

Ю. Д. Селюцкий, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., seliutski@imec.msu.ru,
НИИ механики МГУ, г. Москва

О регулировании колебаний ветроэнергетической системы, использующей эффект галопирования*

В настоящее время интенсивно исследуются различные возможности получения энергии из возобновляемых источников, в частности, потоков среды. Наиболее широко распространены ветроэнергетические установки с вращающимся рабочим элементом (пропеллером или турбиной с вертикальной осью, например, ротором Дарье или Савониуса). Однако активно рассматривается возможность использовать для генерации энергии колебания упругих конструкций, индуцированные потоком среды. Одним из видов таких колебаний является галопирование, т. е. колебания плохообтекаемых тел в направлении поперек набегающего потока. Возникновение галопирования связано с тем, что аэродинамические силы, действующие на плохообтекаемое тело, при определенных условиях создают отрицательное демпфирование.

В настоящей работе рассматривается механическая система, состоящая из трех тел, которые могут двигаться в направлении, перпендикулярном потоку. Одно из этих тел представляет собой призму квадратного сечения, а два других — материальные точки. Тела последовательно соединены друг с другом и с неподвижной опорой пружинами. С призмой жестко соединен постоянный магнит, который движется в катушке индуктивности. В результате в электрическом контуре, соединенном с катушкой, генерируется электрический ток. Для подобных установок, с одной стороны, требуется, чтобы галопирование возникало при как можно меньшей скорости потока. С другой стороны, при больших скоростях потока необходимо уменьшать амплитуду колебаний, чтобы установка не разрушилась. Исследовано влияние параметров системы (в частности, коэффициентов жесткости пружин) на устойчивость равновесия и на характеристики периодических решений. Показано, что за счет изменения жесткостей пружин можно заметно расширить интервал скоростей потока, в которых возникает галопирование. Амплитуды колебаний тел системы возрастают с ростом скорости потока. Для того чтобы увеличить скорость потока, при которой они достигают предельно допустимых значений, предложен алгоритм регулирования колебаний. В рамках этого алгоритма перемещение одной из материальных точек относительно призмы блокируется/деблокируется в зависимости от текущей скорости потока.

Ключевые слова: колебания, периодическое решение, галопирование, управление, ветроэнергетическая установка

Введение

Галопированием называют поступательные колебания плохообтекаемых конструкций в потоке среды в направлении поперек потока. Эти колебания возникают, когда скорость потока превышает некоторое критическое значение. Данный эффект наблюдается для различных конструкций, таких как мосты, высокие здания и т. д. Его появление связано с особенностями аэродинамического воздействия на тела такой формы: при определенных условиях аэродинамическое демпфирование становится отрицательным.

По-видимому, впервые условия возникновения галопирования были получены Ден Гартогом [1] применительно к обледеневшим проводам. В последующем появилось множество работ, посвященных моделированию и экспериментальному исследованию галопирования плохообтекаемых тел различной формы, в том числе прямоугольных призм (например, [2—5]). В работах [6, 7] было показано, что квазистатический подход (т. е. описание аэродинамическо-

го воздействия на тело с учетом только его мгновенного состояния движения) может обеспечить достаточно точное описание данного явления. Достаточно активно ведутся экспериментальные исследования галопирования призм различной формы (см., например, работы [8—12]). В частности, в статье [9] приведены экспериментальные данные об аэродинамических силах, действующих на призму квадратного сечения. Рассмотрена конфигурация, в которой к одной из сторон призмы прикреплена плоская пластина, перпендикулярная боковой грани призмы, а также конфигурация без такой пластины.

Галопирование может значительно ускорить износ конструкций и вызвать их разрушение. Поэтому достаточно активно изучаются способы гашения подобных колебаний. В статье [13] анализируется влияние пассивного инерционного гасителя на интенсивность галопирования. В работе [14] исследуются бифуркации Андронова—Хопфа для системы, состоящей из плохообтекаемого тела и прикрепленного к нему инерционного гасителя (здесь нужно отметить, что возникновение галопирующих колебаний связано как раз с бифуркацией этого типа). В статье [15] предложена схема гаше-

*Работа выполнена при поддержке РФН (проект 22-29-00472).

ния галопирующих колебаний призмы квадратного сечения с помощью шара, который может двигаться по круговой направляющей, прикрепленной к призме.

Однако возникновение колебаний под действием потока среды означает, что часть энергии набегающего потока преобразуется в энергию этих колебаний. Соответственно, это явление может быть полезно в рамках "зеленой энергетики", позволяя использовать возобновляемую энергию ветра (или воды) для выработки электричества. Различные ветроэнергетические установки колебательного типа описаны, в частности, в работах [16, 17].

В статье [18] проанализирован потенциал галопирующих колебаний для преобразования энергии и отмечена перспективность подобных устройств. В работе [19] рассматривается ветроэнергетическая установка, в которой рабочий элемент совершает галопирующие колебания, а электрический ток вырабатывается линейным генератором на постоянном магните. В статье [20] проведено экспериментальное исследование установки такого же типа, причем основное внимание уделяется зависимости характеристик колебаний от ориентации призмы относительно набегающего потока. В статье [21] предложена система, состоящая из плохообтекаемого тела и пьезоэлемента. В работе [22] описаны эксперименты, в ходе которых сравнивалась мощность, которая вырабатывается при галопировании призм с различными формами поперечного сечения (прямоугольное, треугольное и т. д.). В статье [23] проанализировано несколько конфигураций ветроэнергетической установки с двумя подвижными телами, одно из которых не взаимодействует с потоком, а другое является плохообтекаемым телом, которое может совершать галопирующие колебания. Показано, что некоторые конфигурации позволяют обеспечить большую вырабатываемую мощность, чем аналогичная система, в которой имеется только одно подвижное тело.

В данной работе исследуется динамика ветроэнергетической установки, функционирующая которой основано на эффекте галопирования и которая содержит три подвижных массы. Электричество вырабатывается с помощью линейного генератора. Анализируется влияние жесткостей пружин, соединяющих тела друг с другом, на область устойчивости положения равновесия. Обсуждается возможность уменьшения скорости потока, при которой возникает

галопирование, а также возможность гашения колебаний при больших скоростях потока.

Описание и математическая модель системы

Рассмотрим механическую систему, состоящую из твердого тела M_1 , представляющего собой призму с квадратным сечением, и двух материальных точек M_2 и M_3 , связанных с этим телом пружинами (рис. 1). Точка M_2 с помощью пружины прикреплена к неподвижной точке O . Эти объекты могут двигаться вдоль некоторой неподвижной горизонтальной прямой OY , причем призма M_1 перемещается поступательно.

К призме жестко прикреплен магнит M_0 , который может перемещаться внутри катушки индуктивности. Катушка включена в электрическую цепь, содержащую активное сопротивление. Таким образом, при движении тела M_1 магнит движется внутри катушки, и в цепи возникает ток.

Пусть OXY — неподвижная система координат, ось абсцисс которой направлена по горизонтали перпендикулярно прямой OY . Пусть Y_1 — ордината центра призмы, а Y_2 и Y_3 — ординаты материальных точек M_2 и M_3 соответственно.

Будем считать, что рассматриваемая электро-механическая система помещена в горизонтальный поток среды, скорость V которого на бесконечности постоянна и направлена вдоль оси OX . Будем считать, что поток взаимодействует только с призмой, причем аэродинамическое воздействие сводится к силе лобового сопро-

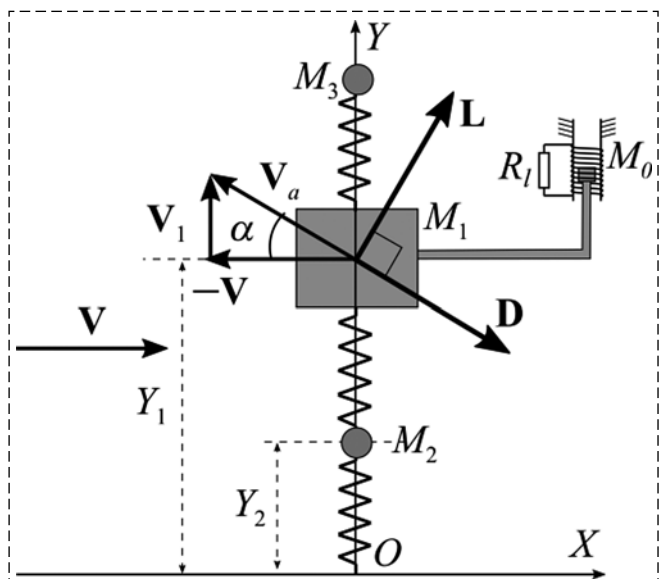


Рис. 1. Схема рассматриваемой системы
Fig. 1. Scheme of the considered system

тивления \mathbf{D} и боковой силе \mathbf{L} . Для описания этих сил воспользуемся квазистатическим подходом. В его рамках сила \mathbf{D} направлена против воздушной скорости \mathbf{V}_a призмы (т. е. ее скорости относительно набегающего потока), а сила \mathbf{L} — перпендикулярно ей. Модули этих сил определяются следующими соотношениями:

$$D = \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_d(\alpha), \quad L = \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_l(\alpha). \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность среды; S — площадь боковой грани призмы; α — угол атаки, т. е. угол между воздушной скоростью и отрицательным направлением оси абсцисс; C_d и C_l — безразмерные коэффициенты силы лобового сопротивления и боковой силы, соответственно. Воздушная скорость и угол атаки определяются следующими соотношениями:

$$V_a = \sqrt{V_1^2 + V^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{V_1}{V}, \quad (2)$$

где $V_1 = \frac{dY_1}{dt}$.

Здесь учтено, что в рассматриваемом случае угол атаки не может выходить за пределы диапазона от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Отметим, что квазистатический подход, позволяющий описывать аэродинамические силы на основании только информации о мгновенном состоянии движения системы, активно используется для анализа движения различных объектов в потоке среды (см., например, работу [24]).

Для описания ЭДС E , возникающей в электрической цепи при перемещении магнита, а также силы F_{em} электромеханического взаимодействия, воспользуемся подходом, описанным, в частности, в статье [21]:

$$E = C \frac{dY_1}{dt}, \quad F_{em} = -CI, \quad (3)$$

где C — коэффициент электромеханического взаимодействия, а I — сила тока в цепи.

С учетом соотношений (1)–(4) уравнения движения системы можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + K_1(Y_1 - Y_2) + K_3(Y_1 - Y_3) + \\ + H_1 \left(\frac{dY_1}{dt} - \frac{dY_2}{dt} \right) + H_3 \left(\frac{dY_1}{dt} - \frac{dY_3}{dt} \right) = \\ = \frac{\rho S}{2} \left(V^2 + \left(\frac{dY_1}{dt} \right)^2 \right) C_y(\alpha) - CI; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2 \frac{d^2 Y_2}{dt^2} + K_2 Y_2 + K_1(Y_2 - Y_1) + \\ + H_2 \frac{dY_2}{dt} + H_1 \left(\frac{dY_2}{dt} - \frac{dY_1}{dt} \right) = 0; \\ m_3 \frac{d^2 Y_3}{dt^2} + K_3(Y_3 - Y_1) + H_3 \left(\frac{dY_3}{dt} - \frac{dY_1}{dt} \right) = 0; \\ L_c \frac{dI}{dt} = -(R_l + R_c)I + C \frac{dY_1}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь m_1 — масса призмы; $m_{1,2}$ — массы точек M_1 и M_2 ; K_{1-3} и H_{1-3} — коэффициенты жесткости и демпфирования пружин (индекс 1 отвечает пружине, соединяющей точку M_2 с телом M_1 , индекс 2 — пружине, соединяющей точку M_1 с неподвижным основанием, а индекс 3 — пружине, соединяющей точку M_3 с призмой); L_c и R_c — индуктивность и сопротивление катушки; R_l — нагрузочное сопротивление в цепи; $C_y(\alpha) = C_s \cos \alpha - C_d \sin \alpha$ — безразмерный коэффициент проекции аэродинамической силы на ось ординат.

Чтобы несколько упростить уравнения, проведем обезразмеривание системы (4), введя безразмерные переменные и параметры следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau = t \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \quad y_1 = \frac{Y_1}{b}, \quad y_2 = \frac{Y_2}{b}, \quad y_3 = \frac{Y_3}{b}, \\ \nu = \frac{IR_c}{Cb} \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \quad u = \frac{V}{b} \sqrt{\frac{m_2}{k_2}}, \\ m = \frac{m_1}{m_2}, \quad M = \frac{m_3}{m_2}, \quad k = \frac{k_1}{k_2}, \quad K = \frac{K_3}{k_2}, \\ h_{1-3} = \frac{H_{1-3}}{\sqrt{k_2 m_2}}, \quad \mu = \frac{\rho S b}{2 m_2}, \\ L = \frac{L_c}{R_c} \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \quad R = \frac{R_l}{R_c}, \quad c = \frac{C^2}{R_c \sqrt{k_2 m_2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В обозначениях (5) уравнения (4) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} m \ddot{y}_1 + k(y_1 - y_2) + K(y_1 - y_3) + h_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \\ + h_3(\dot{y}_1 - \dot{y}_3) = \mu(u^2 + \dot{y}_1^2)C_y(\alpha) - c\nu; \\ \ddot{y}_2 + y_2 + k(y_2 - y_1) + h_2 \dot{y}_2 + h_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0; \\ M \ddot{y}_3 + K(y_3 - y_1) + h_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_1) = 0; \\ Li = -(R+1)\nu + \dot{y}_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Точкой здесь обозначена производная по безразмерному времени τ .

Если индуктивность катушки достаточно мала, то характерное время протекания про-

цессов в электрической цепи будет существенно меньше, чем в механической части системы. Тогда из последнего уравнения (6) получаем, что $v = \dot{y}_1 / (R + 1)$. Подставив это выражение в первое уравнение (6), получим следующую систему:

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_1 + k(y_1 - y_2) + K(y_1 - y_3) + h_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \\ + h_3(\dot{y}_1 - \dot{y}_3) = \mu(u^2 + \dot{y}_1^2)C_y(\alpha) - \chi\dot{y}_1; \\ \ddot{y}_2 + y_2 + k(y_2 - y_1) + h_2\dot{y}_2 + h_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0; \\ M\ddot{y}_3 + K(y_3 - y_1) + h_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_1) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\chi = c / (R + 1)$.

Зависимость коэффициента C_y от угла атаки для призмы квадратного сечения представлена на рис. 2 на основании обработки экспериментальных данных, приведенных в работе [9]. Точками изображены значения, полученные в результате обработки экспериментальных данных, кривыми — аппроксимационная зависимость (кубический сплайн).

Отметим, что в области небольших углов атаки функция C_y монотонно возрастает, а практически во всей остальной части диапазона убывает.

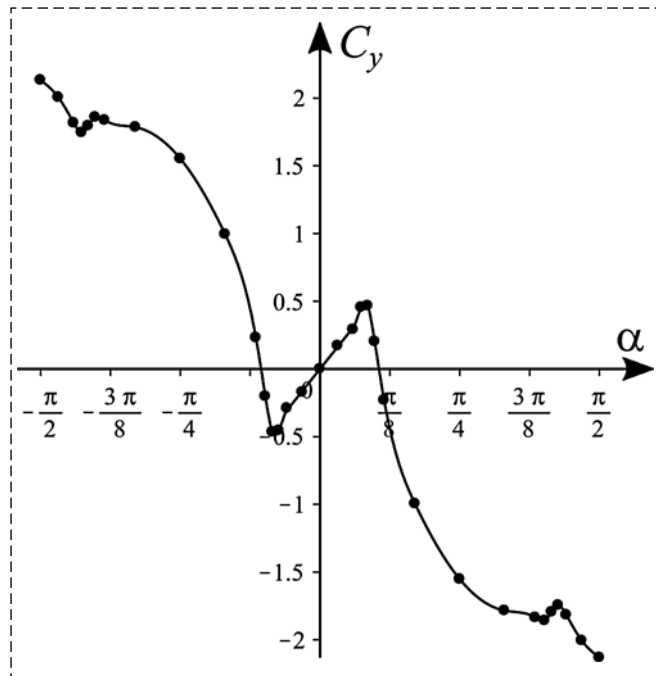


Рис. 2. Зависимость коэффициента C_y от угла атаки (по данным работы [9]): точки — эксперимент, кривая — аппроксимация кубическим сплайном

Fig. 2. Dependence of the coefficient C_y on the angle of attack (based on data from [9]): dots — experimental data; line — cubic spline approximation

Влияние коэффициентов жесткости пружин на устойчивость равновесия

Система (7) с учетом соотношений (2) и (8) имеет единственное положение равновесия, а именно, тривиальное. С точки зрения практического применения рассматриваемой механической системы для преобразования энергии потока к устойчивости этого положения предъявляются противоречивые требования. С одной стороны, оно должно быть неустойчивым, чтобы в системе возникали колебания, энергию которых можно преобразовать в электричество. С другой стороны, естественно ожидать, что амплитуда таких колебаний будет расти с увеличением скорости ветра, что может привести к износу и разрушению устройства. Поэтому желательно, чтобы положение равновесия было асимптотически устойчивым при большой скорости ветра. Для того чтобы удовлетворить этим требованиям, в системе необходимо управление. В принципе, такое управление можно осуществлять с помощью привода, формируя управляющий сигнал с помощью ПД или ПИД регулятора (как, например, в работе [25]). Однако для работы привода необходимо постоянно затрачивать электроэнергию. В связи с этим параметрическое управление может оказаться предпочтительным.

Одним из возможных вариантов может быть регулирование эффективного коэффициента жесткости пружин (например, путем блокировки/разблокировки возможности пружины совершать колебания).

Проанализируем, как жесткость пружин, соединяющих призму M_1 с материальными точками, влияет на характер устойчивости равновесия.

В результате линеаризации уравнений движения в окрестности тривиального равновесия получаем следующую систему:

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_1 + (k + K)y_1 - ky_2 - Ky_3 + (h_1 + h_3 + \\ + \chi - \mu C_{y1})\dot{y}_1 - h_1\dot{y}_2 - h_3\dot{y}_3 = 0; \\ \ddot{y}_2 - ky_1 + (1 + k)y_2 - h_1\dot{y}_1 + (h_1 + h_2)\dot{y}_2 = 0; \\ M\ddot{y}_3 - Ky_1 + Ky_3 + h_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_1) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь введено обозначение

$$C_{y1} = \left. \frac{dC_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0}.$$

Заметим, что эта величина, как видно из рис. 2, положительна.

Условия асимптотической устойчивости, получаемые с помощью критерия Гурвица для характеристического полинома системы (9), оказываются достаточно громоздкими. Тем не менее, нетрудно показать, что при достаточно большой скорости потока будет иметь место неустойчивость. В то же время, при $u = 0$ равновесие асимптотически устойчиво.

Исследуем численно влияние параметров k и K на значение критической скорости потока u_{cr} , т. е. скорости, при которой происходит потеря устойчивости.

Выберем для остальных безразмерных параметров следующие значения:

$$m = 1; \mu = 0,1; h_1 = h_2 = \chi = 0,01; h_3 = 0,02. \quad (9)$$

На рис. 3 представлены зависимости u_{cr} от коэффициента жесткости k при разных значениях K и M .

Видно, что за счет параметра k можно добиться заметного уменьшения критической скорости. Таким образом, материальная точка M_1 , расположенная "между" неподвижным основанием и призмой, позволяет расширить диапазон скоростей ветра, в котором установка способна производить энергию. Отметим, что случай, когда жесткости обеих пружин, соединяющих призму с материальными точками, велики, соответствует галопирующей системе с одной массой. Таким образом, наличие груза M_2 позволяет расширить рабочий диапазон по сравнению с системой, в которой имеется одна подвижная масса.

В то же время, уменьшение K приводит к росту u_{cr} . Этот рост тем заметнее, чем больше масса M . Этот результат является ожидаемым, поскольку материальная точка M_3 играет в си-

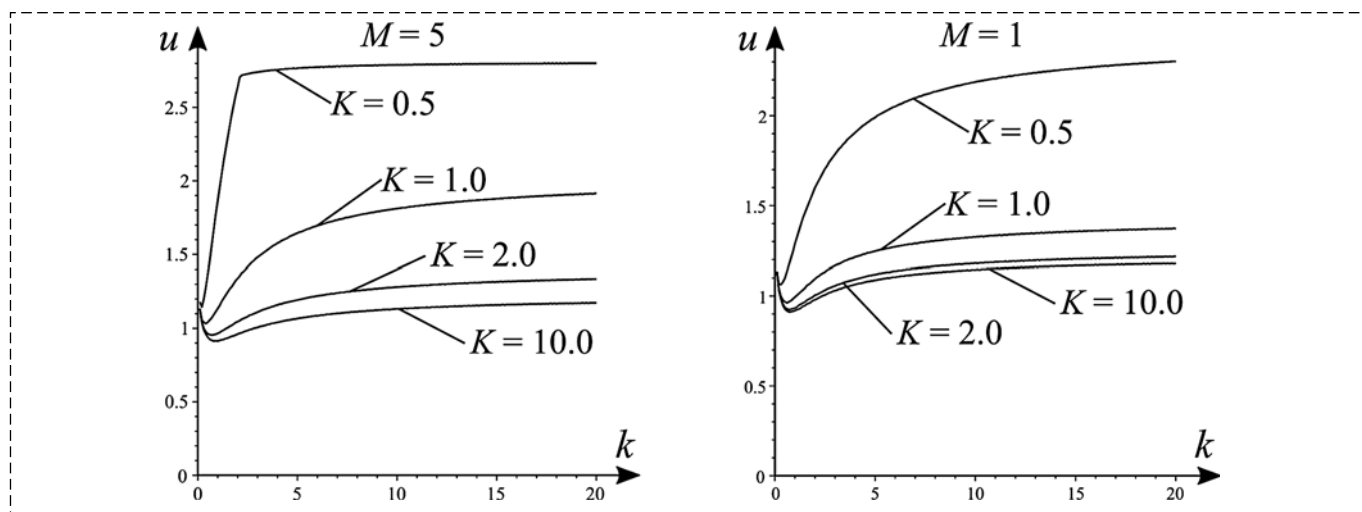


Рис. 3. Зависимость критической скорости от k при разных значениях параметров K и M

Fig. 3. Dependence of the critical speed on k for different values of parameters K and M

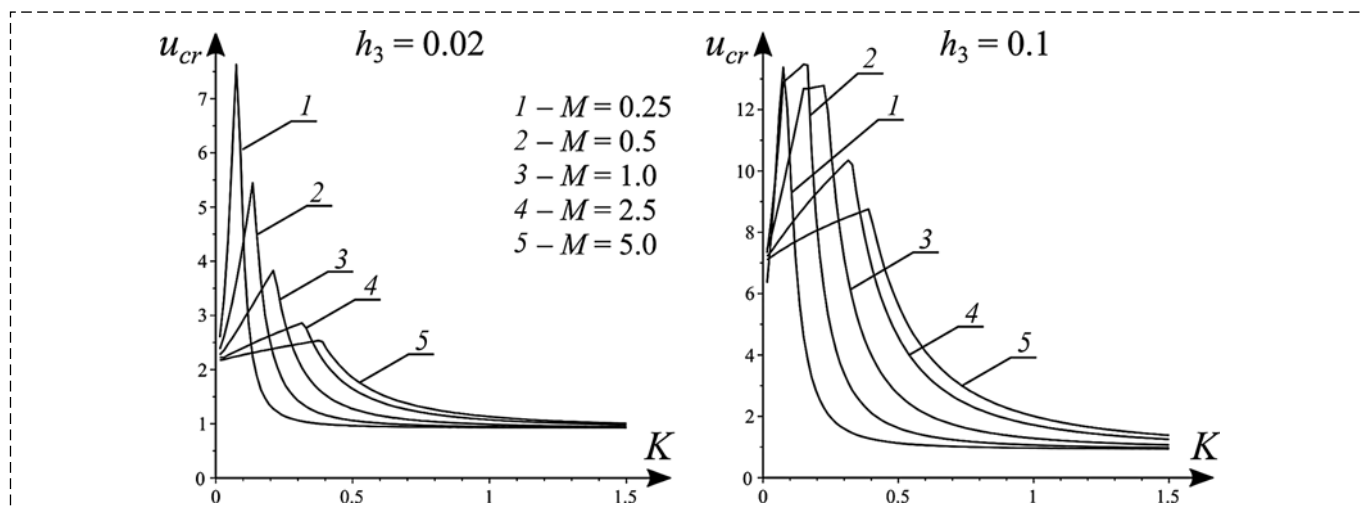


Рис. 4. Зависимость критической скорости от параметра K при разных значениях M и h_3

Fig. 4. Dependence of the critical speed on parameter K for different values of M and h_3

стеме роль динамического гасителя колебаний, аналогичного описанному в работах [13, 14].

На рис. 4 представлены зависимости u_{cr} от K при разных значениях коэффициента демпфирования третьей пружины и массы M .

Видно, что u_{cr} зависит от K немонотонно. При этом за счет надлежащего выбора значений жесткости пружины и массы точки M_3 можно существенно увеличить критическую скорость. Это увеличение, естественно, тем больше, чем больше коэффициент h_3 . Любопытно, что с ростом параметра M значение u_{cr} уменьшается и одновременно расширяется диапазон K , в котором критическая скорость достаточно велика. Соответственно, целесообразно выбирать массу M не слишком маленькой, чтобы небольшое отклонение значения жесткости не привело к значительному уменьшению u_{cr} .

Периодические режимы

Рабочие режимы установки отвечают притягивающим периодическим решениям системы (7). Исследуем влияние параметров системы на характеристики этих решений.

Рассмотрим ситуацию, когда безразмерные коэффициенты, характеризующие полезную нагрузку и демпфирование в пружинах, а также параметр μ малы, т. е. $\mu, h_{1,2,3}, L, \chi \sim \varepsilon \ll 1$. Такие соотношения естественным образом выполняются при реалистичных значениях размерных параметров системы (например, из работы [21]). Тогда в достаточно широком диапазоне зна-

чений других безразмерных параметров периодические решения близки к гармоническим колебаниям, частоты которых близки к собственным частотам рассматриваемой системы и определяются следующим уравнением:

$$-Mm\omega^6 + (Mm(k+1) + K(M+m) + Mk)\omega^4 - (K(k+1)(M+m) + Kk + Mk)\omega^2 + Kk = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) может иметь до трех положительных корней, соответственно, возможно одновременное существование трех периодических решений.

Средняя за период электрическая мощность, вырабатываемая установкой, определяется следующей формулой:

$$P = \frac{1}{T} \int_{\tau=0}^T v^2 R d\tau = \frac{1}{T} \int_{\tau=0}^T \frac{R\dot{y}_1^2}{(R+1)^2} d\tau. \quad (11)$$

Выберем для безразмерных параметров следующие значения:

$$m = M = 1; \quad \mu = 0,1; \quad h_1 = h_2 = \chi = 0,01.$$

На рис. 5 представлена эволюция периодических решений (циклов) при изменении скорости набегающего потока. Ограничимся рассмотрением только того семейства, на которое система выходит из окрестности равновесия в случае, когда скорость потока превышает критическое значение. Численное моделирование показывает, что другие семейства циклов имеют достаточно небольшую область притяжения в пространстве начальных условий.

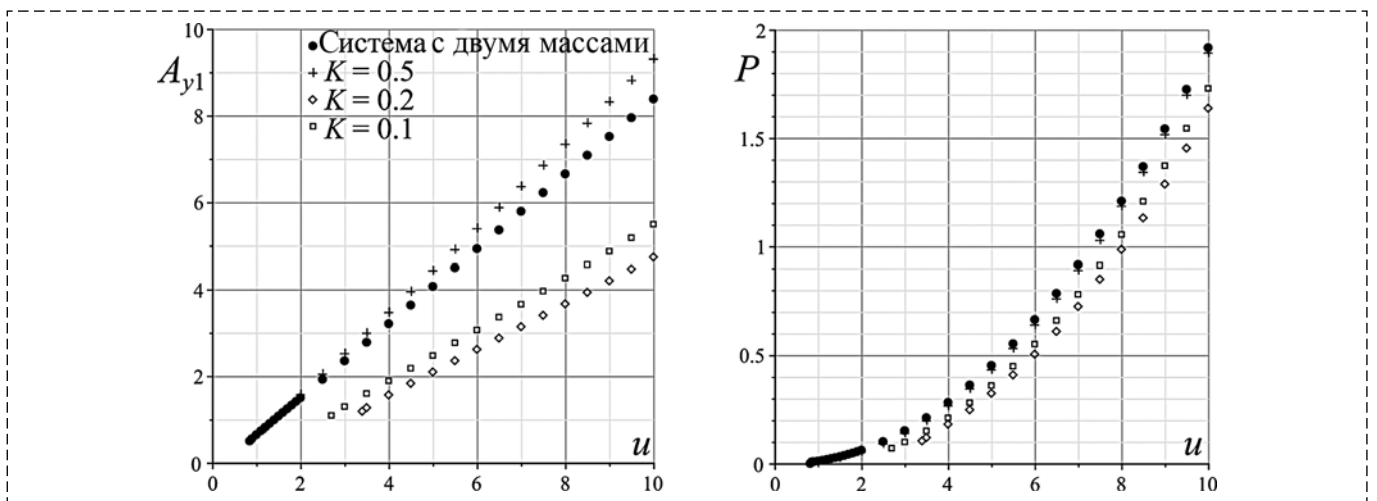


Рис. 5. Эволюция характеристик колебаний при изменении скорости потока:

a — амплитуда призм; b — выходная мощность

Fig. 5. Evolution of characteristics of oscillations when the wind speed changes:

a — amplitude of oscillations of the prism; b — output power

Черными кружками на рис. 5 показаны решения, соответствующие случаю больших значений коэффициентов K и h_3 , когда поведение рассматриваемой системы близко к поведению системы с двумя подвижными массами. Исследуемое семейство режимов существует при $u > 0,85$. Следует отметить, что положение равновесия становится неустойчивым при $u \approx 0,92$. Таким образом, имеет место "жесткая" потеря устойчивости.

Видно, что с ростом скорости потока амплитуда колебаний A_{y1} призмы также растет (почти линейно). Однако на практике всегда существует некоторое предельное значение, которое амплитуда не может превысить без ущерба для установки. Соответственно, существует и некоторое предельное значение скорости потока u_{\max} , при достижении которого необходимо подавлять колебания.

Семейства циклов, возникающие при небольших значениях K , когда точка M_3 движется

относительно призмы, показаны на рис. 5 крестиками ($K = 0,5$), ромбиками ($K = 0,2$), квадратиками ($K = 0,1$). В расчетах принято $h_3 = 0,02$. Видно, что амплитуда призмы также практически линейно зависит от u . Зависимость мощности P , даваемой формулой (11), от скорости близка к квадратичной. Любопытно, что амплитуда призмы немонотонно зависит от жесткости K .

Таким образом, целесообразно предусмотреть в системе две конфигурации с возможностью переключения между ними: конфигурация 1, в которой массы M_1 и M_3 фиксированы друг относительно друга (пружина между ними не деформируется), и конфигурация 2, когда эти массы могут перемещаться друг относительно друга (пружина свободна). Переключение между этими конфигурациями должно осуществляться в момент, когда скорость потока проходит значение u_{\max} . С математической точки зрения соответствующий

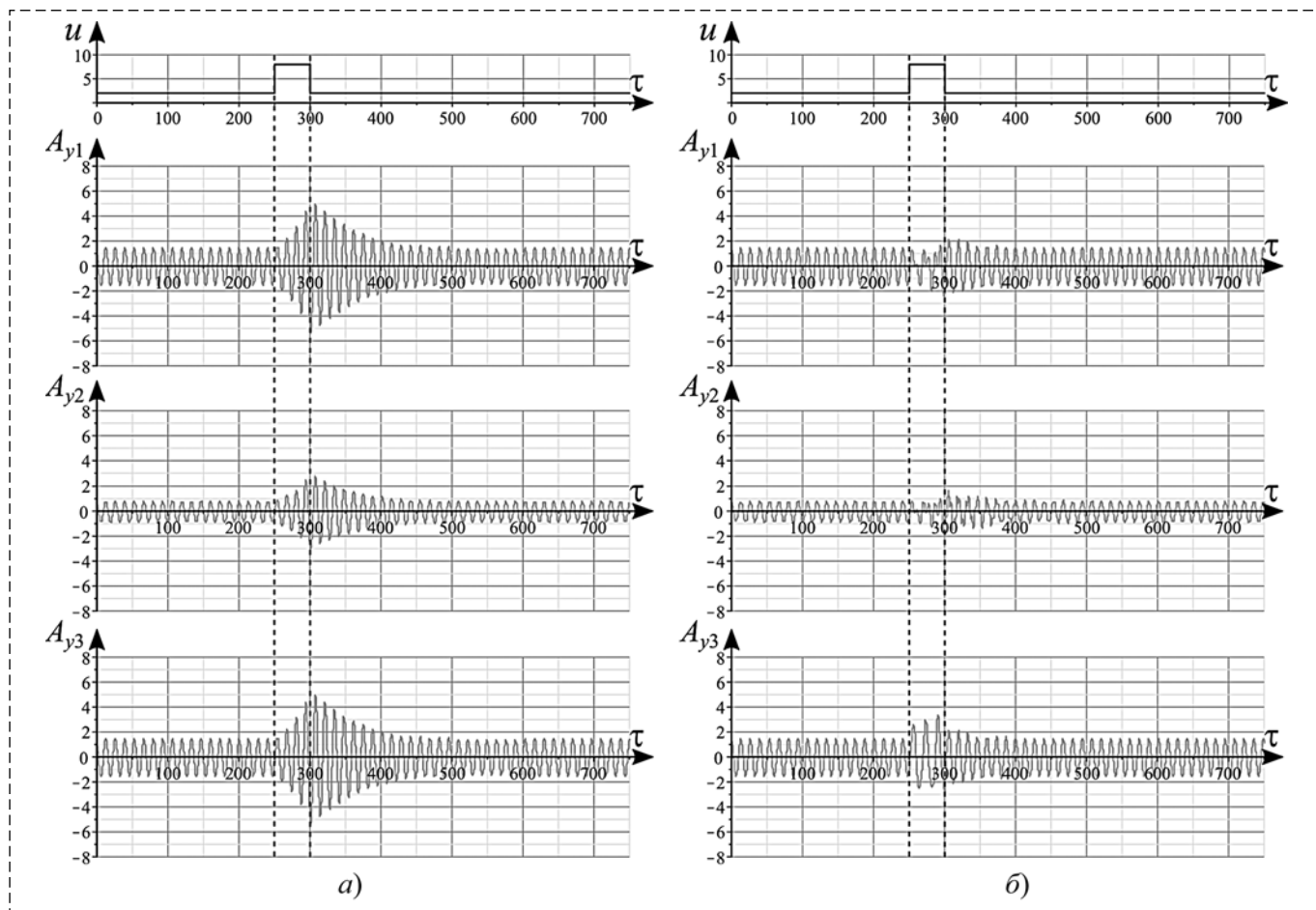


Рис. 6. Амплитуда призмы и точек M_2 , M_3 в зависимости от времени в случае, когда скорость ветра меняется по закону (13) при $\tau_0 = 50$:

a — без управления; b — с управлением (12)

Fig. 6. Amplitude of prism and points M_1 , M_2 vs. time in case when the wind speed changes according to (13) with $\tau_0 = 50$:

a — without control; b — with control according to (12)

закон управления коэффициентами жесткости и демпфирования этой пружины будет выглядеть следующим образом:

$$K = \begin{cases} K_0, & u < u_{\max}; \\ K_1, & u \geq u_{\max}; \end{cases} \quad h_3 = \begin{cases} h_{30}, & u < u_{\max}; \\ h_{31}, & u \geq u_{\max}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $K_0 \gg K_1$, $h_{30} \gg h_{31}$, а $u_{\max 0}$ — значение u_{\max} при $K = K_0$.

Выберем для расчетов следующие значения: $u_{\max} = 5$, $K_0 = 1000$, $h_{30} = 10$, $K_1 = 0,2$, $h_{31} = 0,02$.

Для иллюстрации работы этого алгоритма было проведено численное моделирование динамики системы в случае, когда скорость ветра на некоторое время резко возрастает:

$$u = \begin{cases} 2, & 0 < \tau < 250; \\ 8, & 250 \leq \tau < 250 + \tau_0; \\ 2, & 250 + \tau_0 \leq \tau. \end{cases} \quad (13)$$

На рис. 6 и 7 представлены зависимости от времени амплитуды A_{y1} колебаний призмы, а также амплитуд A_{y2} и A_{y3} колебаний точек M_1 и M_2 , соответственно. На рис. 6 приведены результаты моделирования для кратковременного порыва ветра ($\tau_0 = 50$), а на рис. 7 — для более длительного порыва ($\tau_0 = 750$). На рис. 6, а и 7, а показаны расчеты для случая, когда коэффициенты K и h_3 не изменяют своих значений, а на рис. 6, б и 7, б — для случая, когда они изменяются в соответствии с законом (12).

Видно, что в случае короткого порыва ветра амплитуда колебаний призмы при наличии управления даже несколько уменьшается во время порыва. В случае длительного порыва она после сравнительно короткого переходного процесса выходит на уровень, заметно меньший, чем без управления. После того, как скорость ветра возвращается к исходному значению, амплитуды колебаний всех тел при

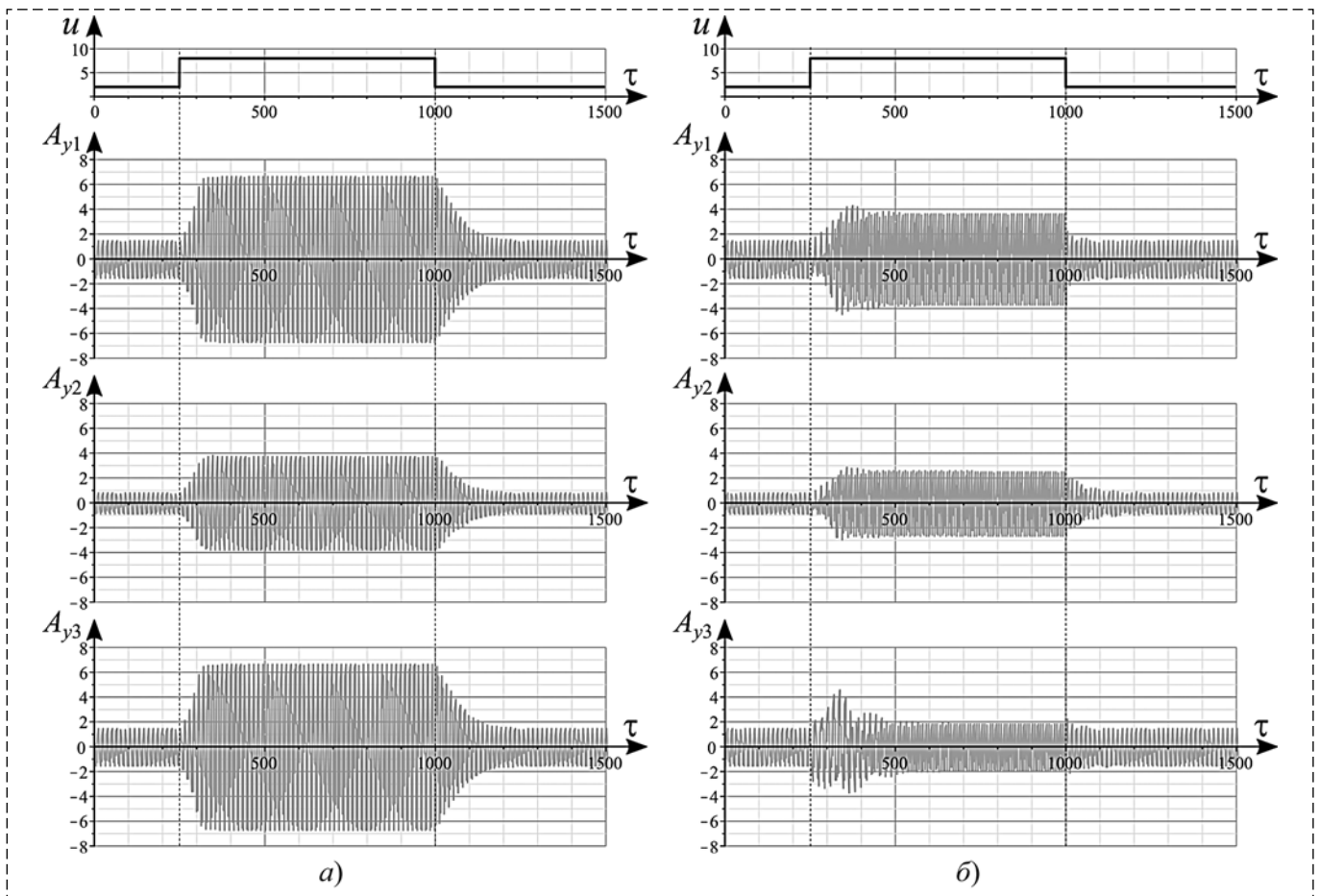


Рис. 7. Амплитуда призмы и точек M_2 , M_3 в зависимости от времени в случае, когда скорость ветра меняется по закону (13) при $\tau_0 = 750$:

а — без управления; б — с управлением (12)

Fig. 7. Amplitude of prism and points M_1 , M_2 vs. time in case when the wind speed changes according to (13) with $\tau_0 = 750$:

а — without control; б — with control according to (12)

наличии управления также весьма быстро возвращаются к соответствующим значениям. Без управления переходный процесс оказывается заметно более длительным.

Таким образом, предложенное управление параметром K обеспечивает заметное уменьшение амплитуды колебаний при росте скорости ветра и, соответственно, позволяет расширить диапазон допустимых скоростей ветра.

Необходимо отметить, что такой метод управления не может гарантировать, что амплитуда колебаний останется в допустимом диапазоне, если скорость потока увеличится еще сильнее. В этом случае может потребоваться управление другого типа. Например, можно показать, что тривиальное равновесие можно стабилизировать, если повернуть призму на определенный угол и зафиксировать в новом положении.

Заключение

Рассмотрена ветроэнергетическая установка с тремя подвижными телами, соединенными пружинами. Одно из этих тел является плоскообтекаемым (призма квадратного сечения) и может совершать галопирующие колебания в потоке среды. Исследовано влияние коэффициентов жесткости пружин на устойчивость тривиального равновесия. Показано, что наличие дополнительных подвижных масс позволяет обеспечить существование периодических режимов при меньших значениях скорости потока, чем в системе с одной подвижной массой. Численно исследована эволюция периодических режимов, возникающих в системе, при изменении параметров (масс дополнительных подвижных тел, коэффициентов жесткостей пружин, скорости набегающего потока). Предложена схема управления характеристиками одной из пружин, соединяющих тела системы, которая позволяет увеличить максимально допустимую скорость потока за счет уменьшения амплитуды колебаний тел.

Список литературы

1. Den Hartog J. P. Transmission Line Vibration Due to Sleet // Trans. AIEE. 1932. V. 51. P. 1074–1086.
2. Luo S. C., Chew Y. T., Ng Y. T. Hysteresis Phenomenon in the Galloping Oscillation of a Square Cylinder // J. Fluids & Struct. 2003. Vol. 18, N. 1. P. 103–118. DOI: 10.1016/S0889-9746(03)00084-7.

3. Oka S., Ishihara T. Numerical Study of Aerodynamic Characteristics of a Square Prism in a Uniform Flow // J. Wind Eng. & Ind. Aerodyn. 2009. Vol. 97. P. 548–559. DOI: 10.1016/j.jweia.2009.08.006.
4. Alonso G., Meseguer J., Sanz-Andres A., Valero E. On the galloping instability of two-dimensional bodies having elliptical cross sections // J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2010. Vol. 98. P. 438–448.
5. Люсин В. Д., Рябинин А. Н. О галопировании призм в потоке газа или жидкости // Труды ЦНИИ имени академика А. Н. Крылова. 2010. Вып. 53(337). С. 79–84.
6. Parkinson G. V., Brooks N. P. H. On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders // ASME. J. Appl. Mech. 1961. Vol. 28, N. 2. P. 252–258. DOI: 10.1115/1.3641663.
7. Parkinson G. V., Smith J. D. The Square Prism as an Aeroelastic Non-Linear Oscillator // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 1964. Vol. 17, N. 2. P. 225–239. DOI: 10.1093/qjmam/17.2.225
8. Bearman P. W., Gartshore I. S., Maull D. J., Parkinson G. V. Experiments on Flow-Induced Vibration of a Square-Section Cylinder // J. Fluids & Struct. 1987. Vol. 1, N. 1. P. 19–34. DOI: 10.1016/S0889-9746(87)90158-7.
9. Sarioglu M., Akansu Y. E., Yavuz T. Flow Around a Rotatable Square Cylinder-Plate Body // AIAA Journal. 2006. Vol. 44, N. 5. P. 1065–1072. DOI: 10.2514/1.18069
10. Alonso G., Meseguer J., Perez-Grande I. Galloping stability of triangular cross-sectional bodies: A systematic approach // J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics. 2007. Vol. 95. P. 928–940.
11. Gao G.-Z., Zhu L.-D. Nonlinear Mathematical Model of Unsteady Galloping Force on a Rectangular 2:1 Cylinder // J. Fluids and Struct. 70. 2017. P. 47–71. DOI: 10.1016/j.jfluidstruct.2017.01.013.
12. Deniz S., Staubli T. Oscillating Rectangular and Octagonal Profiles: Interaction of Leading- and Trailing-Edge Vortex Formation // J. Fluids & Struct. 1997. Vol. 11, N.1. P. 3–31. DOI:10.1006/jfls.1996.0065.
13. Abdel-Rohman M. Design of Tuned Mass Dampers for Suppression of Galloping in Tall Prismatic Structures // J. Sound & Vibr. 1994. Vol. 171, N. 3. P. 289–299. DOI: 10.1006/jsvi.1994.1121
14. Gattulli V., Di Fabio F., Luongo A. Simple and Double Hopf Bifurcations in Aeroelastic Oscillators with Tuned Mass Dampers // J. Franklin Institute. 2001. Vol. 338. P. 187–201. DOI: 10.1016/S0016-0032(00)00077-6
15. Selwanis M. M., Franzini G. R., Beguin C., Gosselin F. P. Wind Tunnel Demonstration of Galloping Mitigation with a Purely Nonlinear Energy Sink // J. Fluids & Struct. 2021. Vol. 100. P. 103169. DOI: 10.1016/j.jfluidstruct.2020.103169
16. McCarthy J. M., Watkins S., Deivasigamani A., John S. J. Fluttering energy harvesters in the wind: A review // J. Sound & Vibr. 2016. Vol. 361. P. 355–377. DOI: 10.1016/j.jsv.2015.09.043
17. Klimina L. Dynamics of a slider-crank wave-type wind turbine // Proceedings of the 14th IFToMM World Congress. 2015. P. 582–588. DOI: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS13.007
18. Barrero-Gil A., Alonso G., Sanz-Andres A. Energy Harvesting from Transverse Galloping // J. Sound & Vibr. 2010. Vol. 329. P. 2873–2883. DOI: 10.1016/J.JSV.2010.01.028
19. Dai H. L., Abdelkefi A., Javed U., Wang L. Modeling and Performance of Electromagnetic Energy Harvesting from Galloping Oscillations // Smart Mater. & Struct. 2015. Vol. 24, N. 4. P. 045012. DOI: 10.1088/0964-1726/24/4/045012
20. Hemon P., Amandolese X., Andrianne T. Energy Harvesting from Galloping of Prisms: A Wind Tunnel Experiment // J. Fluids and Struct. 2017. Vol. 70. P. 390–402. DOI: 10.1016/j.jfluidstruct.2017.02.006
21. Javed U., Abdelkefi A., Akhtar I. An Improved Stability Characterization for Aeroelastic Energy Harvesting Applications //

Comm. in Nonlin. Sci. & Num. Simul. 2016. Vol. 36. P. 252–265.
DOI: 10.1016/j.cnsns.2015.12.001

22. Wang K. F., Wang B. L., Gao Y., Zhou J. Y. Nonlinear Analysis of Piezoelectric Wind Energy Harvesters with Different Geometrical Shapes // Arch. Appl. Mech. 2020. Vol. 90. P. 721–736. DOI: 10.1007/s00419-019-01636-8

23. Vicente-Ludlam D., Barrero-Gil A., Velazquez A. Enhanced Mechanical Energy Extraction from Transverse Galloping

Using a Dual Mass System // J. Sound & Vib. 2015. Vol. 339. P. 290–303. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.11.034

24. Dosaev M. Interaction Between Internal and External Friction in Rotation of Vane with Viscous Filling // Appl. Math. Mod. 2019. Vol. 68. P. 21–28. DOI: 10.1016/j.apm.2018.11.002

25. Aleksandrov A. Yu., Tikhonov A. A. Application of a PID-like control to the problem of triaxial electrodynamic attitude stabilization of a satellite in the orbital frame // Aerosp. Sci. & Tech. 2022. Vol. 127. 107720. DOI: 10.1016/j.ast.2022.107720

On the Regulation of Oscillations of a Galloping-Based Wind Power Harvesting System

Y. D. Selyutskiy, seliutski@imec.msu.ru,

Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Selyutskiy Yury D., PhD., Leading Researcher,
Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation,
e-mail: seliutski@imec.msu.ru

Accepted on October 04, 2022

Abstract

Currently, various possibilities for obtaining energy from renewable sources, in particular, flows of water or wind, are intensively investigated. The most widely used wind power harvesters are those where the working element rotates (a propeller or a vertical axis turbine, such as a Darrieus or Savonius rotor). However, the possibility of using the flow-induced oscillations of elastic structures in order to generate energy is now actively considered. One of the types of such oscillations is galloping, i.e. vibrations of bluff bodies in the direction perpendicular to the incident flow. The occurrence of galloping is due to the fact that aerodynamic forces acting on a bluff body, under certain conditions, create a negative damping. In this paper, we consider a mechanical system consisting of three bodies that can move in a direction perpendicular to the flow. One of these bodies is a square prism, and the other two are material points. The bodies are connected in series with each other and with a fixed support by linear elastic springs. A permanent magnet is rigidly connected to the prism. This magnet moves inside an induction coil. As a result, an electric current is generated in the electrical circuit connected to the coil. For such installations, on the one hand, it is required that galloping occurs at the lowest possible flow speed. On the other hand, at high flow speeds, it is necessary to reduce the amplitude of oscillations so that the device would not be damaged. The influence of the system parameters (in particular, the spring stiffness coefficients) on the stability of the equilibrium and on the characteristics of periodic solutions is studied. It is shown that by changing the stiffness of the springs, it is possible to significantly expand the range of flow speeds where the galloping occurs. The amplitudes of oscillations of bodies increase as the flow speed grows. In order to increase the limit flow speed, at which the amplitudes of oscillations start exceeding the maximum permissible value, a regulating algorithm is proposed. Within the framework of this algorithm, the displacement of one of mass points with respect to the prism is locked/unlocked depending on the current flow speed.

Keywords: oscillations, periodic solution, galloping, wind power harvester

For citation:

Selyutskiy Y. D. On the Regulation of Oscillations of a Galloping-Based Wind Power Harvesting System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 1, pp. 46–56.

DOI: 10.17587/mau.24.46-56

References

1. Den Hartog J. P. Transmission Line Vibration Due to Sleet, *Trans. AIEE*, 1932, vol. 51, pp. 1074–1086.

2. Luo S. C., Chew Y. T., Ng Y. T. Hysteresis Phenomenon in the Galloping Oscillation of a Square Cylinder, *J. Fluids & Struct.*, 2003, vol. 18, no. 1, pp. 103–118, doi: 10.1016/S0889-9746(03)00084-7.

3. Oka S., Ishihara T. Numerical Study of Aerodynamic Characteristics of a Square Prism in a Uniform Flow, *J. Wind Eng. & Ind. Aerodyn.*, 2009, vol. 97, pp. 548–559, doi: 10.1016/j.jweia.2009.08.006.

4. Alonso G., Meseguer J., Sanz-Andres A., Valero E. On the galloping instability of two-dimensional bodies having elliptical cross sections, *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2010, vol. 98, pp. 438–448.

5. Lusin V. D., Ryabinin A. N. On the galloping of prisms in gas or fluid flow, *Proceedings of the Krylov State Research Center*, 2010, iss. 53 (337), pp. 79–84 (in Russian).

6. Parkinson G. V., Brooks N. P. H. On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders, *ASME. J. Appl. Mech.*, 1961, vol. 28, no. 2, pp. 252–258, doi: 10.1115/1.3641663.

7. Parkinson G. V., Smith J. D. The Square Prism as an Aeroelastic Non-Linear Oscillator, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1964, vol. 17, no. 2, pp. 225–239, doi: 10.1093/qjmam/17.2.225

8. Bearman P. W., Gartshore I. S., Maull D. J., Parkinson G. V. Experiments on Flow-Induced Vibration of a Square-Section Cylinder, *J. Fluids & Struct.* 1987, vol. 1, no. 1, pp. 19–34, doi: 10.1016/s0889-9746(87)90158-7.

9. Sarioglu M., Akansu Y. E., Yavuz T. Flow Around a Rotatable Square Cylinder-Plate Body, *AIAA Journal*, 2006, vol. 44, no. 5, pp. 1065–1072, doi: 10.2514/1.18069

10. Alonso G., Meseguer J., Perez-Grande I. Galloping stability of triangular cross-sectional bodies: A systematic approach, *J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics*, 2007, vol. 95, pp. 928–940.

11. **Gao G.-Z., Zhu L.-D.** Nonlinear Mathematical Model of Unsteady Galloping Force on a Rectangular 2:1 Cylinder, *J. Fluids and Struct.*, 2017, no. 70, pp. 47–71, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2017.01.013.
12. **Deniz S., Staubli T.** Oscillating Rectangular and Octagonal Profiles: Interaction of Leading- and Trailing-Edge Vortex Formation, *J. Fluids & Struct.*, 1997, vol. 11, no. 1, pp. 3–31, doi:10.1006/jfls.1996.0065.
13. **Abdel-Rohman M.** Design of Tuned Mass Dampers for Suppression of Galloping in Tall Prismatic Structures, *J. Sound & Vibr.*, 1994, vol. 171, no. 3, pp. 289–299, doi: 10.1006/jsvi.1994.1121
14. **Gattulli V., Di Fabio F., Luongo A.** Simple and Double Hopf Bifurcations in Aeroelastic Oscillators with Tuned Mass Dampers, *J. Franklin Institute*, 2001, vol. 338, pp. 187–201, doi: 10.1016/S0016-0032(00)00077-6
15. **Selwanis M. M., Franzini G. R., Beguin C., Gosselin F. P.** Wind Tunnel Demonstration of Galloping Mitigation with a Purely Nonlinear Energy Sink, *J. Fluids & Struct.*, 2021, vol. 100, pp. 103169, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2020.103169
16. **McCarthy J. M., Watkins S., Deivasigamani A., John S. J.** Fluttering energy harvesters in the wind: A review, *J. Sound & Vibr.*, 2016, vol. 361, pp. 355–377, doi: 10.1016/j.jsv.2015.09.043
17. **Klimina L.** Dynamics of a slider-crank wave-type wind turbine, *Proceedings of the 14th IFToMM World Congress*, 2015, pp. 582–588, doi: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS13.007
18. **Barrero-Gil A., Alonso G., Sanz-Andres A.** Energy Harvesting from Transverse Galloping, *J. Sound & Vibr.*, 2010, vol. 329, pp. 2873–2883, doi: 10.1016/J.JSV.2010.01.028
19. **Dai H. L., Abdelkefi A., Javed U., Wang L.** Modeling and Performance of Electromagnetic Energy Harvesting from Galloping Oscillations, *Smart Mater. & Struct.*, 2015, vol. 24, no. 4, pp. 045012, doi: 10.1088/0964-1726/24/4/045012
20. **Hemon P., Amandolese X., Andrienne T.** Energy Harvesting from Galloping of Prisms: A Wind Tunnel Experiment, *J. Fluids and Struct.*, 2017, vol. 70, pp. 390–402, doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2017.02.006
21. **Javed U., Abdelkefi A., Akhtar I.** An Improved Stability Characterization for Aeroelastic Energy Harvesting Applications, *Comm. in Nonlin. Sci. & Num. Simul.*, 2016, vol. 36, pp. 252–265, doi: 10.1016/j.cnsns.2015.12.001
22. **Wang K. F., Wang B. L., Gao Y., Zhou J. Y.** Nonlinear Analysis of Piezoelectric Wind Energy Harvesters with Different Geometrical Shapes, *Arch. Appl. Mech.*, 2020, vol. 90, pp. 721–736, doi: 10.1007/s00419-019-01636-8
23. **Vicente-Ludlam D., Barrero-Gil A., Velazquez A.** Enhanced Mechanical Energy Extraction from Transverse Galloping Using a Dual Mass System, *J. Sound & Vibr.*, 2015, vol. 339, pp. 290–303, doi: 10.1016/j.jsv.2014.11.034
24. **Dosaev M.** Interaction Between Internal and External Friction in Rotation of Vane with Viscous Filling, *Appl. Math. Mod.*, 2019, vol. 68, pp. 21–28, doi: 10.1016/j.apm.2018.11.002
25. **Aleksandrov A. Yu., Tikhonov A. A.** Application of a PID-like control to the problem of triaxial electrodynamic attitude stabilization of a satellite in the orbital frame, *Aerosp. Sci. & Tech.*, 2022, vol. 127, p. 107720, doi: 10.1016/j.ast.2022.107720

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 28.10.2022. Подписано в печать 09.12.2022. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Заказ МН123. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru