.

Расчет опорной траектории является оптимизационной задачей, которая решается различными методами [7–13]. Известны результаты некоторых исследований, посвященных формированию ООТ полета, где основными критериями оптимальности приняты различные показатели (минимальные вычислительные ресурсы, минимальная длина пути полета, минимизация вероятности столкновения с земной поверхностью и др.).

Например, в источниках [3, 6] формируется ООТ только в вертикальной плоскости, в работе [4] используется классический метод вариационного исчисления, а метод, применяемый в статье [5], требует больших вычислительных мощностей.

В источнике [14] представлена методика автоматизированного расчета оптимальной траектории полета воздушных объектов по критерию минимума вероятности обнаружения. Особенностью задачи поиска оптимальной трассы полета ЛА является тот факт, что вероятность обнаружения объекта зависит как от его координат, так и от его ракурса относительно средств радиолокации. В работе [15] рассмотрена постановка задачи максимизации осматриваемой беспилотными ЛА площади при движении по траектории заданной длины, сформулировано необходимое условие оптимальности траектории, предложен вариант построения оптимальной траектории полета при наличии возможности переднего визуального обзора. В статье [16] представлена модель построения оптимального маршрута полета беспилотных ЛА по данным инфракрасной видеонавигации на основе модернизированного алгоритма Дейкстры. В работе [17] представлено построение оптимальной пространственной траектории, основанное на условии минимизации времени полета при соблюдении энергетических ограничений вертолета, при соблюдении всех заданных ограничений. В работе [18] ЦКРМ используется для разработки методики предотвращения столкновения ЛА с поверхностью Земли, и основным критерием оптимальности является минимальная длина опорной траектории полета.

Анализ перечисленных выше методов показывает, что задача оптимальной маршрутизации полета ЛА решается с помощью мини-

мизации по различным критериям. Упомянутые методы не в полной мере учитывают экранирующие свойства рельефа местности не только при облете, но и при обходе земных препятствий.

Постановка и метод решения задачи

Требуется определить ООТ полета ЛА при низких абсолютных высотах в горизонтальной плоскости с использованием экранирующих свойств рельефа местности земной поверхности.

В целях расчета ООТ движения ЛА в горизонтальной плоскости в настоящей работе выбран метод динамического программирования (МДП), который заключается в решении уравнения Беллмана [8]. Основным преимуществом МДП с использованием ЦКРМ по сравнению с методами, перечисленными выше [3–6, 14–18], является обеспечение максимальной скрытности полета посредством экранирующих свойств рельефа местности.

Аргументами в пользу выбора в качестве метода оптимизации МДП также являются:

1) возможность учета ограничений по управляющему сигналу, по фазовым координатам и начальных условий, без усложнения решения задачи в целом [8];

2) простота реализации алгоритма формирования ООТ, что позволяет существенно уменьшить объем вычислений [8];

3) возможность формирования ООТ с учетом навигационных ошибок;

4) возможность "наказания" за отклонение от центральной линии ортодромии;

5) предсказуемость предварительной оценки объемов вычислений и объема оперативной памяти бортового компьютера.

Следует отметить, что в целях формирования ООТ полета ЛА, обеспечивающей скрытность полета, рельеф земной поверхности должен обладать информативностью (выраженной неровностью, изрезанностью). Следовательно, предлагаемый метод наиболее эффективен для гористой местности.

Общий принцип, лежащий в основе решения всех задач динамического программирования, заключается в следующем: каково бы ни было состояние системы перед очередным шагом, надо выбирать управление на этом шаге так, чтобы выигрыш на данном шаге плюс оптимальный выигрыш на всех последующих шагах был максимальным [8].

