

Ю. В. Кожевников, Заслуженный деятель науки и техники РСФСР, д-р техн. наук, проф.,
Г. П. Шибанов, Заслуженный деятель науки и техники РСФСР, д-р техн. наук, проф., gprshibanov@mail.ru,
Государственный летно-испытательный центр им. В. П. Чкалова

Оптимальное осреднение высотно-скоростных характеристик летательных аппаратов при их летных испытаниях

В детерминированных моделях управления используется минимум информации о действующих физических факторах, представленный некоторой системой осредненных данных. При наличии статистической информации о возмущениях при применении летательных аппаратов (ЛА) критерий оптимизации должен учитывать и такой фактор, как частота или вероятность (плотность вероятности) той или иной реализации вектора случайных возмущений и применений ЛА. Переменная часть управляющих факторов ЛА, учитывающая реализации случайных параметров, при этом должна обеспечивать выполнение конкретных реализаций целей, в том числе и в наиболее неблагоприятных обстоятельствах. Такого рода подход к проблеме требует включения в число критериев оптимальности достижение экстремумов математических ожиданий функционалов качества ЛА, в том числе вероятностей успешного выполнения полетных заданий.

Определение неслучайных управляющих решений (программы полета, номинальных значений основных проектных параметров, законов управления движением и т. п.) с учетом таких критериев будем называть задачей оптимального осреднения или статистической оптимизацией высотно-скоростных характеристик ЛА.

При решении статистических задач оптимизации возникают новые достаточно серьезные трудности. Они связаны как с решением теоретических вопросов, не встречавшихся при анализе детерминированных моделей, так и с организацией численных процедур. Последние реализуются со значительным увеличением машинного времени и использованием в целом ряде случаев методов статистического моделирования свойств исследуемых ЛА и процессов, с ними связанных. При решении ряда задач статистической оптимизации предполагаются известными также и статистические данные о вариантах, режимах и способах применения ЛА конкретного типа, получаемые на основе анализа опыта их эксплуатации.

Можно ожидать, что применение критериев статистической оптимизации будет стимулировать и направлять работу по изучению статистики эксплуатации и применений ЛА по их прямому назначению. Методы оптимизации предполагают произвольный закон распределения случайных характеристик; достоверность выводов, естественно, зависит от достоверности имеющихся статистических характеристик.

Ключевые слова: летательный аппарат, объект управления, физические факторы, функционал качества объекта управления, оптимальное осреднение

Постановка задачи и пути ее решения

В конце 80-х годов прошлого столетия были приняты на вооружение боевые летательные аппараты (ЛА) типа МиГ-25П и МиГ-25 РБ, скорость которых в процессе летных испытаний достигала 2,5...3,0 М, а высота — более 20 км. Указанные высотно-скоростные характеристики были получены в процессе государственных летных испытаний упомянутых ЛА, проводившихся в Астраханской области и северо-западных районах Казахстана. Однако при последующей эксплуатации этих ЛА в различных климатических и географических зонах (Заполярье, Дальний Восток, Сибирь, Средняя Азия, Кавказ и т. д.) выявилось, что их основные летно-технические характеристики по данным

зонам серьезно отличаются от тех, которые были получены при государственных испытаниях. Такие отличия стали еще существеннее на современных гиперзвуковых высотных ЛА. В конечном итоге выяснилось, что всесторонне оценить их высотно-скоростные и иные характеристики можно лишь с учетом влияния на них радиационных, электромагнитных, гравитационных и иных известных полей Земли, а также изменений характеристик окружающей среды, например, температуры, влажности, плотности и ее состава по высотам и регионам эксплуатации ЛА. Отметим, что по данным характеристикам окружающей среды нужна надежная статистика и возможности ее математического моделирования с учетом появляющихся под влиянием среды случайных отказов

и неисправностей бортового оборудования и вынужденных изменений полетных заданий.

Вместе с тем, оптимальные решения задач динамики объекта управления типа ЛА всех видов и назначений с силовыми установками, имеющими относительно малые расходы топлива и тяги, до сего времени сводились к отысканию экстремума функции одного или нескольких аргументов, в предположении неизменности некоторых характеристик. Например, неизменными и наперед заданными в случае кратковременных полетов считали массу ЛА и режим работы силовой установки; в случае продолжительных полетов считали неизменными угол наклона траектории к горизонту и угол атаки. Достоинства такого подхода к процессу проектирования ЛА просматриваются в простоте и наглядности решения исходных уравнений, что позволяет получать довольно простые и удобные для практики приближенные признаки оптимальности [1–4].

