Е. И. Нелаева, аспирант, LomovtsevaEI@yandex.ru,
Ю. Н. Челноков, д-р физ.-мат. наук, проф., chelnokovyun@info.sgu.ru,
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
 Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Решение прямых и обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц и бикватернионов на примере стэнфордского манипулятора. Часть 1¹

На примере стэнфордского манипулятора рассматривается методология решения прямой задачи кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц направляющих косинусов и параболических бикватернионов Клиффорда, выводятся кинематические уравнения движения манипулятора, рассматривается методология решения обратной задачи кинематики с использованием бикватернионной теории кинематического управления. В статье развиваются и дополняются результаты, полученные в работе [1, 2].

Ключевые слова: робот-манипулятор, прямая задача кинематики, матрица дуальных направляющих косинусов, бикватернион, кинематические уравнения, обратная задача кинематики

Введение

Прямая задача кинематики роботов-манипуляторов заключается в определении углового и линейного местоположения схвата манипулятора по известным обобщенным координатам робота-манипулятора. В статье рассматривается решение этой задачи с использованием дуальных матриц направляющих косинусов и параболических бикватернионов Клиффорда.

Обратная задача кинематики роботов-манипуляторов заключается в определении обобщенных координат робота-манипулятора по известному угловому и линейному местоположению схвата манипулятора. В статье развивается новый метод решения обратных задач кинематики роботов-манипуляторов [3], основанный на применении бикватернионной теории управления движением свободного твердого тела по принципу обратной связи в кинематической постановке. Достоинства используемого метода: единственность решения (если оно существует) для выбранного закона кинематического управления и заданного начального состояния манипулятора, высокая точность решения и высокое быстродействие, а также тот факт, что этот метод, в отличие от других известных, является неитерационным.

1. Кинематическая схема и системы координат

Стэнфордский манипулятор [4] представляет собой манипулятор с шестью степенями свободы: пятью вращательными и одной поступательной. Схема манипулятора приведена на рис. 1. Введем следующие системы координат: $x_0y_0z_0$ с началом в точке O_0 — система координат, связанная с основанием манипулятора; $x_iy_iz_i$ с началом в точке O_i — система координат, связанная с i -м звеном мани-

пулятора, ось z_i которой направлена вдоль оси i -го сочленения; ось x_i перпендикулярна оси z_{i-1} , ось y_i дополняет оси x_i, z_i до правой декартовой системы координат.

Относительное положение звеньев стэнфордского манипулятора может быть описано с помощью трех соответствующих каждому звену конструктивных геометрических параметров θ_i, a_i, d_i , приведенных в таблице [4].

В таблице θ_i — присоединенный угол (угол, на который надо повернуть ось x_{i-1} вокруг оси z_{i-1} , чтобы она стала сонаправлена с осью x_i); d_i — рас-

Рис. 1. Схема стэнфордского манипулятора

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-00165).

Параметры звеньев стэнфордского манипулятора

Сочленение i	θ_i	α_i	d_i
1	-90°	-90°	d_1
2	-90°	90°	d_2
3	-90°	0°	d_3
4	0°	-90°	0
5	0°	90°	0
6	0°	0°	d_6

стояние между пересечением оси z_{i-1} с осью x_i и началом $(i-1)$ -й системы координат, отсчитываемое вдоль оси z_{i-1} ; d_1, d_2, d_6 — постоянные величины, d_3 — переменная величина; α_i — угловое смещение (угол, на который надо повернуть ось z_{i-1} вокруг оси x_i , чтобы она стала сонаправлена с осью z_i).

В качестве обобщенных координат манипулятора выступают углы φ_i ($i = 1, 2, 4, 5, 6$) поворота i -го звена относительно $(i-1)$ -го вокруг оси z_{i-1} и обобщенная координата d_3 , определяющая поступательное перемещение третьего звена относительно второго вдоль оси $z_2(z_3)$. Отметим, что обобщенные координаты φ_i отсчитываются вокруг тех же осей, что и конструктивные параметры θ_i . На рис. 1 $\Phi_i = \theta_i + \varphi_i$.

2. Решение прямой задачи кинематики с использованием матриц дуальных направляющих косинусов и бикватернионов конечных перемещений

Прямая задача кинематики состоит в определении линейного положения и ориентации выходного звена (схвата) манипулятора относительно абсолютной системы координат $x_0y_0z_0$ по известному вектору обобщенных координат $q(t) = q_1(t), q_2(t), \dots, q_6(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t), d_3(t), \varphi_4(t), \varphi_5(t), \varphi_6(t))$ и заданным геометрическим параметрам звеньев.

Для решения прямой задачи кинематики нами используется следующая схема конечных перемещений звеньев манипулятора:

$$\begin{aligned}
 x_0y_0z_0 &\xrightarrow{C_1, \Lambda_1} x_1y_1z_1 \xrightarrow{C_2, \Lambda_2} x_2y_2z_2 \xrightarrow{C_3, \Lambda_3} \\
 &\xrightarrow{C_3, \Lambda_3} x_3y_3z_3 \xrightarrow{C_4, \Lambda_4} x_4y_4z_4 \xrightarrow{C_5, \Lambda_5} \\
 &\xrightarrow{C_5, \Lambda_5} x_5y_5z_5 \xrightarrow{C_6, \Lambda_6} x_6y_6z_6, \\
 x_0y_0z_0 &\xrightarrow{C, \Lambda} x_6y_6z_6.
 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь C_i и Λ_i — матрица дуальных направляющих косинусов и бикватернион конечного перемещения i -го звена манипулятора относительно $(i-1)$ -го, C и Λ — матрица дуальных направляющих косинусов и бикватернион конечного перемещения выходного звена манипулятора относительно основания соответственно.

Нахождение матрицы C и бикватерниона Λ в виде функций обобщенных координат манипулятора с помощью формул сложения конечных пере-

мещений [5] и составляет предмет решения прямой задачи кинематики.

Конечное перемещение выходного звена манипулятора (системы координат $x_6y_6z_6$) относительно основания (системы координат $x_0y_0z_0$) является композицией относительных конечных перемещений звеньев манипулятора. В соответствии со схемой конечных перемещений (1) и формулой сложения конечных перемещений [5] уравнения для нахождения матрицы C и бикватерниона Λ можно представить в следующем виде:

$$C = C_6 C_5 C_4 C_3 C_2 C_1, \quad (2)$$

$$\Lambda = \Lambda_1 \circ \Lambda_2 \circ \Lambda_3 \circ \Lambda_4 \circ \Lambda_5 \circ \Lambda_6. \quad (3)$$

Здесь и далее $\circ$ — символ кватернионного (или бикватернионного) умножения.

В свою очередь, каждое из относительных конечных перемещений звеньев (конечное перемещение i -го звена относительно $(i-1)$ -го, описываемое матрицей C_i или бикватернионом Λ_i) представляет собой композицию двух перемещений: перемещения на дуальный угол $\Phi_i + sd_i = \theta_i + \varphi_i + sd_i$ вокруг оси z_{i-1} (рис. 2) и поворота на угол α_i вокруг оси x'_i , полученной из оси x_{i-1} в результате первого перемещения (рис. 3). Здесь s — символ (комплексность) Клиффорда, обладающая свойством $s^2 = 0$.

Схема конечных перемещений имеет следующий вид:

$$x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1} \xrightarrow{C_i^1, \Lambda_i^1} x'_iy'_iz'_i \xrightarrow{C_i^2, \Lambda_i^2} x_iy_iz_i.$$

Рис. 2. Первое перемещение i -го звена относительно $(i-1)$ -го

Рис. 3. Второе перемещение i -го звена относительно $(i - 1)$ -го

Матрица дуальных направляющих косинусов C_i^1 и бикватернион первого перемещения i -го звена относительно $(i - 1)$ -го в соответствии с выбранной кинематической схемой и соотношениями между параметрами Эйлера и проекциями винта конечного перемещения на оси системы координат $x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ и $x'_iy'_iz'_i$ имеют вид [5]

$$C_i^1 = \begin{pmatrix} \cos((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \sin((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & 0 \\ -\sin((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \cos((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\Lambda_i^1 = \cos\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) \mathbf{i}_3.$$

Здесь и далее $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ — векторные мнимые единицы Гамильтона.

Второе конструктивное перемещение i -го звена относительно $(i - 1)$ -го представляет собой поворот на угол α_i вокруг оси x'_i , линейная составляющая перемещения отсутствует. Матрица дуальных направляющих косинусов и бикватернион перемещения для этого случая совпадают с матрицей вещественных направляющих косинусов и кватернионом поворота и имеют вид

$$C_i^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & \sin\alpha_i \\ 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{pmatrix};$$

$$\Lambda_i^2 = \lambda_i^2 = \cos\frac{\alpha_i}{2} + \sin\frac{\alpha_i}{2} \mathbf{i}_1.$$

Матрица дуальных направляющих косинусов и бикватернион конечного перемещения i -го звена манипулятора относительно $(i - 1)$ -го находятся с использованием формул сложения конечных перемещений [5]:

$$C_i = C_i^2 C_i^1 = \begin{pmatrix} \cos((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \sin((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & 0 \\ -\cos\alpha_i \sin((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \cos\alpha_i \cos((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \sin\alpha_i \\ \sin\alpha_i \sin((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & -\sin\alpha_i \cos((\theta_i + \varphi_i) + sd_i) & \cos\alpha_i \end{pmatrix}; (4)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= \Lambda_i^1 \circ \Lambda_i^2 = \cos\frac{\alpha_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) + \\ &+ \sin\frac{\alpha_i}{2} \cos\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) \mathbf{i}_1 + \\ &+ \sin\frac{\alpha_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) \mathbf{i}_2 + \\ &+ \cos\frac{\alpha_i}{2} \sin\left(\frac{\theta_i + \varphi_i}{2} + s\frac{d_i}{2}\right) \mathbf{i}_3. \end{aligned} \quad (5)$$

При подстановке в уравнения (4), (5) геометрических параметров манипулятора, приведенных в таблице, можно получить матрицы дуальных направляющих косинусов и бикватернионы относительных конечных перемещений звеньев манипулятора в явном виде.

Матрица дуальных направляющих косинусов C и бикватернион конечного перемещения Λ выходного звена манипулятора относительно неподвижного основания находятся через приведенные матрицы и бикватернионы по формулам (2), (3). Алгоритмом решения прямой задачи кинематики являются формулы (2), (3) при подстановке в них соотношений (4), (5) и заданных геометрических параметров звеньев.

3. Кинематические уравнения движения

Кинематические уравнения движения манипулятора могут быть получены из векторных выражений для линейной и угловой скоростей движения выходного звена манипулятора путем проектирования их на оси системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с выходным звеном манипулятора.

В соответствии с кинематической схемой (см. рис. 1) вектор ω угловой скорости выходного звена манипулятора можно представить в виде

$$\omega = \dot{q}_1 \mathbf{k}_0 + \dot{q}_2 \mathbf{k}_1 + \dot{q}_3 \mathbf{k}_2 + \dot{q}_4 \mathbf{k}_3 + \dot{q}_5 \mathbf{k}_4 + \dot{q}_6 \mathbf{k}_5. (6)$$

Здесь $\mathbf{k}_i$ — орт оси z_i системы координат, связанной с i -м звеном манипулятора, верхняя точка обозначает производную по времени.

Радиус-вектор $\mathbf{r}$ начала O_6 системы координат, связанной с выходным звеном, в соответствии с кинематической схемой (см. рис. 1) определяется соотношением

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \overrightarrow{O_0 O_1} + \overrightarrow{O_1 O_2} + \overrightarrow{O_2 O_3} + \\ &+ \overrightarrow{O_3 O_4} + \overrightarrow{O_4 O_5} + \overrightarrow{O_5 O_6}, \end{aligned} \quad (7)$$

где O_0 — начало системы координат, связанной с основанием манипулятора, O_i — начало i -й системы координат.

Дифференцирование уравнения (7) по времени и подстановка в него заданных геометрических параметров манипулятора, приведенных в таблице, дает выражение для вектора линейной скорости начала

системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с выходным звеном, относительно неподвижного основания:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{d}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{d}_2}{dt} + \frac{d\mathbf{d}_3}{dt} + \frac{d\mathbf{d}_6}{dt}; \mathbf{d}_l = d_l \mathbf{k}_l.$$

Векторы $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_6$ постоянны по модулю, поэтому использование формулы Эйлера для постоянного по модулю вектора и дифференцирование переменного вектора $\mathbf{d}_3$ дает следующее выражение:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{d}_1 + (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{d}_2 + d_3 \mathbf{k}_2 + (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) \times (d_3 \mathbf{k}_2) + (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\omega}_4 + \boldsymbol{\omega}_5 + \boldsymbol{\omega}_6) \times \mathbf{d}_6, (8)$$

где $\times$ — символ векторного произведения, $\boldsymbol{\omega}_i$ — относительные угловые скорости звеньев, которые выражаются через обобщенные координаты и орты осей z_i следующим образом: $\boldsymbol{\omega}_i = \dot{\phi}_i \mathbf{k}_{i-1}, i = 1, 2, 4, 5, 6$.

Для получения кинематических уравнений необходимо спроектировать векторные выражения (6) и (8) на оси системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с выходным звеном манипулятора. Необходимые для проектирования вещественные матрицы направляющих косинусов обозначим следующим образом:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_6 \mathbf{c}_5 \mathbf{c}_4 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2 \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_{61} = \mathbf{c}_6 \mathbf{c}_5 \mathbf{c}_4 \mathbf{c}_3 \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_{62} = \mathbf{c}_6 \mathbf{c}_5 \mathbf{c}_4 \mathbf{c}_3, \\ \mathbf{c}_{63} = \mathbf{c}_6 \mathbf{c}_5 \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_{64} = \mathbf{c}_6 \mathbf{c}_5, \mathbf{c}_{65} = \mathbf{c}_6.$$

Здесь $\mathbf{c}_i$ — вещественная матрица направляющих косинусов поворота i -го звена манипулятора относительно $(i-1)$ -го. Тогда переход от одной системы координат к другой, учитывающий лишь повороты систем координат, осуществляется в соответствии со следующей схемой поворотов:

$$\begin{aligned} x_0y_0z_0 &\xrightarrow{\mathbf{c}} x_6y_6z_6; x_1y_1z_1 \xrightarrow{\mathbf{c}_{61}} x_6y_6z_6; \\ x_2y_2z_2 &\xrightarrow{\mathbf{c}_{62}} x_6y_6z_6; x_3y_3z_3 \xrightarrow{\mathbf{c}_{63}} x_6y_6z_6; \\ x_4y_4z_4 &\xrightarrow{\mathbf{c}_{64}} x_6y_6z_6; x_5y_5z_5 \xrightarrow{\mathbf{c}_{65}} x_6y_6z_6. \end{aligned}$$

Найдем проекции единичных векторов $\mathbf{k}_i$ на оси системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с выходным звеном. Обозначим c^{ij} и c_{6k}^{ij} ($i, j = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3, 4, 5$) элементы матриц $\mathbf{c}$ и $\mathbf{c}_{6k}$, а $\mathbf{i}_6, \mathbf{j}_6, \mathbf{k}_6$ — орты системы координат $x_6y_6z_6$. Имеем:

$$\mathbf{k}_0 = c^{13} \mathbf{i}_6 + c^{23} \mathbf{j}_6 + c^{33} \mathbf{k}_6, \mathbf{k}_i = c_{6i}^{13} \mathbf{i}_6 + c_{6i}^{23} \mathbf{j}_6 + c_{6i}^{33} \mathbf{k}_6; \\ i = 1, 2, 3, 4, 5. (9)$$

Запишем векторное уравнение (6) в матричном виде, учитывая соотношения (9) и обозначая $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ проекции вектора $\boldsymbol{\omega}$ на оси системы координат $x_6y_6z_6$. Получим:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 c^{13} + \dot{\phi}_2 c_{61}^{13} + \dot{\phi}_4 c_{63}^{13} + \dot{\phi}_5 c_{64}^{13} + \dot{\phi}_6 c_{65}^{13} \\ \dot{\phi}_1 c^{23} + \dot{\phi}_2 c_{61}^{23} + \dot{\phi}_4 c_{63}^{23} + \dot{\phi}_5 c_{64}^{23} + \dot{\phi}_6 c_{65}^{23} \\ \dot{\phi}_1 c^{33} + \dot{\phi}_2 c_{61}^{33} + \dot{\phi}_4 c_{63}^{33} + \dot{\phi}_5 c_{64}^{33} + \dot{\phi}_6 c_{65}^{33} \end{bmatrix}. (10)$$

Найдем проекции векторов $\mathbf{d}_i$ на оси системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с выходным звеном. Имеем:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1 &= d_1 c^{13} \mathbf{i}_6 + d_1 c^{23} \mathbf{j}_6 + d_1 c^{33} \mathbf{k}_6; \\ \mathbf{d}_i &= d_i c_{6(i-1)}^{13} \mathbf{i}_6 + d_i c_{6(i-1)}^{23} \mathbf{j}_6 + d_i c_{6(i-1)}^{33} \mathbf{k}_6; \\ i &= 2, 3, 6. \end{aligned} (11)$$

Проектирование векторного уравнения (8) на оси системы координат $x_6y_6z_6$ с учетом соотношений (9), (11) дает три скалярных уравнения для компонент v_i вектора $\mathbf{v}$ линейной скорости выходного звена манипулятора относительно основания в системе координат $x_0y_0z_0$, имеющих вид

$$\begin{aligned} v_1 &= d_2 \dot{\phi}_1 (c^{23} c_{61}^{33} - c^{33} c_{61}^{23}) + \dot{d}_3 c_{62}^{13} + \\ &+ d_3 \dot{\phi}_1 (c^{23} c_{62}^{33} - c^{33} c_{62}^{23}) + d_3 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{23} c_{62}^{33} - c_{61}^{33} c_{62}^{23}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_1 (c^{23} c_{65}^{33} - c^{33} c_{65}^{23}) + d_6 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{23} c_{65}^{33} - c_{61}^{33} c_{65}^{23}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_4 (c_{63}^{23} c_{65}^{33} - c_{63}^{33} c_{65}^{23}) + d_6 \dot{\phi}_5 (c_{64}^{23} c_{65}^{33} - c_{64}^{33} c_{65}^{23}); \\ v_2 &= -(d_2 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{61}^{33} - c^{33} c_{61}^{13}) + \dot{d}_3 c_{62}^{23} + \\ &+ d_3 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{62}^{33} - c^{33} c_{62}^{13}) + d_3 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{13} c_{62}^{33} - c_{61}^{33} c_{62}^{13}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{65}^{33} - c^{33} c_{65}^{13}) + d_6 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{13} c_{65}^{33} - c_{61}^{33} c_{65}^{13}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_4 (c_{63}^{13} c_{65}^{33} - c_{63}^{33} c_{65}^{13}) + d_6 \dot{\phi}_5 (c_{64}^{13} c_{65}^{33} - c_{64}^{33} c_{65}^{13})); \\ v_3 &= d_2 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{61}^{23} - c^{23} c_{61}^{13}) + \dot{d}_3 c_{62}^{33} + \\ &+ d_3 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{62}^{23} - c^{23} c_{62}^{13}) + d_3 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{13} c_{62}^{23} - c_{61}^{23} c_{62}^{13}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_1 (c^{13} c_{65}^{23} - c^{23} c_{65}^{13}) + d_6 \dot{\phi}_2 (c_{61}^{13} c_{65}^{23} - c_{61}^{23} c_{65}^{13}) + \\ &+ d_6 \dot{\phi}_4 (c_{63}^{13} c_{65}^{23} - c_{63}^{23} c_{65}^{13}) + d_6 \dot{\phi}_5 (c_{64}^{13} c_{65}^{23} - c_{64}^{23} c_{65}^{13}). (12) \end{aligned}$$

Объединим соотношения (10) и (12) и введем обозначения

$$\mathbf{A} = \|a_{ij}\|, (13)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= c^{13}, a_{12} = c_{61}^{13}, a_{13} = 0, a_{14} = c_{63}^{13}, a_{15} = c_{64}^{13}, \\ a_{16} &= c_{65}^{13}, a_{21} = c^{23}, a_{22} = c_{61}^{23}, a_{23} = 0, a_{24} = c_{63}^{23}, \\ a_{25} &= c_{64}^{23}, a_{26} = c_{65}^{23}, a_{31} = c^{33}, a_{32} = c_{61}^{33}, a_{33} = 0, \\ a_{34} &= c_{63}^{33}, a_{35} = c_{64}^{33}, a_{36} = c_{65}^{33}, \\ a_{41} &= d_2 (c^{23} c_{61}^{33} - c^{33} c_{61}^{23}) + d_3 (c_{61}^{23} c_{62}^{33} - c_{61}^{33} c_{62}^{23}) + \\ &+ d_6 (c_{61}^{23} c_{65}^{33} - c_{61}^{33} c_{65}^{23}), \\ a_{42} &= d_3 (c_{61}^{13} c_{62}^{33} - c_{61}^{33} c_{62}^{13}) + d_6 (c_{61}^{13} c_{65}^{33} - c_{61}^{33} c_{65}^{13}), \\ a_{43} &= c_{62}^{13}, a_{44} = d_6 (c_{63}^{13} c_{65}^{33} - c_{63}^{33} c_{65}^{13}), \\ a_{45} &= d_6 (c_{64}^{13} c_{65}^{33} - c_{64}^{33} c_{65}^{13}), a_{46} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{51} &= -d_2(c_{61}^{13}c_{61}^{33} - c_{61}^{33}c_{61}^{13}) - d_3(c_{62}^{13}c_{62}^{33} - c_{62}^{33}c_{62}^{13}) - \\
&- d_6(c_{65}^{13}c_{65}^{33} - c_{65}^{33}c_{65}^{13}), \\
a_{52} &= -d_3(c_{61}^{13}c_{62}^{33} - c_{61}^{33}c_{62}^{13}) - d_6(c_{61}^{13}c_{65}^{33} - c_{61}^{33}c_{65}^{13}), \\
a_{53} &= c_{62}^{23}, a_{54} = -d_6(c_{63}^{13}c_{65}^{33} - c_{63}^{33}c_{65}^{13}), \\
a_{55} &= -d_6(c_{64}^{13}c_{65}^{33} - c_{64}^{33}c_{65}^{13}), a_{56} = 0, \\
a_{61} &= d_2(c_{61}^{13}c_{61}^{23} - c_{61}^{23}c_{61}^{13}) + d_3(c_{62}^{13}c_{62}^{23} - c_{62}^{23}c_{62}^{13}) + \\
&+ d_6(c_{65}^{13}c_{65}^{23} - c_{65}^{23}c_{65}^{13}), \\
a_{62} &= d_3(c_{61}^{13}c_{62}^{23} - c_{61}^{23}c_{62}^{13}) + d_6(c_{61}^{13}c_{65}^{23} - c_{61}^{23}c_{65}^{13}), \\
a_{63} &= c_{62}^{33}, a_{64} = d_6(c_{63}^{13}c_{65}^{23} - c_{63}^{23}c_{65}^{13}), \\
a_{65} &= d_6(c_{64}^{13}c_{65}^{23} - c_{64}^{23}c_{65}^{13}), a_{66} = 0.
\end{aligned}$$

С учетом обозначения (13) получим матричное уравнение

$$(\dot{\varphi}_1 \ \dot{\varphi}_2 \ \dot{d}_3 \ \dot{\varphi}_4 \ \dot{\varphi}_5 \ \dot{\varphi}_6)^T = \mathbf{A}^{-1}(\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ v_1 \ v_2 \ v_3)^T, (14)$$

где ^{T} — символ транспонирования.

Полученные уравнения (14), (13) — кинематические уравнения движения стэнфордского робота-манипулятора. Они представляют собой систему из шести нелинейных нестационарных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменных $\varphi_1, \varphi_2, d_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$, являющихся обобщенными координатами манипулятора.

4. Решение обратной задачи кинематики стэнфордского манипулятора

Введем в рассмотрение опорную (программную) систему координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$, задающую требуемое конечное положение схвата робота-манипулятора.

Взаимное положение систем координат зададим нормированными бикватернионами $\mathbf{N} = \mathbf{v} + s\mathbf{v}^0$, $\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} + s\boldsymbol{\mu}^0$ (или $\mathbf{M}^* = \boldsymbol{\mu}^* + s\boldsymbol{\mu}^{0*}$), $\mathbf{A} = \boldsymbol{\lambda} + s\boldsymbol{\lambda}^0$ конечных перемещений в соответствии со следующей схемой перемещений:

$$\begin{aligned}
x_0y_0z_0 &\xrightarrow{\mathbf{N}} x_{pr}y_{pr}z_{pr} \xrightarrow{\mathbf{M}(\mathbf{M}^*)} x_6y_6z_6; \\
x_0y_0z_0 &\xrightarrow{\mathbf{A}} x_6y_6z_6,
\end{aligned} (15)$$

$$\mathbf{N} = N_0 + N_1\mathbf{i}_1 + N_2\mathbf{i}_2 + N_3\mathbf{i}_3 = \mathbf{v} + s\mathbf{v}^0;$$

$$\mathbf{M} = M_0 + M_1\mathbf{i}_1 + M_2\mathbf{i}_2 + M_3\mathbf{i}_3 = \boldsymbol{\mu} + s\boldsymbol{\mu}^0;$$

$$\mathbf{M}^* = M_0^* + M_1^*\mathbf{i}_1 + M_2^*\mathbf{i}_2 + M_3^*\mathbf{i}_3 = \boldsymbol{\mu}^* + s\boldsymbol{\mu}^{0*}.$$

Здесь $\mathbf{A}$ — собственный бикватернион винтового конечного перемещения выходного звена манипулятора $x_6y_6z_6$ относительно основания $x_0y_0z_0$, найденный в п. 2; $\mathbf{N}$ — собственный бикватернион винтового конечного перемещения программной системы координат относительно основной системы координат $x_0y_0z_0$; $\mathbf{M}^*$ — собственный бикватернион винтового конечного перемещения выходно-

го звена манипулятора относительно программной системы координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$. Термин "собственный бикватернион" означает, что каждый из бикватернионов $\mathbf{A}, \mathbf{N}, \mathbf{M}^*$ определен своими компонентами в своей, преобразуемой этим бикватернионом системе координат. Обозначим также $\mathbf{M}$ бикватернион винтового конечного перемещения выходного звена манипулятора относительно программной системы координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$, определенный своими компонентами в основной системе координат $x_0y_0z_0$. Слово "нормированный" означает, что норма каждого из бикватернионов равна 1, т. е.

$$\|\mathbf{A}\| = \Lambda_0^2 + \Lambda_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2 = 1;$$

$$\|\mathbf{N}\| = N_0^2 + N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 = 1;$$

$$\|\mathbf{M}\| = M_0^2 + M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 = 1;$$

$$\|\mathbf{M}^*\| = M_0^{*2} + M_1^{*2} + M_2^{*2} + M_3^{*2} = 1.$$

Бикватернион $\mathbf{A}$ положения выходного звена манипулятора в основной системе координат в соответствии со схемой перемещений (15) и бикватернионной формулой сложения конечных перемещений, определенных в одном базисе $x_0y_0z_0$, может быть представлен в виде [5]

$$\mathbf{A} = \mathbf{M} \circ \mathbf{N}, (16)$$

а в соответствии с бикватернионной формулой сложения конечных перемещений, каждый из которых определен в своем преобразуемом базисе, — в виде [5]

$$\mathbf{A} = \mathbf{N} \circ \mathbf{M}^*. (17)$$

Подчеркнем, что в формуле (16) фигурирует бикватернион ошибки местоположения $\mathbf{M}$, характеризующий отклонение действительного положения выходного звена манипулятора $x_6y_6z_6$ от требуемого программного $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$, определенный своими компонентами в основной системе координат $x_0y_0z_0$, а в формуле (17) — бикватернион ошибки местоположения $\mathbf{M}^*$, определенный своими компонентами в связанном базисе $x_6y_6z_6$.

В соответствии с (16) и (17) бикватернионы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{M}^*$ находятся по формулам

$$\mathbf{M} = \mathbf{A} \circ \bar{\mathbf{N}}; \mathbf{M}^* = \bar{\mathbf{N}} \circ \mathbf{A}.$$

Здесь и далее верхняя черта означает символ сопряжения (все бикватернионы нормированные, поэтому обратные бикватернионы равны сопряженным).

Обозначим $\boldsymbol{\omega}$ ($\boldsymbol{\omega}^{pr}$) и $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ($\mathbf{v}^{pr} = \frac{d\mathbf{r}^{pr}}{dt}$) векторы мгновенной угловой и линейной скоростей движения выходного звена манипулятора (программной системы координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$) относительно основной системы координат $x_0y_0z_0$. Полагаем, что векторы $\boldsymbol{\omega}^{pr}$ и $\mathbf{v}^{pr}$ заданы своими проекциями $\omega_i^{pr} = \omega_i^{pr}(t)$ и

$v_i^{pr} = v_i^{pr}(t)$ в программной системе координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$, а векторы ω и v определены своими проекциями ω_i и v_i в связанной системе координат $x_6y_6z_6$. Мотор (ω, v) мгновенного винта скоростей U (кинематического винта) выходного звена манипулятора, отнесенный к полюсу O_6 , равен дуальному вектору $\omega + sv$, а мотор (ω^{pr}, v^{pr}) мгновенного винта скоростей U^{pr} (кинематического винта) программной системы координат, отнесенный к полюсу O_{pr} , равен дуальному вектору $\omega^{pr} + sv^{pr}$ (мотором, или бивектором, называют комплексную композицию двух векторов).

Обозначим $U_{x_6y_6z_6} = \omega_{x_6y_6z_6} + sv_{x_6y_6z_6}$ — отображение кинематического винта U выходного звена на связанную с выходным звеном систему координат $x_6y_6z_6$, компоненты $U_i = \omega_i + sv_i$ бикватерниона $U_{x_6y_6z_6}$ являются комплексными комбинациями проекций ω_i и v_i вектора ω мгновенной угловой скорости выходного звена манипулятора и вектора v мгновенной скорости начала системы координат $x_6y_6z_6$ (точки O_6) на оси системы координат $x_6y_6z_6$.

Аналогично, $U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr} = \omega_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr} + sv_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr}$ — отображение кинематического винта U^{pr} программной системы координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$ на ее же координатные оси, имеющее компоненты $U_i^{pr} = \omega_i^{pr} + sv_i^{pr}$, определенные в программной системе координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$.

Под задачей управления движением манипулятора будем понимать задачу приведения связанной с выходным звеном манипулятора системы координат $x_6y_6z_6$ к системе координат $x_{pr}y_{pr}z_{pr}$, движущейся с программным (заданным) мгновенным винтом скоростей $U^{pr}(t)$ по программной траектории $N = N(t)$. Рассматриваем кинематическую постановку задачи управления: полагаем, что управление движением осуществляется за счет сообщения выходному звену мгновенного винта скоростей U , отображение которого на оси системы координат $x_6y_6z_6$ формируется по одной из следующих формул [3]:

$$\begin{aligned} U_{x_6y_6z_6} &= U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr}(t) + \delta U_{x_6y_6z_6} = \\ &= (U_1^{pr}(t) + \delta U_1)\mathbf{i}_1 + (U_2^{pr}(t) + \delta U_2)\mathbf{i}_2 + \\ &\quad + (U_3^{pr}(t) + \delta U_3)\mathbf{i}_3; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} U_{x_6y_6z_6} &= U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr} + \Delta U_{x_6y_6z_6} = \\ &= M^{*-1} \circ U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr}(t) \circ M^* + \Delta U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}} = \\ &= M^{*-1} \circ (U_1^{pr}(t)\mathbf{i}_1 + U_2^{pr}(t)\mathbf{i}_2 + U_3^{pr}(t)\mathbf{i}_3) \circ M^* + \\ &\quad + \Delta U_1\mathbf{i}_1 + \Delta U_2\mathbf{i}_2 + \Delta U_3\mathbf{i}_3. \end{aligned} \quad (19)$$

При такой постановке задачи управления движением манипулятора в качестве математической мо-

дели движения принимаются кинематические уравнения движения стэнфордского манипулятора. Эти уравнения были получены в п. 3 и имеют вид (14):

$$(\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \dot{d}_3 \dot{\phi}_4 \dot{\phi}_5 \dot{\phi}_6)^T = A^{-1} \cdot (\omega_1 \omega_2 \omega_3 v_1 v_2 v_3)^T.$$

В качестве управлений выступают дуальные ортогональные проекции $U_i = \omega_i + sv_i$ кинематического винта выходного звена на связанные с ним координатные оси. В соответствии с формулами (18), (19) управления U_i складываются из программных управлений $U_i^{pr}(t)$ и стабилизирующих (корректирующих) управлений δU_i или ΔU_i [3]. При этом управления U_i , определяемые формулой (19), равны дуальным ортогональным проекциям винтовой суммы $U = U^{pr} + \Delta U$ на оси системы координат $x_6y_6z_6$, в то время как управления U_i , определяемые формулой (18), не имеют смысла дуальных ортогональных проекций винтовой суммы $U = U^{pr} + \delta U$, а выражаются линейным образом через дуальные ортогональные проекции винтов U^{pr} и δU на оси разных систем координат $(x_{pr}y_{pr}z_{pr})$ и $(x_6y_6z_6)$.

Величины $U_i^{pr}(t)$ (программные управления) полагаются заданными дуальными функциями времени. Законы управлений δU_i или ΔU_i строятся с использованием принципа обратной связи, т. е. в виде некоторых функций компонент бикватерниона ошибки местоположения M или M^* таким образом, чтобы выходное звено манипулятора переходило из любого выбранного начального положения в любое заданное конечное асимптотически устойчивым образом, т. е. чтобы выполнялось условие $M(t) \rightarrow \pm 1$ при $t \rightarrow \infty$ или условие $M^*(t) \rightarrow \pm 1$ при $t \rightarrow \infty$.

В такой постановке обратная задача кинематики формулируется как задача Коши для системы дифференциальных уравнений (14) при условии, что управления ω_i и v_i обеспечивают асимптотическую устойчивость в целом любого заданного положения выходного звена робота-манипулятора. В результате решения задачи Коши для любых заданных начальных значений обобщенных координат манипулятора из их рабочих диапазонов его обобщенные координаты примут в конечный момент времени значения, отвечающие (с заданной степенью точности) требуемому положению схвата робота-манипулятора, и, следовательно, обратная задача кинематики будет решена.

Величины ω_i и v_i являются компонентами отображения кинематического винта U выходного звена манипулятора на связанные с ним координатные оси. В рассматриваемой обратной задаче кинематики программное управление $U_{x_{pr}y_{pr}z_{pr}}^{pr}(t) \equiv 0$, поэтому построение управления $U_{x_6y_6z_6} = \omega_{x_6y_6z_6} + sv_{x_6y_6z_6} = \delta U_{x_6y_6z_6} = \Delta U_{x_6y_6z_6}$ может быть выполнено в соответствии с теорией построения стабилизирующего управления, изложенной в работе [3]. В случае использования для описания движения выходного

звена манипулятора нормированных бикватернионов перемещений и трехмерных дуальных управлений (отображений кинематического винта $\mathbf{U}$ выходного звена манипулятора, имеющих нулевые скалярные части) простейший закон управления имеет вид [3]

$$\mathbf{U}_{x_6 y_6 z_6} = \boldsymbol{\omega}_{x_6 y_6 z_6} + s \mathbf{v}_{x_6 y_6 z_6} = -(2 K_{oc}^* / M_0^*) \mathbf{M}_{sc}^*, \quad (20)$$

$$\mathbf{M}^* = M_0^* + \mathbf{M}_{sc}^* = \bar{\mathbf{N}} \circ \mathbf{\Lambda}(t). \quad (21)$$

Здесь M_0^* и $\mathbf{M}_{sc}^*$ — скалярная и винтовая части собственного бикватерниона ошибки положения выходного звена манипулятора $\mathbf{M}^*$; $\bar{\mathbf{N}} = \text{const}$ — бикватернион, характеризующий программное положение выходного звена; $\mathbf{\Lambda}$ — бикватернион текущего положения схвата манипулятора, который находится через текущие значения обобщенных координат манипулятора; $K_{oc}^* = k + sk_0$ — дуальный коэффициент усиления обратной связи.

Отметим, что законы управления (20), (21) выносятся при определенном положении выходного звена манипулятора (при $M_0^* = 0$). Этого недостатка можно избежать, если для описания движения выходного звена манипулятора использовать ненормированные бикватернионы перемещений и четырехмерные дуальные управления (бикватернионы угловой и линейной скоростей выходного звена манипулятора с ненулевой скалярной частью). Бикватернион $\mathbf{N}$, характеризующий программное движение, в этом случае по-прежнему полагаем нормированным, а бикватернионы $\mathbf{M}$ и $\mathbf{M}^*$ — ненормированными бикватернионами, нормы которых равны норме бикватерниона $\mathbf{\Lambda}$:

$$\|\mathbf{M}\| = \|\mathbf{M}^*\| = \|\mathbf{\Lambda}\| = \mathbf{\Lambda} \circ \bar{\mathbf{\Lambda}} = \Lambda_0^2 + \Lambda_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2.$$

В случае использования при построении управлений ненормированных бикватернионов конечных перемещений может быть использован простейший закон управления, имеющий вид [3]

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{x_6 y_6 z_6} &= \boldsymbol{\omega}_{x_6 y_6 z_6} + s \mathbf{v}_{x_6 y_6 z_6} = \\ &= K_{oc}^* T^{-1} \text{screw}(\bar{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{N}), \end{aligned} \quad (22)$$

где *screw* — винтовая часть бикватерниона, T — тензор (модуль) ненормированного бикватерниона положения выходного звена манипулятора, удовлетворяющий дифференциальному уравнению

$$2 \frac{dT}{dt} = K_{oc}^* [\text{scal}(\bar{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{N}) - T], \quad T(t_0) = 1. \quad (23)$$

Здесь *scal* — скалярная часть бикватерниона.

Подчеркнем, что в соотношениях (20)–(22) и уравнении (23) фигурирует нормированный бикватернион $\mathbf{\Lambda}$ текущего (углового и линейного) положения выходного звена манипулятора, который находится через обобщенные координаты манипулятора по формулам (3), (5), а постоянный нормированный бикватернион $\mathbf{N}$ программной ориентации выходного звена является заданным. Ненормированные бикватернионы использовались при построении законов управления (22), (23). Отметим, что если закон управления (20) содержит особую точку в пространстве обобщенных координат, в которой мгновенный эйлеров угол поворота выходного звена относительно его программного положения равен (для текущего момента времени t) π рад, то закон управления (22), (23) является регулярным всюду (не содержащим особых точек).

Список литературы

1. Ломовцева Е. И., Челноков Ю. Н. Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора. I // Изв. Сарат. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13., вып. 4. С. 82–89.
2. Ломовцева Е. И., Челноков Ю. Н. Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора. II // Изв. Сарат. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2014. Т. 14., вып. 1. С. 88–95.
3. Челноков Ю. Н. Бикватернионное решение кинематической задачи управления движением твердого тела и его приложение к решению обратных задач кинематики роботов-манипуляторов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2013. № 1. С. 38–58.
4. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. 621 с.
5. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006. 511 с.

Solution to the Problems of Direct and Inverse Kinematics of the Robots-Manipulators Using Dual Matrices and Biquaternions on the Example of Stanford Robot Arm. Part 1

E. I. Nelayeva, LomovtsevaEI@yandex.ru, Yu. N. Chelnokov, chelnokovyun@info.sgu.ru,
Saratov State University, Institute of Precision Mechanics and Control,
RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Received on January 27, 2015

Solution to the problems of direct kinematics with the help of dual cosine matrices and Clifford biquaternions is demonstrated on the example of Stanford robot arm. Derivation of the kinematics equations is performed. The obtained kinematics equations and the solution to the direct kinematics problem are used for solving the inverse kinematics problem. The new method of solving the inverse kinematics problem is based on biquaternion theory of kinematics control of free rigid body motion by using the

feedback principal. Application of the method reduces solving. Cauchy problem for differential kinematic equations of a manipulator motion. Vectors of the angular and linear velocities contained in these equations are considered as controls. They are formed according to the feedback principal as certain functions of the generalized coordinates so that every chosen end effector position is asymptotically stable in the whole. In this case any particular solution to the differential kinematics equations will aspire in asymptotically stable way to the desired point in the space of the generalized coordinates corresponding to the target position of the end effector of a manipulator.

As the result of solving of Cauchy problem for any given initial values of the generalized coordinates from their operational range the generalized coordinates, will finally take the values corresponding to the desired position of the end effector, so that the inverse kinematics problem will be solved. The advantages of the new method are the following: the method gives a unique solution (if there is such) for the chosen control law and given initial position; it ensures high accuracy solutions and high performance; but, above all, it is non-iterative. The paper extends and supplements the results presented in [1, 2].

Keywords: robot-manipulator, Stanford robot arm, direct kinematics problem, dual direction cosine matrix, biquaternion, kinematics equations, inverse kinematics problem

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 12-01-00165.

For citation:

Nelaeva E. I., Chelnokov Yu. N. Solution to the Problems of Direct and Inverse Kinematics of the Robots-Manipulators Using Dual Matrices and Biquaternions on the Example of Stanford Robot Arm. Part 1, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 6, pp. 373–380.

DOI: 10.17587/mau.16.373-380

References

1. **Lomovceva E. I., Chelnokov Ju. N.** Dual'nye matrichnye i biquaternionnye metody resheniya prjamoy i obratnoy zadach kinematiki robotov-manipulyatorov na primere stjensfordskogo manipulyatora. I. (Dual Matrix and Biquaternion Methods of Solving Direct and Inverse Kinematics Problems of Manipulators, for Example Stanford Robot Arm. I), *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2013, vol. 13: 4, pp. 82–89 (in Russian).
2. **Lomovceva E. I., Chelnokov Ju. N.** Dual'nye matrichnye i biquaternionnye metody resheniya prjamoy i obratnoy zadach kinematiki robotov-manipulyatorov na primere stjensfordskogo manipulyatora. II (Dual Matrix and Biquaternion Methods of Solving Direct and Inverse

Kinematics Problems of Manipulators, for Example Stanford Robot Arm. II), *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2014, vol. 14:1, pp. 88–95 (in Russian).

3. **Chelnokov Ju. N.** Biquaternionnoe reshenie kinematicheskoy zadachi upravleniya dvizheniem tverdogo tela i ego prilozhenie k resheniju obratnykh zadach kinematiki robotov-manipulyatorov (Biquaternion Solution of the Kinematic Control Problem for the Motion of a Rigid Body and Its Application to the Solution of Inverse Problems of Robot-Manipulator Kinematics), *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2013, no. 1, pp. 38–58 (in Russian).
4. **Fu K., Gonsales P., Li K.** *Robototekhnika* (Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence), Moscow, Mir, 1989, 621 p. (in Russian).
5. **Chelnokov Ju. N.** Kvaternionnye i biquaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ih prilozheniya. *Geometriya i kinematika dvizheniya* (Quaternion and Biquaternion Models and Methods of Mechanics of a Rigid Body and their Applications. Geometry and Kinematics.), Moscow, Fizmatlit, 2006, 511 p. (in Russian).

Corresponding author:

Nelaeva Ekaterina I., Postgraduate Student, Chair of Mathematical and Computer Modeling, Saratov State University, Saratov, 410012, Russian Federation, e-mail: LomovtsevaEI@yandex.ru

УДК 621.865.8: 004.946

О. В. Даринцев, д-р техн. наук, зав. лабораторией, ovd@uimech.org,

А. Ю. Алексеев, мл. науч. сотр., aleksandr_na@list.ru,

Б. С. Юдинцев, мл. науч. сотр., bogdan.u86@gmail.com,

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, г. Уфа

Технологии расширенной и виртуальной реальностей как средства компенсации информационной недостаточности микророботов¹

Рассматриваются методики компенсации информационной недостаточности микросистем, основанные на использовании технологий расширенной и виртуальной реальностей. Описаны структура информационной системы, маркера, метод формирования динамического двумерного кода, виртуализация датчиков. Показаны способы использования предлагаемых методик при синтезе нейросетевой системы планирования траекторий коллектива микророботов.

Ключевые слова: расширенная и виртуальная реальности, маркер, двумерный код, коллектив микророботов, нейросетевые системы

Введение

Проблема создания многокомпонентных робототехнических систем или коллективов роботов в настоящее время стала одной из актуальнейших про-

блем робототехники [1]. В основном это связано с заявленной многими министерствами и ведомствами необходимостью проведения работ в экстремальных условиях, характеризующихся высокой опасностью для человека, что исключает проведение этих работ непосредственно человеком и поэтому требует использования роботов. При этом интерес проявляется не только к роботам "стандартных" размеров,

¹ Работа выполняется при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН I.40П "Актуальные проблемы робототехники".