

Е. С. Брискин<sup>1, 2</sup>, д-р физ.-мат. наук, проф., dtm@vstu.ru,  
Л. Д. Смирная<sup>1, 2</sup>, мл. науч. сотр., dtm@vstu.ru,  
К. С. Артемьев<sup>1</sup>, лаборант-исследователь, subisinebeats@gmail.com,  
<sup>1</sup> Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград,  
<sup>2</sup> Университет Иннополис, г. Иннополис

## Об управлении тяговыми характеристиками и сопротивлением движению мобильных роботов с шагающими движителями\*

*Рассматривается проблема повышения тягово-динамических свойств мобильных роботов с шагающими движителями. Анализируется взаимозависимость тяговых усилий, развиваемых движителями, и сил сопротивления движению роботов, обусловленных их взаимодействием с окружающей средой. Предлагается математическая модель, основанная на квазистатическом характере движения робота и учитывающая статическую неопределенность задачи. Статическая неопределенность обусловлена наличием движителей на каждом из бортов, причем число взаимодействующих с опорной поверхностью движителей больше двух. Особенностью решения является учет походки и расписания движения робота, характеризующих временную последовательность нахождения движителей в фазе взаимодействия с опорной поверхностью и в фазе переноса в новое положение. Походка характеризуется также и коэффициентом режима, являющегося отношением времени нахождения движителя в фазе опоры к полному времени цикла его движения. Вводится критерий оптимальности, на основе которого оценивается конструктивное совершенство движителей и места их установки на роботе. Критерий оптимальности состоит из двух показателей: максимального тягового усилия и средней силы сопротивления движению. Тяговое усилие принимается пропорциональным сумме максимальных нормальных нагрузок, действующих на каждый движитель, а силы сопротивления — пропорциональными квадратам тех же нагрузок. Проведено имитационное моделирование, доказывающее зависимость тяговых свойств и сил сопротивления движению от места установки движителей. Сравнились две системы вертикального расположения точек подвеса движителей. Установлено, что достаточно малое изменение вертикальной координаты точки подвеса даже одного движителя оказывает заметное влияние на изменение максимальных тяговых усилий и сил сопротивления движению. Сделаны выводы о том, что за счет регулирования вертикального положения стопы движителя относительно корпуса робота можно управлять тяговыми свойствами и сопротивлением движению, а следовательно, важна точность позиционирования стопы механизма шагания движителя в процессе движения.*

**Ключевые слова:** мобильный робот, шагающий движитель, сила сопротивления, тяговая сила, тягово-сцепные свойства, точность позиционирования

### Введение

Движитель транспортной машины можно определить как механизм, преобразующий энергию, генерируемую двигателем или внешним источником, в работу по перемещению этой машины во внешней среде за счет взаимодействия с этой средой [1, с. 132–133].

Если рассматривать транспортную машину с движителем и окружающую среду как замкнутую механическую систему, то количество движения в ней сохраняется. Поэтому для начала перемещения рассматриваемого транспортного средства из состояния покоя возникает также и движение окружающей среды, такое что суммарное количество движения равняется нулю. Усилие, необходимое для обеспечения движения транспортного средства, можно определить как тяговое, а для движения окружающей среды — как силы сопротивления [2].

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00882, <https://rscf.ru/project/22-21-00882/>

Для наземных транспортных средств с колесными или гусеничными движителями вводятся максимальная сила тяги по сцеплению и сила сопротивления движению, обусловленные взаимодействием с грунтом [3, 4]. Для шагающих машин известно выражение для осредненной силы сопротивления движению  $Q_{\text{сопр}}$  [5, 6]. Максимальную силу тяги  $Q_{\text{тяг. max}}$  можно оценить, если рассматривать стопы, погружающиеся в грунт на глубину, пропорциональную максимальной нагрузке  $P_{j \text{ max}}$  [7]:

$$Q_{\text{сопр}} = \sum_{j=1}^N \frac{P_{j \text{ max}}^2}{2c_n l}, \quad (1)$$

$$Q_{\text{тяг. max}} = \alpha \sum_{j=1}^N P_{j \text{ max}},$$

где  $c_n$  — нормальная жесткость системы "опора движителя—опорная поверхность";  $l$  — длина шага;  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от физико-механических свойств грунта, геометрической формы и размеров стопы [7].

