

В. И. Бусурин, д-р тех. наук, проф., vbusurin@mail.ru,

П. С. Кудрявцев, канд. тех. наук, доц., mpso121@mail.ru,

М. Л. Симонов, канд. тех. наук, доц., sim_ml149@mail.ru,

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Система управления двигательной установкой самолета при взлете с пониженной тягой

Рассматривается нелинейная система управления двигательной установкой летательного аппарата самолетной схемы при взлете с пониженной тягой на этапе разбега по взлетно-посадочной полосе (ВПП). Анализируется математическая модель взлета объекта с учетом различных возмущающих воздействий, таких как стартовая масса, состояние поверхности ВПП, ветровое возмущение, реальное значение тяги двигательной установки. Определяется расчетная траектория разбега на основе априори заданных параметров модели объекта и окружающей среды. Для решения задачи управления тягой при отклонении параметров модели объекта и окружающей среды от расчетных значений строится нелинейный закон управления тягой.

Предлагается схема синтеза системы управления тягой, которая реализуется на основе метода линеаризации нелинейной модели объекта обратной связью по выходу. Данный метод сводится к построению нелинейного дифференцируемого преобразования исходных координат. С использованием ряда допущений построен робастный нелинейный закон управления, обеспечивающий формирование сигнала управления тягой для компенсации отклонений между расчетной и реальной траекториями разбега при отсутствии полной априорной информации о параметрах взлета.

Исследованы условия соблюдения технической устойчивости разбега самолета с учетом ограничений по максимальной тяге двигательной установки и максимальной длине разбега по ВПП, а также предложен критерий экстренного прекращения взлета летательного аппарата самолетного типа, когда ресурсы двигательной установки не позволяют компенсировать рассогласование между расчетной и реальной траекториями разбега. Полученный критерий позволяет формировать сигнал для остановки взлета и перехода к режиму экстренного прекращения разбега по ВПП.

Ключевые слова: взлет самолета, требуемая взлетная тяга, взлетно-посадочная полоса, закон управления тягой, метод линеаризации обратной связью, критерий прекращения взлета

Введение

При достаточной длине взлетно-посадочной полосы (ВПП) и благоприятных метеорологических условиях взлет самолета часто осуществляют с пониженной (потребной) тягой. Такое решение позволяет экономить эксплуатационный ресурс силовой установки, расход топлива, а также обеспечивать экологические требования к окружающей среде в зоне ВПП. Однако это требует точного контроля движения самолета и управления реальным значением тяги в целях обеспечения заданной траектории взлета в условиях неопределенности параметров внешней среды. В частности, это обусловлено тем, что длина разбега увеличивается при уменьшении тяги взлета.

Существуют два базовых метода выполнения взлета с пониженной взлетной тягой: гиб-

кий взлет (flexible takeoff) и метод автоматического снижения тяги (reduced or derated takeoff thrust) [1–3].

Тяга гибкого взлета — это уровень тяги, установленный ниже максимального взлетного значения. Данный уровень рассчитывается заранее, непосредственно перед взлетом, с помощью сертифицированного метода расчета на основе данных об окружающей среде и характеристиках ВПП. При этом нельзя уменьшать тягу более, чем на 25 %. Использование данного метода запрещено при: взлете с ВПП, покрытой слоем осадков; взлете с попутным ветром; взлете с выключенными системой управления силовой установкой и системой управления полетом самолета; при ожидаемом большом значении сдвига ветра при отрыве от ВПП.

Метод автоматического снижения значения тяги реализует выбор пониженного уровня

тяги на основе данных руководства по летной эксплуатации летательного аппарата, которые учитывают ограничения на его летные характеристики и производительность конкретного бортового оборудования, полученные при проведении сертификационных испытаний.

Следует отметить, что бортовые средства самолета не позволяют измерять точно реальное значение тяги силовой установки, а могут давать лишь косвенную, смещенную ее оценку, так называемый эквивалент тяги [4].

Несмотря на все сложности взлета с пониженной тягой его использование является весьма привлекательным как с экономической, так и с экологической точек зрения, но допустимо только при условии соблюдения необходимых мер безопасности. Так, использование взлета с пониженной тягой для воздушного судна типа В-737 при среднем уменьшении тяги от максимального значения на 20 % дает экономию расходов на эксплуатационные расходы до 100 000 \$ в год на каждое воздушное судно [1, 2].

При выборе допустимого значения взлетной тяги обычно предполагается, что имеется полная информация о длине взлетной полосы, стартовом положении хвостового стабилизатора, значении тяги двигательной установки, коэффициенте трения колес о поверхность ВПП, плотности воздуха и ветровом возмущении. Однако не исключается, что некоторые данные могут изменяться как в процессе подготовки к полету, так и вовремя выполнения взлета [1, 5].

Следует учитывать, что на малых скоростях разбега самолета по ВПП вертикальная составляющая ветрового возмущения практически не влияет на подъемную силу и поэтому не приводит к значительному влиянию на траекторию разбега. В этих условиях основное влияние на траекторию оказывают: коэффициент трения колес шасси и аэродинамические силы сопротивления, зависящие от горизонтальной составляющей ветрового возмущения и неточности оценки стартовой массы объекта, а также от реального значения тяги двигательной установки. Поэтому для бортовой системы, контролирующей разбег самолета, необходимо обеспечивать надежный выбор следующих управленческих решений:

- если отклонение реальной траектории разбега незначительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе априори заданных значений тяги двигательной установ-

ки, коэффициента трения колес шасси, стартовой массы и горизонтальной составляющей ветрового возмущения, то продолжать взлет с установленным пониженным значением тяги;

- если отклонение реальной траектории разбега значительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе априори заданных предстартовых данных, то продолжить взлет с соответствующим увеличенным по расчетам бортовой системы значением тяги двигательной установки;

- если отклонение реальной траектории разбега значительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе предстартовых данных, и продолжение взлета с максимальным значением тяги не позволяет существенно уменьшить указанное отклонение, то прекратить взлет.

Важным параметром, характеризующим траекторию разбега, является значение скорости принятия решения V_1 о продолжении взлета или его прекращении. Значение этой скорости характеризует возможность остановки самолета на ВПП при включении средств экстренного торможения как в случае отказов бортового оборудования, так и в случае резкого изменения условий окружающей среды. Если скорость движения объекта будет превышать значение V_1 , то обычно рекомендуется продолжать взлет, так как в противном случае самолет даже при экстренном включении системы торможения все равно выкатится за пределы ВПП.

Подобная проблема взлета с пониженной тягой рассматривалась в работах [6, 7]. Однако, в основном, эти работы касались лишь информационной части оповещения экипажа самолета о необходимости принятия решения о продолжении взлета или о его прекращении.

Постановка задачи

Рассмотрим формальную постановку задачи управления продольным движением самолета при взлете с пониженной тягой на этапе разбега.

Будем предполагать, что на борту имеется автоматическая система управления тягой, которая в зависимости от отклонения реальной траектории разбега от расчетной траектории позволяет формировать соответствующий сигнал управления для изменения тяги двигательной установки. Рассмотрим уравнения продольного движения летательного аппара-

та в процессе разбега по ВПП при отсутствии ветровых возмущений. В этом случае на летательный аппарат действуют следующие силы:

- P — сила тяги, Н;
- Y_a — подъемная аэродинамическая сила, Н;
- X_a — аэродинамическая сила сопротивления, Н;
- $N_{г.ст}$ — нормальная реакция главных стоек шасси, Н;
- $N_{п.ст}$ — нормальная реакция передней стойки шасси, Н;
- $F_{г.ст}$ — сила сопротивления главных стоек шасси, Н;
- $F_{п.ст}$ — сила сопротивления передней стойки шасси, Н;
- mg — вес летательного аппарата, Н.

Тогда уравнения продольного движения можно записать в виде

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - F_{г.ст} - F_{п.ст}; \\ mV\dot{\theta} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a + N_{г.ст} + N_{п.ст} - mg, \end{aligned} \quad (1)$$

где V — скорость движения самолета по ВПП (в этом случае путевая скорость при отсутствии ветрового возмущения и воздушная скорость будут совпадать); α — угол атаки; φ_p — угол установки двигательной установки относительно продольной оси планера самолета; θ — угол наклона поверхности ВПП.

При движении по горизонтально расположенной ВПП можно принять, что $\dot{\theta} = 0$ и $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$. Тогда из второго уравнения системы (1) получим

$$-(N_{г.ст} + N_{п.ст}) = P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg.$$

Следовательно, можно записать

$$F_{г.ст} + F_{п.ст} \approx f(mg - Y_a),$$

где f — коэффициент трения колес шасси о поверхность ВПП.

Учитывая известные выражения для аэродинамических сил

$$X_a = C_{xa}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S, \quad Y_a = C_{ya}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S,$$

найдем, что движение объекта будет описываться следующим уравнением:

$$\dot{V} = g \left(\frac{P}{mg} - f - (C_{xa}(\alpha) - C_{ya}(\alpha)f) \frac{\rho V^2 S}{2mg} \right), \quad (2)$$

где $C_{xa}(\alpha), C_{ya}(\alpha)$ — коэффициенты аэродинамических сил, зависящие от угла атаки α ; ρ — плотность воздуха на уровне расположения ВПП; S — расчетная площадь крыла самолета.

Обычно стояночный угол атаки α_0 (в пределах от 1 до 3°) сохраняется до скорости $V_{ст.п}$ подъема стойки переднего колеса, которая равна примерно $(0,7...0,95)V_{отр}$, где $V_{отр}$ — скорость, при которой колеса шасси отрываются от поверхности ВПП. Затем угол атаки увеличивается таким образом, чтобы при $V_{отр}$ он стал равным углу $\alpha_{отр}$ (в пределах от 10 до 12°).

