

С. Веиси, аспирант, veisi.saajjad@gmail.com,

В. В. Любимов, д-р техн. наук, доц., vlubimov@mail.ru,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева

## Задача сближения двух спутников на орбите методом численного моделирования

*Рассматривается задача сближения двух космических аппаратов, находящихся на двух геоцентрических круговых орбитах. Целью сближения космических аппаратов может быть, например, дистанционная зарядка аккумулятора на пассивном космическом аппарате посредством передачи света на солнечные батареи этого аппарата. Высота орбиты пассивного космического аппарата 500 км и высота орбиты маневрирующего космического аппарата в первом рассмотренном случае равна 499,9 км. Задача решается при малом значении угла дальности ( $\Delta\vartheta = 0,01^\circ$ ) между векторами состояния космических аппаратов и при нескольких значениях высоты орбиты маневрирующего космического аппарата ( $r_1 = 499,9; 499,8; 499,7$  км). В качестве метода сближения космических аппаратов выбирается метод параллельного сближения с прямым догоном. При этом движение космических аппаратов рассматривается как невозмущенное и допускается, что плоскость сближения совпадает с плоскостью орбиты пассивного космического аппарата. В работе исследуются зависимости параметров сближения космических аппаратов от времени полета.*

**Ключевые слова:** управление космических аппаратов, навигация космических аппаратов, проблема встречи, сближение, круговая орбита

### Введение

Одной из наиболее актуальных проблем развития техники орбитальных полетов является проблема встречи двух космических аппаратов (КА) на орбите. Различным аспектам, связанным с данной проблемой, посвящено множество работ [1–7]. Под встречей понимается выведение двух или более объектов в некоторую относительно малую область космического пространства, сближение объектов и, при необходимости, осуществление между ними физического контакта или конструктивного соединения.

Первое в мире сближение двух пилотируемых кораблей было выполнено 15 декабря 1965 года кораблями НАСА "Джемини-7" и "Джемини-6А". Командир корабля "Джемини-6А" Уолтер Ширра выполнил сближение до расстояния 30 сантиметров. Известно, что 30 октября 1967 года первая в мире полностью автоматическая стыковка двух КА была выполнена в СССР двумя беспилотными космическими кораблями типа "Союз": "Космос-186" и "Космос-188" [8].

Операция встречи КА выполняются с разными целями, например, для транспортировки грузов и экипажей на орбитальную станцию или для уборки космического мусора.

### Постановка задачи

Рассматривается задача сближения КА на двух компланарных круговых геоцентрических

орбитах. В частности, данная задача актуальна для дистанционной зарядки аккумулятора на пассивном космическом аппарате (ПКА) посредством передачи светового потока от маневренного КА на солнечные батареи на ПКА. Космические аппараты находятся на близких круговых орбитах относительно Земли, расположенных в единой плоскости, при этом высота орбиты ПКА составляет 500 км и высота орбиты маневрирующего космического аппарата (МКА) в первом рассматриваемом случае исследования равна 499,9 км. В данной работе численно исследуются зависимости от времени параметров сближения, в том числе: расстояние  $D$  между МКА и ПКА, скорость  $\dot{D}$  сближения, угол  $q$  сближения между вектором  $D$  и осью  $x$  орбитальной системы координат, а также угловая скорость  $\dot{q}$  линии визирования, показанные на рис. 1. Численное моделирование выполняется при малом значении угла дальности между векторами расположений КА ( $\Delta\vartheta = 0,01^\circ$ ) и при разных значениях высоты орбиты МКА (при  $r_1 = 499,9; 499,8; 499,7$  км). На рис. 1  $r_1, r_2$  — векторы расположения МКА и ПКА;  $V_1, V_2$  — орбитальные скорости МКА и ПКА;  $\Delta\vartheta$  — угол дальности между векторами расположения МКА и ПКА;  $O'$  — начало инерциальной системы координат.

При исследовании принимаются следующие допущения:

- задача рассматривается при отсутствии возмущений и в центральном однородном гравитационном поле тяготения Земли;

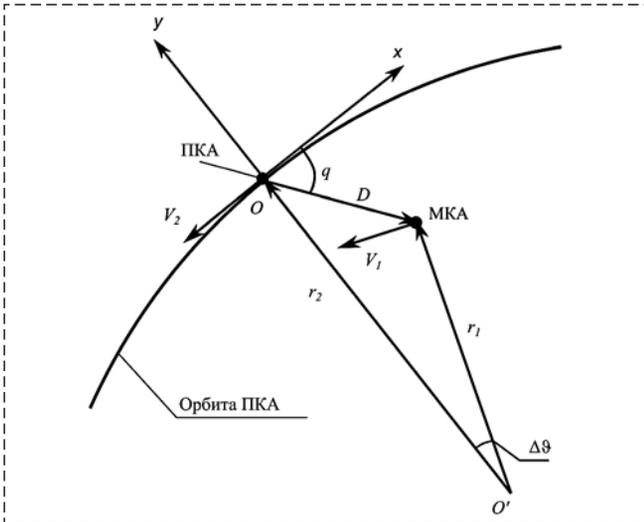


Рис. 1. Схема относительного расположения МКА и ПКА  
Fig. 1. The scheme of relative positions of the active and passive spacecraft

- плоскость маневра сближения КА совпадает с плоскостью орбиты ПКА;
- в качестве двигательной установки для коррекции орбиты МКА использует реактивный двигатель с расходом топлива  $\dot{m} = 0,1$  кг/с;
- масса МКА — 400 кг.

### Метод решения задачи

Для решения поставленной задачи в качестве метода сближения принимаем метод параллельного сближения [9] (рис. 2). При этом используется информация о положении линии визирования.

Метод параллельного сближения является наиболее простым и легко реализуемым. Он

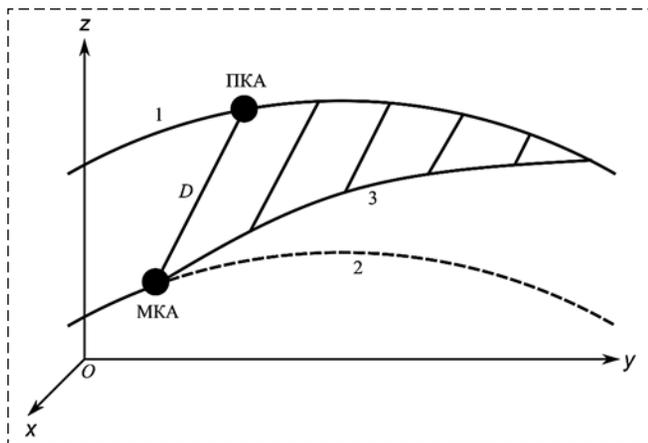


Рис. 2. Схема сближения при идеальном параллельном сближении с прямым догоном  
Fig. 2. The approach scheme in the case of an ideal line-of-sight approach

позволяет осуществить полет КА в упрежденную точку встречи. При использовании этого метода вектор относительной дальности  $\vec{D}$  в процессе сближения не меняет своего направления в пространстве, а вектор относительной скорости неизменно направлен на ПКА.

Запишем дифференциальные уравнения, описывающие относительное движение МКА и ПКА в системе координат, показанной в рис. 3 [9]:

$$\begin{aligned} \ddot{D} - D\dot{q}^2 - 2\omega D\dot{q} - 3\omega^2 D \sin^2 q &= a_D; \\ D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} + 2\omega\dot{D} - 1,5\omega^2 D \sin 2q &= a_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D$  — модуль вектора относительной дальности;  $q$  — угол между вектором  $D$  и осью  $x$ ;  $\omega$  — угловая орбитальная скорость пассивного КА;  $a_D, a_q$  — проекции вектора управляющего ускорения на линию визирования  $D$  и на нормаль к ней.

На рис. 2  $D$  — линия визирования, 1 — орбита ПКА, 2 — опорная орбита МКА, 3 — траектория сближения.

При методе параллельного сближения составляющая  $a_D$  будет равна нулю. В результате имеем:

$$\begin{aligned} \ddot{D} - D\dot{q}^2 - 2\omega D\dot{q} - 3\omega^2 D \sin^2 q &= 0; \\ D\ddot{q} + 2\dot{D}\dot{q} + 2\omega\dot{D} - 1,5\omega^2 D \sin 2q &= a_q. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 3 начало системы координат  $O$  расположено в центре масс ПКА. Ось  $y$  направлена вдоль вектора расположения ПКА  $r_2$ , а ось  $x$  перпендикулярна оси  $y$ .

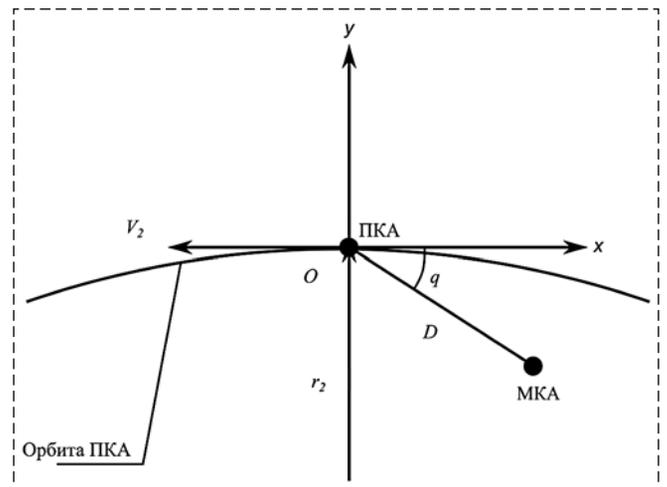


Рис. 3. Система координат, связанная с ПКА  
Fig. 3. The coordinate system fixed on the passive spacecraft

Введем в системе (2) следующие обозначения:

$$D(t) = X_1, \quad \dot{D} = X_2, \quad q(t) = Y_1, \quad \dot{q} = Y_2. \quad (3)$$

Запишем систему уравнений (2) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= X_2; \\ \frac{dX_2}{dt} &= X_1 Y_2^2 + 2\omega X_1 Y_2 + 3\omega^2 X_1 \sin^2 Y_1; \\ \frac{dY_1}{dt} &= Y_2; \\ \frac{dY_2}{dt} &= \frac{a_q - 2X_2 Y_2 - 2\omega X_2 + 1,5\omega^2 X_1 \sin 2Y_1}{X_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

При сближении МКА и ПКА угловая скорость  $\dot{q}$  линии визирования должна поддерживаться близкой к нулевому значению с учетом составляющей управляющего ускорения  $a_q$ :

$$\begin{aligned} a_q &= -\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)V, \\ V &= -V_q, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\dot{m} = -0,1$  кг/с — скорость расхода топлива МКА;  $m = 400$  кг — начальная масса МКА. При этом в процессе сближения боковой импульс скорости  $V$  в каждый момент времени компенсируется ( $V_q(t) = D\dot{q}$ ), чтобы МКА остался на линии визирования.

Скорость изменения составляющей  $a_q$  управляющего ускорения можно описать дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \frac{da_q}{dt} &= -\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)\frac{dV}{dt} = -\left(\frac{\dot{m}}{m}\right)(-\dot{D}\dot{q} - D\ddot{q}) = \\ &= \left(\frac{\dot{m}}{m}\right)(X_2 Y_2 + a_q - 2X_2 Y_2 - \\ &- 2\omega X_2 + 1,5\omega^2 X_1 \sin 2Y_1). \end{aligned} \quad (6)$$

Система дифференциальных уравнений (4) и уравнение (6), описывающее скорость изменения составляющей  $a_q$ , решаются численно методом Рунге—Кутты 4-го порядка. В качестве начальных значений принимаем следующие величины:

— начальное расстояние между КА

$$X_1(0) = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $x_0, y_0$  — координаты начального положения МКА относительно ПКА. Эти значения вычисляем из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} x_0 &= r_1 \sin \Delta\vartheta, \\ y_0 &= -(r_2 - r_1 \cos \Delta\vartheta); \end{aligned}$$

— начальное значение скорости сближения

$$X_2(0) = V \cos \alpha, \quad (8)$$

где  $V$  — начальная скорость МКА относительно ПКА;  $\alpha$  — угол между вектором относительной скорости и линией сближения (рис. 4):

$$\begin{aligned} V &= (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos \Delta\vartheta)^{1/2}, \\ \alpha &= \gamma - \beta, \\ \gamma &= \arccos\left(\frac{V_2^2 - V_1^2 - V^2}{-2V_1 V}\right), \\ \beta &= \arctg\left(\frac{|r_2 \cos \Delta\vartheta - r_1|}{r_2 \sin \Delta\vartheta}\right); \end{aligned}$$

— начальное значение угла  $q$

$$Y_1(0) = \arctg\left(\frac{y_0}{x_0}\right); \quad (9)$$

— начальное значение угловой скорости  $\dot{q}$  линии визирования

$$Y_2(0) = \frac{V \sin \alpha}{X_1(0)}. \quad (10)$$

### Численные исследования и результаты моделирования

Рассмотрим графики зависимости от времени расстояния  $D$  между КА, полученные из решения дифференциальных уравнений относительного движения и скорости изменения управляющего ускорения. Из рис. 5 (см. четвертую сторону обложки) видно, что чем меньше разница высот орбит КА, тем быстрее МКА подлетит к ПКА. При высоте 499,7 км МКА в течение менее 50 с подлетает к ПКА на расстоянии меньше 80 метров, которое достаточно для выполнения зарядки аккумулятора ПКА.

При этом для достижения необходимого расстояния для зарядки аккумулятора надо проводить корректировку орбиты сближения импульсом тяги, чтобы поддержать заданное расстояние. Из рис. 5 следует, что в случае невыполнения коррекции орбиты МКА удаляется на значительное расстояние от ПКА.

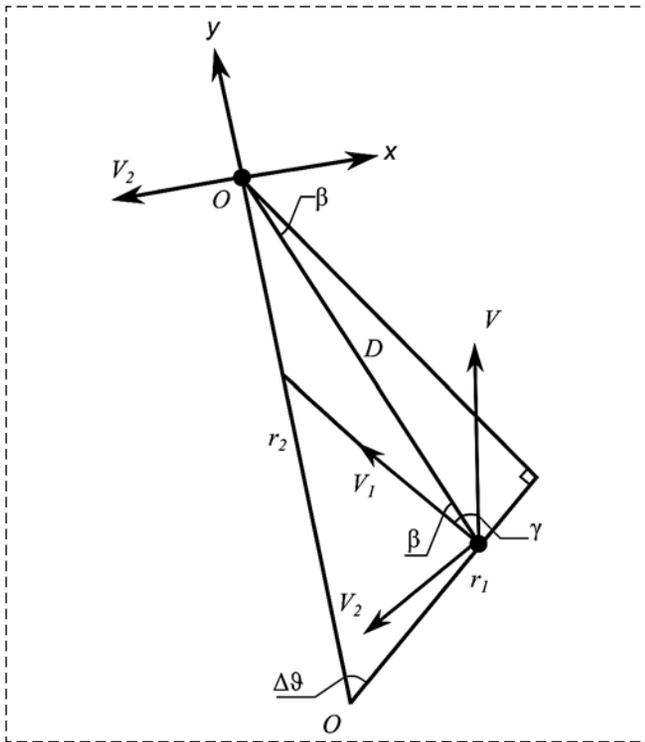


Рис. 4. Схема относительной скорости и угла между векторами относительной дальности и относительной скорости

Fig. 4. The scheme of the relative velocity and the angle between the relative state vector and the relative velocity

Рис. 6 (см. четвертую сторону обложки) показывает, что скорость сближения  $\dot{D}$  увеличивается при уменьшении расстояния между орбитами КА.

Из рис. 7 (см. четвертую сторону обложки) следует, что при высоте орбиты МКА, равной 499,9 км, угол  $q$  совершает малые колебания относительно значения  $-5^\circ$ . При уменьшении расстояния между орбитами КА начальное значение угла  $q$  уменьшается и до определенного момента времени совершает колебания. При этом, начиная с некоторого момента времени, угол  $q$  эволюционирует, и МКА удаляется от ПКА.

На рис. 8 (см. четвертую сторону обложки) показано, что угловая скорость  $\dot{q}$  является близкой к нулю (при невозмущенном сближении двух КА в случае использования МКА круговой орбиты с высотой 499,9 км). При этом угловая скорость  $\dot{q}$  имеет малые колебания. При остальных двух значениях высоты орбиты МКА угловая скорость в определенный момент времени резко меняется и далее постепенно стабилизируется при значении  $-0,1^\circ/\text{с}$ . При этом МКА удаляется от ПКА.

Из рис. 9 (см. четвертую сторону обложки) видно, что в определенный период времени

значение управляющего ускорения  $a_q$  увеличивается быстрее при меньшем начальном расстоянии между КА. При этом сближение выполняется быстрее, и оно требует меньше расхода рабочего тела.

Анализируя рис. 5, можно предположить, что при рассмотренных значениях высоты орбиты МКА (499,9, 499,8, 499,7 км) время выполнения сближения, соответственно, составляет 250, 90, 40 с. Если сравнить значения  $a_q$  в эти моменты времени, то получаем, что при выборе значения высоты МКА 499,7 км сближение осуществляется за меньшее время.

### Заключение

В данном исследовании рассмотрена задача сближения двух КА для дистанционной зарядки аккумулятора на ПКА посредством передачи света на солнечные батареи ПКА от источника света на МКА. В качестве метода решения задачи применяется метод параллельного сближения с прямым догоном. В работе были получены численные решения дифференциальных уравнений относительного сближения и дифференциального уравнения, описывающего изменение управляющего ускорения. При этом были исследованы следующие зависимости от времени параметров сближения: расстояния  $D$  между КА, скорости сближения  $\dot{D}$ , угла сближения  $q$  между линией визирования и осью  $x$  системы координат, и угловой скорости  $\dot{q}$  линии визирования.

Анализируя построенные графики зависимостей параметров от времени в рамках выбранных значений высоты опорной орбиты МКА, можно сделать следующие выводы:

1. При меньшей разности высот орбит МКА и ПКА сближение КА выполняется быстрее, что способствует уменьшению затрат рабочего тела.

2. При меньшей разности высот орбит МКА и ПКА расстояние между КА при сближении достигает наименьших значений.

3. После достижения необходимого расстояния для зарядки аккумулятора надо корректировать орбиту сближения импульсом тяги, чтобы поддержать это расстояние. В случае невыполнения коррекции орбиты сближения МКА после прохождения точки с наименьшим расстоянием от ПКА в дальнейшем наблюдается удаление МКА от ПКА.

## Список литературы

1. **Старинова О. Л., Сомов Е. И., Бутырин С. А.** Управление движением космического робота при выведении и сближении с геостационарным спутником // *Навигация и управление движением*. 2020. С. 107–108.
2. **Орловский И. В., Михайлов М. В., Рожков С. Н., Аванесов Г. А., Жуков Б. С.** Сближение и причаливание космических аппаратов по измерениям аппаратуры спутниковой навигации, совмещенной с оптической подсистемой причаливания // *Космическая техника и технологии*. 2021. Т. 33, № 2. С. 88–97.
3. **Дубанов А. А.** Моделирование траектории преследователя в пространстве при методе параллельного сближения // *Программные системы и вычислительные методы*. 2021. № 2. С. 1–10.
4. **Chen T., Xu S.** Double line-of-sight measuring relative navigation for spacecraft autonomous rendezvous // *Acta Astronautica*. 2010. Vol. 67, Iss. 1–2. P. 122–134.

5. **Li P., Zhu Z. H.** Line-of-sight nonlinear model predictive control for autonomous rendezvous in elliptical orbit // *Aerospace Science and Technology*. 2017. Vol. 69. P. 236–243.
6. **Alpern S.** Line-of-sight rendezvous // *European journal of operational research*. 2008. Vol. 188, N. 3. P. 865–883.
7. **Hematulin W., Kamsing P., Torteeka P., Somjit T., Phisannupawong T., Jarawan T.** Multiple-Unmanned Air Vehicle Trajectory Optimization during Close-Approach Boundary based on Line-of-Sight Technique // *Innovation Aviation & Aerospace Industry — International Conference*. 2021. P. 1–4.
8. **Darling D.** *The complete book of spaceflight: From Apollo 1 to zero gravity*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.
9. **Иванов Н. М., Лысенко Л. Н.** Баллистика и навигация космических аппаратов: учебник для вузов. М.: МГТУ им. Баумана, 2016. 523 с.
10. **Noton M.** *Spacecraft navigation and guidance*. Springer science and business media, 2012.

## The Rendezvous Mission of Two in-Orbit Sattelites Using Numerical Simulation

**S. Veisi**, veisi.saajjad@gmail.com, **V. V. Lyubimov**, vlyubimov@mail.ru,  
Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation

*Corresponding author: V. V. Lyubimov*, Dr. of Tech. Sc., Associate Professor,  
Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: vlyubimov@mail.ru

*Accepted on May 25, 2022*

### Abstract

*In this work, a rendezvous of two satellites is considered. The active satellite approaches the passive satellite for a remote partial recharge of the passive spacecraft's dead battery. In the first case, the active and passive spacecraft are in geocentric circular orbits, having an altitude of 499.9 km and 500 km, respectively. It is assumed that the rendezvous is unperturbed and the rendezvous plane coincides with the plane of the passive satellite's orbit. Close-range guidance starts as soon as the sensor on the active spacecraft recognizes the passive spacecraft. A method implementing the line of sight is used for the close-range guidance process. A mathematical model of the relative motion is formed and numerically solved to investigate the rendezvous parameters against time. For solving the model, different values of 499.9, 499.8, 499.7 km are considered as the initial orbit altitude of the active spacecraft, assuming that the angle between state vectors of the spacecraft has a small value of 0.01 degrees. The results show that the active spacecraft with an initial altitude of 499.7 km approaches the passive spacecraft to a distance of 80 meters in less than 50 seconds, where a final velocity impulse is needed to maintain this distance.*

**Keywords:** spacecraft control, spacecraft navigation, rendezvous mission, rendezvous, circular orbit

*For citation:*

**Veisi S., Lyubimov V. V.** The Rendezvous Mission of Two in-Orbit Sattelites Using Numerical Simulation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 10, pp. 555–559.

DOI: 10.17587/mau.23.555-559

### References

1. **Starinova O. L., Somov Y. I., Butyrin S. A.** Motion control of a space robot during the launch and approach to a geostationary satellite, *Navigation and motion control*, 2020, pp. 107–108 (in Russian).
2. **Orlovskiy I. V., Mikhailov M. V., Rozhkov S. N., Avanesov G. A., Zhukov B. S.** Spacecraft rendezvous and docking using measurements from satellite navigation equipment combined with the optical subsystem for final approach, *Space engineering and technology*, 2021, vol. 33, no. 2, pp. 88–97 (in Russian).
3. **Dubanov A. A.** Modeling of the interceptor's trajectory in the space using the parallel approach method, *Software systems and computational methods*, 2021, no. 2, pp. 1–10 (in Russian).
4. **Chen T., Xu S.** Double line-of-sight measuring relative navigation for spacecraft autonomous rendezvous. *Acta Astronautica*, 2010, vol. 67, iss. 1–2, pp. 122–134.

5. **Li P., Zhu Z. H.** Line-of-sight nonlinear model predictive control for autonomous rendezvous in elliptical orbit, *Aerospace Science and Technology*, 2017, vol. 69, pp. 236–243.
6. **Alpern S.** Line-of-sight rendezvous, *European journal of operational research*, 2008, vol. 188, no. 3, pp. 865–883.
7. **Hematulin W., Kamsing P., Torteeka P., Somjit T., Phisannupawong T., Jarawan T.** Multiple-Unmanned Air Vehicle Trajectory Optimization during Close-Approach Boundary based on Line-of-Sight Technique, *Innovation Aviation & Aerospace Industry — International Conference*, 2021, pp. 1–4.
8. **Darling D.** *The complete book of spaceflight: From Apollo 1 to zero gravity*, Hoboken, John Wiley & Sons, 2003.
9. **Ivanov N. M., Lysenko L. N.** Ballistics and Navigation of spacecraft: a book for university students, Moscow, Publishing house of BMSTU, 2016, 523 p. (in Russian)
10. **Noton M.** *Spacecraft navigation and guidance*, Springer science and business media, 2012.