Таким образом, на силу сопротивления движению и максимальную тяговую силу влияет распределение нормальных реакций, а возможность управления их значениями, благодаря статической неопределенности этой задачи при числе ног, взаимодействующих с опорной поверхностью на одном борту, более двух и дискретности взаимодействия с опорной поверхностью, является характерной особенностью роботов с шагающими движителями [8–10], чем они и отличаются от транспортных средств с традиционными типами движителей.

### Постановка задачи

Рассматривается плоское движение шагающей машины в вертикальной плоскости как твердого тела (рис. 1).

Положение корпуса робота характеризуется координатами его центра масс  $x_c, y_c$  и углом поворота  $\varphi$ . Ось  $Ox$  лежит в условно недеформированной горизонтальной плоскости опорной поверхности. Курсовое положение стопы  $j$  движителя  $a_j$  ( $j = 1, N$ ) относительно центра масс робота при его равномерном движении вдоль горизонтальной оси  $Ox$  со скоростью  $V_0$  задается функцией

$$a_j = a_{j\max} - V_0(t - \tau_{Hj}), \tau_{Hj} < t < \tau_{Kj}, \quad (2)$$

где  $a_{j\max}$  — положение стопы движителя в начале фазы ее взаимодействия с опорной поверхностью;  $\tau_{Hj}, \tau_{Kj}$  — начало и конец фазы взаимодействия стопы движителя, причем рассматривается только один цикл движения движителя

$$-\gamma T < \tau_{Hj} < T(1 - \gamma), \quad \tau_{Kj} = \tau_{Hj} + \gamma T. \quad (3)$$

На графиках (рис. 2) представлены зависимости  $a_j = a_j(t)$  для двух различных случаев задания расписания движения.

В первом случае  $\tau_{Hj} > 0$ , и взаимодействие с опорной поверхностью имеет место при  $\tau_{Hj} < t < \tau_{Hj} + \gamma T$ , а при  $0 < t < \tau_{Hj}$  или  $\tau_{Hj} + \gamma T < t < T$  движитель находится в фазе переноса в новое положение, и  $a_j = 0$ .

Во втором случае  $\tau_{Hj} < 0$ , и взаимодействие с опорной поверхностью осуществляется при  $0 < t < \tau_{Hj} + \gamma T$  и  $T + \tau_{Hj} < t < T$ , а при  $\tau_{Hj} + \gamma T < t < T + \tau_{Hj}$  движитель находится в фазе переноса в новое положение, и  $a_j = 0$ .

Положение стопы  $j$  движителя, взаимодействующего с опорной поверхностью в вертикальном направлении относительно корпуса

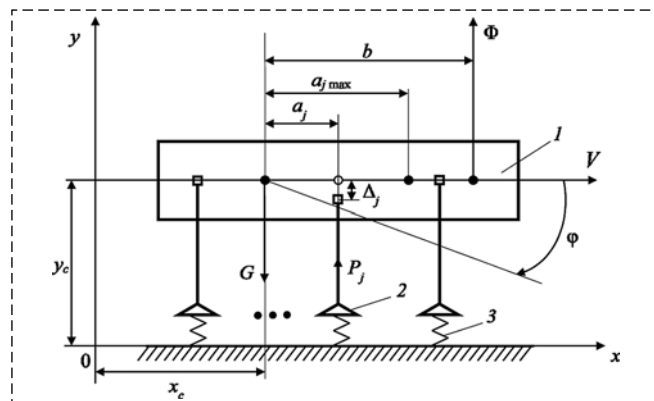


Рис. 1. Расчетная схема шагающей машины:

1 — корпус робота; 2 — опора шагающего движителя; 3 — эквивалентный упругий элемент жесткости  $c$  системы "стопа—опорная поверхность"

Fig. 1. Design scheme of the walking machine:

1 — robot body; 2 — walking propulsion device support; 3 — equivalent elastic stiffener  $c$  of the system "foot — supporting surface"

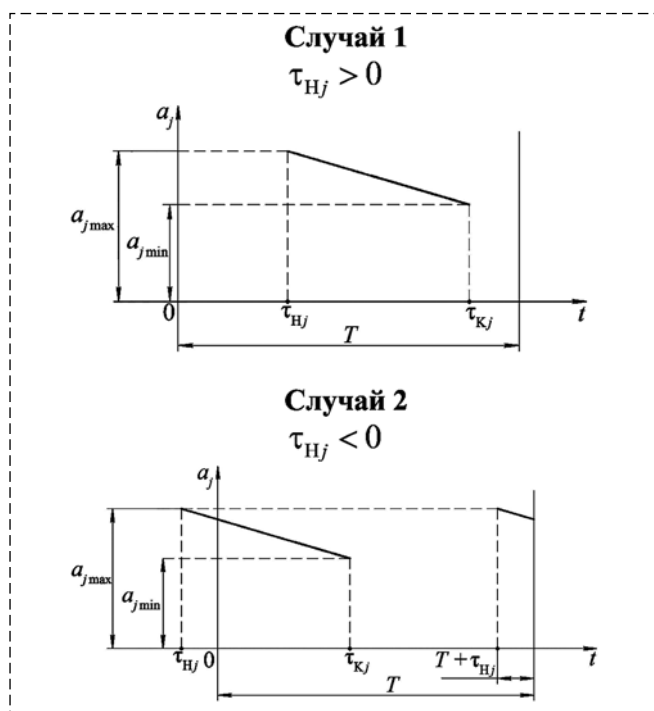


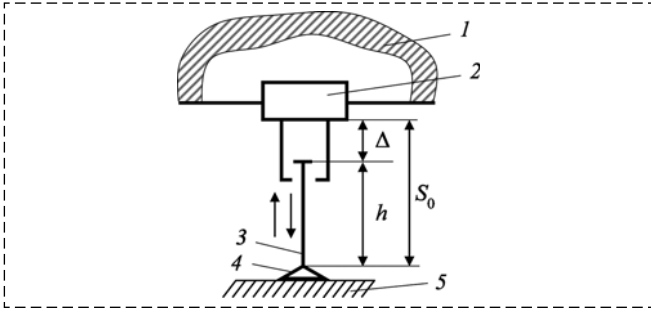
Рис. 2. Возможные изменения положения стоп движителей относительно корпуса робота

Fig. 2. Possible changes in the position of the feet of the propulsion devices relative to the robot body

робота, определяется характерной величиной  $S_0$ . Эта величина зависит от типа движителя. Так, например, для ортогонального движителя  $S_0$  зависит от длины опорной стойки  $h$  и ее выдвигания  $\Delta$  (рис. 3).

Для циклового движителя  $S_0$  зависит от геометрических размеров звеньев (рис. 4).

Следовательно, задавая расположение движителей  $\Delta_j, a_{j\max}$ , расписание их движения  $\tau_{Hj}$ , скорость  $V$ , длину шага  $l$ , коэффициент режи-

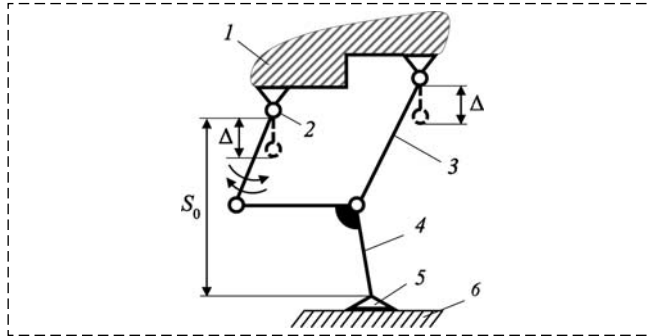


**Рис. 3. Ортогональный движитель:**

1 — корпус робота; 2 — каретка горизонтального привода; 3 — опорная стойка; 4 — стопа; 5 — опорная поверхность

**Fig. 3. Orthogonal propulsion device:**

1 — robot body; 2 — horizontal drive carriage; 3 — support stand; 4 — foot; 5 — support surface



**Рис. 4. Цикловой движитель:**

1 — корпус робота; 2 — ведущий кривошип; 3 — коромысло; 4 — изогнутый шатун; 5 — стопа; 6 — опорная поверхность

**Fig. 4. Cyclic propulsion device:**

1 — robot body; 2 — driving crank; 3 — rocker; 4 — curved connecting rod; 5 — foot; 6 — support surface

ма  $\gamma$ , предполагаемый одинаковым для всех движителей, вес робота  $G$ , жесткость системы "опора движителя—опорная поверхность"  $c$ , а при перемещении под водой — и выталкивающую силу  $\Phi$  и точку ее приложения  $b$ , можно определить нормальные реакции  $P_j$  как функции времени и найти их максимумы. При этом следует иметь в виду, что

$$T = \frac{l}{V\gamma}. \quad (4)$$

Таким образом, возможна постановка задачи о нахождении управления  $\Delta_j = \Delta_j(t)$ , обеспечивающего максимум критерия

$$I = Q_{\text{тяг. max}} - Q_{\text{сопр.}} \quad (5)$$

Для цикловых движителей, не имеющих индивидуального привода адаптации, определяются оптимальные расположения точек подвеса  $\Delta_j = \text{const}$ , обеспечивающие условие (5) на этапе проектирования, что и является предметом исследования.

## Метод решения

Метод решения поставленной задачи основывается на рассмотрении квазистатического режима движения шагающего робота с постоянной горизонтальной скоростью его центра масс. Это позволяет составлять уравнения "равновесия" робота с привлечением уравнений совместности деформаций  $\lambda_j$  систем "опоры движитель—опорная поверхность". Усилие взаимодействия  $P_j$  движителя с опорной поверхностью определяется линейной зависимостью:

$$\begin{aligned} P_j &= c\lambda_j; \\ \lambda_j &= -y_c - \varphi a_j + (S_0 - \Delta_j). \end{aligned} \quad (6)$$

Для  $K$  движителей, находящихся в фазе переноса,  $\lambda_j = 0$ , а те движители, которые должны быть в фазе взаимодействия, но  $\lambda_j$  в соответствии с (6) меньше нуля, также не взаимодействуют с опорной поверхностью, и в расчетах принимается  $\lambda_j = 0$ .

Таким образом, уравнения квазистатического режима движения робота имеют вид

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^N P_j = G - \Phi; \\ \sum_{j=0}^N P_j a_j = -\Phi b. \end{cases} \quad (7)$$

Уравнения (7) сводятся к системе двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными  $y_c^*$  и  $\varphi$ :

$$\begin{cases} y_c^*(N - K) + \varphi \sum_{j=0}^N a_j = \frac{G - \Phi}{c} + \sum_{j=0}^N \Delta_j; \\ y_c^* \sum_{j=0}^N a_j + \varphi \sum_{j=0}^N a_j^2 = -\frac{\Phi b}{c} + \sum_{j=0}^N a_j \Delta_j, \end{cases} \quad (8)$$

где  $y_c^* = S_0 - y_c$ .

Особенность уравнений (8) состоит в том, что при формировании коэффициентов и правых частей в различные моменты времени  $t$  величины  $a_j$  определяются в соответствии с выражением (2) и в некоторые моменты времени равны нулю. Что касается  $\Delta_j$ , то если  $a_j = 0$ , то и  $\Delta_j = 0$ . В другие моменты времени  $\Delta_j$  следует определять в соответствии с критерием оптимальности (5), и это является самостоятельной задачей.

## Имитационное моделирование

Рассматривается мобильный робот с четырьмя шагающими движителями  $N = 4$  на каждом борту. Движители расположены сим-

метрично и имеют одинаковое расписание движения.

Задаются:

- положение стоп движителей при максимальном их выдвигении  $a_{1 \max} = 3$  м,  $a_{2 \max} = -1$  м,  $a_{3 \max} = 2$  м,  $a_{4 \max} = -2$  м;
- длина шага  $l = 1$  м;
- коэффициент режима  $\gamma = 0,8$ ;
- вес робота  $G = 10\,000$  Н;
- жесткость системы "опора движителя— опорная поверхность"  $c = 25\,000$  Н/м<sup>2</sup>;
- время полного цикла движения движителя  $T = 16$  с;
- расписание движения движителей  $\tau_{Н1} = 0$  с,  $\tau_{Н2} = -4$  с,  $\tau_{Н3} = -7$  с,  $\tau_{Н4} = 3$  с.

На графиках (рис. 5) представлена диаграмма изменения зависимости  $a_j = a_j(t)$  для рассматриваемых четырех движителей. На этих графиках  $a_j = 0$  для моментов времени, когда соответствующий движитель находится в фазе переноса в новое положение.

Сравниваются два случая распределения реакций  $P_j = P_j(t)$ .

В первом случае (рис. 6)  $\Delta_j = 0$  ( $j = 1, 4$ ).

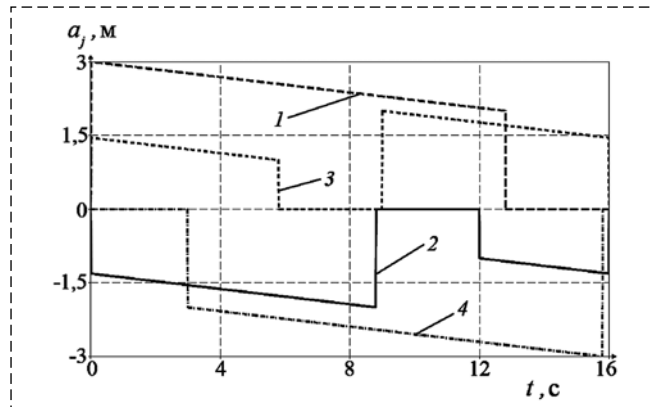


Рис. 5. Диаграмма движения движителей:

1, 2, 3, 4 — номера движителей

Fig. 5. Diagram of movement of propulsion devices:

1, 2, 3, 4 — numbers of propulsion devices

Во втором случае (рис. 7)  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_4 = 0$ ,  $\Delta_3 = 0,05$  м.

Анализ результатов показывает, что качественное распределение реакций сохранилось. Однако максимальные значения реакций изменились. Например, в первом случае  $P_{1\max} = 5150$  Н, а во втором  $P_{1\max} = 5600$  Н. Поэтому и соответствующие критерии (5) претерпели изменения:

