

Е. В. Страшнов, науч. сотр., strashnov\_evg@mail.ru,  
М. В. Михайлюк, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр., mix@niisi.ras.ru,  
Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований  
Российской академии наук, г. Москва

## Моделирование управления космическим аппаратом при посадке на Луну в комплексах виртуального окружения\*

*Рассматривается задача моделирования заключительного этапа посадки космического аппарата на Луну в системах виртуального окружения. Для решения этой задачи предлагаются методы и алгоритмы синтеза управления движением лунного аппарата с реализацией критериев быстродействия для его переориентации и минимального расхода топлива при его торможении. Управление космическим аппаратом формируется с использованием обратной связи по показаниям виртуальных датчиков, что позволяет реализовать стабилизацию, переориентацию, торможение, маневры, зависание и мягкую посадку космического аппарата на Луну. В работе задействованы технологии виртуальной реальности с реализацией взаимодействия человека с синтезируемой компьютером средой. При этом для управления космическим аппаратом в ручном режиме используются виртуальные руки, которые копируют движения рук оператора и воздействуют на элементы виртуальных органов управления (джойстик, кнопки и т. д.) внутри модели космического аппарата.*

*Апробация предложенных в статье методов и подходов проводилась в созданном авторами программном комплексе виртуального окружения на примере моделирования посадки виртуальной модели пилотируемого транспортного корабля (ПТК) "Орел" в полуавтоматическом режиме. В рамках этого программного комплекса управление космическим аппаратом в ручном режиме реализовано посредством данных, которые поступают от внешних устройств VR-гарнитуры шлема виртуальной реальности Oculus Rift CV1 и контроллеров Oculus Touch, предназначенных для трекинга головы и рук оператора, а также отображения синтезируемой стереопары в его глаза. Моделирование посадки космического аппарата на Луну было проведено для этапов, которые начинаются сразу после основного торможения на высоте примерно 2 км и включают свободное падение лунного аппарата, его вертикализацию, горизонтальное и вертикальное торможение, зависание и мягкую посадку. Результаты апробации показали адекватность и эффективность предложенных в статье решений, которые могут быть в дальнейшем использованы для создания тренажеров, предназначенных для обучения космонавтов навыкам управления космическим аппаратом при посадке на Луну.*

**Ключевые слова:** моделирование, космический аппарат, Луна, оптимальное управление, мягкая посадка, обратная связь, виртуальная реальность

### Введение

В настоящее время ведущие космические державы возобновили свои программы по исследованию Луны. Российская лунная программа состоит из нескольких этапов и включает серию планируемых полетов космических аппаратов (КА) к Луне. Первый этап предполагает исследование Луны беспилотными автоматическими аппаратами серии "Луна" [1] в целях решения научных задач (например, отработки техноло-

гии мягкой посадки), разведывания местности и подготовки дальнейших шагов. На втором этапе планируются полеты пилотируемого транспортного корабля (ПТК) "Орел" [2] и его будущей модификации "Орленок" с высадкой космонавтов на поверхность Луны. Заключительный этап предполагает создание лунной базы.

Посадка КА на Луну состоит из нескольких этапов [3], включающих основное торможение, вертикализацию, прецизионное торможение и заключительный этап спуска посадочного модуля на поверхность Луны с реализацией мягкой посадки (в момент касания с поверхностью вертикальная скорость снижения КА должна составлять 1–3 м/с, а горизонтальная не более 1 м/с). Пилотируемый полет КА на Луну включает также этап выбора места по-

\* Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН "Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП)" по теме № FNEF-2022-0012 "Системы виртуального окружения: технологии, методы и алгоритмы математического моделирования и визуализации. 0580-2022-0012".

садки путем реализации зависания КА на некоторой высоте относительно поверхности Луны. Примером служит программа "Аполлон" [4], в рамках которой заключительные этапы посадки КА выполнялись в ручном режиме. В связи с этим важной и актуальной задачей является обучение космонавтов навыкам управления КА с помощью специальных стендов или тренажеров [5]. Такие специализированные средства подготовки космонавтов обладают рядом ограничений, связанных с отличием земных условий от лунных (для которых характерны низкая гравитация, отсутствие атмосферы и т. д.). Поэтому альтернативным решением является применение систем, в которых используются технологии виртуальной реальности [6]. В этих системах реальные объекты заменяются на виртуальные прототипы, а тренировка выполняется путем погружения оператора в виртуальную среду. Преимущество применения технологий виртуальной реальности (VR-технологий) заключается в том, что эффект присутствия человека в виртуальном пространстве позволяет повысить качество его обучения для тех задач и операций, которые невозможно реализовать в земных условиях.

В данной работе рассматривается задача моделирования заключительного этапа посадки КА на Луну в системах виртуального окружения. Для решения этой задачи требуется синтез управления движением КА, эффективного на некоторых этапах по быстродействию и расходу топлива. В работах [7, 8] были получены аналитические решения для реализации пространственного разворота КА с критериями качества, которые объединяют время и энергию. При этом для синтеза управления был задействован подход, в котором ориентация КА задается с помощью кватерниона. Однако в реальности посадочный аппарат имеет ограниченное число двигателей ориентации, которые позволяют осуществлять повороты только вдоль осей ориентации КА. В связи с этим актуальным становится синтез управления ориентацией КА с помощью углов Эйлера. Проблема управления движением КА с минимальным расходом топлива рассматривается в работах [9–14]. Полученные в этих работах результаты состоят в синтезе программного управления с прогнозированием траекторий движения КА на этапах основного и прецизионного торможения. Для практической реализации посадки КА на Луну актуальным явля-

ется построение управления в виде обратной связи по координатам и скоростям КА.

В данной работе предлагаются методы и алгоритмы управления движением КА в системах виртуального окружения для моделирования его посадки на Луну. Предлагаемые решения основаны на синтезе управления в виде обратной связи по показаниям виртуальных датчиков и позволяют реализовать стабилизацию, переориентацию, торможение, зависание, маневры и мягкую посадку КА на Луну. При этом управление КА реализуется в непрерывном и импульсном режимах работы реактивных двигателей с применением критериев быстродействия и минимального расхода топлива. Для моделирования ручного режима управления КА в целях выбора места посадки на Луну были задействованы технологии виртуальной реальности. Идея заключается в том, что в таком режиме управление КА реализуется путем воздействия виртуальных рук, которые повторяют движения реальных рук оператора, на виртуальные органы управления КА (джойстик, кнопки панели управления и т. д.). Апробация предложенных в статье решений была проведена в разработанной авторами в ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН системе виртуального окружения VirSim [15] и показала их адекватность и эффективность на примере решения задачи посадки виртуальной модели ПТК "Орел" на Луну.

### Математическая модель движения КА при посадке на Луну

Рассмотрим КА и его схематичное изображение, показанное на рис. 1. Для описания движения КА введем две системы координат: мировую систему координат (МСК)  $Oxyz$ , расположенную в предполагаемом месте посадки, и локальную систему координат  $SXYZ$  (ЛСК), жестко связанную с корпусом спускаемого аппарата, в которой начало  $S$  совпадает с центром масс КА. Положение КА определяется радиус-вектором  $\mathbf{r} = \mathbf{OS}$ , а ориентация — тремя углами Эйлера с последовательностью  $ZYX$ . Для задания ориентации сначала выполняется поворот вокруг оси  $Z$  на угол  $\psi$ , затем вокруг оси  $Y$  на угол  $\theta$  и, наконец, вокруг оси  $X$  на угол  $\varphi$ .

Кинематика КА определяется с помощью линейной скорости  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = (v_x, v_y, v_z)^T$ , заданной в МСК, и угловой скорости  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ , заданной в ЛСК. Вращательное движение КА

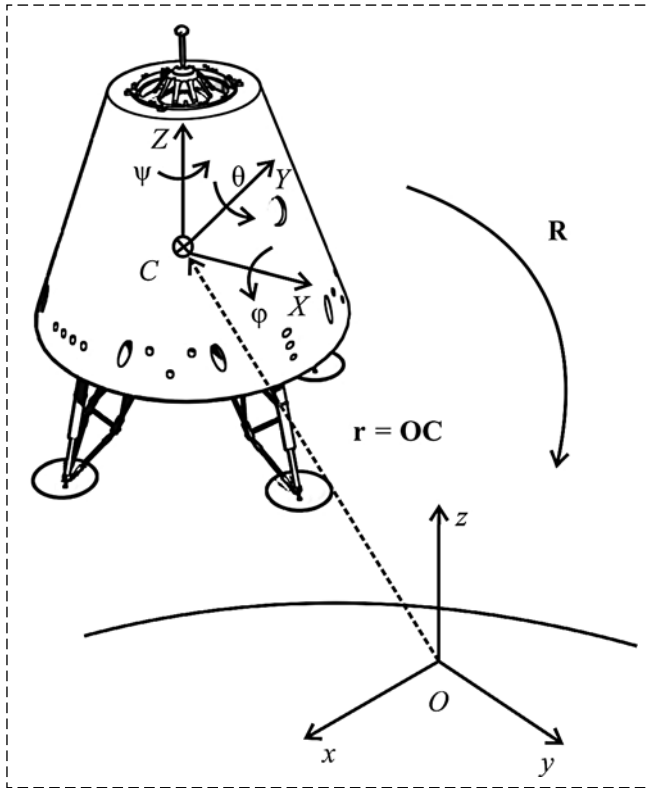


Рис. 1. Схематичное изображение КА  
Fig. 1. Schematic representation of spacecraft

описывается с помощью кинематических уравнений Эйлера [16]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\theta \neq \pi/2.$$

Поступательное движение КА осуществляется под действием реактивных двигателей, которые создают суммарную тягу  $\mathbf{F} = (F_X, F_Y, F_Z)^T$  в ЛСК КА с ограничениями  $|F_X| \leq F_X^{\max}$ ,  $|F_Y| \leq F_Y^{\max}$  и  $|F_Z| \leq F_Z^{\max}$ . Динамика поступательного движения КА описывается с помощью дифференциальных уравнений в форме второго закона Ньютона:

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g}_l + \mathbf{R}\mathbf{F}, \quad (2)$$

где  $m$  — масса КА;  $\mathbf{g}_l = (0, 0, -g_l)^T$ ;  $g_l$  — ускорение свободного падения на Луне;  $\mathbf{R}$  — матрица перехода из ЛСК в МСК.

Пусть КА является осесимметричным твердым телом, где  $Z$  является осью симметрии. Тогда динамика вращательного движения описывается с помощью динамических уравнений Эйлера следующего вида:

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_X &= (I_1 - I_3) \omega_Y \omega_Z + \tau_X; \\ I_1 \dot{\omega}_Y &= (I_3 - I_1) \omega_X \omega_Z + \tau_Y; \\ I_3 \dot{\omega}_Z &= \tau_Z, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $I_1 = I_X = I_Y$ ,  $I_3 = I_Z$  — главные моменты инерции КА;  $\tau_X$ ,  $\tau_Y$  и  $\tau_Z$  — моменты, создаваемые реактивными двигателями в импульсном режиме и  $|\tau_X| \leq \tau_X^{\max}$ ,  $|\tau_Y| \leq \tau_Y^{\max}$ ,  $|\tau_Z| \leq \tau_Z^{\max}$ .

При работе реактивных двигателей масса КА уменьшается пропорционально расходу топлива, что соответствует дифференциальному уравнению

$$\dot{m} = -k, \quad k \leq k_{\max}, \quad (4)$$

где  $k$  — суммарный расход топлива от всех двигателей;  $k_{\max}$  — максимальный расход топлива.

Уравнения (1)–(4) описывают математическую модель движения КА при посадке на Луну, в которой  $F_X$ ,  $F_Y$ ,  $F_Z$ ,  $\tau_X$ ,  $\tau_Y$  и  $\tau_Z$  являются управляющими переменными.

### Стабилизация КА

Задача стабилизации КА заключается в гашении его угловой скорости. Для решения этой задачи преобразуем уравнения (3) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_X &= -a\omega_Y\omega_Z + u_X; \\ \dot{\omega}_Y &= a\omega_X\omega_Z + u_Y; \\ \dot{\omega}_Z &= u_Z, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a = (I_3 - I_1)/I_1$ ,  $u_X = \tau_X/I_1$ ,  $u_Y = \tau_Y/I_1$ ,  $u_Z = \tau_Z/I_3$ . Требуется найти такие  $|u_X| \leq u_X^{\max}$ ,  $|u_Y| \leq u_Y^{\max}$  и  $|u_Z| \leq u_Z^{\max}$  из уравнений (5), которые обеспечат выполнение условий  $|\omega_X| \leq \omega_\varepsilon$ ,  $|\omega_Y| \leq \omega_\varepsilon$  и  $|\omega_Z| \leq \omega_\varepsilon$ , где  $\omega_\varepsilon$  — заданное число;  $u_X^{\max} = \tau_X^{\max}/I_1$ ,  $u_Y^{\max} = \tau_Y^{\max}/I_1$  и  $u_Z^{\max} = \tau_Z^{\max}/I_3$ .

Рассмотрим положительно определенную функцию  $V(\boldsymbol{\omega}) = |\boldsymbol{\omega}|^2/2 \geq 0$ , где  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_X, \omega_Y, \omega_Z)^T$ . Дифференцируя ее по времени, получим  $\dot{V} = \boldsymbol{\omega}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}$ . После подстановки (5) в это выражение будет верно соотношение

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \omega_X(-a\omega_Y\omega_Z + u_X) + \\ &+ \omega_Y(a\omega_X\omega_Z + u_Y) + \omega_Z u_Z. \end{aligned} \quad (6)$$

Сформируем релейное управление в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_X &= -u_X^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_X), \quad u_Y = -u_Y^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_Y), \\ u_Z &= -u_Z^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_Z). \end{aligned} \quad (7)$$

Если будут выполнены неравенства  $u_X^{\max} > |a\omega_Y\omega_Z|$  и  $u_Y^{\max} > |a\omega_X\omega_Z|$ , то из уравнения (6) получим  $\dot{V} < 0$ . Тогда, согласно теории функции Ляпунова [17], управление (7) будет обеспечивать возникновение скользящего режима вокруг поверхности  $\omega = \mathbf{0}$ . Так как рассматривается осесимметричный КА, то найдется такой момент времени  $t'$ , при котором угловая скорость  $\omega_Z$  будет мала, и неравенства будут выполнены.

При практической реализации вводится зона нечувствительности  $\omega_\varepsilon$  такая, что управление (7) корректируется следующим образом:

$$u_\alpha = \begin{cases} -u_\alpha^{\max}, & \text{если } \omega_\alpha > \omega_\varepsilon; \\ 0, & \text{если } |\omega_\alpha| \leq \omega_\varepsilon; \\ u_\alpha^{\max}, & \text{если } \omega_\alpha < -\omega_\varepsilon; \end{cases} \quad \alpha \in \{X, Y, Z\}. \quad (8)$$

Полученное релейное управление (8) решает задачу стабилизации КА.

### Переориентация КА

Во время посадки КА требуется обеспечить его вертикальное положение относительно поверхности Луны. Для этого рассматривается задача переориентации КА, которая заключается в том, чтобы перевести ориентацию КА с углами Эйлера из состояния  $(\varphi_0, \theta_0, \psi_0)$  в состояние  $(0, 0, 0)$ . При этом требуется выполнять повороты КА за минимально возможное время.

Предлагаемое решение этой задачи заключается в построении управления ориентацией КА, в котором сначала выполняется поворот вокруг оси симметрии  $Z$ , а затем вокруг остальных осей  $X$  и  $Y$ . При этом в качестве допущения полагается, что начальные углы  $\varphi_0$  и  $\theta_0$  малы.

Рассмотрим поворот КА вокруг оси  $Z$ . Из уравнений (1) и (3) при выполнении условий  $|\omega_X| \leq \omega_\varepsilon$ ,  $|\omega_Y| \leq \omega_\varepsilon$  и  $\cos\varphi/\cos\theta \approx 1$  получим

$$\dot{\psi} = \omega_Z, \quad \dot{\omega}_Z = \tau_Z/I_3, \quad |\tau_Z| \leq \tau_Z^{\max}. \quad (9)$$

Требуется сформировать управление  $\tau_Z$ , которое обеспечит выполнение условий  $\psi(T) = 0$  и  $\omega_Z(T) = 0$  за минимальное время  $T$ . В такой постановке это соответствует задаче быстродействия. Для ее решения применим теорию синтеза оптимального управления на основе принципа максимума Понтрягина [18]. Тогда

задача быстродействия сводится к поиску минимума функционала  $\Phi[\tau_Z] = \int_0^T dt$ . Для уравнений (9) функция Гамильтона примет вид

$$H = -1 + \lambda_1\omega_Z + \lambda_2\tau_Z/I_3,$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — сопряженные переменные, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial \psi} = 0, \quad \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial \omega_Z} = -\lambda_1.$$

Решая эти уравнения, получим  $\lambda_1(t) = C_1$  и  $\lambda_2(t) = C_2 - C_1 t$ , где  $C_1$  и  $C_2$  — константы. Согласно принципу максимума Понтрягина управление  $\tau_Z = \tau_Z^{\max} \operatorname{sgn} \lambda_2(t)$  обеспечивает максимум функции  $H$  и является оптимальным по быстродействию. Так как функция  $\lambda_2(t)$  является линейной по времени, то она меняет знак только один раз. В связи с этим оптимальное управление содержит не более одной точки переключения между двумя состояниями  $\tau_Z = +\tau_Z^{\max}$  и  $\tau_Z = -\tau_Z^{\max}$ . Интегрируя (9), получим, что управлению  $\tau_Z = \tau_Z^{\max}$  соответствуют траектории  $\psi = I_3\omega_Z^2/2\tau_Z^{\max}$  на фазовой плоскости, а управлению  $\tau_Z = -\tau_Z^{\max}$  — траектории  $\psi = -I_3\omega_Z^2/2\tau_Z^{\max}$ . Фазовый портрет показан на рис. 2, где кривая  $AB$  задает линию переключения между двумя состояниями. В этом случае закон управления ориентацией КА вокруг оси  $Z$  примет вид

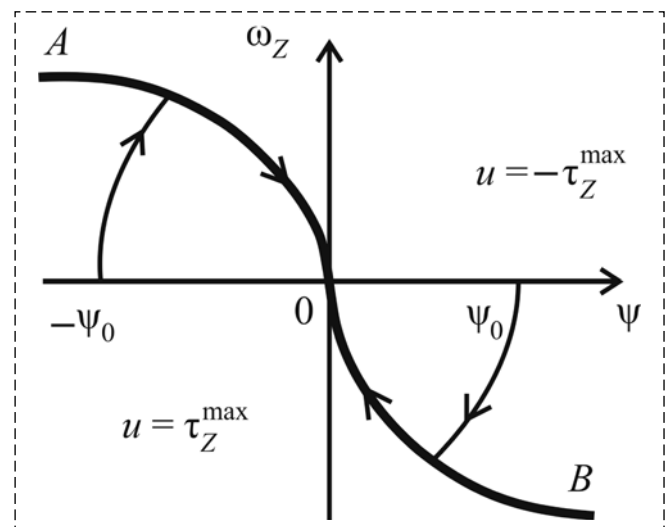


Рис. 2. Фазовый портрет  
Fig. 2. Phase portrait

$$\tau_Z = \begin{cases} \tau_Z^{\max}, & \text{если } \psi + \frac{I_3 \omega_Z^2}{2\tau_Z^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Z < 0; \\ -\tau_Z^{\max}, & \text{если } \psi + \frac{I_3 \omega_Z^2}{2\tau_Z^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Z > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогичным образом осуществляется синтез управления ориентацией для остальных осей КА. В силу малости углов  $\varphi_0$  и  $\theta_0$  из уравнений (1) получим, что  $\dot{\varphi} \approx \omega_X$  и  $\dot{\theta} \approx \omega_Y$ , что соответствует плоским поворотам вокруг осей  $X$  и  $Y$ . Тогда закон управления ориентацией КА вокруг осей  $X$  и  $Y$  примет вид

$$\tau_X = \begin{cases} \tau_X^{\max}, & \text{если } \varphi + \frac{I_1 \omega_X^2}{2\tau_X^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_X < 0; \\ -\tau_X^{\max}, & \text{если } \varphi + \frac{I_1 \omega_X^2}{2\tau_X^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_X > 0. \end{cases} \quad (11)$$

$$\tau_Y = \begin{cases} \tau_Y^{\max}, & \text{если } \theta + \frac{I_1 \omega_Y^2}{2\tau_Y^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Y < 0; \\ -\tau_Y^{\max}, & \text{если } \theta + \frac{I_1 \omega_Y^2}{2\tau_Y^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Y > 0. \end{cases} \quad (12)$$

Управление ориентацией КА вида (10)–(12) представляет собой нелинейное реле с обратной связью по углам Эйлера ( $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) и угловой скорости  $\omega$ .

### Управление горизонтальным движением КА

Управление горизонтальным движением КА включает этап его прецизионного торможения и маневры в горизонтальной плоскости. После окончания основного торможения КА его движение осуществляется с заданной скоростью по направлению к расчетной точке посадки. При подлете к месту посадки горизонтальную скорость КА необходимо погасить, затратив при этом минимально возможное количество топлива. Рассмотрим эту задачу на примере горизонтального торможения КА вдоль оси  $x$ . Пусть КА имеет вертикальную ориентацию относительно поверхности Луны. Тогда матрица  $\mathbf{R}$  будет единичной, а уравнения (2) и (4) преобразуются к виду

$$\dot{x} = v_x, \quad \dot{v}_x = u_X F_X^{\max} / m, \quad \dot{m} = -k |u_X|, \quad |u_X| \leq 1. \quad (13)$$

Требуется найти такое управление  $u_X$ , которое обеспечит минимум функционала  $\Phi[u_X] = m_0 - m(t)$  при заданных краевых условиях

$x(0) = x_0$ ,  $x(T) = 0$ ,  $v_x(0) = v_{x,0}$  и  $v_x(T) = 0$ , где  $m_0$  — начальная масса КА,  $T$  — нефиксированное время торможения КА.

Для решения этой задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Функция Гамильтона для (13) примет вид

$$H = \lambda_1 v_x + \lambda_2 u_X F_X^{\max} / m - \lambda_3 k |u_X| = \lambda_1 v_x + H_u u_X, \quad (14)$$

где  $H_u$  обозначена величина  $\lambda_2 F_X^{\max} / m - \lambda_3 k \operatorname{sgn} u_X$ ;  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , — сопряженные функции, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial x} = 0, & \dot{\lambda}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial v_x} = -\lambda_1, \\ \dot{\lambda}_3 &= -\frac{\partial H}{\partial m} = \lambda_2 u_X F_X^{\max} / m^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Так как функция Гамильтона линейно зависит от  $u_X$ , то она достигает своего максимума при управлении  $u_X(t) = \operatorname{sgn} H_u(t)$ , где  $H_u(t)$  является функцией переключения.

Рассмотрим случай, когда  $u_X \equiv 1$ . Из соотношений (13) следует, что  $m(t) = m_0 - kt$ . Интегрируя сопряженную систему (15), получим ее аналитическое решение в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= C_1, & \lambda_2(t) &= C_2 - C_1 t, \\ \lambda_3(t) &= \frac{F_X^{\max}}{k^2} \left( \frac{k C_2 - m_0 C_1}{m_0 - kt} - C_1 \ln \left( \frac{m_0}{k} - t \right) \right) + C_3, \end{aligned}$$

где  $C_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , — константы.

Подставив полученное решение в  $H_u$ , получим

$$H_u = \frac{F_X^{\max} C_1}{k} (1 + \ln(m_0/k - t)) - C_3 k.$$

Отсюда следует, что условие  $H_u = 0$  будет выполнено в момент времени

$$t^* = \frac{m_0}{k} - \exp \left( -1 + \frac{k^2 C_3}{F_X^{\max} C_1} \right). \quad (16)$$

Такой же результат получается при управлении  $u_X \equiv -1$ . Следовательно, оптимальный по расходу топлива закон управления горизонтальным торможением КА имеет только одну точку переключения между состояниями  $\pm 1$ .

Проинтегрируем уравнения (13) для заданного времени  $t^*$  торможения КА. Тогда получим две возможные точки переключения с координатами  $(-x^*, v_x^*)$  и  $(x^*, -v_x^*)$ , вычисляемые как

$$x^* = \frac{F_X^{\max}}{k^2} \left( m \ln \frac{m}{m - kt^*} - kt^* \right);$$

$$v_x^* = \frac{F_X^{\max}}{k} \ln \frac{m}{m - kt^*},$$

где  $m$  — текущая масса КА.

Предлагаемое решение для управления горизонтальным торможением КА состоит из трех этапов: приведение к скорости  $\pm v_x^*$ , движение по инерции до достижения координаты  $\mp x^*$  и заключительный этап торможения. Фазовый портрет возможных траекторий показан на рис. 3. Рассматриваются такие траектории, начальная точка которых находится в одной из четырех областей:

$$\Omega_1 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x > v_x^*\},$$

$$\Omega_2 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x > -v_x^*\},$$

$$\Omega_3 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x < v_x^*\},$$

$$\Omega_4 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x < -v_x^*\}.$$

Траектории движения КА по инерции определяются множествами

$$S_1 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x = v_x^*\},$$

$$S_2 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x = -v_x^*\}.$$

В свою очередь, траектория заключительного этапа торможения КА находится в одной из двух областей:

$$\Omega_5 = \{(x, v_x) : -x^* \leq x \leq 0, 0 \leq v_x \leq v_x^*\},$$

$$\Omega_6 = \{(x, v_x) : 0 \leq x \leq x^*, -v_x^* \leq v_x \leq 0\}.$$

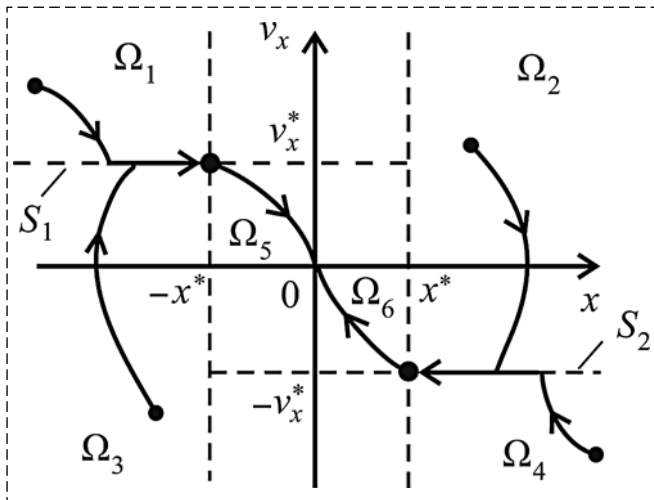


Рис. 3. Фазовые траектории горизонтального движения КА  
Fig. 3. Phase trajectories of spacecraft horizontal motion

Предлагаемый закон управления примет вид

$$u_X = \begin{cases} -1, & \text{если } (x, v_x) \in \Omega_1 \wedge \Omega_2 \wedge \Omega_5; \\ 0, & \text{если } (x, v_x) \in S_1 \wedge S_2; \\ 1, & \text{если } (x, v_x) \in \Omega_3 \wedge \Omega_4 \wedge \Omega_6. \end{cases} \quad (17)$$

При управлении КА в ручном режиме требуется обеспечить его заданную скорость  $v_{x,d}$ . В этом случае закон управления будет иметь вид

$$u_X = \begin{cases} -1, & \text{если } e_X > v_\delta; \\ 0, & \text{если } |e_X| \leq v_\delta; \\ 1, & \text{если } e_X < -v_\delta, \end{cases} \quad (18)$$

где  $e_X = v_x - v_{x,d}$ ,  $v_\delta$  — заданное число.

Аналогичным образом формируется управление  $u_Y$  горизонтальным движением КА вдоль оси  $y$ , включая его торможение в автоматическом режиме и обеспечение заданной скорости  $v_{y,d}$  в ручном режиме управления.

### Управление вертикальным движением КА

Здесь рассматривается прецизионное торможение вертикальной скорости КА. Оптимальным по расходу топлива будет алгоритм управления, в котором сначала осуществляется свободное падение КА, а затем его торможение до допустимой скорости. При выводе основных соотношений рассмотрим ситуацию, когда масса КА меняется незначительно. Тогда, преобразовывая уравнения (2), получим, что динамика вертикального движения КА описывается выражением

$$\frac{dz}{dv_z} = \frac{v_z}{-g_l + u_Z F_Z^{\max}/m}, \quad 0 \leq u_Z \leq 1 \quad (19)$$

с краевыми условиями  $z(v_{z,0}) = H_0$  и  $z(0) = H_f$ .

На первом этапе осуществляется свободное падение КА при отсутствии управления. Интегрируя уравнение (19) при  $u_Z = 0$ , получим, что на этом этапе изменение высоты КА от скорости подчиняется соотношению

$$z^I(v_z) = H_0 + \frac{v_{z,0}^2 - v_z^2}{2g_l}. \quad (20)$$

На втором этапе осуществляется торможение КА. Решением (19) при  $u_Z = 1$  и заданных краевых условиях будет выражение

$$z^{II}(v_z) = H_f + \frac{v_z^2}{2(F_Z^{\max}/m - g_l)}. \quad (21)$$

Пусть в момент включения двигателей КА находится на высоте  $H_p$  и имеет скорость  $v_{z,p}$ . Тогда из (21) будет следовать равенство  $z^I(v_{z,p}) = H_p$ . Отсюда получим, что скорость  $v_{z,p}$  выражается через  $H_p$  следующим образом:

$$v_{z,p}^2 = 2(H_p - H_f)(F_Z^{\max}/m - g_l).$$

Подставим полученное выражение для  $v_{z,p}^2$  в (20) при  $z^I(v_{z,p}) = H_p$ . Тогда после преобразований получим, что высота  $H_p$  вычисляется как

$$H_p = H_f + \frac{mg_l(H_0 - H_f)}{F_Z^{\max}} + \frac{mv_{z,0}^2}{2F_Z^{\max}}. \quad (22)$$

Закон управления вертикальным торможением КА примет вид

$$u_Z = \begin{cases} 0, & \text{если } z \geq H_p; \\ 1, & \text{если } z < H_p \text{ и } v_z < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Торможение КА выполняется до тех пор, пока не будет выполнено условие  $v_z = 0$ . После этого двигатели начинают работать в импульсном режиме, реализуя зависание КА над поверхностью. Для этого из уравнений (2) при  $\dot{z} = 0$  должно быть выполнено

$$u_Z = mg_l/F_Z^{\max}.$$

На заключительном этапе осуществляется вертикальный спуск КА с поддержанием постоянной скорости  $v_{z,s}$  для обеспечения мягкой посадки КА на Луну. Для этого реализуется алгоритм управления, который аналогичен (18).

## Результаты моделирования

Предлагаемые в статье методы и подходы к управлению КА при посадке на Луну были реализованы в созданном авторами программном комплексе виртуального окружения VirSim. Этот программный комплекс состоит из подсистем управления, динамики и визуализации. В подсистеме управления осуществляется вычисление управляющих сигналов для исполнительных устройств виртуальных объектов. Для этого задействована технология расчета функциональных схем, которые создаются в специальном редакторе. Функциональная схема задает логику управления виртуальным объектом и состоит из набора блоков, куда входят датчики, исполнительные устройства, а также другие блоки из библиотеки (арифметические, логиче-

ские, тригонометрические и т. д.). Связи между блоками задаются с помощью линий, которые соединяют выходы одних блоков с входами других блоков. На рис. 4 (см. третью сторону обложки) приводится фрагмент функциональной схемы, которая описывает логику управления ориентацией КА. Входами этой схемы являются показания датчиков, а на выходе формируются значения тяг, которые передаются на реактивные двигатели. В подсистеме динамики на основе математических моделей выполняется расчет показаний датчиков и координат виртуальных объектов. Эти координаты поступают в подсистему визуализации, которая осуществляет рендеринг виртуальной сцены в масштабе реального времени.

Погружение оператора в виртуальную среду в системе VirSim реализовано с помощью виртуального наблюдателя, представляющего собой совокупность двух виртуальных камер и моделей человеческих рук. В рамках данной реализации изображения трехмерной сцены отображаются в глаза оператора посредством VR-гарнитуры шлема виртуальной реальности Oculus Rift CV1, а управление виртуальными объектами осуществляется на основе данных, поступающих от контроллеров Oculus Touch, предназначенных для трекинга рук оператора. С подробностями реализации виртуального наблюдателя можно ознакомиться в работе [19].

Апробация полученных в статье результатов проводилась на примере управления созданной нами виртуальной моделью ПТК "Орел" (рис. 5, см. третью сторону обложки) в полуавтоматическом режиме. Для этого была создана высокодетализированная виртуальная сцена участка поверхности Луны, которая соответствует району к северу от южного полярного кратера Богуславский [20]. Виртуальная модель КА содержит восемь двигателей вертикального торможения (V1–V8) и 14 двигателей горизонтального торможения (H1–H14). Управление ориентацией КА осуществляется путем включения соответствующего набора двигателей вертикального торможения в импульсном режиме. Обратная связь в рассматриваемом программном комплексе реализуется посредством виртуальных датчиков положения, ориентации, угловой скорости, дальномеров и касания, которые задействованы в виртуальной модели КА.

Моделирование посадки КА на Луну начинается примерно на высоте 2 км сразу после окончания этапа основного торможения. В таблице

Параметры моделирования

*Simulation parameters*

Параметр	Значение	Размерность	Параметр	Значение	Размерность
$m$	1500	кг	$F_X^{\max}$	1455	Н
$I_1$	3050	кг·м <sup>2</sup>	$F_Y^{\max}$	970	Н
$I_3$	5050	кг·м <sup>2</sup>	$F_Z^{\max}$	7470	Н
$g_l$	1,62	м/с <sup>2</sup>	$H_0$	1000	м
$\tau_X^{\max}$	120,292	Н·м	$H_p$	689	м
$\tau_Y^{\max}$	120,292	Н·м	$H_f$	70	м
$\tau_Z^{\max}$	220,877	Н·м	$v_{x,d}$	±2	м/с
$\omega_e$	0,0001	рад/с	$v_\delta$	0,01	м/с
$k_{\max}$	5	кг/с	$v_{z,s}$	-1,5	м/с

приводятся параметры моделирования динамики и управления КА, где его масса и моменты инерции соответствуют начальному моменту времени моделирования, а высота  $H_p$  вычисляется по формуле (22). Согласно работе [3] предполагается, что после торможения КА имеет горизонтальную скорость порядка 11 м/с, вертикальную скорость 8 м/с и угловые скорости вдоль осей, которые не превышают 5 %/с. На первом этапе моделируется свободное падение КА с гашением угловой скорости по закону (8) и его вертикализацией с управлением (10)–(12). При достижении высоты  $H_0$  начинается этап торможения горизонтальной скорости КА с управлением по закону (17). Затем выполняется торможение вертикальной скорости КА по закону (23) с включением двигателей вертикального торможения на высоте  $H_p$ . После этого в режиме зависания КА осуществляется переход на ручной режим управления для выбора места посадки. Моделирование на этом этапе осуществляется путем погружения оператора в виртуальную среду с применением гарнитуры виртуальной реальности. Виртуальные модели кистей рук копируют движения рук оператора и обеспечивают возможность сгибания и разгибания виртуальных пальцев для их воздействия на элементы управления (джойстик и кнопки), позволяя осуществлять управление КА в ручном режиме (рис. 6). После достижения выбранной точки посадки оператор нажатием кнопки на джойстике запускает команду, после которой в автоматическом режиме осуществляется финальный этап посадки КА на Луну с постоянной скоростью.



Рис. 6. Управление КА с применением VR-технологий  
Fig. 6. Spacecraft control with use of VR technologies

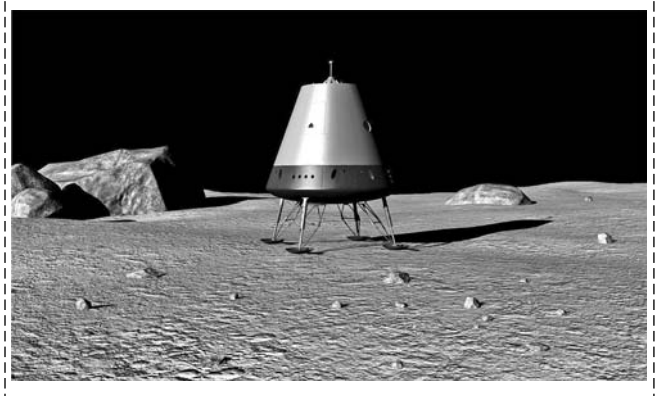


Рис. 7. Положение КА после посадки на Луну  
Fig. 7. Spacecraft position after landing on the Moon

При соприкосновении опор КА с поверхностью Луны срабатывают датчики касания, и двигатели отключаются. На рис. 7 приводится конечное положение КА после его посадки на поверхность Луны. Успешность выполнения каждого этапа посадки КА на Луну показывает адекватность и эффективность предложенных в статье решений для обеспечения необходимого качества моделирования движения КА в системах виртуального окружения.

### Заключение

В работе предложены решения для моделирования посадки КА на Луну с использованием современных технологий виртуальной ре-

альности. Разработанные методы и алгоритмы управления КА с применением обратной связи по показаниям виртуальных датчиков обеспечивают необходимый уровень реалистичности процесса посадки. Полученные в работе результаты могут быть в дальнейшем использованы для реализации тренажеров, предназначенных для обучения космонавтов в земных условиях навыкам управления посадкой КА.

#### Список литературы

1. Казмерчук П. В., Мартынов М. Б., Москати́нцев И. В., Юдин А. Д. Космический аппарат "Луна-25" — основа новых исследований Луны // Вестник НПО имени Лавочкина. 2016. Т. 34, № 4. С. 9—19.
2. Антонова Н. П., Брюханов Н. А., Четкин С. В. Средства посадки пилотируемого транспортного корабля нового поколения // Космическая техника и технологии. 2014. Т. 7, № 4. С. 21—30.
3. Жуков Б. И. и др. Управление движением космического аппарата при посадке на поверхность Луны // Вестник НПО имени Лавочкина. 2021. Т. 54, № 4. С. 22—30.
4. Klumpp A. R. Apollo lunar descent guidance // Automatica. 1974. Vol. 10, N. 2. P. 133—146.
5. Крючков Б. И., Бурдин Б. В., Солодников А. В. Опыт СССР и США в подготовке космонавтов и астронавтов к осуществлению посадки на Луну // Пилотируемые полеты в космос. 2020. Т. 34, № 1. С. 86—103.
6. Garcia A. D., Schlueter J., Paddock E. Training astronauts using hardware-in-the-loop simulations and virtual reality // AIAA SciTech Forum. Orlando, FL. 2020. P. 1—13.
7. Левский М. В. Аналитическое решение задачи оптимального управления разворотом космического аппарата с минимальной энергией вращения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 3. С. 174—183.
8. Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Аналитическое решение задачи оптимального в смысле комбинированного

функционала разворота осесимметричного космического аппарата // Автоматика и телемеханика. 2021. № 7. С. 86—106.

9. Фомичев А. В., Ли Е. К. Аналитический алгоритм терминального управления пространственным движением КА при посадке на поверхность Луны // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 6. С. 423—431.
10. Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления тягой двигателя на заключительном участке мягкой посадки на Луну // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 3. С. 180—188.
11. Gazzola F., Marchini E. M. The moon lander optimal control problem revisited // Mathematics in Engineering. 2020. Vol. 3, N. 5. P. 1—14.
12. Cassalino L. Fuel-optimal lander trajectory for lunar soft-precision landing. Master's Degree Thesis. 2020—2021.
13. Zhang H., Li J., Wang Z., Guan Y. Guidance navigation and control for Chang'E-5 powered descent // Space: Science & Technology. 2021. P. 1—15.
14. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2013. 407 с.
15. Михайлюк М. В. и др. Система виртуального окружения VirSim для имитационно-тренажерных комплексов подготовки космонавтов // Пилотируемые полеты в космос. 2020. Т. 37, № 4. С. 72—95.
16. Дронг В. И., Дубинин В. В., Ильин М. М. и др. Курс теоретической механики: Учебник для вузов. Под общ. ред. К. С. Колесникова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 736 с.
17. Shtessel Y., Edwards C., Fridman L., Levant A. Sliding Mode Control and Observation. Birkhauser, New York: Springer, 2014. 356 p.
18. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. 2-е изд., переработанное и дополненное. М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1969. 408 с.
19. Maltsev A. V. Computer simulation of video surveillance complexes in virtual environment systems // Scientific Visualization. 2022. Vol. 14, N. 2. P. 88—97.
20. Дьячкова М. В., Литвак М. Л., Митрофанов И. Г., Санин А. Б. Выбор мест посадки космического аппарата Луна-25 в окрестности Южного полюса Луны // Астрономический вестник. 2017. Т. 51, № 3. С. 204—215.

## Simulation of Spacecraft Moon Landing Control in Virtual Environment Complexes

E. V. Strashnov, strashnov\_evg@mail.ru, M. V. Mikhaylyuk, mix@niisi.ras.ru,

Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, 117218, Russian Federation

Corresponding author: Strashnov Evgeny V., Researcher, Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, 117218, Russian Federation, e-mail: strashnov\_evg@mail.ru

Accepted on November 02, 2022

### Abstract

The paper considers the task for simulation of final stage spacecraft landing on the Moon in virtual environment systems. To solve this task, methods and algorithms are proposed for the lunar module motion control with the implementation of fast attitude maneuvers and minimum fuel consumption during its deceleration. The spacecraft control is based on virtual sensors feedback and makes it possible to implement stabilization, reorientation, deceleration, maneuvers, hovering and soft landing of the spacecraft on the Moon. The work involves virtual reality technologies with the implementation of human interaction with a computer-synthesized environment. In this case, to control the spacecraft in manual mode, virtual hands are used that copy the movements of the operator's hands and act on the elements of virtual controls (joystick, buttons, etc.) inside the spacecraft model. Approbation of methods and algorithms proposed in the paper was carried out in our software package of virtual environment system on the example for landing simulation of virtual model Orel spacecraft in

*semi-automatic mode. In this software package the spacecraft control in manual mode is implemented by data which transit from Oculus Rift CV1 VR headset and Oculus Touch controllers designed for tracking the operator's head and hands, as well as displaying synthesized stereopair to his eyes. The simulation of spacecraft landing on the Moon was carried out for stages that begin immediately after the basic deceleration at an altitude of about 2 km and including the free fall of the lunar vehicle, its verticalization, horizontal and vertical deceleration, hovering, and soft landing. The results of approbation showed the adequacy and quality of the solutions proposed in the paper, which can be further used to create simulators designed to train cosmonauts how to control a spacecraft during landing on the Moon.*

**Keywords:** simulation, spacecraft, Moon, optimal control, soft landing, feedback, virtual reality

**Acknowledgements:** The publication is made within the state task of Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences" on "Carrying out basic scientific researches (47 GP)" on topic No. FNEF-2022-0012 "Virtual environment systems: technologies, methods and algorithms of mathematical modeling and visualization. 0580-2022-0012".

For citation:

**Strashnov E. V., Mikhaylyuk M. V.** Simulation of Spacecraft Moon Landing Control in Virtual Environment Complexes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 158–167.

DOI: 10.17587/mau.24.158-167

## References

1. **Kazmerchuk P. V., Martynov M. B., Moskatiniyev I. V., Sysoev V. K., Yudin A. D.** "Luna-25" spacecraft — the basis of the new lunar exploration, *Vestnik NPO imeni Lavochkina*, 2016, vol. 34, no. 4, pp. 9–19 (in Russian).
2. **Antonova N. P., Bryukhanov N. A., Chyotkin S. V.** Landing equipment of the new generation manned transportation spacecraft, *Kosmicheskaja tehnika i tehnologii*, 2014, vol. 7, no. 4, pp. 21–30 (in Russian).
3. **Jukov B. I.** et al. Spacecraft motion control during the Moon surface landing stage, *Vestnik NPO imeni Lavochkina*, 2021, vol. 54, no. 4, pp. 22–30 (in Russian).
4. **Klump A. R.** Apollo lunar descent guidance, *Automatica*, 1974, vol. 10, no. 2, pp. 133–146.
5. **Kryuchkov B. I., Burdin B. V., Solodnikov A. V.** Experience of the USSR and the USA in training cosmonauts and astronauts for landing on the Moon, *Pilotiruemye polety v kosmos*, 2020, vol. 34, no. 1, pp. 86–103 (in Russian).
6. **Garcia A. D., Schlueter J., Paddock E.** Training astronauts using hardware-in-the-loop simulations and virtual reality, *AIAA SciTech Forum*, Orlando, FL, 2020, pp. 1–13.
7. **Levskii M. V.** Analytical solving the optimal control problem of spacecraft's clew maneuver with minimal energy of rotation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 174–183 (in Russian).
8. **Sapunkov Ya. G., Molodencov A. V.** Analytical solution of the problem of optimal in the sense of the combined functional turn of an axisymmetric spacecraft, *Avtomatika i telemekhanika*, 2021, no. 7, pp. 86–106 (in Russian).
9. **Fomichev A. V., Li E. K.** Analytical 3D terminal guidance algorithm for lunar landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 423–431 (in Russian).
10. **Petrishchev V. F.** Power-efficient algorithm of controlling the engine thrust at the final phase of soft Moon landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 180–188 (in Russian).
11. **Gazzola F., Marchini E. M.** The moon lander optimal control problem revisited, *Mathematics in Engineering*, 2020, vol. 3, no. 5, pp. 1–14.
12. **Cassalino L.** Fuel-optimal lander trajectory for lunar soft-precision landing, *Master's Degree Thesis*, 2020–2021.
13. **Zhang H., Li J., Wang Z., Guan Y.** Guidance navigation and control for Chang'E-5 powered descent, *Space: Science & Technology*, 2021, pp. 1–15.
14. **Sikharulidze Yu. G.** Ballistics and guidance of aircraft, Moscow, Binom, Knowledge Laboratory, 2013, 407 p. (in Russian).
15. **Mihaylyuk M. V.** et al. The VirSim virtual environment system for the simulation complexes of cosmonaut training, *Pilotiruemye polety v kosmos*, 2020, vol. 37, no. 4, pp. 72–95 (in Russian).
16. **Kolesnikov K. S.** ed. Course of Theoretical Mechanics: A Textbook for high schools, Moscow, Publishing House of the Bauman MSTU, 2005, 736 p. (in Russian).
17. **Shtessel Y., Edwards C., Fridman L., Levant A.** Sliding Mode Control and Observation, Birkhauser, New York, Springer, 2014, 356 p.
18. **Boltjanskij V. G.** Mathematical methods of optimal control, 2nd ed., revised and supplemented, Moscow, Science, 1969, 408 p. (in Russian).
19. **Maltsev A. V.** Computer simulation of video surveillance complexes in virtual environment systems, *Scientific Visualization*, 2022, vol. 14, no. 2, pp. 88–97.
20. **D'jachkova M. V., Litvak M. L., Mitrofanov I. G., Sanin A. B.** Selection of landing sites for the Luna-25 spacecraft in the vicinity of the South Pole Moon, *Astronomicheskij vestnik*, 2017, vol. 51, no. 3, pp. 204–215 (in Russian).

**Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"**

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 20.12.2022. Подписано в печать 10.02.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН323. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солишнз". Отпечатано в ООО "Авансд солишнз".  
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: [www.aov.ru](http://www.aov.ru)