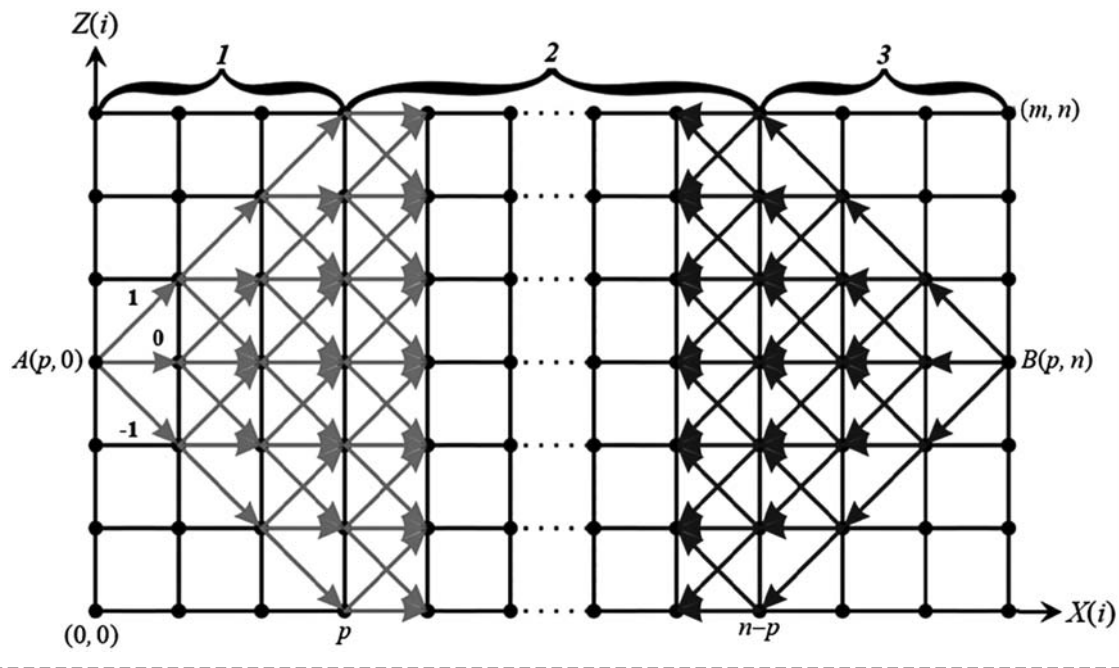


Рис. 1. Иллюстрация реализации метода динамического программирования
 Fig. 1. Illustration of the implementation of the dynamic programming method

В целях применения МДП для вычисления ООТ полета ЛА на основе ЦКРМ выделим прямоугольный фрагмент земной поверхности со значениями высот (рис. 1), где размер пикселя в виде квадрата в горизонтальной плоскости составляет d (в данном случае $d = 90$ м). В данном примере приняты три разрешенных направления: по направлению вверх по диагонали квадрата (1), направо по ребру квадрата (0) и по направлению вниз по диагонали квадрата (-1). Из-за этого прямоугольный фрагмент разделен на три части: 1, 2 и 3. Части 1 и 3 — треугольные, которые определяются возможными направлениями движения, а часть 2 — прямоугольная. Задача состоит в нахождении оптимального маршрута из точки A в точку B с применением МДП.

В предлагаемом в данной работе приложении МДП задачей оптимизации является минимизация функционала

$$S_{i,j} = \min\{S_{i-k,j-1} + H_{i-k,j-1}\}, \quad (1)$$

где $S_{i,j}$ — таблица затрат (стоимости); $H_{i,j}$ — значение высот рельефа местности, соответствующее боковой (j) и продольной (i) координатам ЦКРМ.

Здесь параметр k обозначает направление движения, $k = \{-1, 0, 1\}$ — соответственно вниз

по диагонали, направо и вверх по диагонали, как показано на рис. 1, где i, j — номера столбцов и строк, причем $j = 1, 2, \dots, n$; $i = 1, 2, \dots, m$; $S_{p,j} = 0$; $X(j), Z(i)$ — продольная и боковая координаты участка; $-1, 0, 1$ — допускаемые направления движения ЛА; A, B — начало и конец опорной траектории соответственно. Размеры фрагмента ЦКРМ ($n \times m$), где $n \geq m$.

В выражении (1) $0 < i - k < m, k < i < m + k$, следовательно, $i \in [1, m - 1]$.

В соответствии с исследуемым фрагментом земной поверхности таблица стоимостей состоит из трех частей: 1, 2, 3 (рис. 1).

Если $i \in [p - q, p + q]$ и $j = n - q, q = 0, 1, 2, \dots, p - 1$, вычисляется часть 3 фрагмента ЦКРМ, где

$$p = \begin{cases} \frac{m}{2}, & \text{если } m \text{ — четное число;} \\ \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil + 1, & \text{если } m \text{ — нечетное число,} \\ \text{где } \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil \text{ — целая часть числа.} \end{cases}$$

Если $j \in [n - p, p]$, где $i \in [1, (m - 1)]$, вычисляется часть 2 фрагмента ЦКРМ.

Если $j \in [p, 0]$, где $i \in [p - q, p + q], q = p - 1, p - 2, p - 3, \dots, 0$, вычисляется часть 1 фрагмента ЦКРМ.

Далее по вычисленной матрице $S_{i,j}$ с учетом направления движения ЛА определяется ООТ с координатами $(j, i) = \arg(S_{i,j})$:

$$S_{j,i} = \min_k \{S_{j,i} | k = -1, 0, 1\}. \quad (2)$$

Как видно из соотношения (1), критерием оптимальности для решения функционального уравнения Беллмана является минимальная сумма высот по ЦКРМ, при которой выбранной с помощью МДП траектории, соединяющей исходную точку $A(0, p)$ с конечной $B(n, p)$ в горизонтальной плоскости, соответствует минимальная сумма высот рельефа местности по рассматриваемому кадру ЦКРМ.

Алгоритм расчета ООТ полета ЛА в горизонтальной плоскости с использованием ЦКРМ

Begin Procedure ЦКРМ

Шаг 1. Ввод матрицы высот фрагмента ЦКРМ $H(j, i)$, $j = 0, 1, 2, \dots, n$; $i = 0, 1, 2, \dots, m$.

Шаг 2. Фиксирование координат, соответственно начала и конца ООТ полета ЛА: точки A и B .

Вычисляется боковая срединная координата p прямоугольного фрагмента ЦКРМ:

if m нечетное число: $p = \text{int}(m/2) + 1$ иначе $p = m/2$

$$XA = p; ZA = 0$$

$$XB = p; ZB = n$$

Шаг 3. Ввод вектора коэффициента направления:

if $k = -1$: переходим от точки $A(j, i)$ к точке $A(j + 1, i - 1)$;

if $k = 0$: переходим от точки $A(j, i)$ к точке $A(j + 1, i)$;

if $k = +1$: переходим от точки $A(j, i)$ к точке $A(j + 1, i + 1)$;

I этап вычисления таблицы стоимостей (затрат).

Шаг 4. Резервируется матрица $S(j, i) = 0$ для всех $j = 0, 1, 2, \dots, n$; $i = 0, 1, 2, \dots, m$.

Шаг 5. Фрагмент ЦКРМ разделяется на три участка (рис. 1): начальный (1), средний (2), конечный (3). Вычисление таблицы стоимостей проводится, начиная с точки $S(n, p) = H(n, p)$.

Шаг 6. Заполняется таблица стоимостей 3-й части фрагмента ЦКРМ (рис. 1):

For $l = 1$ to p :

$j = m-l$; // координата по оси j

For $i = p-l + 1$ to $p + l-1$:

if $(i = p + l-1)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i-1) + H(j, i)$; //по направлению обратно вверх по диагонали с конечной точки (p,n)

if $(i = p + l-2)$:

$S(j, i) = \min[S(j + 1, i-1), S(j + 1, i)] + H(j, i)$;

else if $(i = p-l + 2)$:

$S(j, i) = \min[S(j + 1, i + 1), S(j + 1, i)] + H(j, i)$;

else if $(i = p-l + 1)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i + 1) + H(j, i)$; // по направлению обратно вниз по диагонали с конечной точки (p,n)

else

$S(j, i) = \min [S(j + 1, i-1), S(j + 1, i), S(j + 1, i + 1)] + H(j, i)$;

Шаг 7. Заполняется таблица стоимостей 2-й части фрагмента ЦКРМ (рис. 1):

For $j = n-p$ to p ;

For $i = 1$ to m ;

if $(i = 1)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i + 1) + H(j, i)$;

else

if $(i = m)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i-1) + H(j, i)$;

else

$S(j, i) = \min[S(j + 1, i-1), S(j + 1, i), S(j + 1, i + 1)] + H(j, i)$;

Шаг 8. Заполняется таблица стоимостей 1-й части фрагмента ЦКРМ (рис. 1):

For $l = 1$ to p :

$j = m-l$; //по треугольному участку

For $i = p-l + 1$ to $p + l-1$:

if $(i = p + l-1)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i + 1) + H(j, i)$; // по направлению обратно вверх по диагонали

if $(i = p + l-2)$:

$S(j, i) = \min[S(j + 1, i), S(j + 1, i + 1)] + H(j, i)$;

else

if $(i = p-l + 2)$:

$S(j, i) = \min[S(j + 1, i-1), S(j + 1, i)] + H(j, i)$;

else

if $(i = p-l + 1)$:

$S(j, i) = S(j + 1, i-1) + H(j, i)$; // по направлению обратно вверх по диагонали

else

$$S(j, i) = \min[S(j + 1, i - 1), S(j + 1, i), S(j + 1, i + 1)] + H(j, i);$$

Шаг 9. Вычисления ООТ полета ЛА на прямоугольном фрагменте ЦКРМ (рис. 1):

$i = p$;

$D(0, i) = \{0, i\}$; // Начальная точка оптимальной опорной траектории: точка *A*

$D(n, i) = \{0, i\}$; // Конечная точка оптимальной опорной траектории: точка *B*

For $j = 1$ to $n - 1$:

min_i = $i - 1$;

min_val = $\min(S(j + 1, i - 1), S(j + 1, i), S(j + 1, i + 1))$;

if $S(j, i - 1) == \text{min_val}$:

min_i = $i - 1$;

else

if $S(j, i) == \text{min_val}$:

min_i = i ;

else

if $S(j, i + 1) == \text{min_val}$:

min_i = $i + 1$

End if

$i = \text{min_i}$

$D(j, i) = \{j, i\}$;

End procedure ЦКРМ

Опорная оптимальная траектория, вычисленная предлагаемым методом, используется в системах траекторного управления ЛА.

Компьютерная верификация алгоритма расчета ООТ

Как видно из алгоритма, при реализации МДП вычислительная процедура состоит из двух основных этапов:

1. По соотношению (1) выполняется условная оптимизация, т. е. заполняется таблица стоимостей (затрат) $S_{i,j}$, начиная обычно с конечной точки предполагаемой ООТ.

2. Проводится безусловная оптимизация на основе уже заполненной таблицы стоимостей (затрат), т. е. находится управление (направление движения) на каждом этапе оптимизации, начиная с начальной точки предлагаемой ООТ.

По изложенной методике на первом этапе, начиная с конца участка (точка *B*) до начала участка (точка *A*), заполняется таблица стоимостей, а на втором этапе определяется ООТ от точки *A* в точку *B*.

Каждой узловой точке на рис. 1 соответствует высота рельефа местности относительно океанского уровня.

Предложенные алгоритмы реализованы в среде C Sharp и MATLAB для конкретной гористой местности. Для определенного участка ЦКРМ приведены результаты численного эксперимента по реализации алгоритма расчета ООТ в горизонтальной плоскости (рис. 2, см. третью сторону обложки). Кривая красного цвета на рис. 2 является ООТ полета в горизонтальной плоскости из точки *A* в точку *B*, где критерием оптимальности является суммарная высота точек, совпадающих с выбранной опорной траекторией.

Для определения скрытности ООТ вычислена минимальная (голубая линия), средняя (красная линия) и максимальная (желтая линия) по высоте траектории. Как видно из рис. 2, вычисленная ООТ может обеспечить скрытность в режиме маловысотного полета.

Заключение

1. В качестве метода оптимизации для формирования ООТ в горизонтальной плоскости с использованием ЦКРМ применен метод динамического программирования Беллмана.

2. Предложен алгоритм вычисления таблицы стоимостей для расчета опорной траектории полета ЛА.

3. Проведен численный эксперимент на основе предложенного метода на примере фрагмента ЦКРМ. Полученные результаты показали, что опорная траектория обеспечивает скрытность полета.

Список литературы

1. Белоглазов И. Н., Джанджава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука, 1985.
2. Özdemir C. Inverse synthetic aperture radar imaging with MATLAB (Wiley series in microwave and optical engineering), Includes bibliographical references. Singapore, 2012.
3. Kassaei S. I., Kosari A. Aircraft Trajectory Planning with an Altitude-Bound in terrain-following flight (in Persian) // Modares Mechanical Engineering. 2018. Vol. 17. P. 135–144. URL: <https://www.researchgate.net/publication/321462018>.
4. Menon P. K. A., Kim E., Cheng V. H. L. Optimal trajectory synthesis for terrain-following flight. Journal of Guidance // Control, and Dynamics. 1991. Vol. 14, N. 4. P. 807–813. URL: <https://doi.org/10.2514/3.20716>.
5. Sun L., Li S., Wang D., Zhao X., Li X. Flight route planning for terrain navigation using multi-fractal theory // Journal of Tsinghua University. 2011. Vol. 51. URL: <https://www.researchgate.net/publication/289437769>.

6. Flood C. Real-time Trajectory Optimization for Terrain Following Based on Non-linear Model Predictive Control [Электронный ресурс] // Linköping. 2001, 61 p. URL: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:17767/FULLTEXT01.pdf>

7. Леондес К. Т. Современная теория систем управления. М.: Наука, 1970.

8. Вентцель Э. С. Исследование операций. Задачи. Принципы, методология. М.: Наука, 1988.

9. Моисеев Н. Н. и др. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978.

10. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления дискретными системами. М.: Наука, 1966.

11. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.

12. Алексеев О. Г. Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: Наука, 1987.

13. Красовский А. А. (ред.) Справочник по теории автоматического управления, М.: Наука, 1987.

14. Лещенко С. П., Батурицкий М. П., Свистунов Д. Ю. Методика расчета оптимальной траектории пролета воздушных объектов по критерию минимума вероятности обнаружения // Системы обработки информации. 2005.

Вып. 2 (42). С. 103—110. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/232879855.pdf>.

15. Мельников А. В., Коробкин Д. И., Рогозин Е. А. Расчет и выбор оптимальной траектории полета беспилотного летательного аппарата при наблюдении за наземными объектами // Общественная безопасность, законность и правопорядок в III тысячелетии. 2016. № 1-2. С. 328—334. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27250327>.

16. Ищук И. Н., Лихачев М. А. Моделирование оптимального маршрута полета беспилотных летательных аппаратов по данным инфракрасной видеонавигации на основе модернизированного алгоритма Дейкстры // Журнал Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии. 2021. Т. 14, № 7. С. 788—802. DOI: 10.17516/1999-494X-0356.

17. Никифорова Л. Н. Оптимальное управление в построении траекторий перелета вертолета в заданную точку пространства // Программные системы: теория и приложения. 2012. Т. 3, Вып. 2. С. 61—75.

18. Sharma T. Optimum Flight Trajectories for Terrain Collision // Royal Melbourne Institute of Technology, 2006, pp. 1—155. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/18619455.pdf>.

Planning the Optimal Reference Flight Path of an Aircraft Using a Terrain Map

N. B. Agayev^{1,2}, nadir_avia@yahoo.com, Q. H. Orujov², gazanfar.orujov@gmail.com,
N. N. Kalbiyev², namiq86@gmail.com,

¹Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan,
Institute of Information Technology, AZ1141, Baku, Azerbaijan,

²National Aviation Academy of AZAL CJSC, AZ1045, Baku, Azerbaijan

Corresponding author: Kalbiyev Namiq N., PhD student of National Aviation Academy of AZAL CJSC, AZ1045, Baku, Azerbaijan, e-mail: namiq86@gmail.com

Accepted on June 06, 2023

Abstract

In connection with the development of aviation technology, the expansion of the functionality of modern aircraft and the complication of the tasks being solved, additional stringent requirements are imposed on the accuracy of air navigation. Along with high accuracy, navigation autonomy is also required. The autonomy of aircraft navigation implies the navigation of an aircraft without the use of active radar facilities. In this article, to calculate the optimal reference flight path of an aircraft in a horizontal plane, the Bellman dynamic programming method is proposed using a digital terrain map. A technique, algorithms have been developed, and a numerical experiment has been carried out using fragments of a digital terrain map. High accuracy and autonomy of navigation are necessary, among other things, to ensure stealth (invisibility) of aircraft by ground-based radar facilities of a potential enemy in low-altitude flight mode. The best stealth of an aircraft flight in a low-altitude flight mode is achieved not only by flying around, but also by avoiding obstacles, due to the shielding properties of the earth's surface. Autonomy of navigation provides periodic correction of the reference flight path during long-term flight, and high accuracy prevents aircraft collisions with the earth's surface in low-altitude flight mode. The purpose of this work is to select the optimal reference trajectory (route) of an aircraft flight in the low-altitude flight mode. This article discusses a method developed based on the principle of dynamic programming for calculating the reference flight path in the horizontal plane depending on the DEM and the implementation of the algorithm based on the proposed method with a specific numerical example. The method makes it possible to calculate the optimal flight route, which provides the greatest secrecy of the aircraft in the low-altitude flight mode using the screening properties of the earth's surface irregularities.

Keywords: autonomous navigation, digital elevation map, optimal reference flight trajectory, low-altitude flight, stealth flight, dynamic programming method, shielding properties of terrain

For citation:

Agayev N. B., Orujov Q. H., Kalbiyev N. N. Planning the Optimal Reference Flight Path of an Aircraft Using a Terrain Map, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 9, pp. 496—502.

DOI: 10.17587/mau.24.496-502

References

1. **Beloglazov I. N., Dzhandzhgava G. I., Chigin G. P.** Fundamentals of navigation in geophysical fields, Moscow, Nauka, 1985 (in Russian).
2. **Özdemir C.** Mersin University Inverse synthetic aperture radar imaging with MATLAB (Wiley series in microwave and optical engineering), *Includes bibliographical references, Singapore*, 2012.
3. **Kassaei S. I., Kosari A.** Aircraft Trajectory Planning with an Altitude-Bound in terrain-following flight, *Modares Mechanical Engineering*, 2018, 17, pp. 135–144 (in Persian), available at: <https://www.researchgate.net/publication/321462018>.
4. **Menon P. K. A., Kim E., Cheng V. H. L.** Optimal trajectory synthesis for terrain-following flight. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1991, vol. 14, no. 4, pp. 807–813, available at: <https://doi.org/10.2514/3.20716>.
5. **Sun L., Li S., Wang D., Zhao X., Li X.** Flight route planning for terrain navigation using multi-fractal theory, *Journal of Tsinghua University*, 2011, vol. 51, available at: <https://www.researchgate.net/publication/289437769>.
6. **Flood C.** Real-time Trajectory Optimization for Terrain Following Based on Non-linear Model Predictive Control [Electronic resource], *Linköping*, 2001, available at: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:17767/FULLTEXT01.pdf>.
7. **Leonides K. T.** Modern theory of control systems, Moscow, Science, 1970 (in Russian).
8. **Wentzel E. S.** Operations research. Tasks. Principles, methodology, Moscow, Science, 1988 (in Russian).
9. **Moiseev N. N.** et al. Optimization Methods, Moscow, Science, 1978 (in Russian).
10. **Boltyansky V. G.** Mathematical Methods for Optimal Control of Discrete Systems, Moscow, Science, 1966 (in Russian).
11. **Marchuk G. I.** Methods of computational mathematics, Moscow, Science, 1989 (in Russian).
12. **Alekseev O. G.** Complex application of discrete optimization methods, Moscow, Science, 1987 (in Russian).
13. **Krasovsky A. A.** Reference on the theory of automatic control, M.: Science, 1987. (in Russian)
14. **Leshchenko S. P., Baturinsky M. P., Svistunov D. Yu.** Method for calculating the optimal trajectory of the flight of air objects according to the criterion of minimum detection probability. UDC 621.396, ISSN 1681-7710, *Information processing systems*, 2005, iss. 2 (42) (in Russian).
15. **Melnikov A. V., Korobkin D. I., Rogozin E. A.** Calculation and selection of the optimal flight path of an unmanned aerial vehicle when observing ground objects, available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27250327> (in Russian).
16. **Ishchuk I. N., Likhachev M. A.** Modeling of the optimal flight route for unmanned aerial vehicles based on infrared video navigation data based on the modernized Dijkstra algorithm, *Zh. Sib. feder. university Engineering and technology*, 2021, vol. 14, no. 7, pp. 788–802, DOI: 10.17516/1999-494X-0356 (in Russian).
17. **Nikiforova L. N.** Optimal control in constructing helicopter flight trajectories to a given point in space, *Program Systems: Theory and Applications*, 2012, vol. 3, iss. 2, pp. 61–75 (in Russian).
18. **Sharma T.** Optimum Flight Trajectories for Terrain Collision, *Royal Melbourne Institute of Technology*, 2006, pp. 1–155, available at: <https://core.ac.uk/download/pdf/18619455.pdf>.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 16.06.2023. Подписано в печать 14.08.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Заказ МН923. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru