

**А. М. Кориков**, д-р техн. наук, проф., korikov@asu.tusur.ru, **В. Т. Тран**, аспирант, att82glass@gmail.com, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

## Кинематическая модель стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры беспилотного летательного аппарата

*Статья посвящена разработке и исследованию кинематической модели стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры беспилотного летательного аппарата (БПЛА). Созданная модель базируется на кинематической модели трехосного карданного подвеса (ТКП): структуре ТКП для БПЛА, математическом описании ТКП БПЛА и выводе кинематических уравнений для задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. В общем случае вывод кинематических уравнений ТКП на БПЛА является сложным процессом и подобен построению кинематической модели робота-манипулятора с шестью степенями свободы. ТКП рассматривается как манипуляционный механизм с шестью степенями свободы: три степени свободы определяются поворотами БПЛА вокруг осей системы координат, прикрепленной к БПЛА, и три степени свободы задаются рамками ТКП по каналам рыскания, крена и тангажа при вращательных движениях этих рамок вокруг соответствующих осей систем координат, прикрепленных к рамкам ТКП. Такая постановка в общем случае не имеет однозначного решения для поставленных задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Для устранения этой неоднозначности используется оптимизация в процессе проектирования ТКП и установка ТКП в таких положениях на БПЛА, которые снижают вычислительную сложность решаемых задач. Кинематическая модель представлена в статье кинематическими уравнениями, решение которых обеспечивает стабилизацию подвесной аппаратуры БПЛА, и кинематическими уравнениями, решение которых позволяет управлять аппаратурой (видеокамерой) БПЛА при слежении за подвижными объектами (движущимися целями) в пространстве. В программной среде MATLAB Simulink создана модель ТКП, на основе которой выполнено моделирование трехосной системы стабилизации аппаратуры БПЛА и моделирование трехосной системы слежения БПЛА за движущимся объектом в пространстве. Результаты моделирования в программной среде MATLAB Simulink доказывают адекватность разработанной кинематической модели ТКП и ее эффективность для решения задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА.*

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, трехосный карданный подвес, кинематическая модель, стабилизация, управление, ориентация, подвесная аппаратура, видеокамера, кинематические уравнения, моделирование

### Введение

В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) применяются практически во всех сферах человеческой деятельности: научных исследованиях, транспорте, промышленности, сельском хозяйстве, военной деятельности и т. д. Средства массовой информации наполнены сообщениями об использовании БПЛА для мониторинга и обработки сельскохозяйственных полей, о применении БПЛА в боевых действиях и т. д. [1–6]. Теория и практика разработки и исследования БПЛА прошли большой путь развития, отраженный во многих статьях, монографиях и учебниках [7–9]. По вопросам, посвященным системам навигации и управления БПЛА, регулярно проводятся научно-технические конференции, например [10]. Отмеченная тенденция характерна для многих стран. По классификации, основанной на взлетной массе и принятой Международной ассоциацией беспилотных систем, БПЛА разделяются на микро-, мини-, легкие, средние и тяжелые [11]. Первые три класса БПЛА условно во многих странах име-

ются малыми БПЛА, и они в данное время стремительно развиваются. На БПЛА данного типа часто используется подвесная (сменная) аппаратура наблюдения, например радар, видеокамера, тепловизор, фотоаппарат, лазерное сканирующее устройство и т. п. Эта аппаратура работает на БПЛА в условиях внешних возмущений (ветер, переменная нагрузка), возможны также параметрические возмущения.

Для подвески аппаратуры на БПЛА перспективно использовать трехосную систему стабилизации и управления [12, 13]. В этой системе стабилизируемая платформа вместе с аппаратурой наблюдения и измерительными устройствами размещается в трехосном карданном подвесе (ТКП). В работе [12] рассмотрена процедура робастного структурного синтеза трехосной системы стабилизации и управления ориентацией осей визирования устройств наблюдения на БПЛА. В статье [13] разработана структура модели кинематики ТКП на БПЛА, отмечено взаимное влияние рамок ТКП, влияние гравитации на рабочие процессы ТКП и влияние центробежной силы инерции рамок ТКП. Отметим, что увеличение числа осей управления усложняет моделирование

и расчет карданного подвеса, поэтому исследование применения ТКП для обеспечения стабилизации подвесной аппаратуры БПЛА и управления аппаратурой (видеокамерой) для слежения за подвижными объектами (движущимися целями) является актуальной задачей. Настоящая статья посвящена решению этой задачи.

## Математическое описание трехосного карданного подвеса БПЛА

**Структура трехосного карданного подвеса на БПЛА.** Структура ТКП и его координатные оси представлены на рис. 1.

На рис. 1 введены следующие координатные системы:  $O_B x_B y_B z_B$  — система координат, связанная с БПЛА;  $O_A x_A y_A z_A$  — система координат, связанная с рамкой движения канала рыскания (РДКР);  $O_R x_R y_R z_R$  — система координат, связанная с рамкой движения канала крена (РДКК);  $O_P x_P y_P z_P$  — система координат, связанная с рамкой движения канала тангажа (РДКТ).

Введем следующие обозначения для углов поворота подвижных звеньев ТКП:

$\alpha$  — угол поворота системы координат  $O_A x_A y_A z_A$  относительно системы координат  $O_B x_B y_B z_B$  вокруг оси  $O_A z_A$  (угол поворота РДКР вокруг оси  $O_A z_A$ , здесь  $O_A z_A \equiv O_B z_B$ );

$\beta$  — угол поворота системы координат  $O_R x_R y_R z_R$  относительно системы координат  $O_A x_A y_A z_A$  вокруг оси  $O_R x_R$  (угол поворота РДКК вокруг оси  $O_R x_R$ , здесь  $O_R z_R \equiv O_A z_A$ );

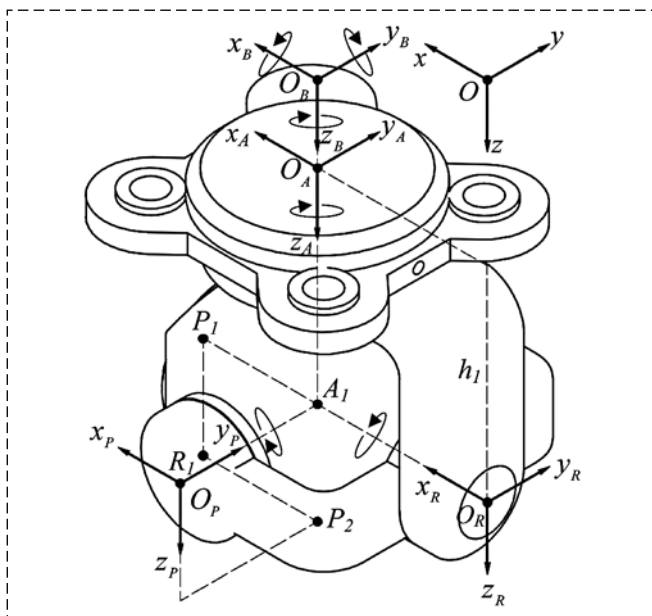


Рис. 1. Структура ТКП и его координатные оси  
Fig. 1. The structure of the TAG and its coordinate axes

$\gamma$  — угол поворота системы координат  $O_P x_P y_P z_P$  относительно системы координат  $O_R x_R y_R z_R$  вокруг оси  $O_P y_P$  (угол поворота РДКТ вокруг оси  $O_P y_P$ , здесь  $O_P y_P \equiv O_R y_R$ ).

ТКП сконструирован так, как показано на рис. 1, т. е. оси вращения  $O_A y_A$ ,  $O_R y_R$ ,  $O_P y_P$  всегда пересекаются в точке  $A_1$  в процессе работы ТКП. Точка  $A_1$  называется центром вращения ТКП.

**Построение кинематической модели для стабилизации и управления трехосным карданным подвесом.** Если БПЛА находится в движении, то это приводит к наклонам и вращениям видеокамеры, установленной на ТКП БПЛА, вокруг соответствующих осей (рис. 1). Задача ТКП состоит в том, чтобы, создавая вращение своих осей, сохранить заданную ориентацию видеокамеры в пространстве. Требуется, как правило, сохранение видеокамерой своей первоначальной ориентации при движении БПЛА.

Для решения этой задачи используем матричное исчисление [14], применяемое в робототехнике [15] при решении подобных задач, т. е. рассмотрим ТКП как манипуляционный механизм с шестью степенями подвижности (вращения), степени подвижности 1, 2 и 3 — это повороты БПЛА вокруг осей  $O_B z_B$ ,  $O_B y_B$ ,  $O_B x_B$ , степень подвижности 4 — вращательное движение РДКР вокруг оси  $O_A z_A$ , степень подвижности 5 — вращательное движение РДКК вокруг оси  $O_R x_R$ , степень подвижности 6 — вращательное движение РДКТ вокруг оси  $O_P y_P$ . Чтобы упростить задачу, рассмотрим ТКП, подвешенный так, что начало  $O$  фиксированной системы координат  $O x y z$  совпадает с началом  $O_B$  системы координат  $O_B x_B y_B z_B$  и началом  $O_A$  системы координат  $O_A x_A y_A z_A$ . Начало  $O_R$  и  $O_P$  систем координат  $O_R x_R y_R z_R$  и  $O_P x_P y_P z_P$  устанавливается так, чтобы совпадать с точкой пересечения трех осей вращения в точке  $A_1$ . Структура и оси ТКП показаны на рис. 1.

Пусть  $\mathbf{R}_{Bz}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_B z_B$ ,  $\mathbf{d}_{OBz}$  — координаты начала системы координат  $O_A$ , тогда вращение БПЛА вокруг оси  $O_B z_B$  на угол  $\psi$  определится следующими матрицами:

$$\mathbf{R}_{Bz} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_{OBz} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{Bz} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Пусть  $\mathbf{R}_{By}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_{ByB}$ ,  $\mathbf{d}_{OBy}$  — координаты начала системы координат  $O_B$ :

$$\mathbf{R}_{By} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{OBy} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда вращение БПЛА вокруг оси  $O_{ByB}$  на угол  $\theta$  определяется матрицей

$$\mathbf{T}_{By} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Пусть  $\mathbf{R}_{Bx}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_{BxB}$ ,  $\mathbf{d}_{OBx}$  — координаты начала системы координат  $O_B$ , тогда вращение БПЛА вокруг оси  $O_{BxB}$  на угол  $\phi$  определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{OBx} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Пусть  $\mathbf{R}_{AR}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_{AzA}$ ,  $\mathbf{d}_{AR}$  — координаты начала системы координат  $O_R$ , тогда вращение РДКР вокруг оси  $O_{AzA}$  на угол  $\alpha$  определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{AR} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{AR} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{AR} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Пусть  $\mathbf{R}_{RP}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_{RxR}$ ,  $\mathbf{d}_{PR}$  — координаты начала системы координат  $O_P$ , тогда вращение РДКК вокруг оси  $O_{RxR}$  на угол  $\beta$  определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{RP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{RP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{RP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Пусть  $R_1$  — точка на рамке движения канала крена с координатами  $R_1(x_R, y_R, z_R) = (0 \ -1 \ 0)$ , тогда поворот РДКК вокруг оси  $O_{RxR}$  на угол  $\beta$  определится матрицей

$$\mathbf{d}_{RR_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Пусть  $\mathbf{R}_{PP_1}$  — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси  $O_{PyP}$ ,  $\mathbf{d}_{PP_1}$  — координаты точки  $P_1$ , тогда поворот РДКТ вокруг оси  $O_{PyP}$  на угол  $\gamma$  определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ 0 \\ \sin \gamma \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Здесь  $P_1$  — точка на РДКТ с координатами  $P_1(x_P, y_P, z_P) = (1 \ 0 \ 0)$ .

После поворота БПЛА на углы  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  по осям  $O_{BxB}$ ,  $O_{ByB}$ ,  $O_{BzB}$  ТКП поворачивается на углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  по осям  $O_{AzA}$ ,  $O_{RxR}$ ,  $O_{PyP}$ , а координаты точек  $A_1$ ,  $R_1$ ,  $P_1$  в фиксированной системе координат  $O_{xyz}$  определяются следующими формулами:

- координаты точки  $A_1$ :

$$\mathbf{D}_{A_1} = \mathbf{d}_{OBz} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{d}_{OBy} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{d}_{OBx} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR}; \quad (8)$$

- координаты точки  $R_1$ :

$$\mathbf{D}_{R_1} = \mathbf{d}_{OBz} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{d}_{OBy} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{d}_{OBx} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RR_1}; \quad (9)$$

- координаты точки  $P_1$ :

$$\mathbf{D}_{P_1} = \mathbf{D}_{A_1} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RP} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{R}_{RP} \mathbf{d}_{PP_1}. \quad (10)$$

Из формул (1), (2), (3) и (5) получим:

$$\mathbf{d}_{OBx} = \mathbf{d}_{OBy} = \mathbf{d}_{OBz} = \mathbf{d}_{RP} = [0 \ 0 \ 0]^T.$$

С учетом этого условия формулы (8)—(10) переписываются следующим образом:

$$\mathbf{D}_{A_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR}; \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_{R_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RR_1}; \quad (12)$$

$$\mathbf{D}_{P_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{R}_{RP} \mathbf{d}_{PP_1}. \quad (13)$$

Пусть  $\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx}$  — матрица ориентации БПЛА при его вращении вокруг осей  $O_B z_B$ ,  $O_B y_B$  и  $O_B x_B$ . С учетом формул (1)—(3) матрица  $\mathbf{R}_B$  примет вид

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}.$$

После умножения матриц получим

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Введем следующие обозначения для элементов этой матрицы:

$$r_{B_{11}} = \cos \psi \cos \theta;$$

$$r_{B_{12}} = \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta;$$

$$r_{B_{13}} = \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{21}} = -\cos \theta \sin \psi;$$

$$r_{B_{22}} = \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{23}} = \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{31}} = \sin \theta; \quad r_{B_{32}} = -\cos \theta \sin \phi;$$

$$r_{B_{33}} = \cos \phi \cos \theta.$$

С учетом этих обозначений матрицу ориентации БПЛА можно записать в виде:

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} & r_{B_{12}} & r_{B_{13}} \\ r_{B_{21}} & r_{B_{22}} & r_{B_{23}} \\ r_{B_{31}} & r_{B_{32}} & r_{B_{33}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Комбинируя формулы (4)—(7) и (14), получим для формул (11)—(13) следующие соотношения:

$$\mathbf{D}_{A_1} = \begin{bmatrix} x_{A_1} \\ y_{A_1} \\ z_{A_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} & r_{B_{12}} & r_{B_{13}} \\ r_{B_{21}} & r_{B_{22}} & r_{B_{23}} \\ r_{B_{31}} & r_{B_{32}} & r_{B_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{13}} h_1 \\ r_{B_{23}} h_1 \\ r_{B_{33}} h_1 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_{R_1} = \begin{bmatrix} x_{R_1} \\ y_{R_1} \\ z_{R_1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} r_{B_{13}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{23}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{22}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{21}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{33}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_{P_1} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{12}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{13}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \\ r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{23}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \\ r_{B_{31}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{32}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{33}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

### Стабилизация и управление видеокамерой БПЛА для слежения за движущимся объектом в пространстве

**Алгоритм стабилизации камеры БПЛА в пространстве.** Для устойчивого положения камеры в горизонтальной плоскости необходимо найти такие значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ , при которых линия  $A_1 R_1$  была бы перпендикулярна плоскости  $Ox_z$ , или, другими словами, найти такие значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ , чтобы  $x_{A_1} = x_{R_1}$ ,  $z_{A_1} = z_{R_1}$ . При значениях  $x_{A_1}$ ,  $x_{R_1}$ ,  $z_{A_1}$ ,  $z_{R_1}$ , определенных формулами (15), (16), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} r_{B_{13}} \sin \beta - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Решая систему уравнений (18), найдем значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ , которые требуются для стабилизации камеры в горизонтальной плоскости.

После решения задачи стабилизации камеры в горизонтальной плоскости необходимо решить следующую задачу: вычислить такое значение угла  $\gamma$ , при котором камера имела бы устойчивое положение в вертикальной плоскости.

Для стабилизации камеры в вертикальной плоскости нужно найти такое значение угла  $\gamma$ , чтобы линия  $A_1P_1$  была параллельна плоскости  $Oxz$ , или, другими словами, найти такие значения угла  $\gamma$ , чтобы  $z_{A_1} = z_{P_1}$ . При значениях  $y_{A_1}, y_{P_1}$ , определенных формулами (15), (17), получим следующее уравнение:

$$r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + r_{B_{23}} \cos \beta \sin \gamma = 0. \quad (19)$$

Решая уравнение (19) при значениях углов  $\alpha, \beta$ , удовлетворяющих системе уравнений (18), можно определить значение угла  $\gamma$ , которое требуется для стабилизации камеры в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} r_{B_{13}} \sin \beta + r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta - r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{33}} \sin \beta + r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta - r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + r_{B_{23}} \cos \beta \sin \gamma = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Решая уравнения (20) относительно переменных  $\alpha, \beta, \gamma$ , получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{r_{B_{33}} r_{B_{12}} - r_{B_{32}} r_{B_{13}}}{r_{B_{33}} r_{B_{11}} - r_{B_{31}} r_{B_{13}}}; \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{r_{B_{32}} \cos \alpha - r_{B_{31}} \sin \alpha}{r_{B_{33}}}; \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{r_{B_{31}} \cos \alpha + r_{B_{32}} \sin \alpha}{r_{B_{31}} \sin \alpha \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \sin \beta - r_{B_{33}} \cos \beta}. \end{aligned}$$

Систему уравнений (20) назовем системой уравнений, определяющих входные параметры ТКП для стабилизации камеры в трехмерном пространстве.

**Алгоритм управления камерой БПЛА при слежении за движущейся целью в пространстве.** Задача управления камерой для слежения за движущимися целями — одно из популярных приложений ТКП. Задача ТКП — удерживать камеру стабильно в горизонтальной плоскости и наводить главную ось камеры на цель в пространстве.

Для управления камерой при слежении за целью необходимо найти значения углов  $\alpha, \beta, \gamma$ , удовлетворяющие трем условиям.

**Условие 1:** для стабилизации камеры в горизонтальной плоскости необходимо вычислить такие значения углов поворота  $\alpha, \beta, \gamma$ , чтобы линия  $A_1R_1$  была параллельна горизонтальной плоскости, другими словами, нужно найти значения углов поворота  $\alpha, \beta, \gamma$ , удовлетворяющие условию  $z_{R_1} = z_{A_1}$ .

При значениях  $z_{R_1}, z_{A_1}$ , определенных по формулам (15) и (16), получим следующее уравнение для расчета углов:

$$r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0. \quad (21)$$

**Условие 2:** для управления камерой при слежении за целью в пространстве необходимо найти такие значения  $\alpha, \beta, \gamma$ , чтобы линия  $A_1R_1$  была перпендикулярна линии  $A_1M$ , или, другими словами, найти такие углы  $\alpha, \beta, \gamma$ , чтобы вектор направления линии  $A_1R_1$  был перпендикулярен вектору направления линии  $A_1M$ . Иллюстрация этого условия представлена на рис. 2.

Из формул (15) и (16) имеем вектор  $\mathbf{r}$  направления линии  $A_1R_1$ :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x_{R_1} - x_{A_1} \\ y_{R_1} - y_{A_1} \\ z_{R_1} - z_{A_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{13}} \sin \beta - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{23}} \sin \beta - r_{B_{22}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{21}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}. \quad (22)$$

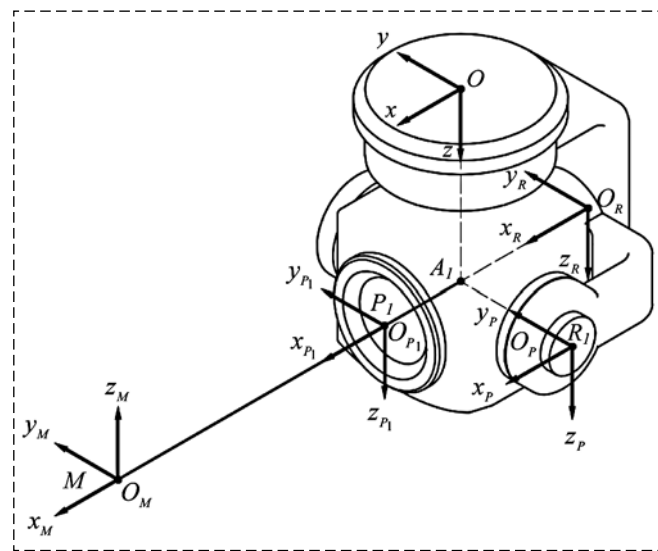


Рис. 2. Схема соединения осей движения ТКП в плоскости  $Oxz$   
Fig. 2. Scheme of connecting the axes of movement of the TAG in the  $Oxz$  plane

Вектор  $\mathbf{m}$  направления линии  $A_1M$  определяется по формуле

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} x_M - x_{A_1} \\ y_M - y_{A_1} \\ z_M - z_{A_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Условие перпендикулярности двух линий состоит в том, что скалярное произведение двух соответствующих векторов равно нулю:

$$\mathbf{r}\mathbf{m} = 0. \quad (24)$$

Решая совместно уравнения (22), (23) и (24), получим

$$a_{21}\sin\beta - a_{22}\cos\alpha\cos\beta + a_{23}\cos\beta\sin\alpha = 0. \quad (25)$$

Здесь

$$a_{21} = m_1 r_{B_{13}} + m_2 r_{B_{23}} + m_3 r_{B_{33}};$$

$$a_{22} = m_1 r_{B_{12}} + m_2 r_{B_{22}} + m_3 r_{B_{32}};$$

$$a_{23} = m_1 r_{B_{11}} + m_2 r_{B_{21}} + m_3 r_{B_{31}}.$$

**Условие 3:** для управления камерой при слежении за целью в пространстве необходимо вычислить такие значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , чтобы главная ось камеры указывала на цель, т. е. такие значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , при которых на рис. 2 точка  $P_1$  всегда располагается на линии  $A_1M$ .

Предположим, что в момент времени  $t$  известно, что сопровождаемая цель находится в точке  $M(x_M, y_M, z_M)$ , тогда уравнение линии, соединяющей точки  $A_1$  и  $M$ , определяется соотношениями

$$\begin{cases} x = x_{A_1} + m_1 t; \\ y = y_{A_1} + m_2 t; \\ z = z_{A_1} + m_3 t, \end{cases} \quad (26)$$

где  $x_{A_1}$ ,  $y_{A_1}$ ,  $z_{A_1}$  — координаты точки  $A_1$ , определяемые формулой (15), вектор  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3)$  — вектор направления линии  $A_1M$ , в компоненты этого вектора входят координаты точки  $A_1$  и известные координаты цели  $x_M$ ,  $y_M$ ,  $z_M$  (см. (23)).

Итак, чтобы точка  $P_1$  всегда находилась на линии  $A_1M$ , необходимо использовать такие значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , при которых координаты точки  $P_1$  удовлетворяют системе уравнений (26).

Подставив координаты точки  $P_1$ , определенные по формуле (17), в систему уравнений (26), получим

$$\begin{cases} x_{P_1} = x_{A_1} + m_1 t; \\ y_{P_1} = y_{A_1} + m_2 t; \\ z_{P_1} = z_{A_1} + m_3 t. \end{cases} \quad (27)$$

Точка  $P_1$  лежит на линии  $A_1M$ , поэтому

$$\frac{x_{P_1} - x_{A_1}}{m_1} = \frac{y_{P_1} - y_{A_1}}{m_2} = \frac{z_{P_1} - z_{A_1}}{m_3}. \quad (28)$$

Решая совместно уравнения (15), (17) и (28), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} b_{11}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{12}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{13}\cos\beta\sin\gamma = 0; \\ b_{21}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{22}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{23}\cos\beta\sin\gamma = 0, \end{cases} \quad (29)$$

где

$$b_{11} = m_2 r_{B_{11}} - m_1 r_{B_{21}}; \quad b_{21} = m_3 r_{B_{21}} - m_2 r_{B_{31}};$$

$$b_{12} = m_2 r_{B_{12}} - m_1 r_{B_{22}}; \quad b_{22} = m_3 r_{B_{22}} - m_2 r_{B_{32}};$$

$$b_{13} = m_2 r_{B_{13}} - m_1 r_{B_{23}}; \quad b_{23} = m_3 r_{B_{23}} - m_2 r_{B_{33}}.$$

Комбинируя уравнения (21), (25) и систему уравнений (29), получим

$$\begin{cases} r_{B_{33}}\sin\beta - r_{B_{32}}\cos\alpha\cos\beta + r_{B_{31}}\cos\beta\sin\alpha = 0; \\ a_{21}\sin\beta - a_{22}\cos\alpha\cos\beta + a_{23}\cos\beta\sin\alpha = 0; \\ b_{21}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{22}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{23}\cos\beta\sin\gamma = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Решая систему уравнений (30) относительно переменных  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r_{B_{32}} a_{21} - r_{B_{33}} a_{22}}{r_{B_{31}} a_{21} - r_{B_{33}} a_{23}};$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{r_{B_{32}}\cos\alpha - r_{B_{31}}\sin\alpha}{r_{B_{33}}};$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{(b_{21}\cos\alpha + b_{22}\sin\alpha)}{(b_{21}\sin\alpha\sin\beta - b_{22}\cos\alpha\sin\beta - b_{23}\cos\beta)}.$$

Систему уравнений (30) назовем системой уравнений, определяющих входные параметры ТКП для управления камерой при слежении за целью в трехмерном пространстве. Решая эту

систему уравнений, получим искомые значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . При этих значениях углов главная ось камеры всегда будет совпадать с линией, соединяющей камеру и цель.

### Моделирование трехосного карданного подвеса в программной среде MATLAB

В программной среде MATLAB Simulink [16] создана модель ТКП, структура которой представлена на рис. 3 (см. вторую сторону обложки).

Схема на этом рисунке отражает связи между физическими компонентами ТКП. Модель ТКП включает в себя шесть шарнирных соединений: три шарнирных соединения обеспечивают вращения по осям  $Z$ ,  $Y$  и  $X$  (на рис. 1 эти оси обозначены через  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  соответственно). Эти шарнирные соединения создают углы наклона БПЛА в пространстве. Три других шарнирных соединения, определяющие вращение  $A$ ,  $R$  и  $P$  (на рис. 1 это соответствует поворотам ТКП на углы рыскания, крена и тангажа), необходимы для получения расчетных углов и поворотов камеры, для стабилизации положения камеры и управления камерой при слежении за целью. Блоки расчета входных параметров на рис. 3 предназначены для расчета параметров для управления камерой и сигналов для проверки состояния камеры.

### Результаты моделирования трехосной системы стабилизации аппаратуры БПЛА

Проверим на созданной модели устойчивость камеры на БПЛА. Для этого из системы уравнений (20) определим углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и внесем их значения в физическую модель ТКП (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Решение системы уравнений (20) выполняется в блоке расчета стабильности (рис. 3). На вход этого блока поступают параметры движения БПЛА, а на выходе блока расчета стабильности получим значения углов поворота  $Qa$ ,  $Qr$ ,  $Qp$ , которые соответствуют значениям углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Эти значения поступают в звенья модели, соответствующие шарнирам вращения  $A$ ,  $R$ ,  $P$ , для выполнения вращения рамок ТКП (РДКР, РДКК и РДКТ).

Для проверки устойчивости ТКП выполнено моделирование в программе MATLAB для следующих комбинаций входных параметров:  $h_1 = 0,0625$  м, БПЛА вращается вокруг оси  $O_{Bx_B}$  с периодом  $T_1$ , изменяющимся от 0 до

10 с, и с угловой скоростью  $\omega_{Bx} = 0,038$  рад/с; БПЛА вращается вокруг оси  $O_{By_B}$  с периодом  $T_2$ , изменяющимся от 10 с до 20 с, с угловой скоростью  $\omega_{By} = 0,038$  рад/с; БПЛА совершает вращение вокруг оси  $O_{Bz_B}$  с периодом  $T_3$ , изменяющимся от 20 с до 30 с, с угловой скоростью  $\omega_{Bz} = 0,038$  рад/с.

При развороте БПЛА в пространстве учитываются параметры движения БПЛА для коррекции положения камеры. Из рис. 4–7 (см. вторую сторону обложки) видно, что блок расчета стабильности правильно определил значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , и заданное положение камеры сохранилось.

### Результаты моделирования трехосной системы слежения за движущимся объектом в пространстве

Задача управления камерой для слежения за целью решается аналогично предыдущей: из решения системы уравнений (30) определяются значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , и выполняется проверка на физической модели (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Решение системы уравнений (30) выполняется в блоке расчета слежения (рис. 3). На вход этого блока поступают параметры движения БПЛА (вращение БПЛА вокруг осей  $O_{Bx_B}$ ,  $O_{By_B}$ ,  $O_{Bz_B}$ ) и параметры движения цели (текущие координаты цели), выходом блока расчета слежения являются значения  $Qa_1$ ,  $Qr_1$ ,  $Qp_1$ , соответствующие значениям углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Эти значения поступают в звенья модели, соответствующие шарнирам вращения  $A$ ,  $R$ ,  $P$ , для выполнения такого вращения рамок ТКП (РДКР, РДКК и РДКТ), чтобы главная ось камеры всегда совпадала с линией, соединяющей ее с центром цели.

При заданных параметрах движения БПЛА выполнена проверка работоспособности ТКП по сопровождению неподвижных и подвижных целей.

В задаче отслеживания фиксированной цели точка  $M$  имеет фиксированные координаты  $M(0, -0,5, 0,3)$ .

Из рис. 8–11 (см. третью сторону обложки) видно, что при движении БПЛА главная ось камеры всегда совпадает с линией, соединяющей центр вращения  $A_1$  ТКП и центр движения  $M$  цели.

При тестировании в MATLAB задачи слежения за движущимися целями получены аналогичные результаты: главная ось камеры всегда совпадает с линией, соединяющей центр вращения ТКП и центр движения цели.

### Заключение

Основным результатом нашего исследования является разработанная кинематическая модель стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Кинематическая модель представлена в статье уравнениями (20) для обеспечения стабилизации подвесной аппаратуры БПЛА и уравнениями (30) для управления аппаратурой (видеокамерой) при слежении за подвижными объектами (движущимися целями) в пространстве. Построение кинематической модели ТКП на БПЛА в общем случае является сложным процессом, подобным построению кинематической модели манипулятора с шестью степенями свободы, и не имеющей однозначного решения в общем случае для поставленных задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Для устранения этой неоднозначности существуют различные методы упрощения кинематических уравнений [17]. Нами использована оптимизация в процессе проектирования ТКП и установка ТКП в таких положениях на БПЛА, которые снижают вычислительную сложность решаемых задач: в нашей конструкции ТКП расположен так, что оси вращения его каналов РДКР, РДКК и РДКТ всегда пересекаются в одной точке. Это снижает вычислительную сложность расчета параметров модели ТКП. Результаты моделирования в программной среде MATLAB Simulink доказывают адекватность разработанной кинематической модели ТКП и ее эффективность для решения задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА.

### Список литературы

1. Sundaram B., Palaniswami M., Reddy S., Sinickas M. Radar localization with multiple unmanned aerial vehicles using support vector regression // *Intelligent sensing and information processing*. 2005. P. 232–237.

2. Chandra R. S., Breheny S. H., D'Andrea R. Antenna array synthesis with clusters of unmanned aerial vehicles // *Automatica*. 2008. Vol. 44. P. 1976–1984.

3. Coopmans C., Stark B., Jensen A., Chen Y. Q., McKee M. Cyber-physical systems enabled by small unmanned aerial vehicles. In: K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos (Eds.), *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer, 2015, P. 2835–2860.

4. Wilson D. B., Goktogan A. H., Sukkarieh S. A vision based relative navigation framework for formation flight // *IEEE International conference on robotics and automation (ICRA)*. 2015. P. 4988–4995.

5. Binetti P., Ariyur K. B., Krstic M., Bernelli F. Formation flight optimization using extremum seeking feedback // *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2003. Vol. 26 (1). P. 132–142.

6. **Официальный сайт** холдинга "Вертолеты России". URL: <https://www.rhc.aero> (дата обращения: 26.12.2022).

7. Ганин С. В., Карпенко А. В., Колногоров В. В., Петров Г. Ф. Беспилотные летательные аппараты. СПб: Невский бастион, 1999. 160 с.

8. **Современные** информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных летательных аппаратов / Под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2009. 556 с.

9. Моисеев В. С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами. Казань: ГБУ "Республиканский центр мониторинга качества образования", 2013. 768 с.

10. **Системы** управления беспилотными космическими и атмосферными летательными аппаратами: Тезисы докладов V Всероссийской научно-технической конференции, Москва, 8–10 ноября 2022 г. Тамбов: ООО фирма "Юлис", 2022. 148 с.

11. **Беспилотные** летательные аппараты. URL: <https://habr.com/ru/post/65627/> (дата обращения: 26.12.2022).

12. Сущенко О. А., Азарсков В. Н. Проектирование робастных систем стабилизации оборудования беспилотных летательных аппаратов // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2014. № 1(43). С. 80–90.

13. Тран В. Т. Моделирование трехосного карданного подвеса на беспилотных летательных аппаратах // *Сборник избранных статей научной сессии Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники: Междунар. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых "Научная сессия ТУСУР–2022" 18–20 мая 2022 г., г. Томск: в 3 ч. Ч. 2. Томск: В-Спектр, 2022. С. 30–32.*

14. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.

15. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами (2-е издание). М.: Изд-во МГТУ, 2004. 478 с.

16. **Modern control systems**. Twelfth Edition by Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. Prentice Hall, 2011. 1110 p.

17. Челноков Ю. Н. Приложения теории кинематического управления движением твердого тела // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т. 18, № 8. С. 532–542.

# Kinematic Model for Stabilization and Orientation Control of the Suspended Equipment of an Unmanned Aerial Vehicle

A. M. Korikov, korikov@asu.tusur.ru, V. T. Tran, att82glass@gmail.com,

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050, Russian Federation

Corresponding author: **Korikov Anatoliy M.**, Dr. of Tech. S., Professor, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050, Russian Federation, e-mail: korikov@asu.tusur.ru

Accepted on January 18, 2023

## Abstract

The article is devoted to the development and research of a kinematic model of stabilization and orientation control of the suspended equipment of an unmanned aerial vehicle (UAV). The created model is based on the kinematic model of a three-axis gimbal (TAG): the structure of the TAG for the UAV, the mathematical description of the TAG of the UAV and the derivation of kinematic equations for the problems of stabilizing and controlling the orientation of the UAV suspension equipment. In the general case, the derivation of the kinematic equations of the TAG on the UAV is a complex process and is similar to the derivation of a kinematic model of a robotic arm with six degrees of freedom. The TAG is considered as a manipulative mechanism with six degrees of freedom: three degrees of freedom are determined by the UAV rotations around the axes of the coordinate system attached to the UAV, and three degrees of freedom are set by the frames of the TAG along the channels of yaw, roll and pitch during rotational movements of these frames around the corresponding axes of the coordinate systems attached to the frames of the TAG. Such a statement in the general case does not have an unambiguous solution for the tasks of stabilization and orientation control of the suspended equipment of UAV. To eliminate this ambiguity, optimization is used in the process of designing the TAG and installing the TAG in such positions on the UAV that reduce the computational complexity of the tasks being solved. The kinematic model is presented in the article by kinematic equations, the solution of which ensures the stabilization of the suspended equipment of UAV, and kinematic equations, the solution of which allows you to control the equipment (camera) of the UAV when tracking moving objects (moving targets) in space. The simulation of the TAG in the MATLAB Simulink software environment was performed. The simulation results in the MATLAB Simulink software environment prove the adequacy of the developed kinematic model of the TAG and its effectiveness for solving the problems of stabilization and orientation control of the suspended equipment of UAV.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, three-axis gimbal, kinematic model, stabilization, control, orientation, suspended equipment, video camera, kinematic equations, modeling

For citation:

**Korikov A. M., Tran V. T.** Kinematic Model for Stabilization and Orientation Control of the Suspended Equipment of an Unmanned Aerial Vehicle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 382–390.

DOI: 10.17587/mau.24.382-390

## References

1. **Sundaram B., Palaniswami M., Reddy S., Sinickas M.** Radar localization with multiple unmanned aerial vehicles using support vector regression, *Intelligent sensing and information processing*, 2005, pp. 232–237.
2. **Chandra R. S., Breheny S. H., D'Andrea R.** Antenna array synthesis with clusters of unmanned aerial vehicles, *Automatic*, 2008, vol. 44, pp. 1976–1984.
3. **Coopmans C., Stark B., Jensen A., Chen Y. Q., McKee M.** Cyber-physical systems enabled by small unmanned aerial vehicles. In: K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos (Eds.), *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer, 2015, pp. 2835–2860.
4. **Wilson D. B., Goktogan A. H., Sukkarieh S.** A vision based relative navigation framework for formation flight, *IEEE International conference on robotics and automation (ICRA)*, 2015, pp. 4988–4995.
5. **Binetti P., Ariyur K. B., Krstic M., Bernelli F.** Formation flight optimization using extremum seeking feedback, *Journal of guidance, control, and dynamics*, 2003, vol. 26 (1), pp. 132–142.
6. **The official website of the Russian Helicopters holding**, available at: <https://www.rhc.aero> (date of access: 26.02.2022) (in Russian).
7. **Ganin S. V., Karpenko A. V., Kolnogorov V. V., Petrov G. F.** Unmanned aerial vehicles, St. Petersburg, Nevsky Bastion, 1999, 160 p. (in Russian).
8. **Krasilshchikov M. N., Sebryakov G. G. Ed.** Modern information technologies in the tasks of navigation and guidance of unmanned aerial vehicles, Moscow, Fizmatlit, 2009, 556 p. (in Russian).
9. **Moiseyev B. C.** Applied Control Theory of Unmanned Aerial Vehicles, Kazan, State Budgetary Institution "Republican Center for Monitoring the Quality of Education", 2013, 768 p. (in Russian).
10. **Control systems for unmanned space and atmospheric aircraft**, *Abstracts of the V All-Russian Scientific and Technical Conference*, Moscow, November 8–10, 2022, Tambov, Yulis LLC, 2022, 148 p. (in Russian).
11. **Unmanned aerial vehicles**, available at: <https://habr.com/ru/post/65627/> (date of access: 26.02.2022) (in Russian).
12. **Sushchenko O. A., Azarskov V. N.** Designing Robust Systems for Stabilization of Unmanned Aerial Vehicle Equipment, *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta*, 2014, no. 1(43), pp.80–90 (in Russian).
13. **Tran V. T.** Simulation of a three-axis gimbal on unmanned aerial vehicles, *Collection of selected articles of the scientific session of the Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics: Intern. scientific-technical conf. students, graduate students and young scientists "Scientific session TUSUR-2022" May 18–20, 2022*, Tomsk, Part 2. Tomsk: V-Spectrum, 2022, pp. 30–32 (in Russian).
14. **Gantmakher F. R.** Matrix theory, Moscow, Science, 1988, 552 p. (in Russian).
15. **Zenkevich C. L., Yushchenko A. C.** Fundamentals of manipulative robot control, Moscow, MSTU Publishing House, 2004, 478 p. (in Russian).
16. **Modern control systems**. Twelfth Edition by Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, Prentice Hall, 2011, 1110 p.
17. **Chelnokov Yu. N.** Applications of the Theory of Kinematic Motion Control of a Rigid Body, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 532–542 (in Russian).