

А. С. Антипов, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., scholess18@mail.ru,
С. А. Краснова, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., skrasnova@list.ru,
 Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

Методы демпфирования колебаний груза и робастного управления ходовой тележкой мостового крана с учетом динамики электропривода

Объектом управления является ходовая тележка однобалочного мостового крана, предназначенная для перемещения подвешенного груза вдоль пролета. Особенности объекта: одно управление при двух степенях свободы, неопределенность массоинерционных характеристик, воздействие негладких неконтролируемых возмущений. В математической модели учитывается редуцированная динамика двигателя постоянного тока, в качестве управления рассматривается напряжение питания якорной цепи. При этом параметрические и внешние возмущения, влияющие на механическую подсистему, становятся несогласованными (т. е. действуют по разным каналам с управлением) и не могут быть непосредственно компенсированы. В работе рассматриваются две основные задачи, в каждой из которых используются S-образные гладкие сигмовидные функции с насыщением. Первая задача состоит в проектировании траектории тележки с учетом конструктивных ограничений на ее скорость и ускорение. Отслеживание такой траектории должно обеспечить плавный перенос груза за заданное время и демпфирование его колебаний. С этой целью разработана эталонная траектория в виде суммы сигмовидной функции и интеграла от угловой координаты. Предложенное решение не уступает в эффективности существующим аналогам, при этом его реализация требует меньших вычислительных затрат. Вторая задача заключается в разработке робастной следящей системы. Для этого разработана процедура блочного синтеза разрывного истинного управления и сигмовидных фиктивных управлений (локальных связей). Последние являются гладкими аналогами разрывного управления и позволяют подавить с заданной точностью несогласованные возмущения без их идентификации. В отличие от стандартных линейных локальных связей ограниченность сигмовидных фиктивных управлений не приводит к большому перерегулированию переменных состояния, что критично при наличии проектных ограничений. Кроме того, такие фиктивные управления являются реализуемыми в механических объектах и не способствуют износу исполнительного устройства, который неизбежно возникает при использовании разрывных фиктивных управлений. Представлены результаты численного моделирования и проведен сравнительный анализ замкнутых систем с различными фиктивными управлениями: линейными, разрывными и сигмовидными. Результаты численного моделирования продемонстрировали эффективность разработанного подхода.

Ключевые слова: ходовая тележка, несогласованные возмущения, параметрическая неопределенность, планирование траектории, ограничения на переменные состояния, робастное управление, сигмовидная функция

Введение

Однобалочные мостовые краны широко применяются для горизонтального перемещения массивных грузов, которые прикрепляются на тросе к ходовой тележке крана. Тележка движется по рельсам за счет силы, создаваемой электроприводом. При пуске тележки груз начинает раскачиваться. Амплитуда и период колебаний зависят от массы груза и длины подвеса. Эти колебания, которые увеличиваются с ростом начального ускорения тележки, продолжают даже после остановки тележки и могут привести к повреждению груза, рабочего пространства, а также увеличивают динамическую нагрузку на привод и металлическую конструкцию крана. При этом примерно 20 % времени полного рабочего цикла — это простой из-за ожидания прекращения колебаний.

Основная проблема состоит в том, чтобы при заданном времени перемещения тележки вдоль пролета крана снизить амплитуду колебаний груза до безопасных значений. При операторном управлении это требует специальной подготовки персонала, но не исключает ошибок, связанных с человеческим фактором. В системе автоматического управления нужно синте-

зировать закон управления электроприводом, обеспечивающий технологические требования для горизонтального перемещения тележки. Основными особенностями ходовой тележки как объекта автоматического управления являются: недостаток управлений; параметрические и внешние несогласованные возмущения, действующие по разным каналам с управлением.

В условиях недостатка управлений основной ресурс для уменьшения раскачки груза состоит в замене скачкообразного постоянного задания на гладкую эталонную траекторию движения тележки. Как правило, это S-образная траектория [1] с плавным разгоном и торможением. Предложенные в различных работах траектории отличаются степенью вычислительной сложности и методами настройки ее параметров. Лучшие результаты достигаются при вводе критерия оптимальности [2], однако этот метод не реализуем в условиях параметрической неопределенности объекта. Высокое качество регулирования обеспечивается также за счет интеграла от угловой (нерегулируемой) координаты в задающем воздействии, что позволяет демпфировать колебания груза [3].

Для отслеживания нелинейной эталонной траектории в условиях неопределенности для

данного объекта разработаны методы субоптимального управления [4, 5], ПД [6] и ПИД регуляторы [7, 8], методы адаптивного управления [1, 9, 10], управления на скользящих режимах [11, 12] и др. Для повышения качества регулирования исследователи комбинируют различные методы [3]. Законы оптимального управления гарантируют выполнение определенных критериев качества, однако они чувствительны к параметрическим и внешним возмущениям. Преимущества использования ПД и ПИД регуляторов — это возможность настройки их коэффициентов без математической модели объекта, простота реализации. Однако для обеспечения различных рабочих режимов процедуру настройки приходится дополнять механизмами адаптации или нейросетевого управления [8].

Существуют два основных подхода к обеспечению робастности замкнутой системы по отношению к согласованным неопределенностям. Первый подход — это применение динамической обратной связи с использованием регрессоров для оценивания неизвестных параметров [1], а также наблюдателей возмущений с большими коэффициентами усиления [6] или скользящими режимами различного порядка [12, 13]. Оценочная информация используется для компенсации неопределенностей в комбинации со стабилизирующей обратной связью различного типа [14]. Это позволяет улучшить качество переходных и стационарных процессов, но при этом регулятор усложняется, а динамический порядок замкнутой системы увеличивается.

Второй подход — это подавление согласованных возмущений без их идентификации с помощью управления на скользящих режимах. В этом случае настройка коэффициентов регулятора проводится на основе алгебраических неравенств, в которых достаточно знать только диапазоны изменения возмущений. Известны модификации управления на скользящих режимах, которые работоспособны и при несогласованных неопределенностях [15]. Однако в существующих работах [14, 15] полагается гладкость возмущений, что не всегда выполняется на практике, в частности, из-за действия на систему негладких сил сухого трения.

Отметим, что в большинстве цитируемых работ в качестве объекта управления рассматривалась только механическая система, т. е. исследователи не принимали во внимание динамику исполнительного устройства и в качестве управления рассматривали движущую силу, действующую на тележку. Однако разрывные управления недопустимо использовать в механических объектах в силу требований гладкости

управляющих сил и моментов. В работах, где представлены результаты натуральных экспериментов [3, 16–17], в законах управления с разрывной компонентой функцию знака заменяли ее непрерывными аналогами (кусочно-линейной *sat*-функцией или гиперболическим тангенсом) для того, чтобы спроектированная движущая сила могла быть реализована исполнительным устройством. При этом возникает несоответствие между математическими доказательствами, демонстрирующими сходимость за конечное время, и практической реализацией таких алгоритмов, как правило, обеспечивающей стабилизацию с некоторой точностью. Очевидная проблема подавления несогласованных и негладких возмущений, которая возникает при учете динамики исполнительных устройств, в указанных работах не рассматривается. Основной вклад данной работы состоит в решении этой недостаточно изученной проблемы. Кроме того, предлагается эффективное решение для построения эталонной траектории, задающей плавные разгон и торможение тележки и обеспечивающей демпфирование колебаний груза, более простое в вычислительной реализации по сравнению с известными аналогами. В предыдущей работе авторов, посвященной этому объекту [18], указанные проблемы не исследовались.

В обеих рассматриваемых здесь задачах используются гладкие и ограниченные сигма-функции $\sigma(x)$ [18–20]. Они являются модификацией гиперболического тангенса

$$\sigma(x) = -\text{th}(-x/2), \quad \text{th}(x) = 1 - 2/(\exp(2x) + 1)$$

и позволяют учесть проектные ограничения на переменные состояния на стадии синтеза.

Описание объекта управления. Постановка задач

Модель объекта управления описывается системой дифференциальных уравнений пятого порядка [7]

$$\dot{q}_1 = q_2; \quad (1)$$

$$\dot{q}_2 = H^{-1}(q_1)[v - C(q_1, q_2)q_2 - G(q_1) + \eta(t)];$$

$$\dot{F} = -aF - c\dot{x} + bu. \quad (2)$$

Динамика тележки с подвешенным на жестком стержне грузом представлена уравнениями (1), где $q_1 = (x, \theta)^T$, x — горизонтальное перемещение тележки, θ — угол отклонения стержня с грузом от вертикальной оси, $|\theta| < \pi/2$; $q_2 = (\dot{x}, \dot{\theta})^T$ — вектор скоростей; $q_1(0) = 0$, $q_2(0) = 0$, $v = (F, 0)^T$, F — сила, создаваемая двигателем

постоянного тока (ДПТ); $\eta = (F_r, 0)^T$, $F_r(t)$ — часть сил, трактуемых как внешние неконтролируемые возмущения;

$$H(q_1) = \begin{pmatrix} M + m & -ml \cos \theta \\ -ml \cos \theta & ml^2 \end{pmatrix};$$

$$C(q_1, q_2) = \begin{pmatrix} 0 & ml \dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$G(q_1) = \frac{\partial P(q_1)}{\partial q_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ mgl \sin \theta \end{pmatrix},$$

$$P = mgl(1 - \cos \theta) \geq 0,$$

где P — потенциальная энергия, возникающая при отклонении стержня с грузом от вертикального положения; M — масса тележки, груз полагается точечной массой m ; l — длина стержня, его жесткость, масса и трение при колебаниях не учитываются; $g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения.

Учитываемая динамика ДПТ представлена уравнением (2), где a , b , c — положительные конструктивные коэффициенты, которые зависят, в том числе, от сопротивления и индуктивности якоря ДПТ; u — скалярное управление. В качестве управления выступает напряжение питания якорной цепи ДПТ, которое будет выбираться из класса разрывных функций. Такое управление реализуемо в электрических безынерционных исполнительных устройствах на базе силовых электронных элементов, которые функционируют исключительно в ключевом режиме.

Полагается, что параметры m , M , l , a , b , c точно не известны и могут изменяться в процессе эксплуатации в известных диапазонах, например

$$0 < a_{\min} \leq a(t) \leq a_{\max}, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Внешние возмущения $F_r(t)$ неизвестны, предполагается, что они ограничены по модулю известной константой:

$$|F_r(t)| \leq \bar{F}_r, \quad \bar{F}_r = \text{const} > 0, \quad t \geq 0. \quad (4)$$

В данной работе не ставится задача наблюдения [18]. Полагается, что измерениям доступны все переменные состояния, необходимые для управления, шумы в измерениях отсутствуют.

Мощность ДПТ определяет проектные ограничения на максимальную управляющую силу и, следовательно, на скорость и ускорение тележки:

$$\begin{aligned} |u(t)| &\leq U, \quad |F(t)| \leq \bar{F}, \\ |\ddot{x}(t)| &\leq X_2(\bar{F}), \quad |\dot{x}(t)| \leq X_1, \quad t \geq 0, \\ U, \bar{F}, X_2, X_1 &= \text{const} > 0, \quad \bar{F} > \bar{F}_r. \end{aligned} \quad (5)$$

Цель управления — горизонтально переместить тележку из нулевого начального положе-

ния в заданную точку x_d за время T так, чтобы не допустить сильных колебаний подвешенного груза. Особенности системы (1), (2): недостаток управлений (две координаты x и θ регулируются одним управлением u) и неопределенности модели (3), (4). Эти факторы определили следующие задачи настоящего исследования.

Во-первых, для плавного пуска/торможения тележки нужно построить эталонную допустимую траекторию $s(t)$ с учетом следующих ограничений:

$$\begin{aligned} s^{(i)}(0) &\approx 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots; \\ x_d/2 < x_d - \Delta_0 &\leq s(T) < x_d; \\ |\dot{s}(t)| < X_1, \quad |\ddot{s}(t)| < X_2, \quad t \geq 0; \\ s^{(i)}(T) &\approx 0, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Во-вторых, нужно сформировать разрывное управление в форме обратной связи, обеспечивающее отслеживание эталонной траектории. В данной работе намеренно не используются методы идентификации неизвестных параметров и возмущений, которые усложняют регулятор и повышают динамический порядок замкнутой системы. Для подавления возмущений и построения робастной динамической обратной связи, обеспечивающей цель управления при всех вариациях неопределенных параметров в допустимых пределах, предлагается применить новый тип нелинейных локальных связей в виде сигмовидных S-образных функций [18–20]. Они являются гладкими аналогами разрывных управлений, и для настройки их параметров также используются неравенства, составленные для "худшего" допустимого случая. Но в отличие от разрывных функций они являются гладкими, и их можно использовать для формирования управляющих сил и моментов. Однако в рамках данного подхода в условиях неопределенности задачу отслеживания эталонной траектории можно решить только с некоторой точностью. В следующем разделе представлено комплексное решение указанных проблем.

Проектирование эталонной траектории

Предлагается сформировать эталонную траекторию горизонтального перемещения тележки вдоль пролета моста в виде двух слагаемых:

$$\chi(t) = s(t) - \gamma \int_0^t \theta(\tau) d\tau, \quad \gamma = \text{const} > 0. \quad (7)$$

Первое слагаемое в (7) — это S-образная функция с насыщением в окрестности нуля слева и в заданном конечном положении x_d справа, задающая плавные пуск и торможение тележки:

$$s(t) = \frac{x_d}{1 + \exp(-\alpha(t - T/\beta))}, \quad 0 < s(t) < x_d; \quad (8)$$

$$0 < \dot{s}(t) \leq \alpha x_d/4, \quad |\ddot{s}(t)| \leq \alpha^2 x_d/10,4, \quad t \geq 0; \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s^{(i)}(t) = 0, \quad i = 1, 2,$$

где T/β — смещение вдоль оси абсцисс, $\beta > 1$; $\alpha > 0$ определяет тангенс угла наклона в точке $t = T/\beta$, в ее окрестности следует ожидать максимальные колебания стержня с грузом, с ростом α амплитуда колебаний увеличивается.

Для выполнения ограничений на максимальную скорость и ускорение тележки (5), (6) в силу (9) составим неравенства для выбора параметра α :

$$0 < \alpha < \alpha_{\max} = \min\{4X_1; \sqrt{10,4X_2}\}/x_d. \quad (10)$$

При выбранном значении α (10) определим значение параметра β , обеспечивающее условие $x_d - \Delta_0 \leq s(T)$ (6):

$$\beta \geq \beta_{\min} = \frac{\alpha T}{\alpha T - \ln(x_d/\Delta_0 - 1)}. \quad (11)$$

Неравенство $\beta_{\min} > 1$ имеет место при $0 < \Delta_0 < x_d/2$ и $\alpha T > \ln(x_d/\Delta_0 - 1)$. Если при выбранном $0 < \alpha < \alpha_{\max}$ это неравенство не выполняется, то нужно увеличить α . Если $\beta_{\min} \leq 1$ при $\alpha = \alpha_{\max}$, то придется увеличить расчетное время движения T и/или ошибку позиционирования Δ_0 . Таким образом, расчетное время T зависит от ограничений (5), и его нельзя назначить произвольно. При выборе параметров α (10), β (11), а также при назначении T и Δ_0 (6) требуется найти компромисс, удовлетворяющий технологическим требованиям. В частности, при зафиксированных значениях α (10) и ошибки позиционирования Δ_0 имеется возможность обеспечить минимальное допустимое время переноса T с помощью выбора $\beta > 1$ из неравенства

$$T(1 - 1/\beta) > [\ln(x_d / \Delta_0 - 1)]/\alpha.$$

В этом смысле настройка параметров эталонной кривой (8) конструктивна, а ее аналитический вид проще по сравнению с другими эффективными эталонными траекториями [1]:

$$s(t) = \frac{x_d}{2} + \frac{x_d}{2\varepsilon_2} \ln \frac{\exp(pt - \varepsilon_1) + \exp(-(pt - \varepsilon_1))}{\exp(pt - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \exp(-(pt - \varepsilon_1 - \varepsilon_2))},$$

где $p > 0$ влияет на время переноса, $\varepsilon_{1,2} > 0$ введены для минимизации колебаний стержня с грузом. По результатам численного моделирования [21] показатели качества для угловой

координаты $\theta(t)$ оказались сопоставимы при использовании траекторий (1) и (8).

Второе слагаемое в (7) содержит интеграл от угловой координаты и предназначено для демпфирования колебаний груза. При малых угловых отклонениях до 30° можно принять $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, что дает упрощенное описание динамики угловой координаты (1), а в результате интегрирования по времени — второе слагаемое (7) [3]:

$$l\ddot{\theta} - \ddot{x} + g\theta = 0 \Rightarrow \int_0^t \theta dt = (\dot{x} - l\dot{\theta})/g = 0.$$

Отсюда следует, что если в окрестности конечной точки x_d обеспечивается $\dot{x} \approx 0$, $\dot{\theta} \approx 0$, то $\chi \approx s$ (7).

В следующем разделе представлен синтез закона управления, обеспечивающий в установившемся режиме стабилизацию с некоторой точностью ошибки слежения

$$|x(t) - \chi(t)| \leq \Delta_{11}, \quad |\dot{x}(t) - \dot{\chi}(t)| \leq \Delta_{21}, \quad x(T) \approx x_d, \quad (12)$$

и обосновывается выбор параметра γ , обеспечивающий

$$|\dot{\theta}(t)| \leq \Delta_{22}. \quad (13)$$

Будет показано, что достижимая точность стабилизации зависит от проектных ограничений (5).

Синтез закона управления

Для синтеза следящей системы запишем уравнения (1) относительно ошибки слежения $e_1 = (e_{11}, e_{12})^T = (x - \chi, \theta)^T$ и введем нелинейные локальные связи

$$e_2 = (e_{21}, e_{22})^T = (\dot{x} - \dot{\chi} + m_1\sigma(k_1e_{11}), \dot{\theta})^T; \quad (14)$$

$$e_{31} = F + m_2\sigma(k_2e_{21}),$$

где e_{21} и e_{31} — невязки между переменными \dot{x} и F , которые трактуются как фиктивные управления, и стабилизирующими сигма-функциями

$$m_i\sigma(k_i e_{i1}) = m_i \frac{1 - \exp(-k_i e_{i1})}{1 + \exp(-k_i e_{i1})}, \quad (15)$$

$$m_i, k_i = \text{const} > 0, \quad i = 1, 2.$$

Сигма-функция является гладкой аппроксимацией кусочно-линейной нечетной и ограниченной sat-функции. Точки $\sigma(\pm 2, 2) \approx \pm 0,8$ примем в качестве границ разделения сигма-функция (15) на условно-постоянную и условно-линейную части [20]. Тогда для сигма-функции и ее производной $\sigma'(k_i e_{i1}) = 0,5k_i(1 - \sigma^2(k_i e_{i1}))$ справедливы следующие оценки:

$$\begin{aligned} 0,8 < |\sigma(k_i e_{i1})| < 1, 0 < \sigma'(k_i e_{i1}) < 0,18k_i, |e_{i1}| > 2,2/k_i; \\ 0,8k_i |e_{i1}|/2,2 \approx 0,36k_i |e_{i1}| \leq |\sigma(k_i e_{i1})| \leq 0,8, \\ 0,18k_i \leq \sigma'(k_i e_{i1}) \leq \sigma'(0) = 0,5k_i, |e_{i1}| \leq 2,2/k_i. \end{aligned} \quad (16)$$

Для достижения цели управления (12) и стабилизации невязок (14) вводится разрывное управление

$$\begin{aligned} u &= -m_3 \text{sign}(e_{31}), \quad m_3 = \text{const} > 0; \\ e_{31} &= F + m_2 \sigma(k_2 (\dot{x} - \dot{\chi} + m_1 \sigma(k_1 (x - \chi))))). \end{aligned} \quad (17)$$

Отметим, что в (17) сформирована нелинейная поверхность переключения $e_{31} = 0$ (17). Это позволит избежать всплесков движущей силы $F(t)$ в начале переходного процесса, которые характерны для линейных поверхностей переключения [22], и обеспечить выполнение ограничений (5) в течение всего процесса управления.

Замкнутая система (1), (2) с учетом (14), (17) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - (m_{11} \sigma(k_1 e_{11}), 0)^T; \\ \dot{e}_2 &= H^{-1}[(e_{31} - m_2 \sigma(k_2 e_{21}), 0)^T - \\ &\quad - C(e_2 + (\dot{\chi} - m_1 \sigma(k_1 e_{11}), 0)^T) - \\ &\quad - G + (F_r, 0)^T + H(\Lambda_1 - \ddot{\chi}, 0)^T]; \\ \dot{e}_{31} &= -aF - c\dot{x} + \Lambda_2 - bm_3 \text{sign}(e_{31}), \end{aligned} \quad (18)$$

где $\Lambda_i = \frac{1}{2} m_i k_i (1 - \sigma^2(k_i e_{i1})) \dot{e}_{i1}$ — полные производные сигма-функций (15), которые ограничены в силу (5), (14):

$$\begin{aligned} |\Lambda_1| &\leq \bar{\Lambda}_1 = m_1 k_1 X_1, \\ |\Lambda_2| &\leq \bar{\Lambda}_2 = \frac{1}{2} m_2 k_2 (2X_2 + \bar{\Lambda}_1). \end{aligned} \quad (19)$$

Стабилизация системы (18) осуществляется последовательно "снизу вверх" выбором амплитуд $m_{1,2}$ сигма-функций (15) и амплитуды m_3 разрывного управления (17).

Сначала обеспечивается скользящий режим на линии переключения $e_{31} = 0$, а потом сходимость невязок e_{21} , e_{11} в указанные окрестности нуля:

$$\begin{aligned} e_{31} = 0 &\Rightarrow |e_{21}| \leq 2,2/k_2 \leq \bar{\Delta}_{21} \Rightarrow \\ &\Rightarrow |e_{11}| \leq 2,2/k_1 \leq \Delta_{11}, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\bar{\Delta}_{21} = \Delta_{21} + m_1 \sigma(k_1 \Delta_{11})$. От выбора больших коэффициентов $k_{1,2}$ зависит точность стабилизации (12).

Формализуем достаточные условия для выбора амплитуд m_i , $i = \bar{1}, \bar{3}$, обеспечивающих (20). Введем кандидата на функцию Ляпунова:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 \geq 0, \\ V_1 &= \frac{1}{2} e_{11}^2, V_2 = \frac{1}{2} e_2^T H(q_1) e_2 + P(q_1), V_3 = \frac{1}{2} e_{31}^2. \end{aligned}$$

С учетом (7), (9), (16), (18) и $e_2^T \left(\frac{1}{2} \dot{H} - C \right) e_2 \equiv 0$, $\dot{P} = e_2^T G$ [1] получим оценки $\dot{V}_{1,2,3}$ при $|e_{i1}| > 2,2/k_i$, $i = \bar{1}, \bar{2}$:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_{11}(e_{21} - m_1 \sigma(k_1 e_{11})) \leq |e_{11}|(|e_{21}| - 0,8m_1); \\ \dot{V}_2 &= e_{21}[e_{31} - m_2 \sigma(k_2 e_{21}) + F_r + \\ &\quad + (m + M)(\Lambda_1 - \ddot{s} + \gamma \dot{\theta})] + \\ &\quad + \dot{\theta} m l \cos(\theta) [\ddot{s} - \gamma \dot{\theta} - \Lambda_1] \leq \\ &\leq |e_{21}|[|e_{31}| - 0,8m_2 + \bar{F}_r + (m + M) \times \\ &\quad \times (\bar{\Lambda}_1 + \alpha^2 x_d / 10,4 + \gamma |\dot{\theta}|)] + \\ &\quad + m l |\dot{\theta}| [\bar{\Lambda}_1 + \alpha^2 x_d / 10,4 - \gamma |\dot{\theta}|]; \\ \dot{V}_3 &= e_{31}[-aF - c\dot{x} + \Lambda_2 - bm_3 \text{sign}(e_{31})] \leq \\ &\leq |e_{31}|[a\bar{F} + cX_1 + \bar{\Lambda}_2 - bm_3]. \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом (19) формализуем условия, при которых последовательно обеспечиваются неравенства $\dot{V}_{3,2,1} < 0$ (21) и, следовательно, (20) и (13), а также ограничения (5) при всех вариациях неизвестных параметров (3), (4):

$$\begin{aligned} (a_{\max} \bar{F} + c_{\max} X_1 + m_2 k_2 (X_2 + \\ + 0,5m_1 k_1 X_1)) / b_{\min} < m_3 \leq U \Rightarrow e_{31} = 0; \\ (m_1 k_1 X_1 + \alpha^2 x_d / 10,4) / \Delta_{22} < \gamma \Rightarrow |\dot{\theta}| \leq \Delta_{22}; \\ 1,25(\Delta_3 + \bar{F}_r + 2(m_{\max} + M_{\max}) \gamma \Delta_{22}) < \\ < m_2 < \bar{F} \Rightarrow |e_{21}| \leq 2,2/k_2; \\ 2,75/k_2 < m_1 \Rightarrow |e_{11}| \leq 2,2/k_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Из неравенств (22), которые имеют непустое множество решений в силу априорных предположений (5), итерационно находятся допустимые значения параметров обратной связи. Максимально возможные значения k_1 , k_2 , γ определяют достижимую точность стабилизации $|e_{11}| = |x - \chi| \leq \Delta_{11}$, $|e_{21}| \leq \bar{\Delta}_{21} \Rightarrow |\dot{x} - \dot{\chi}| \leq \Delta_{21}$ (20), $|\dot{\theta}| \leq \Delta_{22}$ в установившемся режиме.

Таким образом, $V = V_1 + V_2 + V_3$ является функций Ляпунова для системы (18). Цель управления (12), (13) достигнута.

Результаты численного моделирования

Численное моделирование разработанного подхода проводилось в среде MATLAB-Simulink, при интегрировании использовался метод Эйлера с постоянным шагом $5 \cdot 10^{-4}$. Полагалось, что значения параметров объекта (1), (2) могут изменяться в следующих диапазонах:

$$\begin{aligned} 3,3 \leq M \leq 3,6 \text{ кг}; 2 \leq m \leq 3 \text{ кг}; 0,7 \leq l \leq 1,1 \text{ м}; \\ 80 \leq a \leq 180, 200,5 \leq b \leq 365,5, 878,9 \leq c \leq 1882; \\ U = 60, \bar{F} = 55, X_2 = 15, X_1 = 0,3. \end{aligned} \quad (23)$$

В качестве внешнего возмущения рассматривалась сила сухого трения $F_r(t) = -f_{r0} \times \tanh(\dot{x}/\varphi) + k_r|\dot{x}|\dot{x}$, $f_{r0} = 50$, $\varphi = 0,1$, $k_r = -0,5$ [1].

Целевое условие: $x_d = 0,9$ м, $T = 20$ с. Коэффициенты сигма-функций (15) и управления (17) были приняты на основе (22) для "худшего" случая (23) в виде

$$m_1 = 14, m_2 = 50, m_3 = 60, k_1 = 1, k_2 = 1. (24)$$

Проведено несколько численных экспериментов с одними и теми же коэффициентами регулятора (24), но с разными параметрами объекта (23) и задающими воздействиями.

В первой серии экспериментов 1–3 динамика исполнительного устройства (2) не учитывалась, проводился сравнительный анализ замкнутых систем с различными законами фиктивного управления F . Так, в эксперименте 1 фиктивное управление принималось в виде линейного ПД регулятора

$$F = -p_1(x - \chi) - p_2(\dot{x} - \dot{\chi}), \quad (25)$$

$$p_1 = 176, p_2 = 200.$$

В эксперименте 2 использовалось управление на скользящих режимах (СР) [15], где поверхность переключения являлась линейной комбинацией всех переменных состояния

$$F = -k_p \xi - k_{sgn} \text{sign}(\xi);$$

$$\xi = \lambda_1(x - \chi + \lambda_2\theta) + \dot{x} - \dot{\chi} + \lambda_2\dot{\theta}; \quad (26)$$

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 5, k_p = 50, k_{sgn} = 28.$$

В эксперименте 3 использовался разработанный метод управления (14)

$$F = -m_2\sigma(k_2(\dot{x} - \dot{\chi} + m_1\sigma(k_1(x - \chi)))).$$

Для объективности сравнения результатов экспериментов 1–3 коэффициенты регуляторов (25), (26) подбирались так, чтобы обеспечить одинаковую точность стабилизации $|e_{11}(t)| \leq 0,05$ м и сопоставимое время регулирования. В этих экспериментах задающее воздействие было постоянным $\chi = 0,9$ м.

В экспериментах 1–3 при моделировании использовались следующие значения параметров объекта (1), (2) из промежуточных диапазонов (23):

$$M = 2,5 \text{ кг}, m = 3,5 \text{ кг}, l = 0,9 \text{ м}, \quad (27)$$

$$a = 130, b = 262,5, c = 378,13.$$

На рис. 1 показан график положения тележки $x(t)$ (рис. 1, а) и график угла отклонения стержня от вертикальной оси $\theta(t)$ (рис. 1, б) для экспериментов 1–3. На рис. 2 представлен график скорости тележки $\dot{x}(t)$ (рис. 2, а) и график фиктивного управления $F(t)$ (рис. 2, б) для экспериментов 1–3.

В табл. 1 для всех экспериментов представлены следующие значения показателей качества регулирования: время регулирования t_1 (с): $|e_{11}(t)| \leq 0,05$ м, $t \geq t_1$; значение перерегулирования ошибки слежения $e_{11,\max}$ (м): $e_{11,\max} \geq |e_{11}(t)|$, $t \geq 0$; максимальный угол отклонения стержня от вертикальной оси θ_{\max} (°): $\theta_{\max} \geq |\theta(t)|$, $t \geq 0$; точность стабилизации в установившемся режиме Δ_{11} (м); максимальное значение силы, развиваемой ДПТ F_{\max} (Н): $F_{\max} \geq |F(t)|$, $t \geq 0$; время затухания колебаний t_d (с): $|\theta(t)| \leq 0,1^\circ$, $t \geq t_d$.

Из рис. 1, 2 и табл. 1 следует, что тележка перемещает груз в заданное положение во всех экспе-

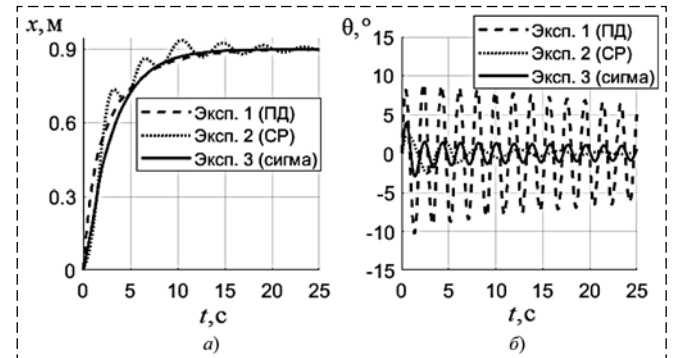


Рис. 1. Эксперименты 1–3: графики $x(t)$ (а) и $\theta(t)$ (б)

Fig. 1. Experiments 1–3: plots of $x(t)$ (а) and $\theta(t)$ (б)

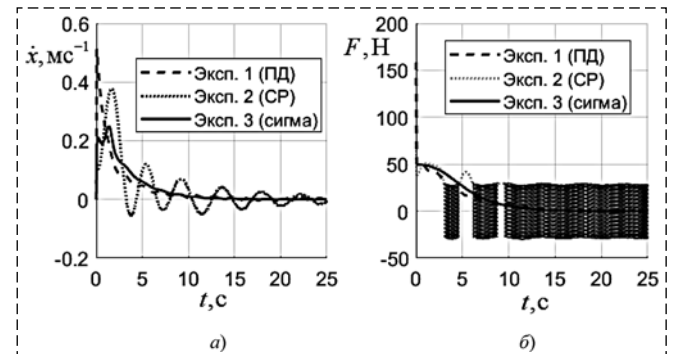


Рис. 2. Эксперименты 1–3: графики $\dot{x}(t)$ (а) и $F(t)$ (б)

Fig. 2. Experiments 1–3: plots of $\dot{x}(t)$ (а) and $F(t)$ (б)

Таблица 1
Table 1

Значения показателей качества регулирования
The values of control quality indicators

Показатель	Номер эксперимента		
	1	2	3
t_1 , с	9,41	8,69	8,82
$e_{11,\max}$, м	0,9	0,9	0,9
θ_{\max} , °	10,26	2,59	3,90
Δ_{11} , м	$3,26 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^{-6}$	$4,02 \cdot 10^{-5}$
$q_{21,\max}$, м/с	0,51	0,38	0,25
F_{\max} , Н	158,4	73	49,73
t_d , с	272,74	27,63	120,56

риментах. Из рис. 1, а видно, что в эксперименте 1 с ПД регулятором происходит более резкий разгон тележки по сравнению с экспериментом 3 с сигмовидными локальными связями. Как следствие, увеличивается значение силы F , развиваемой исполнительным устройством (см. табл. 1). Это приводит к повышению амплитуды колебаний груза в эксперименте 1 по сравнению с экспериментом 3 (значение θ_{\max} больше в 2,63 раза). Кроме того, торможение тележки происходит дольше примерно на 0,59 с (значение t_1 в табл. 1).

В эксперименте 2 с управлением на скользящих режимах благодаря вводу угловой координаты и ее производной в закон управления

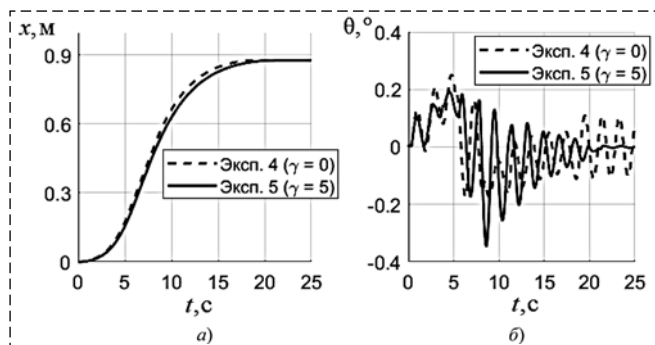


Рис. 3. Эксперименты 4–5: Графики $x(t)$ (а) и $\theta(t)$ (б)
Fig. 3. Experiments 4–5: plots of $x(t)$ (a) and $\theta(t)$ (б)

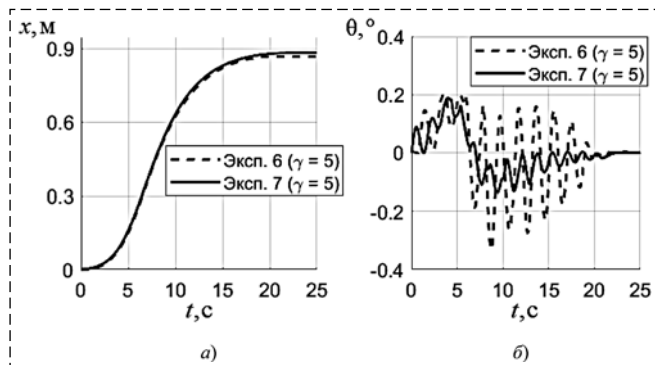


Рис. 4. Эксперименты 6–7: графики $x(t)$ (а) и $\theta(t)$ (б)
Fig. 4. Experiments 6–7: plots of $x(t)$ (a) and $\theta(t)$ (б)

Таблица 2
Table 2

Значения показателей качества регулирования
The values of control quality indicators

Показатель	Номер эксперимента			
	4	5	6	7
t_1, c	15,19	16,00	15,99	15,63
$e_{11,max}, M$	0,37	0,34	0,34	0,33
$\theta_{max}, ^\circ$	0,25	0,35	0,33	0,19
Δ_{11}, M	0,02	0,02	0,03	0,02
$q_{21,max}, M/c$	0,11	0,11	0,11	0,11
F_{max}, H	42,77	41,42	41,59	41,06
t_d, c	24,30	15,80	18,58	13,00

удалось обеспечить более высокую точность позиционирования (в 36,55 раз) и более быстрое затухание колебаний (в 4,36 раз) с меньшим значением θ_{\max} (в 1,51 раз) по сравнению с экспериментом 3 с сигмовидными локальными связями, где для управления использовались только положение и скорость тележки. Однако в результате скорость тележки $q_{21,max}$ возросла в 1,52 раза, а движущая сила F — в 1,47 раз. Значения остальных показателей качества в экспериментах 2 и 3 сопоставимы. Кроме того, еще раз отметим недопустимость формирования разрывных управляющих сил на практике, поскольку "чаттеринг" (хаотичные колебания в установившемся режиме) (рис. 2, б) приводит к более быстрому износу исполнительного устройства в электромеханических системах.

Во второй серии экспериментов 4–7 были промоделированы алгоритмы, которые составляют основной результат данной работы. Была реализована замкнутая система (1), (2), (14), (24) для отслеживания центром масс тележки эталонной траектории (7), (8) со значениями параметров $\alpha = 0,8$, $\beta = 4$. В эксперименте 4 в эталонной траектории отсутствовала часть с интегралом от угловой координаты (7), т. е. было принято $\gamma = 0$, а в экспериментах 5–7 было выбрано значение $\gamma = 5$.

В экспериментах 4, 5 были использованы значения параметров объекта управления (27). Для проверки робастности разработанного подхода в экспериментах 6, 7 были приняты другие значения параметров. В эксперименте 6 они соответствовали верхним границам (23), в эксперименте 7 — нижним. Еще раз отметим, что коэффициенты разработанного регулятора (24) оставались одинаковыми во всех экспериментах 3–7.

На рис. 3 и 4 показаны те же графики, что и на рис. 1 для экспериментов 4, 5, и 6, 7, соответственно.

В табл. 2 представлены значения тех же показателей качества регулирования, что и в табл. 1.

Таким образом, из рис. 1, 3 и табл. 1, 2 следует, что использование сигмовидной функции в эталонной траектории привело к уменьшению амплитуды колебаний и уменьшению значения θ_{\max} до 15,6 раз в экспериментах 4 и 5 по сравнению с экспериментом 3, где задающее воздействие было скачкообразным. При этом время регулирования увеличилось на 7,18 с. Наличие интеграла от угловой координаты в задающем воздействии обеспечило более быстрое затухание колебаний в эксперименте 5 по сравнению с экспериментом 4, где не было интегральной части (значение t_d мень-

ше в 1,54 раза). Однако это привело к увеличению времени регулирования на 0,81 с. Значения остальных показателей качества в экспериментах 4 и 5 сопоставимы.

Из рис. 4 следует, что регулятор остается робастным, когда значения параметров объекта принадлежат допустимым диапазонам (23). Таким образом, результаты экспериментов 5–7 подтвердили теоретические выкладки и продемонстрировали эффективность разработанного подхода.

Заключение

В работе предложены методы, пригодные для практической реализации в системе управления ходовой тележкой мостового крана. Для их применения не требуется идентификация неизвестных параметров и внешних возмущений, что снижает вычислительную сложность. Кроме того, предложенные методы обеспечивают выполнение проектных ограничений на переменные состояния и высокое качество регулирования, когда неопределенности изменяются в допустимых пределах.

По сравнению с известными решениями разработанный метод синтеза сигмовидных локальных связей может быть применен к более широкому классу систем для обеспечения инвариантности по отношению к негладким и несогласованным возмущениям. Полученные результаты могут быть распространены на объекты управления более высокого порядка.

Список литературы

1. **Ma B., Fang Y., Zhang X.** Adaptive Tracking Control for an Overhead Crane System // In Proc. 17th IFAC World Congress. 2008. P. 12194–12199. <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.02065>.
2. **Wu Z.** Optimal motion planning for overhead cranes // IET Control. Theory Appl. 2014. Vol. 8. P. 1833–1842. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2014.0069>.
3. **Zhang M., Ma X., Song R., Rong X., Tian G., Tian X., Li Y.** Adaptive Proportional-Derivative Sliding Mode Control Law with Improved Transient Performance for Underactuated Overhead Crane Systems // IEEE/CAA J. Autom. Sin. 2018. Vol. 5, N. 3. P. 683–690. <https://doi.org/10.1109/JAS.2018.7511072>.
4. **Кабанов С. А., Никулин Е. Н., Якушев Б. Э., Якушева Д. Б.** Оптимальное управление перемещением груза мостовым краном // Приборостроение. 2011. № 5. С. 56–65. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimalnoe-upravlenie-peremescheniem-gruza-mostovym-kranom>.
5. **Ловейкин В. С., Ромасевич Ю. А.** Оптимизация управления движением мостового крана // Наука и техника. 2018. Т. 17, № 5. С. 413–420. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-5-413-420>.
6. **Toxqui R., Yu W., Li X.** PD Control of Overhead Crane with Velocity Estimation and Uncertainties Compensation // In

Proc. 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. 2006. P. 139–143. <https://doi.org/10.1109/WCICA.2006.1712378>.

7. **Mohamed K. T., Abdel-razak M. H., Haraz E. H., Ata A. A.** Fine tuning of a PID controller with inlet derivative filter using Pareto solution for gantry crane systems // Alex. Eng. J. 2021. Vol. 61, N. 9. P. 6659–6673. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.12.017>.

8. **Li H., Hui Y.-B., Wang Q., Wang H.-X., Wang L.-J.** Design of Anti-Swing PID Controller for Bridge Crane Based on PSO and SA Algorithm // Electronics. 2022. Vol. 11, N. 19. P. 1–21. <https://doi.org/10.3390/electronics11193143>.

9. **Круглов С. П., Аксаментов Д. Н.** Метод адаптивного управления мостовым краном с прямым отслеживанием перемещения груза // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 12. С. 682–688. <https://doi.org/10.17587/mau.21.682-688>

10. **Круглов С. П., Ковыршин С. В., Аксаментов Д. Н.** Адаптивное управление двухмятниковым подвесом мостового крана // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 9. С. 451–461. <https://doi.org/10.17587/mau.23.451-461>.

11. **Shyu K.-K., Jen C.-L., and Shang L.-J.** Design of sliding-mode controller for anti-swing control of overhead cranes // In Proc. 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society. 2005. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/IECON.2005.1568895>.

12. **Huan X., Niu D., Li Q., Yang J., Liu G., Chen X., Xiao X.** Sliding Mode Observation and Control for Overhead Cranes with Varying Rope Length // In Proc. China Automation Congress (CAC). 2021. P. 4578–4583. <https://doi.org/10.1109/CAC53003.2021.9727319>.

13. **Shehu M. A., Li A.-J., Tian H.** Modified Higher-Order Sliding Mode Observer-Based Super-Twisting Controller for Perturbed Overhead Cranes // In Proc. 2019 Chinese Automation Congress (CAC). 2019. P. 255–260. <https://doi.org/10.1109/CAC48633.2019.8997439>.

14. **Zhang M., Zhang Y., Cheng X.** Finite-Time Trajectory Tracking Control for Overhead Crane Systems Subject to Unknown Disturbances // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 55974–55982. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2911538>.

15. **Xi Z., Hesketh T.** Discrete time integral sliding mode control for overhead crane with uncertainties // IET Control. Theory Appl. 2010. Vol. 4, N. 10. P. 2071–2081. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2009.0558>.

16. **Cao X., Wang Z., Zhang X.** Precise Locating Control for a Polar Crane Based on Sliding Mode Active Disturbance Rejection Control and Quadratic Programming Algorithm // Machines. 2021. Vol. 9, N. 2. P. 1–21. <https://doi.org/10.3390/machines9020022>.

17. **Xu R., Zhou M.** Sliding mode control with sigmoid function for the motion tracking control of the piezo-actuated stages // Electron. Lett. 2017. Vol. 53, N. 2. P. 75–77. <https://doi.org/10.1049/el.2016.3558>.

18. **Антипов А. С., Краснова С. А.** Система стабилизации положения тележки крана с использованием сигмоидальной функции // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 10. С. 609–614. <https://doi.org/10.17587/mau.20.609-614>.

19. **Краснова С. А., Уткин А. В.** Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Пробл. управл. 2015. № 5. С. 27–36.

20. **Антипов А. С., Краснова С. А., Уткин В. А.** Синтез инвариантных нелинейных одноканальных систем слежения с сигмоидальными обратными связями с обеспечением заданной точности слежения // Автоматика и телемеханика. 2022. № 1. С. 40–66.

21. **Antipov A. S., Krasnova S. A.** Using of Sigmoid Functions in the Control System of the Overhead Crane // In Proc. 16th Int. Conf. "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems". 2022. P. 1–4 <https://doi.org/10.1109/STAB54858.2022.9807588>.

22. **Utkin V. I., Guldner J., Shi J.** Sliding mode control in electromechanical systems. New York: CRC Press, 2009. 503 p.

Methods for Damping Payload Oscillations and Robust Control of an Overhead Crane Trolley Considering the Dynamics of the Electric Drive

A. S. Antipov, scholess18@mail.ru, S. A. Krasnova, skrasnova@list.ru,

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: Antipov Aleksey S., Cand. of Tech. Sc., Senior Researcher, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: scholess18@mail.ru

Accepted on March 21, 2023

Abstract

The control plant is a trolley of a single-girder overhead crane designed to move a suspended payload along the span. Features of the plant: one control with two degrees of freedom, the uncertainty of mass-inertial characteristics, and the action of non-smooth uncontrolled disturbances. We consider the reduced dynamics of the DC motor in the mathematical model, where the power supply voltage of the armature circuit is a control. Here, parametric and external disturbances affecting the mechanical subsystem become unmatched (i.e., they act through different channels with control) and cannot be directly compensated. This paper considers two main problems, each of which uses *S*-shaped smooth sigmoid functions with saturation. The first problem is to design the trajectory of the trolley considering the design constraints on its velocity and acceleration. Tracking such a trajectory should ensure the smooth transfer of the payload in a given time and the damping of its oscillations. For this purpose, a reference trajectory has been developed in the form of the sum of a sigmoid function and an integral of the swing angle. The proposed solution is not inferior in the efficiency to existing analogs, while its implementation requires less computational costs. The second problem is to develop a robust tracking system. For this purpose, a procedure for block synthesis of discontinuous true control and sigmoid fictitious controls (local feedbacks) has been developed. The latter are smooth analogs of discontinuous control and make it possible to suppress unmatched disturbances with a given accuracy without identifying them. In contrast to standard linear local feedbacks, the boundedness of sigmoid fictitious controls does not lead to a large overshoot of state variables, which is critical in the presence of design constraints. In addition, such fictitious controls are implemented in mechanical plants and do not contribute to the wear of the actuator, which inevitably occurs when discontinuous fictitious controls are used. We presented the results of numerical simulation and carried out a comparative analysis of closed-loop systems with various fictitious controls: linear, discontinuous, and sigmoid. The results of the numerical simulation demonstrated the effectiveness of the developed approach.

Keywords: overhead crane trolley, unmatched disturbances, parametric uncertainty, state constraints, robust control, sigmoid function

For citation:

Antipov A. S., Krasnova S. A. Methods for Damping Payload Oscillations and Robust Control of an Overhead Crane Trolley Considering the Dynamics of the Electric Drive, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 8, pp. 412–420.

DOI: 10.17587/mau.24.412-420

References

1. Ma B., Fang Y., Zhang X. Adaptive Tracking Control for an Overhead Crane System, *In Proc. 17th IFAC World Congress*, 2008, pp. 12194–12199.
2. Wu Z. Optimal motion planning for overhead cranes, *IET Control. Theory Appl.*, 2014, vol. 8, pp. 1833–1842.
3. Zhang M., Ma X., Song R., Rong X., Tian G., Tian X., Li Y. Adaptive Proportional-Derivative Sliding Mode Control Law with Improved Transient Performance for Underactuated Overhead Crane Systems, *IEEE/CAA J. Autom. Sin.*, 2018, vol. 5, no. 3, pp. 683–690.
4. Kabanov S. A., Nikulin E. N., Yakushev B. E., Yakusheva D. B. Optimal control of the payload movement for an overhead crane, *Priborostroenie*, 2011, vol. 5, pp. 56–65 (in Russian).
5. Loveikin V. S., Romasevich Y. A. Optimization of Bridge Crane Movement Control, *Science & Technique*, 2018, vol. 17, no. 5, pp. 413–420.
6. Toxqui R., Yu W., Li X. PD Control of Overhead Crane with Velocity Estimation and Uncertainties Compensation, *In Proc. 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2006, pp. 139–143.
7. Mohamed K. T., Abdel-razak M. H., Haraz E. H., Ata A. A. Fine tuning of a PID controller with inlet derivative filter using Pareto solution for gantry crane systems, *Alex. Eng. J.*, 2021, vol. 61, no. 9, pp. 6659–6673.
8. Li H., Hui Y.-B., Wang Q., Wang H.-X., Wang L.-J. Design of Anti-Swing PID Controller for Bridge Crane Based on PSO and SA Algorithm, *Electronics*, 2022, vol. 11, no. 19, pp. 1–21.
9. Kruglov S. P., Aksamentov D. N. A Method of Adaptive Control of an Overhead Crane with Direct Tracking of the Load Movement, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 12, pp. 682–688 (In Russian).
10. Kruglov S. P., Kovyrshin S. V., Aksamentov D. N. Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 451–461 (in Russian).
11. Shyu K.-K., Jen C.-L., Shang L.-J. Design of sliding-mode controller for anti-swing control of overhead cranes, *In Proc. 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society*, 2005, pp. 1–6.
12. Huan X., Niu D., Li Q., Yang J., Liu G., Chen X., Xiao X. Sliding Mode Observation and Control for Overhead Cranes with Varying Rope Length, *In Proc. China Automation Congress (CAC)*, 2021, pp. 4578–4583.
13. Shehu M. A., Li A.-J., Tian H. Modified Higher-Order Sliding Mode Observer-Based Super-Twisting Controller for Perturbed Overhead Cranes, *In Proc. 2019 Chinese Automation Congress (CAC)*, 2019, pp. 255–260.
14. Zhang M., Zhang Y., Cheng X. Finite-Time Trajectory Tracking Control for Overhead Crane Systems Subject to Unknown Disturbances, *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 55974–55982.
15. Xi Z., Hesketh T. Discrete time integral sliding mode control for overhead crane with uncertainties, *IET Control. Theory Appl.*, 2010, vol. 4, no. 10, pp. 2071–2081.
16. Cao X., Wang Z., Zhang X. Precise Locating Control for a Polar Crane Based on Sliding Mode Active Disturbance Rejection Control and Quadratic Programming Algorithm, *Machines*, 2021, vol. 9, no. 2, pp. 1–21.
17. Xu R., Zhou M. Sliding mode control with sigmoid function for the motion tracking control of the piezo-actuated stages, *Electron. Lett.*, 2017, vol. 53, no. 2, pp. 75–77.
18. Antipov A. S., Krasnova S. A. Stabilization system of convey-crane position via sigmoidal function, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 10, pp. 609–614.
19. Krasnova S. A., Utkin A. V. Sigma function in observer design for states and perturbations, 2016, *Autom. Remote Control*, vol. 77, no. 9, pp. 1676–1699.
20. Antipov A. S., Krasnova S. A., Utkin V. A. Synthesis of Invariant Nonlinear Single-Channel Sigmoid Feedback Tracking Systems Ensuring Given Tracking Accuracy, *Autom. Remote Control*, 2022, vol. 1, no. 1, pp. 40–66.
21. Antipov A. S., Krasnova S. A. Using of Sigmoid Functions in the Control System of the Overhead Crane, *In Proc. 16th Int. Conf. "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems"*, 2022, pp. 1–4.
22. Utkin V. I., Guldner J., Shi J. Sliding mode control in electromechanical systems, CRC Press, NewYork, 2009, 503 p.