Такие характеристики ЛА, как, например, расход топлива, продолжительность полета, точность попадания в заданную область, зависят от того, как совершается полет, каковы траектория и режим работы силовой установки [5–7]. Таким образом, и расход топлива, и продолжительность полета, и другие характеристики ЛА, экстремум которых достигается в оптимальном режиме полета, являются величинами, зависящими от выбора режимных функций, т. е. функционалами. Определение же экстремумов функционалов при различных дополнительных условиях — основной предмет современной теории оптимизации. Задачи же оптимизации управления ЛА до сего времени решались главным образом в детерминированной постановке вопроса относительно единичных фиксированных условий и целей их применения [2, 5, 8, 9].

Нельзя не отметить, что в детерминированных моделях используется минимум информации о действующих физических факторах, представленный некоторой системой осредненных данных. При наличии статистической информации о возмущениях в целях применения ЛА критерий оптимизации должен учитывать и такой фактор, как частота или вероятность (плотность вероятности) той или иной реализации вектора случайных возмущений и применений ЛА. Переменная часть управляющих факторов ЛА, учитывающая реализации случайных параметров, при этом должна обеспечивать выполнение конкретных реализа-

ций целей, в том числе и в наиболее неблагоприятных обстоятельствах. Такого рода подход к проблеме требует включения в число критериев оптимальности достижение экстремумов математических ожиданий функционалов качества ЛА, в том числе вероятностей успешного выполнения полетных заданий.

Определение неслучайных управляющих решений (программы движения, номинальных значений основных проектных параметров, законов управления движением ЛА и т. п.) с учетом таких критериев будем называть задачей оптимального осреднения или статистической оптимизацией высотно-скоростных характеристик ЛА.

При решении ряда задач статистической оптимизации ЛА предполагаются известными также и статистические данные о вариантах, режимах и способах применения ЛА конкретного типа, получаемые на основе анализа опыта их эксплуатации.

Можно ожидать, что применение критериев статистической оптимизации будет стимулировать и направлять работу по изучению статистики эксплуатации и применений ЛА по назначению, например, там, где эта работа еще не проводилась. Методы оптимизации предполагают произвольный закон распределения случайных характеристик; достоверность выводов, естественно, зависит от достоверности имеющихся статистических характеристик.

Решение поставленной задачи

С учетом сказанного при постановке задачи ниже предлагается конкретный алгоритм реализации процедуры статистической оптимизации высотно-скоростных характеристик ЛА с использованием в качестве критерия оптимальности достижение экстремумов математических ожиданий функционала качества ЛА, в том числе вероятностей успешного выполнения полетных заданий.

Начнем с ЛА, траектория перемещения которого в пространстве описывается уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{X}_i &= \phi_i(t, X, u, a, B), T_0 \leq t \leq T_1 \quad (i = 1, 2, \dots, n); \\ X_i(T_0) &= X_{i0}, X_i(T_1) = X_{i1} \quad (i = 1, 2, \dots, n),\end{aligned}\quad (1)$$

где $T_0, T_1, T_0 < T_1$ — граничные значения времени — случайные величины с неперекрывающимися отрезками реализаций $[t'_0, t''_0], [t'_1, t''_1]$, $t'_0 < t''_0 \leq t'_1 < t''_1$;

$u = (u_1, \dots, u_T)$ — математическое ожидание управляющей вектор-функции системы, причем $(u_1, \dots, u_T)$ принадлежит открытому ядру области U значений кусочно-непрерывных ограниченных детерминированных функций времени с конечным числом точек разрыва первого рода на отрезке $[t'_0, t''_1]$;

$a = (a_1, \dots, a_m)$ — математическое ожидание управляющего вектора, не зависящего от времени;

$X_0 = (X_{i0}), B = (B_j)$ — заданные случайные векторы, не зависящие от t . В частности, B_j — коэффициенты канонических разложений случайных функций времени; $X = (X_1, \dots, X_n)$ — непрерывная случайная вектор-функция;

ϕ_i и введенные ниже функции f_i непрерывны и дважды непрерывно дифференцируемы.