Скорость $V_{отр}$ отрыва самолета от ВПП вычисляется из равенства аэродинамической подъемной силы и веса объекта и может быть найдена с помощью следующего соотношения [8]:

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2mg}{S\rho C_{ya}} \left(1 - \frac{P}{mg} (\alpha_0 + \varphi_p) \right)}. \quad (3)$$

Предварительную оценку длины разбега $L_{отр}$ самолета по ВПП можно приближенно определить из следующего равенства [12]:

$$L_{отр} = \frac{V_{отр}^2}{2 \left(\frac{P}{mg} - f \right) g}.$$

Обозначим x_g продольную координату центра масс самолета, отсчитываемую от стартовой точки в земной системе координат, а $V_{x,g}$ — путевую скорость движения аппарата по ВПП. Очевидно, что при отсутствии ветрового возмущения путевая скорость движения самолета по ВПП будет совпадать с его воздушной скоростью. Тогда на основе соотношения (2) можно записать следующую нелинейную систему уравнений, которая будет описывать расчетную траекторию разбега самолета по ВПП в координатах $(x_g, V_{x,g})$ при условии полной информации о всех параметрах модели взлета:

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= V_{x,g}; \\ \dot{V}_{x,g} &= g \left(\frac{P \cos(\alpha_0 + \varphi_p)}{mg} - f - \right. \\ &\quad \left. - (C_x(\alpha_0) - C_y(\alpha_0)f) \frac{\rho V_{x,g}^2}{2} \frac{S}{mg} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь P — расчетное (заданное) значение тяги.

При наличии горизонтального ветрового возмущения, а также отклонения параметров окружающей среды от расчетных значений уравнения примут несколько иной вид. В этом

случае воздушная скорость $V_{x,a}$ самолета будет определяться соотношением

$$V_{x,a} = V_{x,g} + W_{x,g},$$

где $W_{x,g}$ — скорость горизонтального (попутного или встречного) ветрового возмущения.

Уравнения объекта, описывающие траекторию разбега $(\tilde{x}_g, \tilde{V}_{x,g})$ в реальных условиях, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_g &= \tilde{V}_{x,g}; \\ \dot{\tilde{V}}_{x,g} &= g \left(\frac{\tilde{P} \cos(\alpha + \varphi_p)}{\tilde{m}g} - \tilde{f} - \right. \\ &\quad \left. - (C_x(\alpha) - C_y(\alpha)\tilde{f}) \frac{\rho(\tilde{V}_{x,g} + W_{x,g})^2 S}{2\tilde{m}g} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где α, φ_p — соответствующие углы, измеряемые в рад; $\tilde{P}$ — истинное значение тяги двигателя, которое зависит от сигнала управления; $\tilde{m}$ — значение массы летательного аппарата при старте; $\tilde{f} = f(\tilde{x}_g, \tilde{V}_{x,g})$ — истинное значение коэффициента трения колес шасси, которое зависит от скорости движения объекта и от состояния поверхности ВПП.

Синтез нелинейного закона управления тягой двигательной установки

Как видно из соотношений (5), модель разбега самолета по ВПП описывается нелинейной моделью. Однако для ряда нелинейных математических моделей удастся путем преобразования исходных координат построить соответствующие эквивалентные линейные модели. В частности, для аффинных нелинейных моделей такое преобразование можно найти на основе метода линеаризации по измеряемому выходу [10].

Введем следующие переменные в уравнения нелинейной системы (5):

$$x_g = x_1; \quad V_{x,g} = x_2.$$

Тогда уравнения движения объекта примут вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -g \left(f + (C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\rho(x_2 + W_x)^2 S}{2Mg} \right) + \frac{P \cos(\alpha_0 + \varphi_p)}{M}. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} u &= -gf + \frac{\cos(\alpha_0 + \varphi)}{M} P; \\ d &= -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \frac{\rho S}{2M}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда второе уравнение в системе (6) можно записать в следующей форме:

$$\dot{x}_2 = d(x_2 + W_x)^2 + u. \quad (8)$$

Предположим, что скорость ветра W_x является постоянной и известной. Тогда, если ввести переменную $\hat{x}_2 = x_2 + W_x$, то уравнение (8) примет следующий вид:

$$\dot{\hat{x}}_2 = d\hat{x}_2^2 + u. \quad (9)$$

Таким образом, нелинейную модель разбега летательного аппарата по ВПП можно описать в виде стационарной аффинной системы

$$\dot{x} = F(x) + Gu, \quad (10)$$

где $x = (x_1, \hat{x}_2)^T$, $F(x) = (\hat{x}_2, d\hat{x}_2^2)^T$, $G = (0, 1)^T$.

Рассмотрим случай, когда для измерения доступна только координата $y = H(x) = x_1$, определяющая положение объекта на ВПП. Тогда математическая модель движения объекта может быть записана в форме

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \hat{x}_2; \\ \dot{\hat{x}}_2 &= d\hat{x}_2^2 + u; \\ y &= H(x) = x_1. \end{aligned} \quad (11)$$

В матричной форме модель имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x) + Gu; \\ y &= H(x). \end{aligned}$$

Вычислим производные выходного сигнала:

$$\dot{y} = \hat{x}_2; \quad \ddot{y} = d\hat{x}_2^2 + u.$$

Таким образом, математическая модель объекта имеет относительную степень $r = 2$ [10, 13]. Соответственно, можно построить преобразование управления с помощью следующего соотношения [13]:

$$u = \frac{1}{L_G L_F^{r-1} H} (-L_F^r H + v), \quad (12)$$

где $L_F(H) = \nabla H \cdot F$, $L_G(H) = \nabla H \cdot G$ — соответствующие производные Ли.

Проведя необходимые вычисления, получим

$$u = -d\dot{\hat{x}}_2^2 + v.$$

Линеаризация аффинной системы с помощью обратной связи по выходу позволяет получить эквивалентную линейную модель вида

$$z_1 = x_1; \quad z_2 = \hat{x}_2 + v; \quad u = -d\dot{\hat{x}}_2^2 + v.$$

Пусть задана некоторая программа разбега летательного аппарата по ВПП в виде функции $x_{pr}(t)$, имеющей непрерывную вторую производную.

Определим ошибку выполнения заданной траектории из-за влияния неучтенных факторов как

$$e(t) = x_1(t) - x_{pr}(t).$$

Соответственно, ошибка при отработке требуемой скорости разбега определяется в виде

$$\dot{e}(t) = \dot{\hat{x}}_2(t) - \dot{x}_{pr}(t).$$

Зададим желаемую динамику компенсации ошибки $e(t)$ с помощью бортовой системы управления тягой в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\ddot{e}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t) = 0,$$

где β_1, β_2 — некоторые параметры, определяющие качество переходных процессов.

Используя результат, полученный в работе [13], можно построить следующий закон управления, позволяющий стабилизировать заданную программную траекторию разбега:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= -\frac{1}{L_G L_F H} (L_F^2 H - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t)) = \\ &= -(d\dot{\hat{x}}_2^2(t) - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t)). \end{aligned} \quad (13)$$

Такой закон управления будет обеспечивать сходимость ошибки к нулю при $t \rightarrow \infty$.

Используя равенства (7), найдем, что закон изменения тяги двигательной установки будет описываться следующим соотношением:

$$P = \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)} (\hat{u} + gf). \quad (14)$$

Определим программную траекторию исходя из априори известных параметров модели разбега при заданном значении тяги взлета с помощью следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,pr} &= x_{2,pr}; \\ \dot{x}_{2,pr} &= g \left(\frac{P_{pr}}{Mg} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) - f - \right. \\ &\quad \left. - (C_{x,a} - C_{y,a} f) \frac{\rho(x_{2,pr} + W_x)^2}{2Mg} S \right). \end{aligned}$$

Здесь P_{pr} — заданное взлетное значение тяги (Н).

Принимая во внимание вышеуказанные рассуждения, запишем данные уравнения в форме

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{1,pr} &= \hat{x}_{2,pr}; \\ \dot{\hat{x}}_{2,pr} &= d\dot{\hat{x}}_{2,pr}^2 + \hat{u}; \\ \hat{x}_1 &= x_1; \\ \hat{x}_{2,pr} &= x_{2,pr} + W_x, \end{aligned} \quad (15)$$

где W_x — известное значение горизонтальной скорости ветра (м/с); $\hat{u}$ — сигнал управления.

Здесь параметры $d, \hat{u}$ рассчитываются с помощью соотношений

$$\begin{aligned} d &= -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0) f) \frac{\rho S}{2M}; \\ \hat{u} &= -gf + \frac{\cos(\bar{\alpha}_0 + \varphi_p) P}{M}. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь случай, когда неизвестны точные значения следующих параметров:

$\tilde{m}$ — взлетная масса летательного аппарата, кг;

$\tilde{f}$ — реальный коэффициент трения колес шасси;

$\tilde{W}_x$ — скорость горизонтального ветра, м/с.

В этом случае уравнения объекта управления могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= g \left(\frac{\tilde{P}}{\tilde{m}g} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) - \tilde{f} - \right. \\ &\quad \left. - (C_{x,a} - C_{y,a} \tilde{f}) \frac{\rho(x_2 + \tilde{W}_x)^2}{2\tilde{m}g} S \right), \end{aligned}$$

где $\tilde{W}_x$ — реальное значение скорости горизонтального ветра, (м/с);

$\tilde{f}$ — реальное значение коэффициента трения колес шасси о поверхность ВПП;

$\tilde{m}$ — реальное значение взлетной массы летательного аппарата, кг;

$\tilde{P}$ — требуемое значение тяги двигателей (Н) при условии соответствия параметров внешней среды реальным значениям.

Тогда для компенсации изменений в траектории разгона по сравнению с расчетной

функцией тяга двигателей должна измениться следующим образом:

$$\ddot{u} = -(\ddot{d}x_2^2(t) - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1\dot{\tilde{e}}(t) + \beta_0\tilde{e}(t)),$$

где

$$\ddot{d} = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)\tilde{f})\frac{\rho S}{2m};$$

$$\tilde{e}(t) = x_1(t) - x_{1,pr}(t); \quad \dot{\tilde{e}}(t) = x_2(t) - x_{2,pr}(t).$$

На основе полученных соотношений (15) управление $\ddot{u}$ может быть рассчитано из следующего равенства:

$$\begin{aligned} \ddot{u} = & (d(x_{2,pr}(t) + W_x)^2 + \ddot{u} + \\ & + \beta_1(x_{2,pr}(t) + W_x) + \beta_0x_{1,pr}(t)) - \\ & - (\ddot{d}(x_2 + \tilde{W}_x)^2 + \beta_1(x_2 + \tilde{W}_x) + \beta_0x_1), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\ddot{u} = -gf + \frac{\cos(\bar{\alpha}_0 + \varphi_p)P}{M}.$$

Соответственно, изменение тяги двигательной установки будет определяться соотношением

$$\ddot{P} = \frac{m}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(\ddot{u} + g\tilde{f}). \quad (17)$$

Однако следует учитывать, что система управления тягой не имеет полной информации о значениях величин $\tilde{f}$, $\tilde{m}$, $\tilde{W}_x$.

Поэтому, если использовать предварительные оценки (16), получим следующий закон управления:

$$\begin{aligned} \hat{\ddot{u}} = & (d(x_{2,pr}(t) + W_x)^2 + \hat{\ddot{u}} + \\ & + \beta_1(x_{2,pr}(t) + W_x) + \beta_0x_{1,pr}(t)) - \\ & - (d(x_2 + W_x)^2 + \beta_1(x_2 + W_x) + \beta_0x_1). \end{aligned}$$

В этом случае закон управления тягой будет определяться формулой

$$P = \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(\hat{\ddot{u}} + g\tilde{f}). \quad (18)$$

Следует отметить, что выбор такого закона управления не позволяет теоретически обеспечить устойчивость по Ляпунову замкнутой системы для всего возможного диапазона разброса параметров траектории разбега на бесконечном интервале времени анализа. Однако в реальности разбег летательного аппарата по ВПП осуществляется за конечной время, и в этом случае критерием успешного взлета является возможность достижения требуемой скорости разбега на заданной дистанции, не

превышающей максимальную длину ВПП. Таким образом, необходимо исследовать техническую устойчивость управляемой системы на конечном интервале времени [11].

Пример моделирования взлета летательного аппарата с пониженной тягой с использованием автомата управления тягой

Рассмотрим задачу построения бортовой системы управления взлетом самолета с пониженной тягой на примере летательного аппарата, который имеет максимальную взлетную массу $m_{\max} = 11\,000$ кг, размах крыла 35 м, площадь крыла $S = 50$ м². Принимается, что максимальная длина разбега равна $L_p = 1500$ м (при неблагоприятных условиях: попутный ветер, мокрая ВПП), максимальная тяга двигательной установки равна $P_{\max} = 32\,000$ Н. При этом масса полезного груза может изменяться от 400 до 900 кг.

Принимается также, что коэффициент сцепления колес с ВПП может также изменяться в интервале $f \in [0,02...0,2]$.

Значения аэродинамических коэффициентов задаются соотношениями:

$$C_y = -0,3688 + 0,1321 \cdot \bar{\alpha} - 0,0027 \cdot \bar{\alpha}^2;$$

$$C_x = -0,0069 + 0,0082 \cdot \bar{\alpha},$$

где $\bar{\alpha}$ — угол атаки в градусах.

Стартовое значение угла атаки при разбеге равняется $\bar{\alpha}_0 = 3^\circ$. Угол атаки в точке отрыва от поверхности ВПП равен $\bar{\alpha}_{\text{отр}} = 10^\circ$. Плотность воздуха принимается равной $\rho = 1,269$ кг/м³. Угол установки двигателя $\bar{\varphi}_p = 1,8^\circ$.

Тогда динамику взлета можно описать с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= g \left(\frac{P_{pr}}{Mg} \cos(\alpha_0 + \varphi) - f \right) + d(z_2 + W_x)^2; \\ \dot{z}_3 &= z_4; \\ \dot{z}_4 &= g \left(\frac{z_5}{mg} \cos(\alpha_0 + \varphi) - \tilde{f} \right) + \tilde{d}(z_4 + \tilde{W}_x)^2; \\ \dot{z}_5 &= -\frac{z_5}{T_{pu}} + \frac{P}{T_{pu}}; \\ u &= (d(z_2 + W_x)^2 + \beta_1(z_2 + W_x) + \beta_0z_1) - \\ & - (d(z_4 + W_x)^2 + \beta_1(z_4 + W_x) + \beta_0z_3); \\ P &= \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(u + g\tilde{f}), \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$z_1 = x_{1,pr}; \quad z_2 = x_{2,pr}; \quad z_3 = x_1; \quad z_4 = x_2;$$

z_5 — переменная, описывающая изменение тяги;

$$d = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \frac{\rho S}{2M};$$

$$\tilde{d} = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)\tilde{f}) \frac{\rho S}{2m}.$$

Первые два уравнения системы (19) описывают желаемую траекторию разбега, когда параметры внешней среды соответствуют расчетным значениям.

Следующие два уравнения системы (19) описывают динамику разбега при реальных значениях параметров математической модели.

Пятое уравнение используется для описания динамики изменения тяги двигательной установки.

На рис. 1 показан пример расчета заданной и реальной траекторий разбега для различных значений коэффициентов сцепления колес шасси с поверхностью ВПП: в расчетном случае ($f = 0,03$) и в реальном случае ($\hat{f} = 0,05$), при скорости попутного ветра $W_x = 10$ м/с (в расчетном случае $W_x = 0$ м/с) и значении тяги $\hat{P} = 0,8P_{\max}$.

На рис. 1 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр.расч}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в расчетном случае. Величина $V_{\text{отр.реал}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в реальном случае. Значение параметра L соответствует дистанции разбега летательного аппарата.

Пусть известны априорные оценки взлетных параметров. В этом случае можно рассчитать желаемую траекторию разбега и построить закон управления тягой на основе данных об отклонении реальной траектории разбега от желаемой на основе соотношения (18).

На рис. 2 показаны результаты расчета заданной траектории при заданных параметрах взлета и реальной траектории разбега самолета при следующих реальных значениях параметров: $f = 0,06$, взлетной массе $m = 11\,000$ кг и скорости попутного ветра $W_{a,x} = -10$ м/с.

Использование автомата управления тягой на основе разработанного закона управления

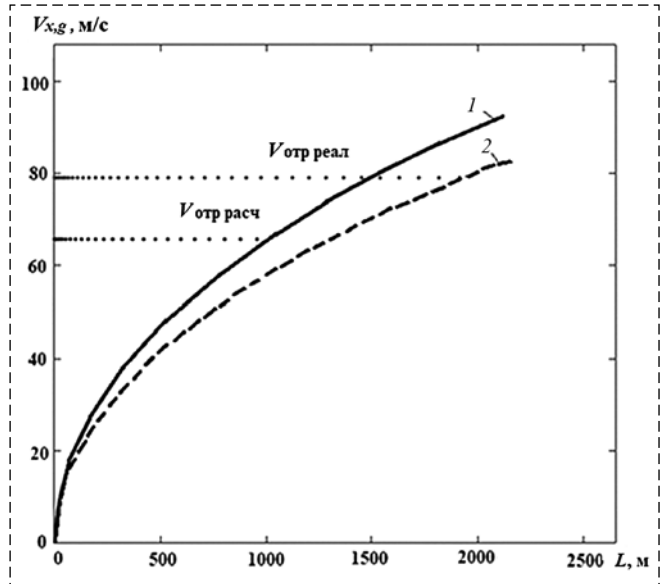


Рис. 1. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата без системы управления тягой двигательной установки

Fig. 1. Calculation of the set and real trajectories of aircraft's running start without thrust control system

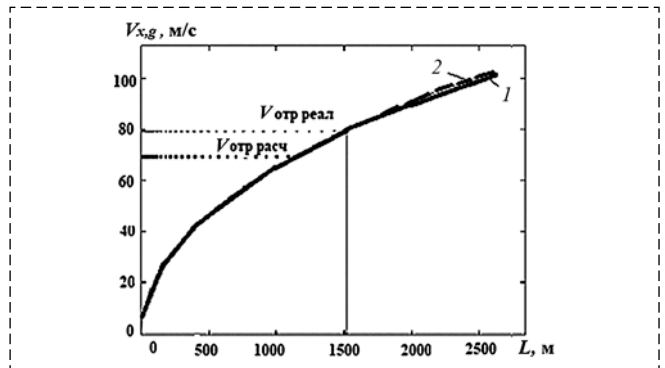


Рис. 2. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата с системой управления тягой двигательной установки

Fig. 2. Calculation of the set and real trajectories of aircraft's running start with a thrust control system

тягой позволяет значительно скомпенсировать разность между данными траекториями.

На рис. 2 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр.расч}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в расчетном случае. Величина $V_{\text{отр.реал}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в реальном случае. Значение параметра L соответствует дистанции разбега летательного аппарата.

На рис. 3 приведен график динамики изменения тяги при взлете с параметрами, имеющими указанные отклонения от расчетных значений.

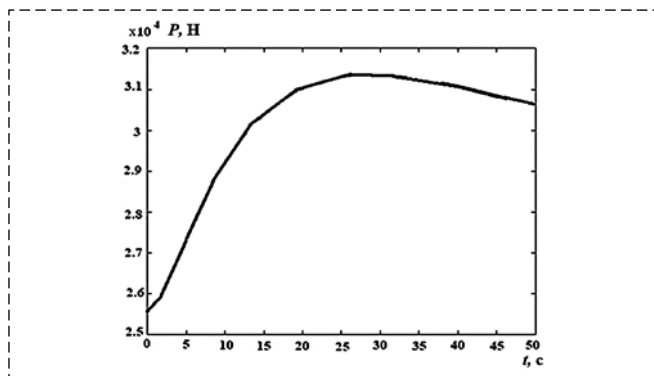


Рис. 3. График изменения значения тяги двигательной установки в процессе разбега летательного аппарата

Fig. 3. The diagram of propulsion system thrust changes during aircraft's running start

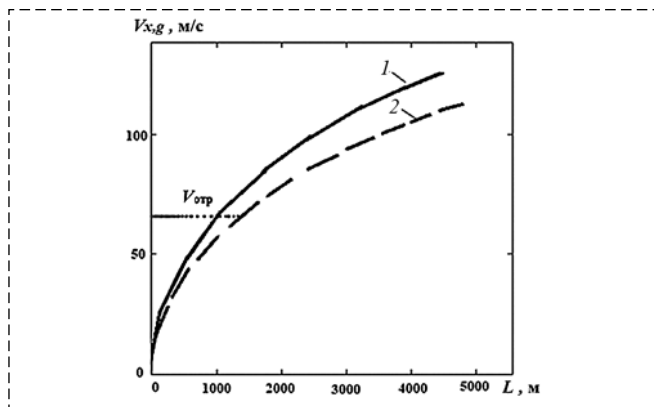


Рис. 4. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата с системой управления тягой при невозможности полной компенсации параметрических возмущений

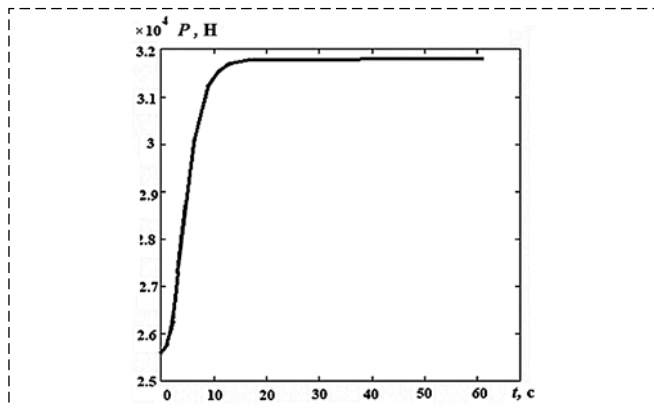


Рис. 5. График изменения значения тяги двигательной установки при невозможности полной компенсации параметрических возмущений

Fig. 5. The diagram of thrust changes at impossibility of full compensation of parametrical perturbations

Необходимо заметить, что при значительных отклонениях параметров взлета от расчетных значений реальная тяга может достигнуть максимального значения $P_{\max}$. Это может привести

к тому, что самолет не сможет набрать необходимую скорость при ограниченной длине ВПП, несмотря на использование максимальной тяги.

На рис. 4 приведен подобный случай, когда при значительных отклонениях взлетных параметров тяга быстро выходит на максимальное значение, и, соответственно, дистанция разбега может превышать длину ВПП. В этом случае, необходимо остановить разбег и прекратить взлет.

На рис. 4 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП при отсутствии ветрового возмущения.

На рис. 5 показан процесс изменения значения тяги при использовании системы управления тягой при невозможности полной компенсации параметрических возмущений.

Формирование критерия экстренной остановки разбега самолета при взлете с пониженной тягой

Найдем условия, когда дистанция разбега будет превышать длину $L_{\text{ВПП}}$ ВПП, т. е. условия прекращения разбега летательного аппарата.

Рассмотрим случай, когда тяга двигателей выходит на максимальное значение. Пусть это происходит в некоторый момент t_{th} , когда летательный аппарат имеет скорость разбега V_{th} и прошел дистанцию по ВПП от стартовой точки L_{th} . Таким образом, в запасе для разгона и отрыва от земли остается дистанция $L_{\text{ВПП}} - L_{th}$. Если в момент t_{th} аппарат имеет ускорение a_{th} , то можно получить оценку $V_{\text{отр}}$ скорости отрыва на дистанции $L_{\text{ВПП}}$ при отсутствии ветрового возмущения:

$$\hat{V}_{\text{отр}} = V_{th} + a_{th}t_{\text{отр}},$$

$$\text{где } t_{\text{отр}} = \sqrt{\frac{2(L_{\text{ВПП}} - L_{th})}{a_{th}}}.$$

Отсюда в качестве критерия экстренной остановки взлета можно принять следующее условие: если выполняется неравенство $\hat{V}_{\text{отр}} > V_{\text{отр}}$, то разбег с максимальной тягой можно продолжать; если $\hat{V}_{\text{отр}} \leq V_{\text{отр}}$ (здесь величина $V_{\text{отр}}$ определяется с помощью соотношения (3)), то разбег летательного аппарата необходимо прекратить.

Закключение

Проведено исследование математической модели взлета летательного аппарата самолетной схемы с пониженной тягой в условиях отсутствия полной априорной информации о параметрах окружающей среды.

Построен нелинейный закон управления тягой двигательной установки на основе метода линеаризации обратной связью по выходу на основе данных о положении летательного аппарата на ВПП.

Предложен робастный нелинейный закон управления тягой двигательной установки при взлете самолета с пониженной тягой в условиях неопределенности параметров взлета.

Проведен анализ условий соблюдения технической устойчивости разбега летательного аппарата с учетом ограничений по максимальному значению тяги двигательной установки, на основе которых предложен критерий прекращения разбега летательного аппарата и прекращения взлета с пониженной тягой из-за невозможности компенсации параметрических возмущений.

Список литературы

1. **Getting to Grips with Aircraft Performance.** Airbus, 2002. 214 p.

2. **Flex / Derate, Engine Bump and Derated Climb.** Airbus, 2004. 32 p.

3. **Ting D.** Reduced and Derated Thrust. Performance Engineer. Operations Course. Boeing, 2009. 98 p.

4. **Борисенко Ю. Г., Кузнецов А. Г.** Основные принципы автоматизации управления тягой современных самолетов. // Труды МИЭА. 2010. Вып. 2. С. 10–16.

5. **Pinder S.** Aircraft Take-Off Performance Monitoring in Far-Northern Regions // Thesis of Doctor Philosophy's Degree. University of Saskatchewan, 2003. 69 p.

6. **Глубокая М. Г.** Пути решения проблемы безопасности на этапе взлета // Труды МИЭА. 2010. Вып. 2. С. 74–87.

7. **Шевченко А. М., Начинкина Г. Н., Солонников Ю. И.** Моделирование средств информационной поддержки пилота на этапе взлета самолета // Труды МИЭА. 2012. Вып. 5. С. 54–64.

8. **Балакин В. П., Лазарев Ю. Н.** Динамика полета самолета. Расчет траекторий и летных характеристик. Самара: Изд. Самарского государственного аэрокосмического университета, 2011. 56 с.

9. **Петров Б. Н., Александров А. Д., Андреев В. П. и др.** Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.

10. **Zhou K., Doyle J.** Essentials of Robust Control. Prentice Hall, 1998. 411 p.

11. **Каменков Г. В.** Об устойчивости движения на конечном интервале времени // Избранные труды. Т. 1. Устойчивость движения. Колебания. Аэродинамика. М.: Наука. 1971. С. 118–128.

12. **Moir I., Seabridge A.** Aircraft Systems. Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration. Wiley & Sons, Ltd., 2008. 536 p.

13. **Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.** Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Springer, 2008. 302 p.

Control System of the Aircraft's Propulsion Device at Take-off with the Derated Thrust

V. I. Busurin, vbusurin@mai.ru, <http://orcid.org/0000-0002-9452-5785>,

P. S. Kudryavtsev, mpso121@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0002-0789-9616>,

M. L. Simonov, sim_ml149@mail.ru,

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation

Corresponding author: **Kudryavtsev P. S.**, PhD, Associate Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), e-mail: mpso121@mail.ru

Accepted on December 15, 2022

Abstract

The nonlinear control system of the aircraft propulsion system at take-off with the derated thrust at a running start stage on the runway (R) is considered. The mathematical model of rise of an object taking into account the different perturbing influences, such as starting mass, status of a surface of the runway, wind perturbation, real value of the engine's thrust is analyzed. The settlement trajectory of running start based on a priori the set model parameters of an object and the environment is defined. For the solution of a task of thrust control, at a deviation of model parameters of an object and the environment from rated values, the nonlinear control law draft is under construction. In work, the scheme of synthesis of a thrust control system, which is implemented based on a method of linearization of nonlinear model by feedback on an output, is offered. This method comes down to creation of nonlinear differentiable conversion of initial coordinates. With use of an assumptions the robust nonlinear control law providing forming a control signal with engine's thrust for deviation compensation between rated and real running start trajectories in the absence of complete a priori information about take-off parameters was constructed. Conditions of respect for technical stability of running start of the aircraft, taking into

account restrictions on the maximum value of draft of the propulsion system and the maximum length of running start on the runway were investigated. And the criterion of the emergency termination of take-off of the aircraft, when resources of the propulsion system do not allow to compensate the having mismatch between settlement and real trajectories of running start is offered. The received criterion allows to form a signal for take-off stopping and passing to the mode of the emergency termination of running start on the runway.

Keywords: take-off of the aircraft, required thrust of take-off, runway, the control law of thrust, linearization feedback method, criterion of the aircraft's take-off termination

For citation:

Busurin V. I., Kudryavtsev P. S., Simonov M. L. Control System of the Aircraft's Propulsion Device at Take-off with the Derated Thrust, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 269—278.

DOI: 10.17587/mau.24.269-278

References

1. **Getting** to Grips with Aircraft Performance, *Airbus*, 2002, 214 p.
2. **Flex / Derate**, Engine Bump and Derated Clumb, *Airbus*, 2004, 32 p.
3. **Ting D.** Reduced and Derated Thrust, Performance Engineer, Operations Course, *Boeing*, 2009, 98 p.
4. **Borisenko Yu. G., Kuznetsov A. G.** Basic principles of control automation by draft of modern planes, *Works MIEA*, no. 2, 2010, pp. 10—16 (in Russian).
5. **Pinder S.** Aircraft Take-Off Performance Monitoring in Far-Northern Regions, Thesis of Doctor Philosophy's Degree, University of Saskatchewan, 2003, 69 p.
6. **Gloubokaya M. G.** Security concern solutions at a take-off stage, *Works MIEA*, no. 2, 2010, pp. 74—87 (in Russian).
7. **Shevchenko A. M., Nachinkina G. N., Solonnikov Yu. I.** Modeling of means of information support of the pilot at a stage of take-off of the plane, *Works MIEA*, no. 5, 2012, pp. 54—64 (in Russian).
8. **Balakin V. P., Lazarev Yu. N.** Dynamics of flight of the plane. Calculation of trajectories and flight characteristics, *Samara State Aerospace University*, 2011, 56 p. (in Russian).
9. **Petrov B. N., Alexandrov A. D., Andreyev V. P.** et al. Multimode and non-stationary automatic control systems, Moscow, Mashinostroenie, 1978, 240 p. (in Russian).
10. **Zhou K., Doyle J.** Essentials of Robust Control, Prentice Hall, 1998, 411 p.
11. **Kamenkov G. V.** About stability of the movement on a final interval, *Chosen works, Stability of the movement, Fluctuations, Aerodynamics*, vol.1, Moscow, Science, 1971, pp. 118—128. (in Russian).
12. **Moir I., Seabridge A.** Aircraft Systems. Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration, Wiley & Sons, Ltd., 2008, 536 p.
13. **Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.** Nonlinear and Adaptive Control with Applications, Springer, 2008, 302 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 27.02.2023. Подписано в печать 20.04.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Заказ МН523. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru