УДК 681.5.01 DOI: 10.17587/mau.23.570-576

А. В. Имангазиева, канд. техн. наук, доц., aliya111@yandex.ru,
Астраханский государственный технический университет

Управление сетью цепочной структуры с запаздыванием методом вспомогательного контура*

Работа посвящена разработке алгоритмов управления сетью агентов цепочной структуры, каждый агент которой является линейным объектом с запаздыванием по состоянию, подверженным действию внешних неконтролируемых возмущений в условиях априорной неопределенности. В каждом агенте сети осуществляется слежение за выходом предшествующего агента, а сигнал с ведущей подсистемы поступает только в первый агент сети, связь односторонняя. Учет временной задержки в моделях каждого агента сети такой структуры делает их близкими к реальным. В системах управления агентами осуществляется компенсация возмущений путем реализации принципа инвариантности, а именно, в каждом агенте сети компенсация действия внешних возмущений, действующих на агент сети извне, а также внутренних возмущений, вызванных различными режимами функционирования объекта, осуществляется путем формирования специального сигнала возмущений, и затем выполняется его последующая компенсация с помощью вспомогательного контура и двух наблюдателей Халила. Приведен числовой пример сети цепочной структуры, состоящей из четырех линейных объектов управления в условиях интервальной неопределенности параметров их математических моделей, запаздывания по состоянию и действия внешних неконтролируемых возмущений. Численное моделирование проведено в MATLAB Simulink. Представлены графики переходных процессов по ошибкам слежения агентов цепочной структуры, подтверждающие теоретические выводы и иллюстрирующие хорошую работоспособность алгоритмов управления сети агентов цепочной структуры.

Ключевые слова: *сеть цепочной структуры, робастное управление, априорная неопределенность, неконтролируемые возмущения, управление, запаздывание, наблюдатель, вспомогательный контур*

Введение

Методам управления сетями агентов различной природы посвящено огромное число публикаций, например, работы [1—8, 15, 16]. При решении производственных, электроэнергетических и иных сетевых задач требуется достижение целей управления: синхронизация, консенсус, роение и т. д. Так, например, в работе [1] решаются задачи стабилизации формации из идентичных агентов, в статье [2] проводится анализ алгоритмов роения. В статье [3] рассматривается дискретная модель сети цепочной структуры, синхронизация сети электрогенераторов рассмотрена в работах [6, 8] и т. д. В отечественных обзорных работах [5, 6] приведены области применения сетевых объектов и задачи сетевого управления.

Управление сетями агентов сопровождается внедрением современных законов управления, позволяющих в каждом агенте сети учитывать наличие внутренних и внешних неконтролируемых возмущений. Одним из подходов к управлению сетью агентов является применение ранее полученных законов управления для управления каждым агентом сети [8, 9]. Однако вопросы компенсации возмущений для каждого агента с учетом взаимных связей в сети остаются открытыми. Обзорными работами по состоянию теоретических методов построения наблюдателей возмущений, а также по их практическому применению являются работы [10, 11].

В статье [12] для решения задачи построения систем управления, малочувствительных к параметрическим и неконтролируемым внешним возмущениям, предложено робастное управление с применением метода вспомогательного контура. В основе этого метода, предложенного в работах [12—15], лежит принцип динамической компенсации, суть которого состоит в формировании сигнала возмущений, негативно влияющего на систему, а затем его последующей компенсации. С помощью метода вспомогательного контура предложены решения различных задач теории управления для объектов, математическими моделями которых являются дифференциальные уравнения: линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные, с отклоняющимся аргументом (запаздывание по состоянию, запаздывание по управлению), сингулярно-возмущенные и интегро-дифференциальные уравнения (распределенное запаздывание) и др. Опубликовано большое число статей, монографий, диссертаций с использованием метода вспомогательного контура, например [8, 9, 12—18].

В данной работе предлагается расширение области применения полученного ранее результата [18] к управлению сетью линейных объектов с запаздыванием по состоянию цепочной структуры. Решение поставленной задачи получено

*Статья подготовлена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-08-00610.

в условиях действия внешних неконтролируемых возмущений, а также интервальной неопределенности параметров математических моделей объектов. Приведен числовой пример сети цепочной структуры, состоящей из четырех линейных объектов управления в условиях интервальной неопределенности параметров их математических моделей, запаздывания по состоянию и действия внешних неконтролируемых возмущений. Для сети агентов применены полученные алгоритмы управления. Численное моделирование проведено в MATLAB Simulink. Представлены графики переходных процессов по ошибкам слежения для каждого из четырех агентов цепочной структуры, подтверждающие теоретические выводы и иллюстрирующие хорошую работоспособность алгоритмов управления.

Постановка задачи

Рассмотрим цепь r идентичных агентов сети, динамические процессы в которых описываются линейными уравнениями с отклоняющимися аргументами:

$$Q_l(D)y_l(t) = k_l R_l(D)u_l(t) + N_l(D)y_{l-1}(t) + \\ + G_l(D)y_l(t-h_l(t)) + f_l(t), \quad (1)$$

$$D^i y_l(0) = y_{il}, \ \ i = 0,\dots,n-1, \ \ l = \overline{1,r}.$$

где $y_l(t)$, $u_l(t)$ — скалярные регулируемые переменные и управляющие воздействия агентов сети цепочной структуры; $D = d/dl$ — оператор дифференцирования; $Q_l(D)$, $R_l(D)$ — нормированные дифференциальные операторы, $\deg Q_l(D) = n$, $\deg R_l(D) = m$; $N_l(D)$, $G_l(D)$ — дифференциальные операторы, $\deg N_l(D) \leqslant n - 1$, $\deg G_l(D) \leqslant n - 1$; запаздывания $h_l(t)$ — ограниченные функции; $k_l > 0$, $f_l(t)$ — внешние возмущающие воздействия, $l = \overline{1, r}$.

Синхронизирующая подсистема цепи описывается уравнением

$$Q_m(D)y_m(t) = k_m g(t), \quad (2)$$

где $g(t)$ — скалярное ограниченное задающее воздействие; $k_m > 0$, $y(t)$ — ограниченный скалярный выход; $\deg Q_m(D) = n - m$.

Необходимо получить алгоритмы управления в каждом агенте сети, обеспечивающие выполнение следующего основного целевого условия:

$$|y_l(t) - y_m(t)| \leqslant \delta \text{ при } t \geqslant T, \quad (3)$$

где δ — требуемая динамическая точность, $T > 0$.

Будем проектировать систему так, чтобы в каждом агенте цепи выполнялись условия

$$|y_1(t) - y_m(t)| \leqslant \delta_1,$$

$$|y_l(t) - y_{l-1}(t)| \leqslant \delta_l, \ \ l = \overline{2,r}.$$

Нетрудно видеть, что для обеспечения условия (3) сумма δ_l, $l = \overline{1,r}$, должна быть меньше требуемой точности δ.

Предположения

1. Агенты сети являются управляемыми.
2. Коэффициенты операторов $Q_l(D)$, $R_l(D)$ и величины k_l зависят от вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ — известное множество возможных значений вектора ξ.
3. Задающее воздействие $g(t)$ и возмущающие воздействия $f_l(t)$, $l = \overline{1,r}$, агентов цепи являются ограниченными функциями времени.
4. Полиномы $R_{0l}(\lambda)$, $Q_m(\lambda)$, $R_{0l}(\lambda)$ — гурвицевы, где λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа; $\deg Q_l(D) = n$, $\deg R_l(D) = m$, $\deg Q_m(D) = n - m$.
5. Производные входов и выходов агентов цепи не измеряются.
6. Запаздывания $h_l(t)$ — ограниченные функции времени, удовлетворяющие условиям $dh_l/dt < 1$, $h_l(t) > 0$, $l = \overline{1,r}$.

Решение задачи

В задачах управления сетями нет единого объекта управления и единого регулятора, объекты и регуляторы рассматриваются как взаимодействующие агенты в многоагентной системе [6]. Применим для управления каждым агентом сети алгоритм управления [9], при этом будем учитывать в каждом агенте компоненты взаимодействия агентов сети цепочной структуры.

Представим операторы $Q_l(D)$ и $R_l(D)$ в виде $Q_l(D) = Q_{0l}(D) + \Delta Q_l(D)$, $R_l(D) = R_{0l}(D) + \Delta R_l(D)$, где $Q_{0l}(D)$, $R_{0l}(D)$ — операторы с известными коэффициентами, такие что полиномы $Q_{0l}(\lambda)$, $R_{0l}(\lambda)$ — гурвицевы и имеют порядки n и m соответственно. Выберем полиномы $Q_{0l}(\lambda)$ и $R_{0l}(\lambda)$ так, чтобы выполнялись равенства $Q_m(D) = Q_{0l}(D)/R_{0l}(D)$. Тогда уравнения (1) преобразуем в эквивалентные уравнения:

$$Q_m(D)y(t) = \\ = k_l\Big(u_l(t) + \frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}u_l(t) - \frac{\Delta Q_l(D)}{k_l R_{0l}(D)}y_l(t) + \\ + \frac{N_l(D)}{k_l R_{0l}(D)}y_{l-1}(t) + \frac{G_l(D)}{k_l R_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t)) + \\ + \frac{1}{k_l R_{0l}(D)}f_l(t)\Big), \ \ l = \overline{1,r}. \quad (4)$$

Согласно методике, предложенной в работе [11], составим уравнения относительно ошибок слежения

$$e_1 = y_1 - y_m, e_2 = y_2 - y_1, \ldots,$$
$$e_l = y_l - y_{l-1}, \ldots, e_r = y_r - y_{r-1}$$

в цепи, вычитая (2) из (4):

$$\begin{gathered}
Q_m(D)e_1(t) = k_1\Bigg(u_1(t) + \frac{\Delta R_1(D)}{R_{01}(D)}u_1(t) - \\
- \frac{\Delta Q_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t) + \frac{N_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_m(t) + \\
+ \frac{G_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t-h_1(t)) + \frac{1}{k_1R_{01}(D)}f_1(t) - \frac{k_m g(t)}{k_1R_{01}(D)}\Bigg); \\
Q_m(D)e_l(t) = k_l(u_l(t) + \frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}u_l(t) - \\
- \frac{\Delta Q_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_l(t) + \frac{N_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_{l-1}(t) + \\
+ \frac{G_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t)) + \frac{1}{k_lR_{0l}(D)}f_l(t) - \\
- \frac{Q_m}{k_lR_{0l}(D)}y_{l-1}(t)), \quad l = \overline{2,r}.
\end{gathered} \tag{5}$$

Сформируем управляющие воздействия в агентах цепи, которые позволят компенсировать негативное действие внешних и внутренних возмущений, а также эффекты от запаздывания в l-м агенте цепи. В случае доступности измерения $n - m - 1$ производных управляющего воздействия $v_l(t)$ закон управления $u_l(t)$ в l-м агенте зададим в виде

$$u_l(t) = T_l(D)v_l(t), \quad l = \overline{1,r}. \tag{6}$$

Тогда уравнения (5) примут следующий вид:

$$\begin{gathered}
Q_{m1}(D)e_1(t) = k_1T_1(D)\Bigg(v_1(t) + \frac{\Delta R_1(D)}{R_{01}(D)}v_l(t) - \\
- \frac{\Delta Q_1(D)}{k_1R_{01}(D)T_1(D)}y_1(t) + \frac{N_1(D)}{k_1R_{01}(D)T_1(D)}y_m(t) + \\
+ \frac{G_l(D)}{k_1R_{01}(D)T_1(D)}y_1(t-h_1(t)) + \\
+ \frac{1}{k_1R_{01}(D)T_1(D)}f_1(t) - \frac{k_m g(t)}{k_1R_{01}(D)T_1(D)}\Bigg); \\
Q_{ml}(D)e_l(t) = k_lT_l(D)(v_l(t) + \frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}v_l(t) - \\
- \frac{\Delta Q_l(D)}{k_lR_{0l}(D)T_l(D)}y_l(t) + \frac{N_l(D)}{k_lR_{0l}(D)T_l(D)}y_{l-1}(t) + \\
+ \frac{G_l(D)}{k_lR_{0l}(D)T_l(D)}y_l(t-h_l(t)) + \frac{1}{k_lR_{0l}(D)T_l(D)}f_l(t) - \\
- \frac{Q_m(D)}{k_lR_{0l}(D)T_l(D)}y_{l-1}(t)), \; l = \overline{2,r}.
\end{gathered} \tag{7}$$

Однако, согласно предположению 5, в проектируемой системе управления производные выходов и входов агентов сети не доступны измерению, поэтому зададим закон управления с использованием оценок производных переменных системы, т. е. зададим закон управления в l-м агенте вместо (6) в виде

$$u_l(t) = T_l(D)\bar{v}_l(t), \quad l = \overline{1,r}, \tag{8}$$

где $\bar{v}_l(t)$ — оценка сигнала, получаемая с фильтра [19]

$$\begin{gathered}
\dot{\zeta}_l = F_{0l}\zeta_l(t) + B_{0l}(v_l(t) - \bar{v}_l(t)), \\
\bar{v}_l(t) = L_l\zeta_l(t), \; l = \overline{1,r}.
\end{gathered} \tag{9}$$

Здесь $\zeta_l(t) \in R^{n-m}$, F_{0l} — матрица в форме Фробениуса с нулевой нижней строкой; $L_l =$ $= [1, 0, ..., 0]$, $B_{0l}^{\mathrm{T}} = \left[\frac{b_{1l}}{\mu}, \ldots, \frac{b_{(n-m)l}}{\mu^{n-m}}\right]$. Элементы b_1, ..., $b_{(n-m)l}$ выбираются таким образом, чтобы матрицы $F_l = F_{0l} + B_lL$ были гурвицевыми, $B_l^{\mathrm{T}} = [b_{1l}, \ldots, b_{(n-m)l}]$, $l = \overline{1,r}$.

С учетом (8) уравнения (7) примут вид

$$\begin{gathered}
Q_{ml}(D)e_l(t) = \beta_lT_l(D)R_{0l}(D)v_l(t) + \\
+ \bar{\varphi}_l(t) + \beta_lT_l(D)R_{0l}(D)(v_l(t) - \bar{v}_l(t)),
\end{gathered} \tag{10}$$

где функция $\bar{\varphi}_l(t)$, содержащая информацию о возмущениях, при $l = 1$ имеет вид

$$\begin{gathered}
\bar{\varphi}_1(t) = (k_1 - \beta_1)v_1(t) + k_1\frac{\Delta R_1(D)}{R_{01}(D)}v_1(t) - \\
- \frac{\Delta Q_1(D)}{R_{01}(D)T_1(D)}y_1(t) + \frac{N_1(D)}{R_{01}(D)T_1(D)}y_m(t) + \\
+ \frac{G_l(D)}{R_{0l}(D)T_1(D)}y_l(t-h_l(t)) + \\
+ \frac{M_1(D)}{R_{01}(D)T_1(D)}f_1(t) - \frac{k_m}{R_{01}(D)T_1(D)}g(t),
\end{gathered}$$

а при $l = \overline{2,r}$ — вид

$$\begin{gathered}
\bar{\varphi}_l(t) = (k_l - \beta_l)v_l(t) + k_l\frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}v_l(t) - \\
- \frac{\Delta Q_l(D)}{R_{0l}(D)T_l(D)}y_l(t) + \frac{N_l(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t) + \\
+ \frac{G_l(D)}{R_{0l}(D)T_1(D)}y_l(t-h_l(t)) + \\
+ \frac{M_l(D)}{R_{0l}(D)T_l(D)}f_l(t) - \frac{Q_m(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t).
\end{gathered}$$

Будем выбирать в l-м агенте цепи полином $T_l(\lambda)$ так, чтобы передаточная функция удовлетворяла условию

$$\frac{T_l(\lambda)}{Q_m(\lambda)} = \frac{1}{\lambda + a_{ml}}$$

Тогда уравнение (10) примет вид

$$(D+a_{ml})e_l(t)=\beta_l v_l(t)+\varphi_l(t), \qquad (11)$$

где $\varphi_l(t)=\dfrac{1}{T_l(D)}\bar{\varphi}_l(t)+\beta_l(\bar{v}_l(t)-v_l(t))$, $l=\overline{1,r}$.

Промежуточный сигнал $\varphi_l(t)$, $l=\overline{1,r}$, l-го агента сети цепочной структуры несет информацию о неопределенности параметров, внешних возмущениях, запаздывании в каналах агента. Воспользуемся методом вспомогательного контура [8] для компенсации негативного действия выделенного сигнала $\varphi_l(t)$ в l-м агенте сети цепочной структуры.

Пусть вспомогательный контур в l-м агенте описывается следующим уравнением:

$$(D+a_{ml})\bar{e}_l(t)=\beta_l v_l(t), \;\; l=\overline{1,r}. \qquad (12)$$

С учетом уравнений (11), (12) составим уравнение для сигнала рассогласования:

$$(D+a_{ml})\zeta_l(t)=\varphi_l(t), \;\; l=\overline{1,r}, \qquad (13)$$

где $\zeta_l(t)=y_l(t)-\bar{y}_l(t)$, $\zeta_l(t)$ — рассогласование.

Таким образом, в случае доступности измерения n_l-m_l-1 производных сигнала $v_l(t)$ и первой производной регулируемой величины $e_l(t)$, сформировав $v_l(t)$ в виде

$$v_l(t)=-\frac{1}{\beta_l}(D+a_{ml})\zeta_l(t), \;\; l=\overline{1,r}, \qquad (14)$$

получим, что закон управления (6), (14) обеспечивает асимптотическую устойчивость системы (1), (6), (14) по переменной $e_l(t)$, а уравнение замкнутой системы будет иметь вид $(D+a_{ml})e_l(t)=0$. Иными словами, из уравнения (5) имеем, что $n-m$ производные сигнала $e_l(t)$ стремятся к 0.

Однако для работоспособности системы управления в l-м агенте необходимо показать, что сигнал $\varphi_l(t)$ ограничен.

В случае доступности измерению перечисленных производных переменных системы

$$\varphi_l(t)=\frac{1}{T_l(D)}\bar{\varphi}_l(t),$$

а из соотношения (14) имеем, что

$$v_l(t)=-\frac{1}{\beta_l}\varphi_l(t).$$

Тогда

$$\begin{aligned}
u_1(t)=-\frac{1}{\beta_1}\Bigg(&(k_1-\beta_1)u_1(t)+k_1\frac{\Delta R_1(D)}{R_{01}(D)}u_1(t)-\\
&-\frac{\Delta Q_1(D)}{R_{01}(D)}y_1(t)+\frac{N_1(D)}{R_{01}(D)}y_m(t)+\frac{G_1(D)}{R_{01}(D)}\times\\
&\times y_1(t-h_1(t))+\frac{1}{R_{01}(D)}f_1(t)-\frac{k_m}{R_{01}(D)}g(t)\Bigg);\\
u_l(t)=-\frac{1}{\beta_l}\Bigg(&(k_l-\beta_l)u_l(t)+k_l\frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}u_l(t)-\\
&-\frac{\Delta Q_l(D)}{R_{0l}(D)}y_l(t)+\frac{N_l(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t)+\\
&+\frac{G_l(D)}{R_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t))+\\
&+\frac{1}{R_{0l}(D)}f_l(t)-\frac{Q_m(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t)\Bigg),\; l=\overline{2,r}.
\end{aligned} \qquad (15)$$

Отметим, что в уравнениях (15) члены

$$\frac{\Delta Q_1(D)}{R_{01}(D)}y_1(t),\;\; \frac{N_1(D)}{k_{1l}R_{01}(D)}y_m(t),\;\; \frac{G_1(D)}{R_{01}(D)}y_1(t-h_1(t)),$$

$$\frac{1}{R_{01}(D)}f_1(t),\;\; \frac{k_m}{R_{01}(D)}g(t),\;\; \frac{\Delta Q_l(D)}{R_{0l}(D)}y_l(t),$$

$$\frac{G_l(D)}{R_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t)),\;\; \frac{1}{R_{0l}(D)}f_l(t),\;\; \frac{k_m}{R_{0l}(D)}g(t)$$

ограничены в силу выполнения условия $\lim\limits_{t\to\infty}e_l(t)=0$, а также условий предположений 3, 4, 6. Важно подчеркнуть, что компонента взаимодействия в l-м агенте $\dfrac{N_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_{l-1}(t)$ также является ограниченной в силу гурвицевости полинома $R_{0l}(D)$ и условия $\lim\limits_{t\to\infty}e_l(t)=0$.

Из уравнений (15) имеем:

$$\begin{aligned}
u_1(t)=\Bigg(&-\frac{\Delta R_1(D)}{R_{01}(D)}u_1(t)+\frac{\Delta Q_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t)-\\
&-\frac{N_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_m(t)-\frac{G_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t-h_1(t))-\\
&-\frac{1}{k_1R_{01}(D)}f_1(t)+\frac{k_m}{k_1R_{01}(D)}g(t)\Bigg);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_l(t)=\Bigg(&-\frac{\Delta R_l(D)}{R_{0l}(D)}u_l(t)+\frac{\Delta Q_l(D)}{k_lR_l(D)}y_1(t)-\\
&-\frac{N_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_m(t)-\frac{G_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t))-\\
&-\frac{1}{k_lR_{0l}(D)}f_l(t)+\frac{Q_m(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t)\Bigg),\; l=\overline{2,r}.
\end{aligned}$$

Следовательно, с учетом (5) имеем $Q_m(D)y_l(t) = 0$. Выразим $u_1(t)$, $u_l(t)$, $l = \overline{2,r}$ из уравнений (15):

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \frac{-R_{01}(D)}{R_{01}(D)+\Delta R_1(D)}\left(\frac{\Delta Q_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t) - \right. \\ &- \frac{N_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_m(t) - \frac{G_1(D)}{k_1R_{01}(D)}y_1(t-h_1(t)) - \\ &\left. - \frac{1}{k_1R_{01}(D)}f_1(t) + \frac{k_m}{k_1R_1(D)}g(t)\right); \\ u_l(t) &= \frac{-R_{0l}(D)}{R_{0l}(D)+\Delta R_l(D)}\left(\frac{\Delta Q_l(D)}{kR_{0l}(D)}y_l(t) - \right. \\ &- \frac{N_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_{l-1}(t) - \frac{G_l(D)}{k_lR_{0l}(D)}y_l(t-h_l(t)) - \\ &\left. - \frac{1}{k_lR_{0l}(D)}f_l(t) + \frac{Q_m(D)}{R_{0l}(D)}y_{l-1}(t)\right), \ l = \overline{2,r}. \end{aligned} \quad (16)$$

Поскольку в l-м агенте сети $R_{0l}(D) + \Delta R_l(D) = R_l(D)$ — гурвицев полином в силу предположения 2, и $n - m$ производных ошибки слежения $e_l(t)$ стремятся к нулю, то ограниченными являются управляющий сигнал $u_l(t)$, промежуточные сигналы $\varphi_l(t)$, $\overline{\varphi}_l(t)$, переменная $\zeta_l(t)$ и ее производная в силу (14).

Согласно предположению 5 система проектируется без измерений производной сигнала $\zeta_l(t)$, поэтому вместо (14) сигнал $v_l(t)$ сформируем в виде

$$v_l(t) = -\frac{1}{\beta_l}(D + a_{ml})\overline{\zeta}_l(t), \ l = \overline{1,r}, \quad (17)$$

где $\overline{\zeta}_l$ — оценка, получаемая с фильтра [19]

$$\begin{aligned} \dot{z}_l &= \overline{F_{0l}}z_l(t) + \overline{B_{0l}}(\zeta_l(t) - \overline{\zeta}_l(t)); \\ \overline{\zeta}_l(t) &= L_2 z_l(t), \quad l = \overline{1,r}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $z_l(t) \in R^2$; матрицы $\overline{F_{0l}}$ и $\overline{B_{0l}}$ аналогичны матрицам в соотношении (9) и имеют соответствующие размерности; $L_2 = [1, 0]$, $l = \overline{1,r}$.

Итак, для сети агентов цепочной структуры справедливо следующее утверждение.

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений 1—6, тогда для любого $\delta > 0$ в условии (3) существуют числа $\mu > 0$, $T > 0$ такие, что при $\mu \leqslant \mu_0$ и $t \geqslant T$ для системы (1), (8), (9), (12), (17), (18) выполнены целевые условия (3), и все переменные в системе ограничены.

Доказательство утверждения аналогично доказательству устойчивости системы, предложенной в работе [9].

Числовой пример

Рассмотрим сеть идентичных объектов цепочной структуры, состоящую из четырех агентов, последовательно связанных таким образом, что сигнал с синхронизирующей подсистемы поступает только в первый агент, а выход каждого агента является ведущим сигналом следующего агента. Связь односторонняя. Сеть описывается следующими уравнениями с отклоняющимися аргументами:

$$\begin{aligned} &(D^4 + a_{1l}D^3 + a_{2l}D^2 + a_{3l}D + a_{4l})y_l(t) = \\ &= (b_{0l}D + b_{1l})u_l + (c_{1l}D^3 + c_{2l}D^2 + \\ &+ c_{3l}D + c_{4l})y_{l-1} + (m_{1l}D^3 + m_{2l}D^2 + \\ &+ m_{3l}D + m_{4l})y_l(t - h_l(t)) + f_l(t), \ \ l = \overline{1,4}. \end{aligned}$$

Задача управления такой сетью цепочной структуры, как указано выше в предположении 2, решается в условиях неопределенности параметров их математических моделей.

Задан класс неопределенности:

$$\begin{gathered} 2 \leqslant a_{ql} \leqslant 8, \ \ 20 \leqslant b_{0l} \leqslant 50, \\ -2 \leqslant c_{1l} \leqslant 10, \ \ 1 \leqslant m_{ql} \leqslant 25, \ \ l, q = \overline{1,4}. \end{gathered}$$

Уравнение синхронизирующей подсистемы имеет вид

$$(D + a_{ml})^3 y_m(t) = 10g(t).$$

Согласно алгоритмам управления, предложенным в данной работе: $T_l(\lambda) = (\lambda + a_{ml})^2$, $\beta = 50$, $\mu = 0{,}01$, $a_{m1} = a_{m2} = 5$, $a_{m3} = 2$, $a_{m4} = 4$; запаздывания $h_1(t) = 1$, $h_2(t) = 3$, $h_3(t) = 4$, $h_4(t) = 1$; вспомогательные контуры (12) $(D + a_{ml})\overline{e}_l(t) = 50v_l(t)$, $l = \overline{1,4}$; уравнения наблюдателей (9) и (18) имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}_{1l}(t) = \varsigma_{2l}(t) + \dfrac{6}{\mu}(v_l(t) - \varsigma_{1l}(t)), \\ \dot{\varsigma}_{2l}(t) = \dfrac{8}{\mu^2}(v_l(t) - \varsigma_{1l}(t)), \\ \overline{v_l}(t) = \varsigma_{1l}(t), \quad l = \overline{1,4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{z}_l(t) = \dfrac{a_{ml}}{\mu}(\zeta_l(t) - z_l(t)), \\ \overline{\zeta_l}(t) = z_l(t), \ \ l = \overline{1,4}. \end{cases}$$

Управляющие воздействия (8) и (17) имеют вид

$$u_l(t) = n_{0l}\varsigma_{1l}(t) + n_{1l}\varsigma_{2l}(t) + n_{2l}\dot{\varsigma}_{2l}(t);$$

$$v_l(t) = -\frac{1}{50}(a_{ml}\zeta_l(t) + \dot{z}_l(t)),$$

где n_{0l}, $\underline{n_{1l}}$, n_{1l} — коэффициенты полиномов $T_l(\lambda)$, $l = \overline{1,4}$.

Численное моделирование проведено в MATLAB Simulink для сети агентов, математические модели которых описываются следующими уравнениями:

$$(D^4 + 2D^3 + 2D^2 + 2D + 2)y_1(t) =$$
$$= (40D + 26)u_1 + (2D^3 + 2D^2 + 2D + 2)y_m +$$
$$+ (2D^3 + 4D^2 + 6D + 1)y_1(t-1) + f_1(t);$$

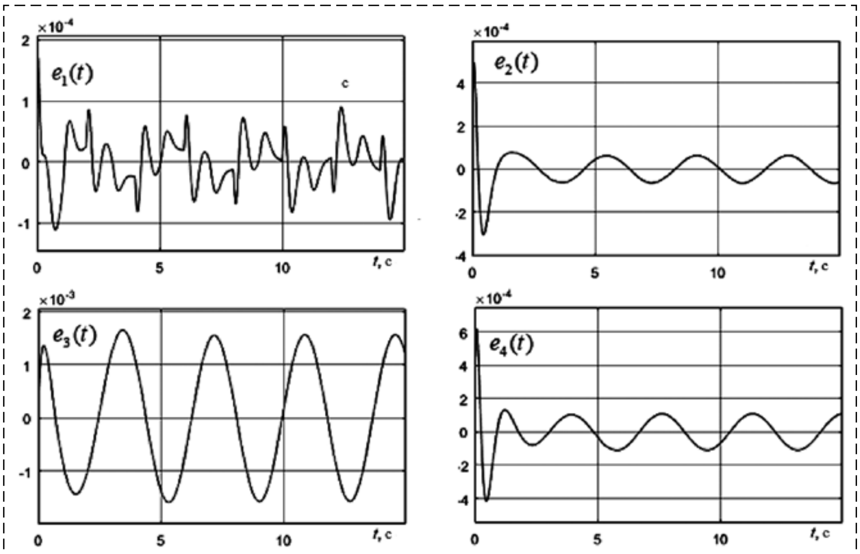
$$(D^4 + 3D^3 + 3D^2 + 3D + 3)y_2(t) =$$
$$= (26D + 35)u_2 + (2D^3 + 2D^2 + 2D + 2)y_1 +$$
$$+(2D^3 + D^2 + D + 2)y_2(t-3) + f_2(t);$$

$$(D^4 + 10D^3 + 10D^2 + 10D + 10)y_3 =$$
$$= (26D + 35)u_3 + (2D^3 + 3D^2 + 8D - 2)y_2 +$$
$$+ (2D^3 + 2D^2 + 2D + 2)y_3(t-4) + f_3(t);$$

$$(D^4 + 5D^3 + 5D^2 + 5D + 5)y_4(t) =$$
$$= (26D + 35)u_4 + (2D^3 - 2D^2 + 8D - 2)y_3 +$$
$$+ (2D^3 + 4D^2 + 6D + 1)y_4(t-5) + f_4(t).$$

Результаты моделирования представлены на рисунке.

Точность $\delta = 0{,}002$ получена с первой секунды при следующих воздействиях: $g(t) = 10\sin 3t$, $f_1(t) = 10\sin 1{,}7t$, $f_2(t) = 10\sin 1{,}7t$, $f_3(t) = 3\sin t$, $f_4(t) = 2\sin 5t$. Начальные условия нулевые.



Переходные процессы по ошибкам слежения $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$, $e_4(t)$ в агентах
Tracking error $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$, $e_4(t)$ transients in agents

Заключение

В работе предложен подход к построению робастной сетевой системы цепочной структуры с компенсацией параметрической неопределенности, внутренних и внешних неконтролируемых возмущений. В каждом агенте сети с учетом оценок возмущений и информации о скалярных вход-выходах, компонентах взаимодействия сформированы управляющие воздействия, обеспечивающие достижимость цели управления с требуемой точностью. Результаты численного моделирования в MATLAB Simulink подтвердили теоретические выводы и показали хорошую работоспособность системы управления цепочной структуры.

Список литературы

1. **Fax J. A., Murray R. M.** Information flow and cooperative control of vehicle formations // IEEE Trans Automat Contr. 2004. N. 9. P. 1465—1476.
2. **Olfati-Saber R.** Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory // IEEE Trans Automat Contr. 2006. N. 51. P. 401—420.
3. **Zhang S., Zhang C., Zhang S., Zhang M.** Discrete Switched Model and Fuzzy Robust Control of Dynamic Supply Chain Network // Complexity. Vol. 2018. Article ID 3495096. 11 p.
4. **IEEE** Control Systems Magazine. Special Section "Complex networked Control Systems". Aug. 2007.
5. **Кузнецов А. В.** Краткий обзор многоагентных моделей // УБС. 2018. № 71. С.6—44.
6. **Проблемы** сетевого управления / Под ред. А. Л. Фрадкова. М. Ижевск: ИКИ, 2015. 392 с.
7. **Liu K., Selivanov A., Fridman E.** Survey on Time-delay Approach to Networked Control // Annual Reviews in Control. 2019. P. 57—79.
8. **Фуртат И. Б.** Адаптивное и робастное управление мультиагентными системами. СПб.: Изд. Университета ИТМО. 2016. 155 с.
9. **Имангазиева А. В.** Синхронизация сети нелинейных объектов с запаздыванием по состоянию в условиях неопределенности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 5. С. 266—273.
10. **Андриевский Б. Р., Фуртат И. Б.** Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 1. Методы // Автоматика и телемеханика. 2020. № 9. С. 3—61.
11. **Андриевский Б. Р., Фуртат И. Б.** Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 2. Приложения // Автоматика и телемеханика. 2020. № 10. С. 35—91.
12. **Цыкунов А. М.** Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С.103—115.
13. **Цыкунов А. М.** Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: Физматлит, 2009. 268 с.
14. **Цыкунов А. М.** Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит, 2012. 300 с.
15. **Цыкунов А. М.** Робастное управление объектами с последействием. М.: Физматлит. 2014. 264 с.

16. **Чугина Ю. В.** Метод вспомогательного контура в задачах управления сетями динамических объектов // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург. 2019. 19 с.

17. **Фуртат И. Б., Цыкунов А. М.** Робастное управление нестационарными нелинейными структурно-неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2—7.

18. **Имангазиева А. В., Цыкунов А. М.** Робастное управление линейным динамическим объектом с запаздыванием по состоянию // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 12. С. 2—6.

19. **Atassi A. N., Khalil H. K.** Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. V. 44, N. 9. P. 1672—1687.

Chain Network Control with Delay by an Auxiliary Loop Method

A. V. Imangazieva, aliya111@yandex.ru,
Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation

Corresponding author: **Imangazieva Aliya V.** Cand. of Tech. Sc., Associate Professor, Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation, e-mail: aliya111@yandex.ru

Accepted on July 25, 2022

Abstract

The article is devoted to the development of control algorithms for a network of agents of a chain network, each agent of which is a linear plant with state delay, subject to the action of external disturbances under conditions of a priori uncertainty. In each agent of the network, the output of the previous agent is monitored, and the signal from the leading subsystem arrives only at the first agent of the network, the communication is one-way. Taking into account the time delay in the models of each agent of the network of such a structure makes them close to real ones. In agent control systems, disturbances are compensated by implementing the principle of invariance, namely, in each network agent, compensation for the action of external disturbances acting on the network agent from the outside, as well as internal disturbances caused by various modes of operation of the plant, is carried out by generating a special disturbance signal, and then it subsequent compensation with the help of an auxiliary loop and Khalil observers. A numerical example of a chain network consisting of four linear control plants is given under the conditions of interval uncertainty of the parameters of their mathematical models, state delay and the action of external uncontrolled disturbances. Numerical simulation was carried out in Matlab Simulink. Graphs of transient processes for tracking errors of agents of the chain network are presented, confirming the theoretical conclusions and illustrating the good performance of the control algorithms for the chain network.

Keywords: *chain network, robust control, a priori uncertainty, uncontrolled perturbations, control, delay, observer, auxiliary loop*

Acknowledgements: The reported study was funded by RFBR, project number 20-08-00610.

For citation:

Imangazieva A. V. Chain Network Control with Delay by an Auxiliary Loop Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2022, vol. 23, no. 11, pp. 570—576.

DOI: 10.17587/mau.23.570-576

References

1. **Fax J. A., Murray R. M.** Information flow and cooperative control of vehicle formations, *IEEE Trans Automat Contr.*, 2004, no. 9, pp. 1465—1476.
2. **Olfati-Saber R.** Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory, *IEEE Trans Automat Contr.,* 2006, no. 51, pp. 401—420.
3. **Zhang S., Zhang C., Zhang S., Zhang M.** Discrete Switched Model and Fuzzy Robust Control of Dynamic Supply Chain Network, *Complexity*, 2018, vol. 2018, Article ID 3495096, 11 p.
4. **IEEE** Control Systems Magazine. Special Section "Complex networked Control Systems", Aug. 2007.
5. **Kuznetsov A. V.** Brief review of multi-agent models, *UBS*, 2018, no. 71, pp. 6—44 (in Russian).
6. **Fradkov A. L.** ed. Problems of network control, Moscoq—Izhevsk, IKI, 2015, 392 p. (in Russian).
7. **Liu K., Selivanov A., Fridman E.** Survey on Time-delay Approach to Networked Control, *Annual Reviews in Control*, 2019, pp. 57—79.
8. **Furtat I. B.** Adaptive and robust control of multi-agent systems, St. Petersburg, Publishing house of ITMO University, 2016, 155 p. (in Russian).
9. **Imangazieva A. V.** Synchronization of a Network of Nonlinear Plants with Time Delay as in Condition Under Uncertainty, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 5, pp. 266—273 (in Russian).
10. **Andrievsky B. R., Furtat I. B.** Perturbation Observers: Methods and Applications. Part 1. Methods, *Avtomat. and telemech.*, 2020, no. 9, pp. 3—61 (in Russian).
11. **Andrievsky B. R., Furtat I. B.** Perturbation Observers: Methods and Applications. Part 2. Applications, *Avtomat. and telemech.*, 2020, no. 10, pp. 35—91 (in Russian).
12. **Tsykunov A. M.** Robust control algorithms with compensation of bounded perturbations, *Avtomat. and telemech.*, 2007, no. 7, pp. 103—115 (in Russian).
13. **Tsykunov A. M.** Adaptive and robust control of dynamic plants by output, Moscow, Phys-matlit, 2009, 268 p. (in Russian).
14. **Tsykunov A. M.** Robust control with disturbance compensation, Moscow, Fizmatlit, 2012, 300 p. (in Russian).
15. **Tsykunov A. M.** Robust control of plants with aftereffect, Moscow, Fizmatlit, 2014, 264 p. (in Russian).
16. **Chugina Yu. V.** Auxiliary loop method in the problems of control of networks of dynamic plants, Dissertation abstract for the degree of candidate of technical sciences, St. Petersburg, 2019, 19 p. (in Russian).
17. **Furtat I. B., Tsykunov A. M.** Robust control of nonstationary non-linear structurally indeterminate plants, *Problems of Control*, 2008, no. 5, pp. 2—7 (in Russian).
18. **Imangazieva A. V., Tsykunov A. M.** Robust control of a linear dynamic plant with time delay on state, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2007, no. 12, pp. 2—6 (in Russian).
19. **Atassi A. N., Khalil H. K.** Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems, *IEEE Trans. automat. control,* 1999, vol. 44, no. 9, pp. 1672—1687.