Предполагается, что компоненты случайного вектора $\tilde{B} = (T_0, T_1, X_{i0}, B_j)$ заданы своей плотностью распределения $f(\tilde{b})$:

$$f(\tilde{b}) \geq 0, \int_{\Omega} f(\tilde{b}) d\tilde{b} = 1,$$

Ω — область реализации вектора $\tilde{B}$; $d\tilde{b}$ — элементарный объем пространства координат $\tilde{b} = (t_0, t_1, x_{i0}, b_j)$ — реализаций случайных величин T_0, T_1, X_{i0}, B_j .

Поставим задачу выбора управления $u(t) \in U, a$, которое доставляет экстремум функционалу

$$J = M[f_0(\bar{X}_1, a, \tilde{B})] \quad (2)$$

при соблюдении граничных условий

$$M[f_s(\bar{X}_1, a, \tilde{B})] = 0, s = 1, 2, \dots, k, \quad (3)$$

где $\bar{X}_1 = (X_{11}, \dots, X_{n1})$.

Управление u, a , удовлетворяющее требованиям задачи, будем называть оптимальным в среднем (оптимально осредненным).

К решению подобной проблемы оптимального осреднения управления u, a приводятся многие прикладные задачи, например:

— выбор программы движения $u(t)$ и управляющего вектора a , обеспечивающих достижение нужного значения $M(X_{11})$ при максимуме вероятности попадания X_{11} в заданную область или минимуме дисперсии X_{11} ;

— выбор $u(t), a$, оптимизирующих в каком-либо смысле $M(X_{11})$ при заданной точности реализации X_{11} ;

— выбор управления $u(t), a$, которое должно оставаться неизменным в различных вариантах

использования системы, обеспечивая минимизацию среднего значения каких-либо потерь.

В частном случае соотношения (2) и (3) имеют вид

$$\begin{aligned} J &= [f_0(a_1, \dots, a_{2n})] = f_0(a_1, \dots, a_{2n}); \\ M[X_{i1} - a_i] &= M(X_{i1}) - a_i = 0; \\ M[(X_{i1} - a_i)^2 - a_{n+i}] &= D(X_{i1}) - a_{n+i} = 0; \\ M[f_j(a_1, \dots, a_{2n})] &= f_j(a_1, \dots, a_{2n}) = 0; \\ i &= 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k; k < 2n. \end{aligned}$$

Здесь знак D обозначает знак дисперсии случайной величины.

Если уравнения $f_j(a_1, \dots, a_{2n}) = 0$ дают числовые значения параметров $a_1, \dots, a_{2n-1}$, а $f_0 = a_{2n}$, то решение сформулированных задач здесь будет состоять в отыскании управления u, a , которое обеспечивает достижение заданных значений $M(X_{i1}), D(X_{s1})$ ($i = 1, 2, \dots, n; s = 1, 2, \dots, n-1$) при минимуме дисперсии конечного значения фазовой координаты X_n . Если же уравнения $f_j(a_1, \dots, a_{2n}) = 0$ не ограничивают выбора a_n, a_{2n} , функция f_0 имеет вид

$$f_0 = (2\pi a_{2n})^{-1/2} \int_{l'}^{l''} \exp \left[-\frac{(t - a_n)^2}{2a_{2n}} \right] dt,$$

и закон распределения X_{n1} можно считать нормальным, то задача приводится к оптимизации u, a в смысле максимума вероятности попадания X_{n1} на отрезок $[l', l'']$.

Для оптимальности управления u, a , реализующего максимум (минимум) функционала (2) при связях (1) и граничных условиях (3), необходимо, чтобы

а) оптимальное управление u доставляло минимум (максимум) функциям

$$\begin{aligned} &\int_{t'_0}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f H db_0 \quad (t'_0 \leq t \leq t''_0); \\ M(H) &= \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f H db_0 \quad (t'_0 \leq t \leq t''_1); \quad (4) \\ &\int_{t'_0}^t dt_0 \int_t^{t'_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f H db_0 \quad (t'_1 \leq t \leq t''_1) \end{aligned}$$

переменного u при любом t соответственно на отрезках времени $[t'_0, t''_0], [t''_0, t'_1], [t'_1, t''_1]$;

б) оптимальные параметры $a_1, a_2, \dots, a_m$ удовлетворяли условиям трансверсальности, т. е. уравнениям

$$\sum_{j=0}^k \mu_j M \left(\frac{df_j}{da_s} \right) - M \left(\int_{T_0}^{T_1} \frac{dH}{da_s} dt \right) = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

Здесь $H(t, X, u, a, B, \mathcal{L}) = \sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i \phi_i(t, X, u, a, B)$; Ω_0 — область реализаций случайного вектора $B_0 = (X_{i0}, B_j)$; $\mu_0 = 1$; $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ — постоянные неслучайные множители Лагранжа; $\mathcal{L} = (\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots, \mathcal{L}_n)$ — случайная непрерывная вектор-функция времени, определяемая из уравнений

$$\dot{\mathcal{L}}_i = -\frac{dH}{dX_i}, \mathcal{L}_i(T_1) = \mathcal{L}_{i1} = -\sum_{j=0}^k \mu_j \frac{df_j}{dX_{i1}}; \quad (6)$$

малыми буквами обозначены реализации соответствующих случайных функций и параметров.

Поскольку область определения u открыта, а выражения (4) — непрерывны и дважды непрерывно дифференцируемы по u , то оптимальное управление u удовлетворяет приведенным ниже уравнениям:

$$\begin{aligned} \int_{t'_0}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_s} db_0 &= 0 \quad (t'_0 \leq t \leq t''_0), \\ M\left(\frac{dH}{du_s}\right) &= \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_s} db_0 = 0 \quad (t'_0 \leq t \leq t'_1), \quad (7) \\ \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_t^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_s} db_0 &= 0 \quad (t'_1 \leq t \leq t''_1), \\ (s = 1, 2, \dots, r). \end{aligned}$$

Если управление u, a допустимо, то каждой реализации вектора $\tilde{B}$ соответствует вектор-функция $x = (x_1, \dots, x_n)$, где x_i — известные функции переменных $t, \tilde{b}$, удовлетворяющие уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \phi_i(t, x, u, a, b), t_0 \leq t \leq t_1 \quad (i = 1, 2, \dots, n); \\ x_i(t_0) &= x_{i0}, x_i(t_1) = x_{i1} \quad (i = 1, 2, \dots, n); \\ M[f_j(\bar{X}_1, a, \tilde{B})] &= \int_{\Omega} f(\tilde{b}) f_j(\bar{X}_1, a, \tilde{b}) d\tilde{b} = 0 \quad (8) \\ (j = 1, 2, \dots, k). \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение управление

$$\begin{aligned} (u^*, a^*) &= (u_1^*, \dots, u_r^*, a_1^*, \dots, a_m^*), \\ u^* &= u + \delta u, a^* = a + \delta a, \\ \delta u &= (\delta u_1, \dots, \delta u_r), \delta a = (\delta a_1, \dots, \delta a_m). \end{aligned}$$

Здесь $\delta u_j = \delta u_j(t)$ — кусочно-непрерывные функции вида

$$\delta u_j = \sum_{s=1}^x a_s \delta u_{js}(t) \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

всюду на отрезке $[t'_0, t''_1]$, за исключением сколь угодно малого отрезка $[t', t'']$, где $\delta u_j = \omega_j - u_j$.

Предполагается, что $a = (a_1, \dots, a_x)$ — детерминированный параметр, не зависящий от времени; $t'' - t' = \tau \geq 0$; $t'_0 \leq t' \leq t'' \leq t''_1$; $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_r) \in U$; функции $u_i(t)$, $\omega_i(t)$ непрерывны и непрерывно дифференцируемы на интервале (t', t'') .

Управлению u^*, a^* и реализации $\tilde{b}$ вектора $\tilde{B}$ соответствует траектория $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$, определяемая из уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^* &= \phi_i(t, x^*, u^*, a^*, b) \quad (t_0 \leq t \leq t_1), \\ x_i^*(t_0) &= x_{i0}, x_i^*(t_1) = x_{i1} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (9)$$

Управление u^*, a^* можно считать допустимым, если x_{i1}^*, a_j^* ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$) удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} M[f_j(\bar{X}_1^*, a^*, \tilde{B})] &= \int_{\Omega} f(\tilde{b}) f_j(\bar{X}_1^*, a^*, \tilde{b}) d\tilde{b} = 0 \\ (j = 1, 2, \dots, k). \end{aligned} \quad (10)$$

Левые части уравнений (10) представляют собой неявные функции аргументов $\delta a_j, a_i, \tau$. Данные функции непрерывны и непрерывно дифференцируемы по всем аргументам.

Введем обозначение

$$R_{ij} = \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} \frac{dH^{(v)}}{du_i} db_0. \quad (11)$$

Тогда, учитывая формулу Дирихле, на основе (11) получим

$$\begin{aligned} \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} \delta u_{is} dt &= \int_{t'_0}^{t''_0} dt \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} \delta u_{is} dt_0; \\ \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{t'_0}^{t''_0} R_{ij} \delta u_{is} dt &= \int_{t'_1}^{t''_1} dt \int_t^{t''_1} R_{ij} \delta u_{is} dt_0. \end{aligned}$$

С учетом независимости пределов интегрирования $t'_0, t''_0, t'_1, t''_1, t$ после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} f \frac{df_j(x_1^*, a^*, \tilde{b})}{da_s} d\tilde{b} &= \sum_{i=0}^r \left[\int_{t'_0}^{t''_0} \left(\int_{t'_1}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt + \right. \\ &\left. + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_t^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt \right]. \end{aligned}$$

Положим

$$\begin{aligned} B_{js} &= \sum_{i=0}^r \left[\int_{t'_0}^{t''_0} \left(\int_{t'_1}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt + \right. \\ &\left. + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_t^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) du_{is} dt \right], \end{aligned}$$

$$B_{ji} = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{df_j}{da_i} \right) + \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dH^{(v)}}{da_i} dt \right] f d\tilde{b}, \quad (12)$$

$$(j = 0, \dots, k; s = 1, \dots, \chi; i = \chi + 1, \dots, \chi + m).$$

Тогда на основе (12) можно сформулировать утверждение о существовании семейств допустимых управлений в следующем виде: если u, a — допустимое управление системы (1), (3), то существует семейство допустимых управлений, включающее u, a , если ранг матрицы

$$\begin{vmatrix} B_{11} & \cdot & \cdot & B_{1,\chi+m} \\ B_{21} & \cdot & \cdot & B_{2,\chi+m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{k1} & \cdot & \cdot & B_{k,\chi+m} \end{vmatrix}$$

равняется k .

Пусть данное условие выполнено, и пусть управление u, a реализует максимум функционала (2). Тогда существует семейство допустимых управлений u^*, a^* , где удовлетворяются уравнения (10) и имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \Delta J &= M[f_0(\bar{X}_1^*, a^*, \tilde{B})] - M[f_0(\bar{X}_1, a, \tilde{B})] = \\ &= \int_{\Omega} f[f_0(\bar{x}_1^*, a^*, \tilde{b}) - f_0(\bar{x}_1, a, \tilde{b})] d\tilde{b} \leq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Разложив в ряд Тейлора функции $f_j(\bar{x}_1^*, a^*, \tilde{b})$ по степеням малых величин $\alpha_j, \delta a_j, \tau$ в окрестности точки $(\alpha, \delta a, \tau) = (0, 0, 0)$ и учитывая соотношения (11) и (12), вместо (10) и (13) будем иметь

$$\Delta J = \sum_{s=1}^{\chi} B_{0s} \alpha_s + \sum_{i=1}^m B_{0,\chi+i} \delta a_i + \xi \leq 0; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^{\chi} B_{js} \alpha_s + \sum_{i=1}^m B_{j,\chi+i} \delta a_i + B_j \tau + \xi &= 0 \\ (j = 1, 2, \dots, k), \end{aligned} \quad (15)$$

где ξ — величина выше первого порядка малости; при $\alpha = \delta a = \tau = 0$

$$B_j = \int_{\Omega} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} \frac{dx_{v1}^*}{d\tau} d\tilde{b} \quad (j = 0, 1, \dots, k).$$

Для условий, при которых соблюдаются неравенства

$$t'_0 \leq t' \leq t''_0; \quad t''_0 \leq t' \leq t'_1; \quad t'_1 \leq t' \leq t''_1$$

можно записать соответствующие уравнения:

$$B_j = \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t db_0;$$

$$B_j = \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t db_0; \quad (16)$$

$$B_j = \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t db_0.$$

Умножим левые части уравнений (15) на неопределенные постоянные множители $\mu_1, \dots, \mu_k$ и прибавим полученные результаты к выражению (14). Получим

$$\begin{aligned} \Delta J &= \sum_{s=1}^{\chi} \mu_j B_{js} \alpha_s + \sum_{s=1}^m \sum_{j=0}^k \mu_j B_{j,\chi+s} \delta a_s + \\ &+ \sum_{j=0}^k \mu_j B_j \tau + \xi \leq 0, \end{aligned}$$

где $\mu_0 = 1$.

Отсюда имеем необходимое неравенство

$$\begin{aligned} \delta J &= \sum_{s=1}^{\chi} \sum_{j=0}^k \mu_j B_{js} \alpha_s + \sum_{s=1}^m \sum_{j=0}^k \mu_j B_{j,\chi+s} \delta a_s + \\ &+ \sum_{j=0}^k \mu_j B_j \tau \leq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Параметры $\mu_1, \dots, \mu_k$ можно подобрать из условия обращения в нуль k множителей при вариациях $\alpha_s, \delta a_s$ в выражении (17). После этого в данном выражении останутся слагаемые с независимыми и произвольными вариациями $\alpha_i, \delta a_i$. Таким образом, учитывая неравенство $\tau \geq 0$, вместо (17) будем иметь

$$\sum_{j=0}^k \mu_j B_{js} = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, \chi + m), \quad \sum_{j=0}^k \mu_j B_j \leq 0.$$

Расписывая эти условия с учетом соотношений (12) и (16), получим

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^k \mu_j \sum_{i=1}^r \left[\int_{t'_0}^{t''_0} \left(\int_{t_0}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) \delta u_{is} dt + \right. \\ \left. + \int_{t'_0}^{t'_1} \left(\int_{t_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} R_{ij} dt_1 \right) \delta u_{is} dt + \right. \\ \left. + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t_0}^{t''_0} dt_0 \int_t^{t'_1} R_{ij} dt_1 \right) \delta u_{is} dt \right] = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, \chi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^k \mu_j \int_{\Omega} \left[\left(\frac{df_j}{da_i} \right) + \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dH^{(v)}}{da_i} dt \right] f d\tilde{b} = 0 \\ (s = 1, 2, \dots, m); \end{aligned}$$

$$\sum_{j=0}^k \mu_j \int_{t'_0}^{t'} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t' db_0 \leq 0$$

при $(t'_0 \leq t \leq t''_0)$;

$$\sum_{j=0}^k \mu_j \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t' db_0 \leq 0$$

при $(t''_0 \leq t \leq t'_1)$;

$$\sum_{j=0}^k \mu_j \int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \sum_{v=1}^n \frac{df_j}{dx_{v1}} [H^{(v)}(t, x, \omega, b, \lambda^{(v)}) - H^{(v)}(t, x, u, a, b, \lambda^{(v)})] t' db_0 \leq 0 \quad (18)$$

при $(t'_1 \leq t \leq t''_1)$.

Положим, что

$$\lambda_{v1} = - \sum_{j=0}^k \mu_j \left(\frac{df_j}{dx_{v1}} \right) \text{ при } v = 1, 2, \dots, n.$$

Тогда

$$\sum_{j=0}^k \mu_j \sum_{v=1}^n \left(\frac{df_j}{dx_{v1}} \right) H^{(v)} = - \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^n \lambda_{v1} \lambda_i^{(v)} \phi_i(t, x, u, a, b).$$

Обозначив

$$\lambda_i = - \sum_{v=1}^n \lambda_{v1} \lambda_i^{(v)}, H(t, x, u, a, b, \lambda) = \sum_{v=1}^n \lambda_i \phi_i(t, x, u, a, b),$$

находим

$$\sum_{j=0}^k \mu_j \sum_{v=1}^n \left(\frac{df_j}{dx_{v1}} \right) H^{(v)} = H(t, x, u, a, b, \lambda).$$

В силу того, что λ_i являются непрерывными функциями времени, удовлетворяющими уравнениям

$$\dot{\lambda}_i = \frac{dH(t, x, u, a, b, \lambda)}{dx_i},$$

$$\lambda_i(t_1) = \lambda_{i1} = - \sum_{j=0}^k \mu_j \frac{df_j(\tilde{x}_1, a, \tilde{b})}{dx_{i1}} (i = 1, 2, \dots, n),$$

соотношения (18) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \int_{t'_0}^{t''_0} \left(\int_{t'_0}^t dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_i} db_0 \right) \delta u_{is} dt + \\ & + \int_{t'_0}^{t'_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_i} db_0 \right) \delta u_{is} dt + \\ & + \int_{t'_1}^{t''_1} \left(\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f \frac{dH}{du_i} db_0 \right) \delta u_{is} dt = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

($s = 1, 2, \dots, \chi$);

$$\int_{\Omega_0} f \left[\frac{dH}{da_s} dt - \sum_{j=0}^k \mu_j \frac{df_j}{da_s} \right] a \tilde{b} = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, m); \quad (20)$$

$$\int_{t'_0}^{t'} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f [H(t, x, \omega, a, b, \lambda) - H(t, x, u, a, b, \lambda)] t' db_0 \geq 0$$

при $t'_0 \leq t' \leq t''_0$;

$$\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f [H(t, x, \omega, a, b, \lambda) - H(t, x, u, a, b, \lambda)] t' db_0 \geq 0$$

при $t''_0 \leq t' \leq t'_1$;

$$\int_{t'_0}^{t''_0} dt_0 \int_{t'_1}^{t''_1} dt_1 \int_{\Omega_0} f [H(t, x, \omega, a, b, \lambda) - H(t, x, u, a, b, \lambda)] t' db_0 \geq 0$$

при $t'_1 \leq t' \leq t''_1$.

В заключение следует отметить, что вектор-функцию $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ можно считать реализацией случайной вектор-функции $L = (L_1, L_2, \dots, L_n)$, определяемой уравнением (6).

Из последних трех неравенств следует утверждение в виде уравнения (4).

Из условий (20) вытекают соотношения (5). Что касается соотношений (19), то они удовлетворяются тождественно независимо от вида функций $\delta u_{is}(t)$, поскольку оптимальное управление u удовлетворяет уравнениям (5).

Если управляемые системы могут испытывать воздействия случайных импульсных возмущений, приводящих к случайным разрывам их характеристик, то моменты приложения возмущающих импульсов и их число могут быть либо известными, либо случайными. Например, если речь идет о случайных составляющих сил и моментов, действующих на ЛА в точках траектории, где прилагаются корректирующие импульсы, то число и моменты приложения случайных возмущений можно считать заранее известными и в общем случае подлежащими специальному подбору. Если же речь идет о дискретных воздействиях окружающей среды, отказах элементов систем управления и т. п., то число и моменты приложения возмущающих импульсов следует считать случайными. Здесь последовательность разрывов во времени образует поток случайных событий того или иного типа. Часто его можно считать пуассоновским ввиду известного исключительного положения последнего среди других типов потоков случайных событий.

Практическая проверка предложенного алгоритма

Практическая реализация описанного алгоритма при проведении государственных летных испытаниях позволила на 15 % уточнить высотно-скоростные характеристики современных сверхзвуковых и гиперзвуковых высотных ЛА.

Список литературы

1. Адгамов Р. И., Дмитриев С. В., Кожевников Ю. В. и др. Автоматизация испытаний и контроля авиационных ГТД // Под ред. Г. П. Шибанова. М.: Машиностроение, 1977. 280 с.
2. Контроль функционирования больших систем / Под ред. Г. П. Шибанова. М.: Машиностроение, 1977. 360 с.

3. Майоров А. В., Москатов Г. К., Шибанов Г. П. Безопасность функционирования автоматизированных объектов. М.: Машиностроение, 1988. 263 с.
4. Шибанов Г. П. Автоматизированный контроль авиадвигателей в условиях их стендовых испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 2. С. 86–92.
5. Шибанов Г. П. Диагностика неисправностей приборного оборудования // Автоматизация. Современные технологии. 2019. Т. 73, № 6. С. 282–287.
6. Шибанов Г. П. Информационное обеспечение жизненного цикла летательных аппаратов военного назначения. М.: ИД Академии им. Н. Е. Жуковского, 2021. 380 с.
7. Шибанов Г. П. Контроль диагностической информации при испытаниях газотурбинных двигателей // Полет. 2020. № 7. С. 10–15.
8. Шибанов Г. П. Контроль работоспособности и техническая диагностика бортового оборудования летательных аппаратов // Полет. 2018. № 1. С. 17–23.
9. Шибанов Г. П. Оптимизация процесса контроля бортовых комплексов оборудования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 6. С. 56–61.

Optimum Average of High-Speed to Describe of Aircraft by the Flying-Tests

U. V. Kojevnikov, G. P. Shibanov, gpshibanov@mail.ru,

Government Centre V. P. Cshkalov of flying-test, Moscow region, Russian Federation

Corresponding author: Shibanov G. P., Honoureds scientific learned of RSFSR, Dr. of Tech. Sc., Professor, Government Centre V. P. Cshkalov of flying-test, Moscow region, Russian Federation, e-mail: gpshibanov@mail.ru

Accepted May 15, 2023

Abstract

In determinate models of control dynamic objects usage minimum of information operating physical factors. Criteria orthogonal tests of optimization should be damage enter probable (density of probability), or another realization of vector accidental indignation and application put into practice, example object of control type aircraft. Example variable (unsteady) control of factor aircraft (realization accidental of parameters) should be guarantee execution concrete of realization purposes, even in maximum be in difficulties. This demand include in number criterions of optimization achievement extreme of expectation value of quality functional of object of control. Application flight fitness probability achievement execution completion of mission. Definition irregularity control of decision with take into consideration should be name problem optimum mean quantity or statistical optimization of dynamic system. By the solution statistical problem optimization arise news enough session difficulties. She connected with decision theoretical questions, which now should be by the analysis of determinate models and organization of quality procedure. Latter procedure realization by the considerable increase machine time and including methods statistical simulation (artificial reproduction) of property object of control (aircraft). Application criterion statistical optimization propose, what beforehand (in good time) statistical according to official returns. Receipt of statistical information realization analysis of experience developmental. Methods optimization propose arbitrary law of random characteristic. Reliable of conclusions under certain conditions possess statistical characteristic.

Keywords: aircraft, object of control, factors of physics, functional quality of object of control, optimum average

For citation:

Kojevnikov U. V., Shibanov G. P. Optimum Average of High-Speed to Describe of Aircraft by the Flying-Tests, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 9, pp. 489–495.

DOI: 10.17587/mau.24.489-495

References

1. Adgamov R. I., Dmitriev C. V., Kojevnikov U. V., Shibanov G. P. Automatization of testing and checkout of aviation of gas turbo-compressor, Shibanov G. P. Ed., Moscow, Mashinostroenie, 1977, 280 p.
2. Shibanov G. P. ed. Control works of great systems, Moscow, Mashinostroenie, 1977, 360 p.
3. Mayorov A. V., Moskatov G. K., Shibanov G. P. Safety works of automation object, Moscow, Mashinostroenie, 1988, 263 p.
4. Shibanov G. P. Automatic checkout of aviation of gas turbo-compressor by the stand of testing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 2, pp. 86–92.

5. Shibanov G. P. Diagnostic of disrepairs apparatus equipment, *Avtomatizatsiya. Sovremennye tehnologii*, 2019, vol. 73, no. 6, pp. 282–287.
6. Shibanov G. P. Informatization securing of living cycle aircraft of military destination, Moscow, Publishing house Academy name N. E. Jukovskiy, 2021, 380 p.
7. Shibanov G. P. Checkout of diagnostic informatization by the testing of gas turbo-compressor, *Polet*, 2020, no. 7, pp. 10–15.
8. Shibanov G. P. Control of capacity for work and technical diagnosis of board equipment aircraft, *Polet*, 2018, no. 1, pp. 17–23.
9. Shibanov G. P. Optimization of checkout onboard complex of equipment of flying device, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 6, pp. 56–61.