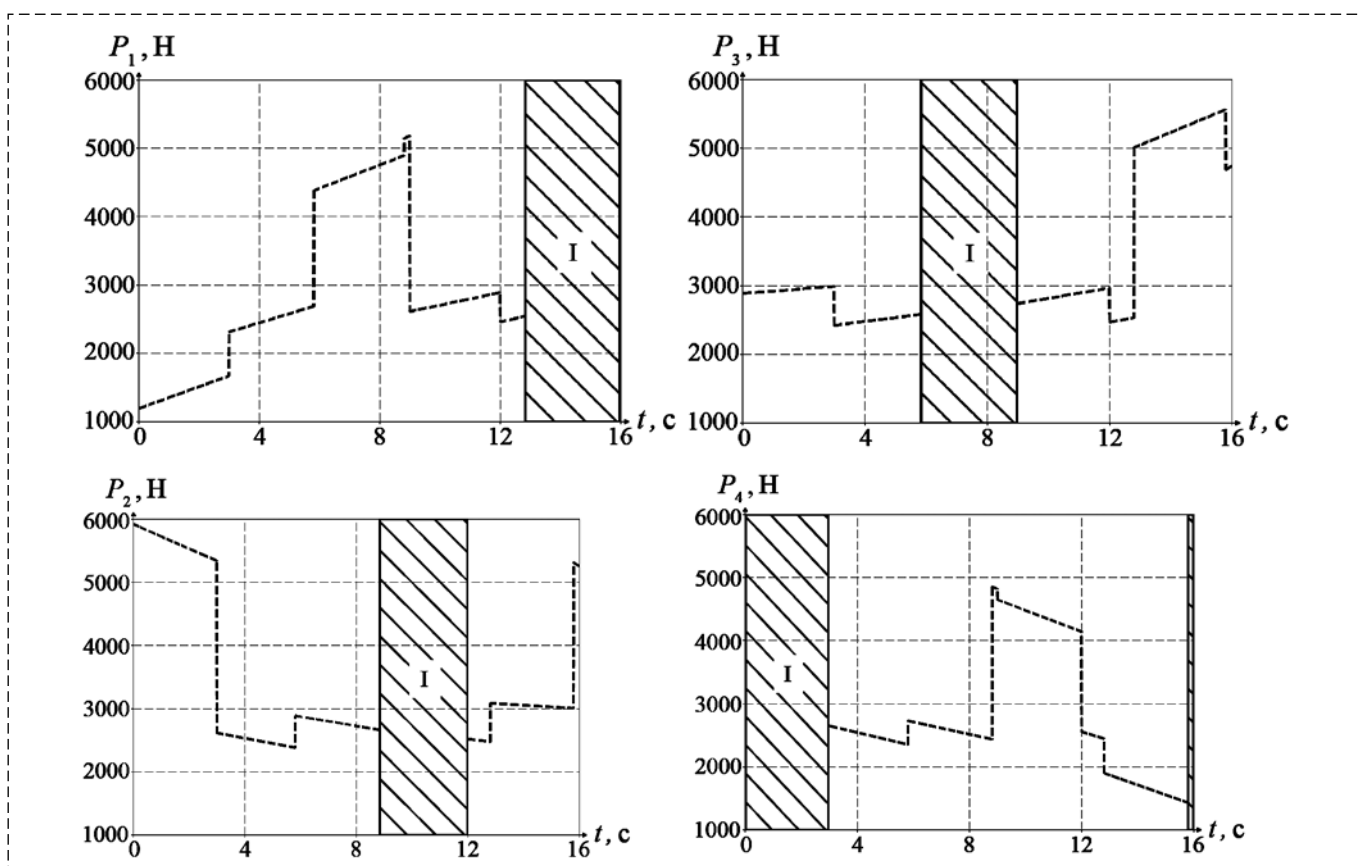


Рис. 6. Зависимости нормальных реакций взаимодействия движителей с опорной поверхностью в первом случае: I — область, соответствующая фазе отсутствия взаимодействия движителя с опорной поверхностью

Fig. 6. Dependences of normal reactions of interaction of propulsion devices with the supporting surface in the first case: I — the area corresponding to the phase of the absence of interaction between the propulsion device and the support surface

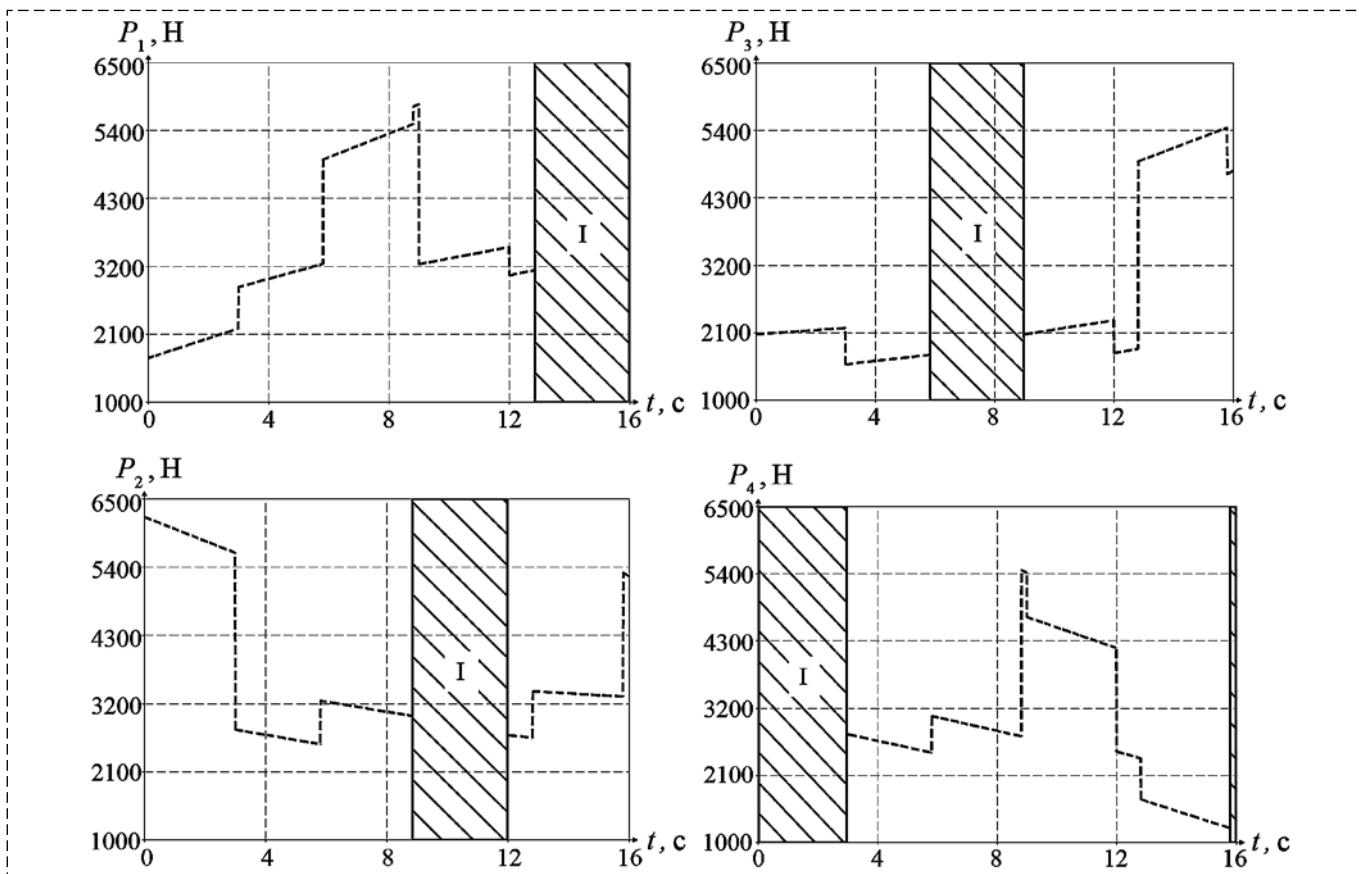


Рис. 7. Зависимости нормальных реакций взаимодействия движителей с опорной поверхностью во втором случае: I — область, соответствующая фазе отсутствия взаимодействия движителя с опорной поверхностью

Fig. 7. Dependences of normal reactions of interaction of propulsion devices with the supporting surface in the second case: I — the area corresponding to the phase of the absence of interaction between the propulsion device and the support surface

$Q_{\text{сопр } 1} = 2318 \text{ Н}$ ,  $Q_{\text{сопр } 2} = 2640 \text{ Н}$ , т. е. сила сопротивления движению во втором случае возрастает на 13,8 %. Что касается максимальной силы тяги, то она также возрастает, но на 6,8 %.

### Заключение

За счет регулирования вертикального положения стопы движителя относительно корпуса робота можно управлять силой сопротивления движению и максимальной тяговой силой. Устанавливать вертикальное положение стопы относительно корпуса робота можно на стадии проектирования или в процессе движения, но в последнем случае необходим дополнительный привод.

Реализация предложенного метода повышения тягово-сцепных свойств шагающих движителей и снижения сил сопротивления предъявляет повышенные требования к точности позиционирования стоп механизмов шагания в процессе движения робота.

### Список литературы

1. Политехнический словарь / Гл. ред. акад. И. И. Артоболевский. М.: Сов. энциклопедия, 1976. 608 с.
2. Брискин Е. С., Серов В. А., Шаронов Н. Г., Пеньшин И. С. Об особенностях управления движением мобильных роботов с движителями якорно-тросового типа // Экстремальная робототехника. 2017. Т. 1, № 1. С. 336–343.
3. Гуськов В. В., Велев Н. Н., Атаманов Ю. Е. и др. Тракторы: Теория: "Автомобили и тракторы" / Под общ. ред. В. В. Гуськова. М.: Машиностроение, 1988. 374 с.
4. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин. М.: Машиностроение, 1990. 352 с.
5. Игнатъев М. Б., Кулаков Ф. М., Покровский А. М. Алгоритмы управления роботами-манипуляторами. М.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1972. 248 с.
6. Брискин Е. С. Об общей динамике и повороте шагающих машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1997. № 6. С. 33–39.
7. Брискин Е. С., Жога В. В., Чернышев В. В., Малолетов А. В. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми движителями. М.: Машиностроение, 2009. 191 с.
8. Гориневский Д. М., Шнейдер А. Ю. О динамике малых движений шагающего аппарата при наличии обратной связи по опорным реакциям // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1987. № 6. С. 397.
9. Шнейдер А. Ю., Гориневский Д. М. Управление опорными реакциями шагающего аппарата при движении по грунтам с различными несущими свойствами // Институт проблем передачи информации АН СССР. Препринт. М.: ИППИ. 1986. 72 с.
10. Смирная Л. Д. Об оптимальном распределении нормальных реакций шагающих движителей подводных роботов // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2019. № 3(226). С. 47–50.

# On the Control of Traction Characteristics and Resistance to Movement of Mobile Robots with Walking Propulsion Devices

E. S. Briskin<sup>1, 2</sup>, dtm@vstu.ru, L. D. Smirnaya<sup>1, 2</sup>, dtm@vstu.ru, K. S. Artemyev<sup>1</sup>, subisinebeats@gmail.com,  
<sup>1</sup>Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation,  
<sup>2</sup>Innopolis University, Innopolis, 420500, Russian Federation

Corresponding author: **Briskin Evgeniy S.**, Dr. of Phys.-Math. Sc., Professor,  
Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation, e-mail: dtm@vstu.ru

Accepted on November 09, 2022

## Abstract

The problem of increasing the traction and dynamic properties of mobile robots with walking propulsion devices is considered. The interdependence of the traction forces developed by the propulsion devices and the forces of resistance to the movement of robots, due to their interaction with the environment, is analyzed. A mathematical model is proposed based on the quasi-static nature of the robot's movement and taking into account the static uncertainty of the problem. Static indeterminacy is due to the presence of propulsion devices on each of the sides and interacting with the supporting surface in the amount of more than two. A feature of the solution is also taking into account the gait and schedule of the robot's movement, which characterize the time sequence of the propulsion devices being in the phase of interaction with the supporting surface and in the phase of transfer to a new position. The gait is also characterized by the mode coefficient, which is the ratio of the time the propulsion device is in the stance phase to the total time of the cycle of its movement. An optimality criterion is introduced on the basis of which the design perfection of the propulsion devices and the place of their installation on the robot is evaluated. The optimality criterion consists of two indicators: the value of the maximum traction force and the average force of resistance to movement. The tractive force is assumed to be proportional to the sum of the maximum normal loads acting on each propulsion device unit, and the resistance force to the squares of the same loads. Simulation modeling has been carried out, proving the dependence of the magnitude of traction properties and the forces of resistance to movement on the location of the propulsion devices. Two systems of vertical arrangement of the points of suspension of propulsion devices were compared. It has been established that a sufficiently small change in the vertical coordinate of the suspension point of even one propulsion devices has a noticeable change in the maximum traction forces and movement resistance forces. It is concluded that by adjusting the vertical position of the propulsion devices foot relative to the robot body, it is possible to control the traction properties and movement resistance, as well as the importance of the positioning accuracy of the foot of the propulsion devices walking mechanism during movement.

**Keywords:** mobile robot, walking propulsion device, resistance force, traction force, traction properties, positioning accuracy

**Acknowledgements:** The study was supported by the Russian Science Foundation grant no. 22-21-00882, <https://rscf.ru/en/project/22-21-00882/>.

For citation:

**Briskin E. S., Smirnaya L. D., Artemyev K. S.** On the Control of Traction Characteristics and Resistance to Movement of Mobile Robots with Walking Propulsion Devices, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 2, pp. 101–106.

DOI: 10.17587/mau.24.101-106

## References

1. **Artobolevsky I. I.** ed. Polytechnic dictionary, Moscow, Soviet Encyclopedia, 1976, 608 p. (in Russian).
2. **Briskin E. S., Serov V. A., Sharonov N. G., Peshin I. S.** About the features of motion control of mobile robots with anchorable propulsion devices, *Ekstremal'naya robototekhnika*, 2017, vol. 1, no. 1, pp. 336–343 (in Russian).
3. **Guskov V. V., Velev N. N., Atamanov Yu. E.** et al. Tractors: Theory: "Cars and tractors", Moscow, Mashinostroyeniye, 1988, 374 p. (in Russian).
4. **Smirnov G. A.** Theory of motion of wheeled vehicles, Moscow, Mashinostroyeniye, 1990, 352 p. (in Russian).
5. **Ignatiev M. B., Kulakov F. M., Pokrovsky A. M.** Control algorithms for robotic manipulators, Moscow, Mashinostroyeniye, Leningrad department, 1972, 248 p. (in Russian).
6. **Briskin E. S.** On the general dynamics and rotation of walking machines, *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*, 1997, no. 6, pp. 33–39 (in Russian).
7. **Briskin E. S., Zhoga V. V., Chernyshev V. V., Maloletov A. V.** Dynamics and motion control of walking machines with cyclic movers, Moscow, Mashinostroyeniye, 2009, 191 p. (in Russian).
8. **Gorinevsky D. M., Shneider A. Yu.** On the dynamics of small movements of a walking apparatus in the presence of feedback on support reactions, *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela*, 1987, no. 6, pp. 397 (in Russian).
9. **Shneider A. Yu., Gorinevsky D. M.** Control of the support reactions of a walking apparatus when moving on soils with different non-existent properties, Institut problem peredachi informatsii AN SSSR, Preprint, Moscow, IPPI, 1986, 72 p. (in Russian).
10. **Smirnaya L. D.** On the optimal distribution of normal reactions of walking propellers of underwater robots, *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, no. 3(226), pp. 47–50 (in Russian).