

В. А. Костюков, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., wkost-einheit@yandex.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, вед. науч. сотр., medvmihal@sfedu.ru,
В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., pshichop@rambler.ru,
Южный федеральный университет, г. Таганрог

Планирование движения наземных роботов в среде с препятствиями: алгоритмы построения траекторий в группе при заданном шаблоне*

Предлагается метод решения задачи планирования движения группы наземных робототехнических платформ (РТП) с требованием поддержания заданного шаблона строя при наличии стационарных препятствий и источников возмущений. Выделяется задача построения траектории ведущей РТП группы, сопряженная с применением планировщика перемещений и последующим сглаживанием полученной траектории. Для сглаживания применяется разработанная ранее процедура. Траектории остальных элементов группы определяются путем построения смещенных пространственных кривых, вдоль которых должны двигаться эти элементы с учетом заданной конфигурации или требований сохранения некоторых средних кинематических параметров элементов вдоль своей траектории.

Для решения задачи уклонения группы от источников возмущений использован метод, рассмотренный в предыдущих работах авторов для одиночных подвижных объектов. Данный метод базируется на расчете вероятностей успешного прохождения элементами группы своих траекторий. Эти вероятности могут быть найдены после оценки параметров характеристических вероятностных функций источников, описывающих характер их воздействия на движущиеся объекты в течение малых интервалов времени. Развита методика, позволяющая находить целевые траектории ведущей и ведомых РТП группы, вероятность успешного прохождения которых превышает заданное целевое значение. Указанная методика обобщается на случай, когда критерием оптимизации является вероятность успешного прохождения только части РТП группы в целевую область.

Рассматриваются и обсуждаются результаты моделирования, подтверждающие эффективность и работоспособность предлагаемой методики планирования траекторий движения роботов, образующих группу, в среде с препятствиями и в поле источников-репеллеров.

Ключевые слова: планирование траекторий, групповое управление, гладкие траектории, локальные минимумы, робототехническая платформа, двумерная среда

Введение

Задача движения строем является актуальной при решении различных задач, таких как слежение группой за целью [1], ретрансляция связи [2], движение колонной или шеренгой [3], обследование местности и поиск объектов [4], картографирование и георазведка [5]. Часто строй предварительно задается, например, при проведении сейсморазведки группой АНПА [6, 7] или при создании многопозиционных радиолокационных систем с использованием БЛА [8–10]. При групповом применении робототехнических платформ (РТП) обеспечиваются высокая живучесть системы, быстрое развертывание в заданном направлении и перемещение в требуемую область. Однако совместное выполнение задач подвижными роботами предъ-

являет высокие требования к точности систем планирования и управления движением.

Распространенным методом формирования строя является метод виртуальных структур. Для формирования виртуальной структуры может использоваться ведущий робот [11, 12], либо данная задача может решаться в рамках децентрализованных структур [13–15]. В рамках группы с лидером виртуальная структура строится относительно его положения. При этом члены группы должны знать координаты лидера, чтобы определять свои положения в строю. В рамках децентрализованной структуры робототехнические платформы (РТП) должны знать положения своих соседей, чтобы определить свои координаты в строю.

В группах РТП с лидером задача ведомой РТП заключается в слежении за точкой, положение которой индуцируется лидером. Данная задача рассмотрена в ряде работ, например в работах [3, 4, 16–19].

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 22-29-00337.

В статье [3] слежение за лидером осуществляется на основе уравнений кинематики материальной точки на плоскости [15]. Авторы предлагают и исследуют новые алгоритмы слежения в системе координат ведущего робота. Также предлагаются алгоритмы оценивания скоростей робота-лидера, которые используют расширенный наблюдатель состояния [20]. Алгоритм слежения базируется на методе линеаризации с обратной связью [21]. В данной работе учтены ограничения, связанные с определением взаимного положения и ориентации роботов группы. Основным недостатком работы [3] является использование упрощенных уравнений динамики, что снижает точность слежения, особенно в режимах быстрого маневрирования.

В работе [4] решается задача формирования заданного строя в терминальной постановке [22] и дальнейшего слежения за лидером, который должен все время находиться в геометрическом центре группы. Задача решена при условии, что координаты робота-лидера известны не всем ведомым роботам. Основное ограничение результатов данной статьи — задача решена без учета динамики движения.

В работе [16] также рассмотрена проблема движения строем за лидером, которая решается с использованием уравнений кинематики и динамики материальной точки. При этом основное направление исследования — разработка алгоритмов группового управления, функционирующих в условиях ошибок в системе связи, которые приводят к ошибкам в определении координат робота-лидера. Для решения задачи предложен адаптивный динамический регулятор, использующий аппроксимирующую сеть радиальных базисных функций.

Различным аспектам влияния особенностей системы связи и внутригрупповой навигации посвящены работы [17–19], в которых изучаются алгоритмы группового слежения за лидером при передаче только линейных координат, ограничениях на расстояние работы системы связи, при необходимости обеспечивать гладкость траекторий движения.

В данной статье задача планирования строевых движений группы РТП в среде с препятствиями также решается в рамках структуры с лидером. Это обусловлено тем фактом, что в таких системах требования к системе групповой связи ниже, что, например, для подводной среды является определяющим фактором.

Постановка задачи

Рассматривается группа РТП на плоскости, которая движется в среде с препятствиями и конфликтными областями (рис. 1, см. третью сторону обложки). Препятствия представлены на рис. 1 серыми многоугольниками. Конфликтные области представляют собой секторы, ограниченные окружностями и заданным углом.

Требуется разработать алгоритм планирования, обеспечивающий:

а) построение начальной траектории условного ведущего элемента группы при движении в указанной среде с препятствиями;

б) построение траекторий движения всех остальных РТП, сопряженных с траекторией условного ведущего элемента группы;

в) осуществление маневров уклонения от препятствий и источников конфликтных областей.

Построение начальной траектории условного ведущего элемента группы описано в первой части работы [23], в которой использован модернизированный алгоритм потенциальных полей [24–26], позволяющий избегать локальных минимумов за счет их детектирования.

Для ведомых РТП требуется исходя из заданного шаблона строя определить соответствующие траектории движения всех остальных элементов группы. Для поддержания заданного строя предлагается метод контрольных конфигураций, предполагающий жесткое следование шаблону только на линейных участках траекторий движения элементов, что обеспечивает корректный учет кинематических и динамических их ограничений.

На этапе осуществления маневров предлагается использовать метод, развитый в работах [27, 28], который позволяет двигаться в среде с препятствиями и с конфликтными областями, образуемыми источниками возмущений.

Построение кусочно-линейных пространственных траекторий отдельных элементов группы по методу смещения

Для РТП планирование индивидуальной траектории, в силу кинематических ограничений, необходимо осуществлять без жесткой привязки к шаблону строя на криволинейных участках, чтобы обеспечить гладкость этих траекторий.

Поэтому целесообразно ограничить изломы траекторий движения отдельных элементов. Для линейных участков траектории ведомых

РТП могут быть построены параллельным переносом соответствующих прямых участков траектории ведущей РТП с сохранением расстояния d_1 (рис. 2, см. третью сторону обложки). Точки пересечения построенных прямых определяют базовые точки кусочно-линейной кривой ведомой РТП. К полученной кривой далее применяется квадратично-линейное сглаживание [23]. Затем для получающейся траектории на основании требований к сохранению заданного шаблона строя определяется функция изменения траекторной скорости.

Шаблон строя назовем *простым*, если положения всех элементов группы соответствуют узлам прямоугольной ортогональной сетки. Тогда становится возможным использовать метод смещения при формировании соответствующих индивидуальных траекторий с последующим сглаживанием согласно работе [23].

При построении прямолинейных отрезков смещенной траектории нужно нивелировать сильные отклонения точек пересечения индуцированных прямых от соответствующей базовой точки траектории ведущей РТП. Рассмотрим процесс выполнения смещения кусочно-линейной кривой i -й РТП, заданной точками $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}, A_3^{(i)}, A_4^{(i)}, \dots$, к соответствующей кривой $(i+1)$ -й РТП, находящейся в соседнем ряду. На рис. 2 приведен случай, когда при достаточно малом угле при вершине $A_2^{(i)}$ происходит превышение расстоянием $d_{v,2,0} = |A_2^{(i)} A_2^{(i+1)}|$ предельно допустимого отклонения $d_{v,max}$. В этом случае можно просто приблизить индуцированную точку $A_2^{(i+1)}$ к $A_2^{(i)}$ по биссектрисе указанного угла при вершине в новое положение до получения равенства $d_{v,2} = |A_2^{(i)} A_2^{(i+1)}|$. Тогда индуцированная кусочно-линейная кривая приобретет две дополнительные точки $A_{2,1}^{(i+1)}, A_{2,2}^{(i+1)}$.

Другой подход — это ограничение снизу радиуса скругления. Например, для точки $A_3^{(i)}$, меньший угол при вершине которой лежит слева по ходу движения, для нивелирования указанного отклонения нужно правильно выбрать радиусы скругления в точках $A_3^{(i)}$ и $A_3^{(i+1)}$.

Интерполяционный метод контрольных конфигураций

Точное удержание заданного шаблона при движении группы вдоль всей траектории с учетом кинематических ограничений РТП трудно осуществимо на практике. Поэтому возникает необходимость разработки прибли-

женной методики, требующей поддержания заданного строя только в некоторые моменты времени. Рассмотрим подход, который требует поддержания заданного строя только в некоторые моменты времени. Например, на рис. 3 (см. третью сторону обложки) показан случай, в котором не требуется сохранять строй при поворотах группы. На рис. 3 КК0, КК1, КК2, КК3 — контрольные конфигурации группы роботов.

Этот подход назовем интерполяционным методом контрольных конфигураций. В данном методе нужно построить такие параметрические представления траекторий элементов группы, которые обеспечивают совпадение пространственного положения группы с шаблоном строя в заданные моменты времени $t_{g,h}$, $h = 1, 2, \dots, N_g$ (N_g — число контрольных конфигураций), включая начальный и конечный моменты движения группы. При этом целевые конфигурации привязываются к линейным участкам движения группы.

Метод включает несколько этапов. На первом этапе происходит построение кусочно-линейных кривых для всех РТП. Для каждой i -й РТП, $i = 1, 2, \dots, N$, строятся кусочно-линейные кривые с линейными участками $A_{k-1}^{(i)} A_k^{(i)}$, $k = 2, 3, \dots, K$, по методу смещения, где $A_k^{(i)}$ суть базовые точки каждой из траекторий.

На втором этапе строятся сглаженные, линейно-квадратичные пространственные траектории для всех РТП согласно работе [23].

На третьем этапе строятся временные параметрические представления для траекторий всех РТП. Для этого вначале находятся крейсерские скорости каждой РТП $V^{(i)}$, $i = 2, 3, \dots, N$, согласно выражениям (31), (32) из работы [23] так, чтобы все РТП приходили в свои конечные целевые точки за одинаковое время. Тогда согласно формулам (30)—(35) из работы [23] получим следующую формулу:

$$V^{(i)} = \sum_{j=1}^{K-1} |C_j^{(i)} B_{j+1}^{(i)}| + \sum_{k=2}^{N-1} R_k^{(i)} \varphi_j^{(i)} / (1 - \eta_j^{(i)}), \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

На четвертом этапе для каждой РТП определяются потенциальное множество точек "привязки" $M_{g,h}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $h = 1, 2, \dots, N_g$, и соответствующее множество моментов времени $t_{g,h}$. При фиксированном i $M_{g,h}^{(i)}$ есть точка, с которой должен совпасть центр i -й РТП в момент времени $t_{g,h}$. Поэтому множество точек $M_{g,h}^{(i)}$ определяет целевую конфигурацию строя в мо-

мент времени $t_{g,h}$. В наиболее простом случае каждому линейному участку $C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$ $k = 1, 2, \dots, K-1$, соответствует только одна целевая конфигурация, к которой должна притянуться группа. В этом случае $N_g = K-1$. Поскольку h и k — одинаковые множества, используем далее только индекс k .

Для построения целевых конфигураций $M_{g,h}^{(i)}$ вначале определяется временная параметрическая траектория ведущей РТП. В качестве точек $M_{g,1}^{(1)}$ и $M_{g,K-1}^{(1)}$ можно взять начальную $A_1^{(1)}$ и конечную $A_K^{(1)}$ точки траектории ведущей РТП, а для всех остальных точек $M_{g,k}^{(1)}$ — середины линейных участков $C_k^{(1)}B_{k+1}^{(1)}$. Целевые положения остальных РТП $M_{g,k}^{(i)}(x_{g,k}^{(i)}, y_{g,k}^{(i)})$ в базовой системе координат находятся по формуле

$$(x_{g,k}^{(i)}, y_{g,k}^{(i)}, 1)^T = [A(M_{g,k}^{(1)}, \varphi_k^{(1)})]_{3 \times 3} (x_{g,k}^{(1)}, y_{g,k}^{(1)}, 1)^T. \quad (2)$$

Здесь $[A(M_{g,k}^{(1)}, \varphi_k^{(1)})]_{3 \times 3}$ — матрица однородного преобразования от сопутствующей системы координат шаблона (СКСШ) к базовой системе координат, зависящая от соответствующего целевого положения $M_{g,k}^{(1)}$ ведущей РТП и угла поворота СКСШ относительно базовой системы координат $\varphi_k^{(1)}$ на k -м участке траектории ведущей РТП; $(x_{g,k}^{(i)}, y_{g,k}^{(i)}, 1)$ — вектор целевого положения i -й РТП в СКСШ.

Если для ведущей РТП каждая точка $M_{g,k}^{(1)}$ лежит строго внутри отрезка $C_k^{(1)}B_{k+1}^{(1)}$, то для другой i -й РТП может возникнуть ситуация, когда $M_{g,k}^{(i)}$ лежит вне линейного отрезка $C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$ траектории этой РТП на k -м участке. Действительно, положение граничных точек криволинейного k -го участка траектории i -й РТП определяется траекторией ведущей РТП, поперечной координатой $y_g^{(i)}$ целевого положения i -й РТП в шаблоне строя, а также максимально допустимым отклонением d_3 сглаженной траектории от исходной и минимально-допустимым радиусом скругления R_{\min} траектории. Поэтому при достаточно большом значении модуля $|x_g^{(i)}|$ по отношению к длине $|C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}|$ возможен выход $M_{g,k}^{(i)}$ за пределы отрезка $C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$. Точка $M_{g,k}^{(i)}$ будет всегда лежать на прямой, порождаемой отрезком $C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$. В связи с этим принимается следующая корректировка для $M_{g,k}^{(i)}$:

$$M_{g,k}^{(i)} = \begin{cases} \tilde{M}_{g,k}^{(i)}, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \in C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}; \\ C_k^{(i)}, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \text{ лежит левее } C_k^{(i)}; \\ C_{k+1}^{(i)}, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \text{ лежит правее } B_{k+1}^{(i)}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\tilde{M}_{g,k}^{(i)}$ определяется по формуле (2). Согласно определению (3) правая граничная точка $M_{g,h}^{(i)}$ каждого из участков $M_{g,h-1}^{(i)}M_{g,h}^{(i)}$, $h = 1, 2, \dots, K-1$, либо принадлежит отрезку $C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$, либо совпадает с одной из правых граничных точек криволинейных $(h-1)$ -го и h -го участков — $C_k^{(i)}$ или $C_{k+1}^{(i)}$.

Заметим, что упрощенные параметрические представления для траектории каждой ведомой РТП не могут, в общем случае, обеспечить совпадение положений элементов группы с соответствующими точками целевых конфигураций $\tilde{M}_{g,k}^{(i)}$, поскольку выбор крейсерских скоростей по формуле (1) гарантирует достижение только конечной целевой конфигурации. Одним из способов решения этой проблемы является допущение различия крейсерских скоростей на каждом линейном участке и введение интервалов выравнивания скорости между соседними линейными интервалами с точками стыковки, взятыми в соответствующих точках целевых конфигураций. В этих точках целесообразно обеспечить гладкость функции траекторной скорости. Последовательное решение этой задачи приведено в **Приложении 1**.

В итоге можно получить следующие параметрические временные представления для каждого из трех участков:

1. Для интервала выравнивания скорости:

$$r_k^{(i)} = M_{g,k-1}^{(i)} + p_k^{(i)} s_k^{(i)}(t), \quad (4)$$

где $p_k^{(i)}$ — единичный направляющий вектор k -го интервала i -й РТП;

$$s_k^{(i)}(t) = 0, 25a_{q,k}^{(i)}(t^4 - t_{g,k-1}^4) + b_{q,k}^{(i)}(t^3 - t_{g,k-1}^3)/3 + 0, 5c_{q,k}^{(i)}(t^2 - t_{g,k-1}^2) + d_{q,k}^{(i)}(t - t_{g,k-1}).$$

2. Для интервала с постоянной скоростью движения:

$$r_k^{(i)}(t) = M_{e,k}^{(i)} + p_k^{(i)}(t - t_{e,k}^{(i)}). \quad (5)$$

3. Для интервала движения по криволинейному участку:

$$r_k^{(i)}(t) = O_k^{(i)} + R_{g,k}^{(i)} \begin{bmatrix} \cos \Phi_k^{(i)} + \varphi_k^{(i)} \\ \sin \Phi_k^{(i)} + \varphi_k^{(i)} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\Phi_k^{(i)} = \{a_k^{(i)} \Delta t_k^{(i)} \sin[\pi(t - t_{l,k}^{(i)})/\Delta t_k^{(i)}] + b_k^{(i)}(t - t_{l,k}^{(i)})\}/R_k^{(i)}.$$

Все параметры, входящие в формулы (4)–(6), определяются согласно формулам (П.2) –(П.10) **Приложения 1**, а также по результатам работы [23].

Метод контрольных конфигураций может быть использован и в случае, когда требуется обеспечить нахождение группы в заданном строю в фиксированные моменты времени при отсутствии информации об индивидуальных траекториях отдельных РТП. В этом случае существует кусочно-линейная траектория для каждой РТП, из которой легко получить соответствующую сглаженную линейно-квадратичную траекторию.

Частным случаем описанного алгоритма является алгоритм сходимости к конечному положению шаблона, когда единственным требованием к конфигурации в процессе движения является требование сформировать строй в конечный момент движения. Изменение соотношения между размером строя и минимальным линейным размером траектории ведущей РТП практически не влияет на реализацию этого случая, что важно для большого числа прикладных задач управления движением группы подвижных объектов

Корректировка индивидуальных траекторий при действии источников возмущений

При воздействии источников возмущений используем метод расчета вероятностей успешного прохождения РТП в поле этих источников. Он базируется на понятии характеристической вероятностной функции (ХВФ) источника, дающей поле вероятностей успешного прохождения малых траекторий в окрестности данного источника в различных точках области его действия [27, 28]. Будем далее рассматривать частный случай источников с равномерным азимутальным распределением ХВФ:

$$q_{0S}(d, \alpha, T) = \begin{cases} \exp(-\varepsilon T \exp[-(d/d_p)^2]), \\ \text{при } M \in U_S; \\ 1, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (7)$$

где U_S — круговая область действия источника S , характеризующаяся центром O , направляющим вектором средней линии n_S , радиусом d_0 , углом $\Delta\alpha_S$, стягивающим этот сектор; d_p — эффективный радиус источника; ε — характерная частота воздействия источника на РТП.

В случае оптимизации движения группы в составе N РТП по критерию максимума вероятности успешного прохождения возникают две характерные оптимизационные задачи.

Первая задача заключается в прохождении участка с источниками группой РТП, каждая из которых имеет постоянную по модулю скорость V . Решение этой задачи связано с оптимизацией следующего функционала [27, 28]:

$$Q(\{Tr\}) = \prod_{n=1}^N q_n(Tr_n) = \prod_{n=1}^N \exp \left[-\sum_{k=1}^K \varepsilon^{(k)} I^{(n,k)} \right], \quad (8)$$

где $\{Tr\}$ — совокупность траекторий всех РТП группы; $q_n(Tr_n)$ — вероятность успешного прохождения индивидуальной траектории n -й РТП группы. Для случая кусочно-линейных траекторий РТП величины $I^{(n,k)}$ задаются формулой

$$I^{(n,k)} = \frac{\sqrt{\pi} d_p^{(k)}}{2V} \sum_{l=1}^{M_n-1} \eta_{l,k}^{(k)}(A_{n,l}, A_{n,l+1}) \times \left\{ \exp \left[-\left(\frac{d_{n,l}^{(k)} \sin \varphi_{n,l}^{(k)}}{d_p^{(k)}} \right)^2 \right] [\text{sign}(\tilde{\rho}_{2,n,l}^{(k)}) \times \right. \quad (9)$$

$$\left. \times \text{erf}(|\tilde{\rho}_{2,n,l}^{(k)}|) - \text{sign}(\tilde{\rho}_{1,n,l}^{(k)}) \text{erf}(|\tilde{\rho}_{1,n,l}^{(k)}|) \right] \Big\},$$

$$\tilde{\rho}_{1,n,l}^{(k)} = \frac{d_{n,l}^{(k)} \cos \varphi_{n,l}^{(k)}}{d_p^{(k)}}, \quad \tilde{\rho}_{2,n,l}^{(k)} = \tilde{\rho}_{1,n,l}^{(k)} + \frac{\Delta r_{n,l}}{d_p^{(k)}}, \quad (10)$$

где $d_{n,l}^{(k)} = |O_k A_{n,l}|$ — расстояние от центра k -го источника до точки $A_{n,l}$ n -го РТП группы; M_n — число узлов кусочно-линейной траектории n -й РТП; $\Delta r_{n,l} = |A_{n,l} A_{n,l+1}|$ — длина отрезка $A_{n,l} A_{n,l+1}$; $\varphi_{n,l}^{(k)}$ — угол между векторами $O_k A_{n,l}$ и $A_{n,l} A_{n,l+1}$. Здесь $\varepsilon^{(k)}$, $d_p^{(k)}$ — характерная частота и эффективный радиус действия k -го источника с областью в виде кругового сектора, причем $d_p^{(k)}$ может не быть равен радиусу этого сектора $d_0^{(k)}$; erf — функция ошибок [29].

Вторая задача означает максимизацию вероятности успешного прохождения участка с источниками только определенным числом элементов группы.

Рассмотрим разбиение множества всех РТП группы на подмножества из m элементов, где $m = 1, 2, \dots, M$, $M = N$. Для каждого m множество возможных сочетаний занумеруем следующим образом: $u = 1, 2, \dots, C_M^m$. В пределах каждого подмножества $\Pi_{m,u}$ с номером u занумеруем каждый его элемент следующим образом: $u = m'(m, u, 1), m'(m, u, 2), \dots, m'(m, u, m)$, где

$m'(m, u, c)$ — функция трех натуральных аргументов, осуществляющая обращение к каждому элементу $P_{m,u}$. Расширим множество значений третьего аргумента функции $m'(m, u, c)$ так, чтобы при $m < c \leq M$ эта функция давала $M - m$ номеров всех других РТП, не попавших в подмножество $P_{m,u}$. В этом случае величина

$$P_{m,u} = \prod_{c=1}^m q_{m'(m,u,c)} \prod_{c=m+1}^M [1 - q_{m'(m,u,c)}] \quad (11)$$

есть вероятность события "Все элементы подмножества $P_{m,u}$ прошли успешно свои дистанции, а все остальные элементы группы — не успешно" [29]. Здесь $q_{m'(m,u,c)}$ есть вероятность успешного прохождения траектории $Tr_{m'(m,u,c)}$.

Тогда вероятность успешного прохождения участка с источниками РТП в составе не меньше, чем M_{pr} элементов, рассчитывается по формуле

$$Q[\{Tr\}, M_{pr}] = \sum_{m=M_{pr}}^M \left(\sum_{u=1}^{C_M^m} P_{m,u} \right) \quad (12)$$

$$= \sum_{m=M_{pr}}^M \left\{ \sum_{u=1}^{C_M^m} \left\{ \prod_{c=1}^m q_{m'(m,u,c)} \prod_{c=m+1}^M [1 - q_{m'(m,u,c)}] \right\} \right\}.$$

При решении обеих задач для РТП, размер которой мал по сравнению со средним расстоянием до центров источников, может быть применена следующая методика. Задается целевая вероятность $Q_{gr,goal}$ и рассчитывается вероятность $Q[\{Tr\}, M_{pr}]$ (12) для исходных траекторий элементов группы. Если $Q[\{Tr\}, M_{pr}] < Q_{gr,goal}$, то выбираем ведущий элемент группы, траектория которого проходит, например, ближе всего к источникам. Определяем оценку Q^* вероятности Q (12) при одинаковости вероятностей успешного прохождения траекторий каждой РТП $q_n(Tr_n) \approx q = \text{const}$, $n = 1, 2, \dots, N$. В этом случае Q^* есть функция от q . Для определенности рассмотрим частный случай, когда требуется обеспечить успешное прохождение не менее чем для $M_{pr} = M - 1 = N - 1$ элементов группы. Тогда получаем следующее приближенное равенство для определения минимального значения q по заданной вероятности $Q_{gr,goal}$:

$$Q[\{Tr\}, N - 1] \approx Q^* = Nq^{N-1}(1 - q) + q^{N-1} = q^{N-1}[q(1 - N) + N] = Q_{gr,goal}. \quad (13)$$

Пусть q^* — решение уравнения (13). Применим разработанную в работах [27, 28] процедуру нахождения траектории ведущей РТП с ве-

роятностью успешного прохождения, не меньшей чем q^* . Если на u -м шаге этой процедуры достигнута вероятность q^* , тогда строятся скорректированные траектории $\{Tr\}_u$ для всех остальных элементов группы, затем рассчитывается уточненная вероятность $Q[\{Tr\}_u, N - 1]$ успешного прохождения $M - 1$ элемента по формулам (9), (10), (12). Если условие $Q > Q_{gr,goal}$ удовлетворяется, то искомые траектории элементов группы построены, иначе итерационная процедура повторяется до тех пор, пока не будет удовлетворяться последнее неравенство, достигнуты предельные отклонения от исходных программных траекторий или предельно допустимое время расчета. Таким образом, получена процедура, позволяющая достигнуть, по возможности, целевой вероятности успешного по критерию (12) прохождения группой РТП полей источников.

Результаты численного моделирования

Моделирование метода контрольных конфигураций. На рис. 4 (см. третью сторону обложки) и рис. 5 представлены результаты применения метода контрольных конфигураций при движении пяти РТП клином при следующих исходных данных:

— матрица базовых точек кусочно-линейной кривой ведущей РТП

$$[A_k^{(1)}] = 100 \begin{bmatrix} 0,5 & 2,0 & 3,0 & 4,0 & 4,5 & 1,0 & 3,5 & 5,0 \\ 1,0 & -0,5 & 1,5 & 3,5 & 2,5 & 2,0 & 1,0 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

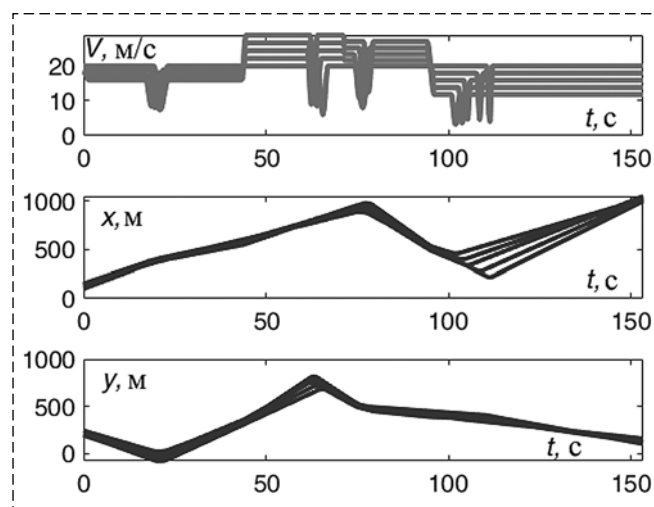


Рис. 5. Скорости и координаты роботов группы
Fig. 5. Speeds and coordinates of the robots of the group

- параметры строя $[a, \Delta a, b, \Delta b] = [6, 5, 4, 3]$;
- диапазон скоростей $V_{\min} = 0,1$ м/с, $V_{\max} = 20,0$ м/с;
- целевое время движения по траектории для каждой РТП $T_{goal} = 100$ с;
- целевые параметры скругления $d_{\min} = 4$ м, $d_{goal} = 5$ м;
- коэффициент крейсерской и минимальной скорости на повороте $\eta = 0,1$.

Контрольные конфигурации привязаны к серединам линейных отрезков ведущей РТП, а последняя целевая конфигурация соответствует достижению группой конечного положения. На рис. 4 (см. третью сторону обложки) приведены линейно-квадратичные сглаженные индивидуальные траектории отдельных РТП и их положения в несколько моментов времени. Красной линией показана траектория ведущей РТП. Зеленым цветом показаны траектории остальных РТП. Также зеленым цветом выделены положения РТП, соответствующие целевым моментам времени $t_{g,k}$ $k = 1,2,3,4,5$, а красным — положения РТП в другие моменты времени.

На рис. 5 представлены зависимости траекторных скоростей РТП и их координат от времени. Заметим, что разработанный алгоритм объединяет те соседние участки кусочно-ломаной, угол между которыми меньше некоторого значения δ , чтобы исключить построение участков скругления с большим радиусом кривизны. В данном случае $\delta = 3$, а три участка кусочно-ломаной ведущей РТП подпадают под это условие, поэтому число базовых точек сокращено до шести.

Если параметры клинообразного строя $a, \Delta a, b, \Delta b$ достаточно большие по сравнению с размерами линейных участков траекторий, то алгоритм исключает точное выравнивание по шаблону для части РТП группы для предотвращения разрывов в траекториях и/или отрицательных скоростей. Целевые положения таких РТП на соответствующих участках корректируются в соответствии с формулой (3).

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) представлены аналогичные результаты моделирования при условии, что коэффициент 100 в выражении (14) заменен на 60. В данном случае целевая конфигурация соблюдается только в конечный момент движения группы $t_{g,5}$.

Как видно из рис. 4 и рис. 6, когда размеры строя достаточно малы по сравнению с линейными размерами участков кусочно-линейных пространственных кривых РТП, осуществля-

ется точное следование шаблону в целевые моменты времени. При увеличении размера шаблона для ряда линейных участков точное выравнивание по шаблону избирательно блокируется алгоритмом: для одной РТП может быть проведено притягивание к шаблону, а для другой — скорректировано согласно описанным выше критериям.

Таким образом, результаты моделирования показывают эффективность развитого здесь метода контрольных конфигураций.

Моделирование движения группы в среде с источниками возмущений. Результаты моделирования представлены на рис. 7 (см. третью сторону обложки).

Моделирование проведено для $N = 5$, тип строя "шеренга", 11 источников помех. Предварительно определены исходные траектории движения РТП группы по методу, рассмотренному выше (см. желтую траекторию на рис. 7). Целевая вероятность успешного прохождения для $N - 1$ элемента группы есть $Q_{gr,goal} = 0,95$. Исходные вероятности успешного прохождения ведущего элемента и $M-1$ элемента группы составляют: $q_1 = 0,526$ и $Q_1 = Q\{Tr; M - 1\} = 0,252$. Применение рассмотренной итерационной процедуры на шаге $u = 50$ дает скорректированные траектории (показаны зеленым цветом), удовлетворяющие условию $Q_{50} = 0,98 \geq Q_{gr,goal}$.

Заключение

В статье предложен метод контрольных конфигураций, реализующий интерполяцию промежуточных положений каждого элемента группы по конечному набору их целевых положений в избранные моменты времени, соответствующие строгому соблюдению заданного шаблона строя.

Для построения траектории ведущей РТП при ее движении в среде с препятствиями использован метод, рассмотренный в работе [23].

При движении группы РТП в среде, содержащей источники возмущений, которые могут быть описаны характеристическими вероятностными функциями типа (7), возможно эффективно корректировать исходные траектории элементов группы, построенные планировщиком перемещений с учетом заданного строя группы. Эта корректировка сводится к максимизации вероятности успешного прохождения всех элементов группы или их части

в поле источников с помощью оптимизационной процедуры [27, 28].

В настоящей статье разработан подход к построению целевых траекторий элементов группы РТП, движущихся заданным строем в условиях стационарных препятствий и источников, которые могут быть описаны ХВФ типа (7). Результаты моделирования показывают эффективность развитого подхода для исследования движений групп РТП в условиях помеховых воздействий в двухмерном приближении.

Список литературы

1. Sun F., Li H., Zhu W., Kurths J. Fixed-time formation tracking for multiple nonholonomic wheeled mobile robots based on distributed observer // *Nonlinear Dynamics*. 2021. Vol. 106. P. 3331–3349.
2. Dong X., Yu B., Shi Z., Zhong Y. Time-Varying Formation Control for Unmanned Aerial Vehicles: Theories and Applications // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. Vol. 23, N. 1. P. 340–348.
3. Arteaga-Escamilla C. M., Castro-Linares R., Álvarez-Gallegos J. Leader–follower formation with reduction of the off-tracking and velocity estimation under visibility constraints // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2021. Vol. 18, N. 610.
4. Pack D. J., DeLima P., Toussaint G. J., York G. Cooperative control of UAVs for localization of intermittently emitting mobile targets // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*. 2009. Vol. 39, N. 4. P. 959–970.
5. Безрук Г. Г., Мартынова Л. А., Саенко И. Б. Динамический метод поиска антропогенных объектов в морском дне с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов // *Труды СПИИРАН*. 2018. Т. 3, № 58. С. 203–226.
6. Мартынова Л. А. Метод эффективного удержания положения АНПА на маршрутной траектории при ведении сейсморазведки // *Информационно-управляющие системы*. 2018. Т. 3. С. 34–44.
7. Мартынова Л. А., Конохов Г. В., Пашкевич И. В., Рухлов Н. Н. Особенности группового управления анпа при ведении сейсморазведки // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2017. № 9, № 194. С. 21–33.
8. Шепета А. П., Ненашев В. А. Точностные характеристики определения координат объектов в двухпозиционной системе малогабаритных бортовых РЛС // *Информационно-управляющие системы*. 2020. Т. 2. С. 31–36.
9. Nenashev V. A., Khanykov I. G. Formation of Fused Images of the Land Surface from Radar and Optical Images in Spatially Distributed On-Board Operational Monitoring Systems // *Journal of Imaging*. 2021. Vol. 7, N. 251. URL: <https://doi.org/10.3390/jimaging7120251>.
10. Ненашев В. А., Ханыков И. Г. Формирование комплексного изображения земной поверхности на основе кластеризации пикселей локационных снимков в многопозиционной бортовой системе // *Информатика и автоматизация*. 2021. Т. 20, № 2. С. 302–340.
11. Морозова Н. С. Виртуальные формации и виртуальные лидеры в задаче о движении строем группы роботов // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2015. № 1. С. 135–149.
12. Lewis M. A., Tan K.-H. High Precision Formation Control of Mobile Robots Using Virtual Structures // *Autonomous Robots*. 1997. N. 4. P. 387–403.
13. Эндо Т., Маэда Р., Мацуно Ф. Анализ устойчивости роя гетерогенных роботов с ограниченным полем зрения // *Информатика и автоматизация*. 2020. Т. 19, № 5. С. 942–966.
14. Гайдук А. Р., Мартынов О. В., Медведев М. Ю., Пшихопов В. Х., Хамдан Н., Фархунд А. Нейросетевая система управления группой роботов в неопределенной двумерной среде // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2020. Т. 21, № 8. С. 470–479.
15. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2016. Т. 17, № 5. С. 346–353.
16. Park B.-S., Yoo S.-J. Adaptive Secure Control for Leader-Follower Formation of Nonholonomic Mobile Robots in the Presence of Uncertainty and Deception Attacks // *Mathematics*. 2021. Vol. 9.
17. Hirata-Acosta J., Pliego-Jiménez J., Cruz-Hernández C., Martínez-Clark R. Leader-Follower Formation Control of Wheeled Mobile Robots without Attitude Measurements // *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, N. 12.
18. Maghenem M., Loria A., Panteley E. Cascades-based leader-follower formation tracking and stabilization of multiple nonholonomic vehicles // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2020. Vol. 65, N. 8. P. 3639–3646.
19. Wang Z., Wang L., Zhang H., Chen Q., Liu J. Distributed regular polygon formation control and obstacle avoidance for non-holonomic wheeled mobile robots with directed communication topology // *IET Control Theory and Applications*. 2020. Vol. 14, N. 9. P. 1113–1122.
20. Бобцов А. А., Ортега Р., Николаев Н. А., Слита О. В., Козачек О. А., Ван Ч. Оценка переменных состояния математической модели конвертора Чука с частично неизвестными параметрами // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2021. Т. 22, № 9. С. 451–458.
21. Воротников В. И., Вохмянина А. В. Метод линеаризующей обратной связи в задаче управления по части переменных при неконтролируемых помехах // *Труды СПИИРАН*. 2018. Вып. 6(61). С. 61–93.
22. Finaev V. I., Medvedev M. Yu., Pshikhopov V. K., Pereverzev V. A., Soloviev V. V. Unmanned Powerboat Motion Terminal Control in an Environment with Moving Obstacles // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2021. Vol. 22, N. 3. P. 145–154.
23. Костюков В. А., Медведев М. Ю., Пшихопов В. Х. Планирование движения наземных роботов в среде с препятствиями: алгоритм построения сглаженных индивидуальных траекторий // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2022. Т. 23, № 11. С. 585–595.
24. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // *International Journal of Robotics Research*. 1986. Vol. 5, N. 1. P. 90–98.
25. Платонов А. К., Карпов И. И., Кирильченко А. А. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР. 1974. 27 с.
26. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Вопросы управления движением мобильных роботов методом потенциального наведения // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20, № 11. С. 677–685.
27. Медведев М. Ю., Костюков В. А., Пшихопов В. Х. Оптимизация движения мобильного робота на плоскости в поле конечного числа источников-репеллеров // *Труды СПИИРАН*. 2020. Т. 19, № 1. С. 43–78.
28. Kostjukov V., Medvedev M., Pshikhopov V. Method for Optimizing of Mobile Robot Trajectory in Repeller Sources Field // *Informatics and Automation*. 2021. Vol. 20, N. 3. P. 690–726.
29. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М: Физматлит, 1969.
30. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1977.

Приложение 1.

Обоснование метода контрольных конфигураций при простом шаблоне строя движущейся группы

Ветвление в определении точек целевых конфигураций для ведущих РТП порождает пять возможных типов участков $M_{g,h-1}^{(i)}M_{g,h}^{(i)}$.

Тип участка "lcl" соответствует объединению линейного участка $M_{g,k-1}^{(i)}B_{g,k}^{(i)}$, криволинейного участка $B_{g,k}^{(i)}C_{g,k}^{(i)}$ и линейного участка $C_{g,k}^{(i)}M_{g,k}^{(i)}$ и имеет место, если $M_{g,k-1}^{(i)} \in C_{k-1}^{(i)}B_k^{(i)}$ и $M_{g,k}^{(i)} \in C_k^{(i)}B_{k+1}^{(i)}$. Тип "lclc" соответствует объединению линейного участка $M_{g,k-1}^{(i)}B_{g,k}^{(i)}$, криволинейного участка $B_{g,k}^{(i)}C_{g,k}^{(i)}$, линейного участка $C_{g,k}^{(i)}B_{g,k+1}^{(i)}$ и криволинейного участка $B_{g,k+1}^{(i)}C_{g,k+1}^{(i)}$, причем $M_{g,k}^{(i)} = C_{g,k+1}^{(i)}$. Тип "lc", соответствует объединению линейного участка $M_{g,k-1}^{(i)}B_{g,k}^{(i)}$ и криволинейного участка $B_{g,k}^{(i)}C_{g,k}^{(i)}$, причем $M_{g,k}^{(i)} = C_{g,k}^{(i)}$. Тип "l" соответствует единственному линейному участку $C_{g,k}^{(i)}M_{g,k}^{(i)}$, причем $M_{g,k-1}^{(i)} = C_{g,k}^{(i)}$. Тип участка "0" отражает вырожденный случай, когда $M_{g,k-1}^{(i)} = C_{g,k}^{(i)} = M_{g,k}^{(i)}$.

Положим, что на каждом линейном участке есть интервал с постоянной скоростью движения, а каждый криволинейный участок по режиму движения полностью совпадает с рассмотренным ранее.

Для обеспечения непрерывности и гладкости функции скорости при переходе от одного участка к другому введем на каждом из первых линейных отрезков участков типов lcl, lclc, lc и l интервал выравнивания скорости $M_{g,k-1}^{(i)}M_{e,k}^{(i)}$, где точка $M_{e,k}^{(i)} \in M_{g,k-1}^{(i)}B_k^{(i)}$ для типов lcl, lclc, lc и $M_{e,k}^{(i)} \in M_{g,k}^{(i)}$ для типа l. В процессе прохождения этого участка скорость $v_k^{(i)}(t)$ i -й РТП должна непрерывно и гладко меняться так, чтобы было выполнено краевое условие

$$\begin{aligned} v_k^{(i)}(t_{g,k-1}) &= v_{k-1}^{(i)}(t_{g,k-1}); \\ \dot{v}_k^{(i)}(t_{g,k-1}) &= \dot{v}_{k-1}^{(i)}(t_{g,k-1}). \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Положение точки $M_{e,k}^{(i)}$ можно предварительно задать. Тогда для каждого из интервалов выравнивания скорости $M_{g,k-1}^{(i)}M_{e,k}^{(i)}$ необходимо определить момент $t_{e,k}$ достижения точки $M_{e,k}^{(i)}$ и сам закон изменения скорости $v_k^{(i)}(t)$.

Таким образом, линейный пространственный участок траектории обязательно содержит интервал с постоянной скоростью движения и может содержать интервал выравнивания ско-

рости. Чтобы скорость была положительной на интервалах выравнивания для аппроксимации выбирается полином третьего порядка. Заметим, что в граничных моментах времени $t_{g,k-1}$, $t_{e,k}$ каждого из интервалов выравнивания производная скорости соседнего участка, либо интервала с постоянной скоростью движения того же участка всегда равны нулю. Для гладкой стыковки соседних участков в случае полиномиальной аппроксимации этим граничным точкам будут отвечать две стационарные точки полинома, в которых производная обращается в ноль. Но для полинома 3-го порядка между указанными двумя граничными точками не может быть локальных экстремумов, так как нет других стационарных точек [30]. Этим обеспечится монотонность функции скорости на интервале выравнивания.

На рис. П1—П4 приведены типовые зависимости скорости от времени на участках различных типов.

Из рис. П.1—П.4 видно, что для задания скоростного режима на каждом из участков достаточно определить: а) коэффициенты аппроксимирующего полинома $\{a_{g,k}^{(i)}, b_{g,k}^{(i)}, c_{g,k}^{(i)}, d_{g,k}^{(i)}\}$ на интервале выравнивания скорости; б) скорость $V_k^{(i)}$ на интервалах движения с постоянной скоростью; в) параметры $\{\varphi_k^{(i)}, a_k^{(i)}, b_k^{(i)}, t_{l,k}^{(i)}, \Delta t_k^{(i)}\}$ для косинусной аппроксимирующей функции на k -м криволинейном интервале для участков типов lcl и lc; г) для участков типа lclc требуется дополнительно определить параметры второго криволинейного интервала $\{\varphi_{k+1}^{(i)}, a_{k+1}^{(i)}, b_{k+1}^{(i)}, t_{l,k+1}^{(i)}, \Delta t_{k+1}^{(i)}\}$.

Для решения этой задачи вначале рассмотрим участок типа lcl (см. рис. П.1). Сформулируем достаточные требования к скоростному режиму на участке lcl.

1. При $t = t_{e,k}$ скорость $v_k^{(i)}(t_{e,k}^{(i)})$ должна совпадать со скоростью на линейных интервалах $M_{e,k}^{(i)}B_k^{(i)}$ и $B_{g,k}^{(i)}M_{g,k}^{(i)}$ и обеспечивать гладкость функции $v^{(i)}(t)$.

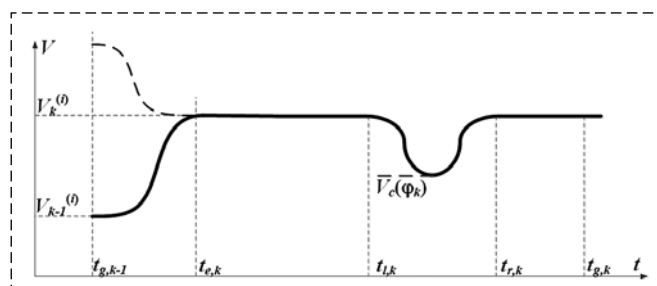


Рис. П1. Зависимость скорости от времени для участка типа lcl
Fig. П1. The dependence of speed on time for the lcl type

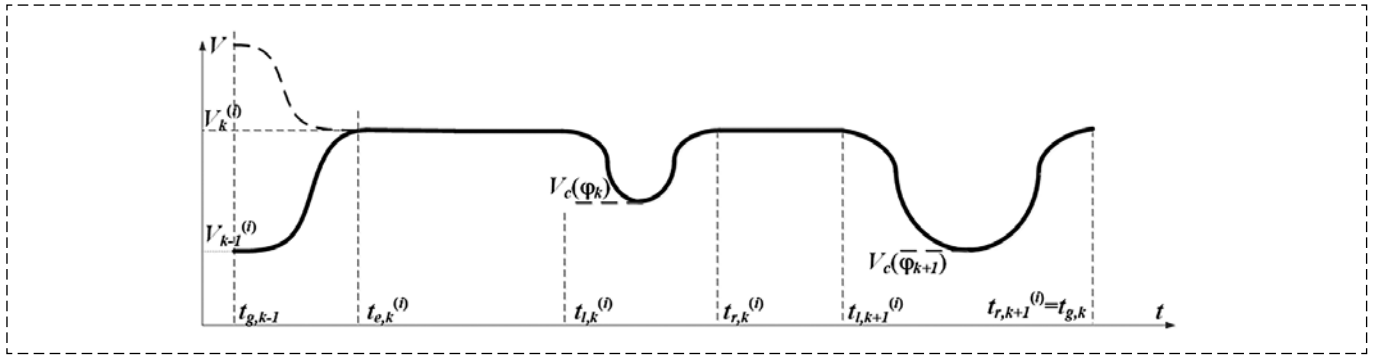


Рис. П2. Зависимость скорости от времени для участка типа *lclc*
 Fig. P2. The dependence of speed on time for the *lclc* type

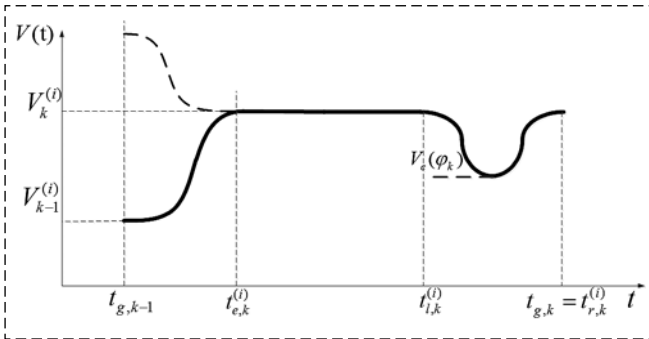


Рис. П3. Зависимость скорости от времени для участка типа *lc*
 Fig. P3. The dependence of speed on time for the *lc* type

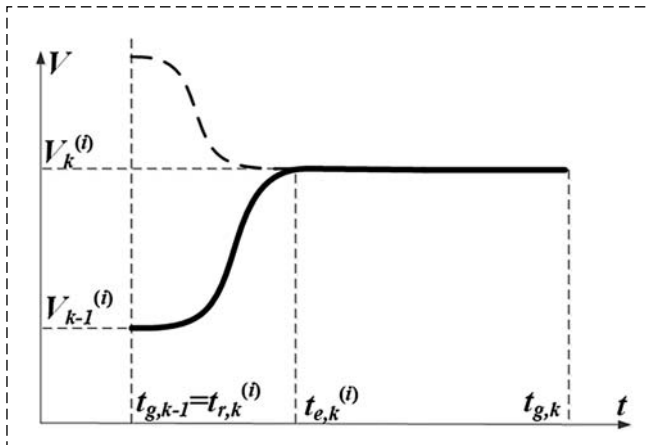


Рис. П4. Зависимость скорости от времени для участка типа *l*
 Fig. P4. The dependence of speed on time for the *l* type

2. Проходимый РТП путь на участке выравнивания скорости должен быть равен

$$l_{ge,k}^{(i)} = |M_{g,k-1}^{(i)} M_{e,k}^{(i)}| = k_e |M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}|,$$

где $k_e < 1$ — постоянный коэффициент.

3. Проходимый РТП путь на двух интервалах с постоянной скоростью движения должен быть равен $|M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}| + |C_k^{(i)} M_{g,k}^{(i)}| - l_{ge,k}^{(i)}$.

4. Профиль скорости на каждом криволинейном участке определяется по той же методике, что и на этапе 2.

Исходя из перечисленных четырех требований, краевого условия (П.1) и требования использования полинома 3-го порядка приходим к системе нелинейных уравнений относительно неизвестных $\{a_{q,k}^{(i)}, b_{q,k}^{(i)}, c_{q,k}^{(i)}, d_{q,k}^{(i)}, t_{e,k}^{(i)}, V_k^{(i)}\}$:

$$\begin{cases} a_{q,k}^{(i)} t_{g,k-1}^3 + b_{q,k}^{(i)} t_{g,k-1}^2 + c_{q,k}^{(i)} t_{g,k-1} + d_{q,k}^{(i)} = V_{k-1}^{(i)}; \\ a_{q,k}^{(i)} t_{e,k}^3 + b_{q,k}^{(i)} t_{e,k}^2 + c_{q,k}^{(i)} t_{e,k} + d_{q,k}^{(i)} = V_k^{(i)}; \\ 3a_{q,k}^{(i)} t_{g,k-1}^2 + 2b_{q,k}^{(i)} t_{g,k-1} + c_{q,k}^{(i)} = 0; \\ 3a_{q,k}^{(i)} t_{e,k}^2 + 2b_{q,k}^{(i)} t_{e,k} + c_{q,k}^{(i)} = 0; \\ a_{q,k}^{(i)} (t_{e,k}^4 - t_{g,k-1}^4)/4 + b_{q,k}^{(i)} (t_{e,k}^3 - t_{g,k-1}^3)/3 + \\ + c_{q,k}^{(i)} (t_{e,k}^2 - t_{g,k-1}^2)/2 + d_{q,k}^{(i)} (t_{e,k} - t_{g,k-1}) = l_{ge,k}^{(i)}; \\ (t_{g,k} - t_{e,k}^{(i)}) V_k^{(i)} - 2R_k^{(i)} \psi_k^{(i)} / (1 - \eta_k^{(i)}) = \\ = |M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}| + |C_k^{(i)} M_{g,k}^{(i)}| - l_{ge,k}^{(i)}. \end{cases} \quad (\text{П.2})$$

Значения $V_k^{(i)}$ и $t_{e,k}^{(i)}$ должны удовлетворять неравенствам

$$V_{\min} < V_k^{(i)} < V_{\max}, \quad t_{g,k-1} < t_{e,k}^{(i)} < t_{g,k}. \quad (\text{П.3})$$

Система (П.2) после исключения коэффициентов $\{a_{q,k}^{(i)}, b_{q,k}^{(i)}, c_{q,k}^{(i)}, d_{q,k}^{(i)}\}$ преобразуется к виду:

$$\begin{cases} 0, 25(V_{k-1}^{(i)} + V_k^{(i)}) t_{e,k}^{(i)4} - b_{q,k}^{(i)} [(V_{k-1}^{(i)} + V_k^{(i)}) t_{g,k-1} + \\ + 0, 5l_{ge,k}^{(i)}] t_{e,k}^{(i)3} / 3 + 1, 5t_{g,k-1} [(V_{k-1}^{(i)} + V_k^{(i)}) t_{g,k-1} + \\ + l_{ge,k}^{(i)}] t_{e,k}^{(i)2} - t_{g,k-1}^2 [(V_{k-1}^{(i)} + V_k^{(i)}) t_{g,k-1} + \\ + 1, 5l_{ge,k}^{(i)}] t_{e,k}^{(i)} + 0, 25t_{g,k-1}^3 [(V_{k-1}^{(i)} + V_k^{(i)}) t_{g,k-1} + \\ + 2l_{ge,k}^{(i)}] = 0, \quad t_{e,k}^{(i)} = t_{g,k} - \rho_k^{(i)} / V_k^{(i)}, \end{cases} \quad (\text{П.4})$$

$$\text{где } \rho_k^{(i)} = |M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}| + |C_k^{(i)} M_{g,k}^{(i)}| + \frac{2R_k^{(i)} \psi_k^{(i)}}{1 - \eta_k^{(i)}} - l_{ge,k}^{(i)}.$$

Система (П.4) сводится к уравнению 5-го порядка относительно $t_{e,k}^{(i)}$, поэтому она решается численно. Для нахождения начально-

го приближения рассмотрим линейный закон изменения скорости на участке выравнивания $M_{g,k-1}^{(i)} M_{e,k}^{(i)}$:

$$v_{approx}^{(i)}(t) = V_k^{(i)} + (t - t_{g,k-1})(V_k^{(i)} - V_{k-1}^{(i)}) / (t_{g,k} - t_{g,k-1}), \quad (\text{П.5})$$

что далее позволяет выразить $l_{ge,k}^{(i)}$ через $V_k^{(i)}$ и $t_{e,k}^{(i)}$:

$$l_{ge,k}^{(i)} = \int_{t_{g,k-1}^{(i)}}^{t_{e,k}^{(i)}} v_{approx}^{(i)}(t) dt = 0,5 V_k^{(i)} (V_k^{(i)} - V_{k-1}^{(i)}) / (t_{g,k} - t_{g,k-1}). \quad (\text{П.6})$$

Искомое начальное приближение $V_{k,approx}^{(i)}$ и $t_{e,k,approx}^{(i)}$ определяется путем совместного решения уравнения (П.6) при $V_k^{(i)} = V_{k,approx}^{(i)}$ и последнего уравнения в (П. 4):

$$t_{e,k,approx}^{(i)} = t_{g,k} - \rho_k^{(i)} / V_{k,approx}^{(i)}. \quad (\text{П.7})$$

После нахождения $t_{e,k}^{(i)}, V_k^{(i)}$ из (П.3) коэффициенты $\{a_{q,k}^{(i)}, b_{q,k}^{(i)}, c_{q,k}^{(i)}, d_{q,k}^{(i)}\}$ находятся с помощью первых четырех уравнений в (П.2) по формуле

$$\begin{aligned} [a_{q,k}^{(i)}, b_{q,k}^{(i)}, c_{q,k}^{(i)}, d_{q,k}^{(i)}]^T &= \\ &= \begin{bmatrix} t_{g,k-1}^3 & t_{g,k-1}^2 & t_{g,k-1} & 1 \\ t_{e,k}^{(i)3} & t_{e,k}^{(i)2} & t_{e,k}^{(i)} & 1 \\ 3t_{g,k-1}^2 & 2t_{g,k-1} & 1 & 0 \\ 3t_{e,k}^{(i)2} & 2t_{e,k}^{(i)} & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{k-1}^{(i)} \\ V_k^{(i)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П.8}) \end{aligned}$$

На основании проведенного анализа, позволяющего определить все неопределенные параметры скоростного режима на участке типа *lcl*, могут быть получены соответствующие режимы для остальных типов участков.

Для остальных типов участков систему уравнений относительно $t_{e,k}^{(i)}, V_k^{(i)}$ можно получить из (П.4), если в качестве $\rho_k^{(i)}$ взять

$$\begin{aligned} \rho_k^{(i)} &= |M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}| + |C_k^{(i)} M_{g,k}^{(i)}| - l_{ge,k}^{(i)} + \\ &+ 2[R_k^{(i)} \psi_k^{(i)} / (1 - \eta_k^{(i)}) + R_{k+1}^{(i)} \psi_{k+1}^{(i)} / (1 - \eta_{k+1}^{(i)})] - \\ &\text{для типа } lclc, \\ \rho_k^{(i)} &= |M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)}| - l_{ge,k}^{(i)} + 2[R_k^{(i)} \psi_k^{(i)} / (1 - \eta_k^{(i)})] - \\ &\text{для типа } lc, \\ \rho_k^{(i)} &= |C_k^{(i)} M_{g,k}^{(i)}| - l_{ge,k}^{(i)} \text{ — для типа } l. \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что тип k -го участка определяется предыдущим типом и положением точки $M_{g,k}^{(i)}$. Введем параметр

$$\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \in C_k^{(i)} B_{k+1}^{(i)}; \\ -2, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \text{ лежит левее } C_k^{(i)}; \\ 2, & \text{если } \tilde{M}_{g,k}^{(i)} \text{ лежит правее } B_{k+1}^{(i)}. \end{cases} \quad (\text{П.10})$$

Тогда справедлива табл. П1 соответствий между типом предыдущего участка, параметром $\text{flag}(M_{g,k}^{(i)})$ и типом текущего участка. Первый участок не рассматривается, поскольку точка $M_{g,k}^{(i)}$ совпадает с первой базовой точкой $A_1^{(i)}$.

Вторая и третья колонки, соответствующие значениям $\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = -2$ и $\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = 1$, используются для всех участков, а в последней колонке без скобок отмечен тип текущего участка для $k = 2, 3, \dots, K - 1$, а типы для $k = K - 1$ отмечены в скобках.

Для определения временных параметрических представлений для всех РТП на всех участках осуществляется цикл перебора от 2-го до $(K - 1)$ -го участков. На каждом шаге определяются соответствующие параметры скоростного режима по соотношениям (П.4), (П.8), (П.9), (П.10). Если по какой-либо причине для i -й РТП уравнения (П.3) не имеют решения, удовлетворяющего условиям (П.2), то тогда для этой РТП построение временного параметрического представления траектории проводится на основании этапа 3.

Если для i -й РТП на всех участках ее траектории решение системы (П.4) найдено и удовлетворяет условиям (П.3), то осуществляется

Таблица П1
Table П1

Соответствие между типом предыдущего участка, параметром $\text{flag}(M_{g,k}^{(i)})$ и типом текущего участка
Correspondence between the type of the previous section, the parameter $\text{flag}(M_{g,k}^{(i)})$ and the type of the current section

Тип предыдущего участка	Тип текущего участка		
	$\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = -2$	$\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = -1$	$\text{flag}(M_{g,k}^{(i)}) = 2$
<i>lcl</i>	<i>lc</i>	<i>lcl</i>	<i>lclc (lcl)</i>
<i>lclc</i>	0	<i>l</i>	<i>lc (l)</i>
<i>lc</i>	<i>lc</i>	<i>lcl</i>	<i>lclc (lcl)</i>
<i>l</i>	<i>lc</i>	<i>lcl</i>	<i>lclc (lcl)</i>
0	<i>lc</i>	<i>lcl</i>	<i>lclc (lcl)</i>

Расчетные формулы характерных временных параметров каждого участка
Calculation formulas of the parameters of the intervals

Тип k -го участка	Характерные временные параметры (кроме $t_{e,k}^{(i)}$)
lcl, lc	$t_{l,k}^{(i)} = t_{e,k}^{(i)} + (M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)} - I_{ge,k}^{(i)}) / V_k^{(i)}$, $t_{r,k}^{(i)} = t_{l,k}^{(i)} + 2\Delta t_k^{(i)}$, $\Delta t_k^{(i)} = R_k^{(i)} \Psi_k^{(i)} / (1 - \eta_k^{(i)}) V_k^{(i)}$
$lclc$	$t_{l,k}^{(i)} = t_{e,k}^{(i)} + (M_{g,k-1}^{(i)} B_k^{(i)} - I_{ge,k}^{(i)}) / V_k^{(i)}$, $t_{r,k}^{(i)} = t_{l,k}^{(i)} + 2\Delta t_k^{(i)}$, $\Delta t_k^{(i)} = R_k^{(i)} \Psi_k^{(i)} / (1 - \eta_k^{(i)}) V_k^{(i)}$, $t_{l,k+1}^{(i)} = t_{r,k}^{(i)} + C_k^{(i)} B_{k+1}^{(i)} / V_k^{(i)}$, $t_{r,k+1}^{(i)} = t_{l,k+1}^{(i)} + 2\Delta t_{k+1}^{(i)}$, $\Delta t_{k+1}^{(i)} = R_{k+1}^{(i)} \Psi_{k+1}^{(i)} / (1 - \eta_{k+1}^{(i)}) V_k^{(i)}$

цикл расчета характерных времен линейных и криволинейных участков, не определенных ранее, по описанной выше итерационной процедуре с учетом характерных временных параметров каждого участка согласно табл. П2.

Здесь предполагается, что $t_{l,1}^{(i)} = t_{r,1}^{(i)} = 0$, $B_1^{(i)} = C_1^{(i)} = A_1^{(i)}$.

Для участков типов 1 и 0 дополнительных временных параметров определять не требуется.

Algorithms for Path Planning in a Group of Mobile Robots in an Environment with Obstacles with a Given Template

V. A. Kostjukov, wkost-einheit@yandex.ru, M. Y. Medvedev, medvmihal@sfnu.ru,
V. Kh. Pshikhopov, pshichop@rambler.ru,
Southern Federal University, Rostov-on-Don, 344006, Russian Federation

Corresponding author: Kostjukov Vladimir A., Cand. of Tech. Sc., Southern Federal University, Rostov-on-Don, 344006, Russian Federation, e-mail: wkost-einheit@yandex.ru

Accepted on September 20, 2022

Abstract

A method is proposed for solving the problem of planning the movement of a group of ground-based robotic platforms (UGR) with the requirement to maintain a given formation of the system in the presence of stationary obstacles and sources of disturbances. The task of calculating the trajectory of the leading UGR, coupled with the use of a displacement planner and subsequent smoothing of the resulting trajectory according to the method considered in the first part of this work, is highlighted. The trajectories of the slaved elements of the group are determined by constructing offset spatial curves along which these elements should move, taking into account a given configuration or the requirements of preserving some average kinematic parameters of the elements along their trajectory. To solve the problem of evading the group from the influence of sources of disturbances, the method considered in the previous works of the authors is proposed. It is based on the calculation of the probabilities of successful passage of the elements of the group of their trajectories. These probabilities can be found after evaluating the parameters of the characteristic probability functions of the sources describing the nature of their impact on moving objects over small time intervals. In this article, this method is modified by additional optimization of the resulting spatial trajectory along the length for each UGR, taking into account a given degree of permissible deviation from the original curve. A technique has been developed that allows to find the target trajectories of the leading and driven UGR of the group, the probability of successful passage of which exceeds the specified target value. The methodology is generalized to the case when the optimization criterion is the probability of successful completion of only part of the UGR group. Simulation results confirm the effectiveness of the proposed method of planning the trajectories of robots forming a group in the field of repeller sources.

Keywords: trajectory planning, group control, smooth trajectories, local minima, robotic platform, two-dimensional environment.

Acknowledgements: The study was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project No. 22-29-00337 performed at Joint-Stock Company "Robotics and Control Systems".

For citation:

Kostjukov V. A., Medvedev M. Y., Pshikhopov V. Kh. Algorithms for Path Planning in a Group of Mobile Robots in an Environment with Obstacles with a Given Template, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 1, pp. 33–45.

DOI: 10.17587/mau.24.33-45

References

1. Sun F., Li H., Zhu W., Kurths J. Fixed-time formation tracking for multiple nonholonomic wheeled mobile robots based on distributed observer, *Nonlinear Dynamics*, 2021, vol. 106, pp. 3331–3349.
2. Dong X., Yu B., Shi Z., Zhong Y. Time-Varying Formation Control for Unmanned Aerial Vehicles: Theories and Applications, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23 (1), pp. 340–348.
3. Arteaga-Escamilla C. M., Castro-Linares R., Álvarez-Gallegos J. Leader–follower formation with reduction of the off-tracking and velocity estimation under visibility constraints, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2021, vol. 18 (610).
4. Pack D. J., DeLima P., Toussaint G. J., York G. Cooperative control of UAVs for localization of intermittently emitting mobile targets, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2009, vol. 39(4), pp. 959–970.
5. Bezruk G. G., Martynova L. A., Saenko I. B. Dynamic method of searching for anthropogenic objects in the seabed using autonomous uninhabited underwater vehicles, *SPIIRAS Proceedings*, 2018, vol. 3(58), pp. 203–226 (in Russian).
6. Martynova L. A. The method of effective retention of the position of the ANPA on the route trajectory when conducting seismic exploration, *Information and control systems*, 2018, vol. 3, pp. 34–44 (in Russian).
7. Martynova L. A., Konyukhov G. V., Pashkevich I. V., Rukhlov N. N. Features of ABBA Group management during seismic exploration, *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*, 2017, vol. 9(194), pp. 21–33 (in Russian).
8. Shepeta A. P., Nenashev V. A. Accuracy characteristics of object location in a two-position system of small onboard radars, *Informatsionno-Upravliaiushchie Sistemy*, 2020, vol. 2, pp. 31–36 (in Russian).
9. Nenashev V. A., Khanykov I. G. Formation of Fused Images of the Land Surface from Radar and Optical Images in Spatially Distributed On-Board Operational Monitoring Systems, *Journal of Imaging*, 2021, vol. 7 (251), available at: <https://doi.org/10.3390/jimaging7120251>.
10. Nenashev V., Khanykov I. Formation of a Fused Image of the Land Surface Based on Pixel Clustering of Location Images in a Multi-Position Onboard System, *Informatics and Automation*, 2021, vol. 20 (2), pp. 302–340 (in Russian).
11. Morozova N. S. Virtual formations and virtual leaders in formation control problem for group of robots, *Vestnik S.-Petersburg Univ. Ser. 10. Prikl. Mat. Inform. Prots. Upr.*, 2015, no. 1, pp. 135–149 (in Russian).
12. Lewis M. A., Tan K.-H. High Precision Formation Control of Mobile Robots Using Virtual Structures, *Autonomous Robots*, 1997, no.4, pp. 387–403.
13. Endo T., Maeda R., Matsuno F. Stability Analysis of Swarm Heterogeneous Robots with Limited Field of View, *Informatics and Automation*, 2020, vol.19 (5), pp. 942–966.
14. Gaiduk A. R., Martjanov O. V., Medvedev M. Yu., Pshikhopov V. Kh., Hamdan N., Farhood A. Neural network based control system for robots group operating in 2-d uncertain environment, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 8, pp. 470–479.
15. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu. Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol.17, no. 5, pp. 346–353 (in Russian).
16. Park B.-S.; Yoo S.-J. Adaptive Secure Control for Leader-Follower Formation of Nonholonomic Mobile Robots in the Presence of Uncertainty and Deception Attacks, *Mathematics*, 2021, vol. 9.
17. Hirata-Acosta J., Pliego-Jiménez J., Cruz-Hernández C., Martínez-Clark R. Leader-Follower Formation Control of Wheeled Mobile Robots without Attitude Measurements, *Applied Sciences*, 2021, vol. 11(12).
18. Maghenem M., Loria A., Panteley E. Cascades-based leader-follower formation tracking and stabilization of multiple nonholonomic vehicles, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, vol. 65(8), pp. 3639–3646.
19. Wang Z., Wang L., Zhang H., Chen Q., Liu J. Distributed regular polygon formation control and obstacle avoidance for non-holonomic wheeled mobile robots with directed communication topology, *IET Control Theory and Applications*, 2020, vol. 14(9), pp. 1113–1122.
20. Bobtsov A. A., Ortega R., Nikolaev N. A., Slita O. V., Kozachek O. A., Wang C. Estimation of State Variables in the Ćuk Converter Mathematical Model with Partially Unknown Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 9, pp. 451–458 (in Russian).
21. Vorotnikov V., Vokhmyanina A. Feedback Linearization Method for Problem of Control of a Part of Variables in Uncontrolled Disturbances, *SPIIRAS Proceedings*, 2018, vol. 6 (61), pp. 61–93 (in Russian).
22. Finaev V. I., Medvedev M. Yu., Pshikhopov V. K., Pereverzev V. A., Soloviev V. V. Unmanned Powerboat Motion Terminal Control in an Environment with Moving Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 3, pp. 145–154.
23. Kostjukov V., Medvedev M., Pshikhopov V. Planning the Movement of a Group of Ground Robots in an Environment with Obstacles: an Algorithm for Constructing Smoothed Individual Trajectories, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 11, pp. 585–595 (in Russian).
24. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots, *International Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5(1), pp. 90–98.
25. Platonov A. K., Karpov I. I., Kiril'chenko A. A. Potential field attitude in the problem of path finding, Moscow, Institute of Applied Mathematics. Academy of Science USSR, 1974, 27 p. (in Russian).
26. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Issues of Motion Control of Mobile Robots Based on the Potential Guidance Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 11, pp. 677–685 (in Russian).
27. Medvedev M., Kostjukov V., Pshikhopov V. Optimization of mobile robot movement on a plane with finite number of repeller sources, *SPIIRAS Proceedings*, 2020, vol. 19, no. 1, pp. 43–78.
28. Kostjukov V., Medvedev M., Pshikhopov V. Method for Optimizing of Mobile Robot Trajectory in Repeller Sources Field, *Informatics and Automation*, 2021, vol. 20, no. 3, pp. 690–726.
29. Wentzel E. S. Probability theory, Moscow, Fizmatlit, 1969.
30. Vygodsky M. Ya. Handbook of Higher Mathematics, Moscow, Nauka, 1977.