

С. П. Круглов, д-р техн. наук, проф., kruglov_s_p@mail.ru,
С. В. Ковыршин, канд. техн. наук, доц., sergkow@mail.ru,
Д. Н. Аксаментов, аспирант, gaastra104@mail.ru,
Иркутский государственный университет путей сообщения

Адаптивное управление двухмаятниковым подвесом мостового крана

При построении закона управления мостовым краном рассматривается двухмаятниковая модель с подвесом крюка, на который подвешен переносимый груз, и подвесом груза. Эта модель более точно описывает динамику перемещения груза, что особенно критично в ряде режимов работы крана, включая случаи, когда массоинерционные параметры груза близки к аналогичным параметрам крюка. Описывается математическая модель двухмаятниковой механической системы подвеса крана по одной оси его движения с учетом воздействия сил трения при перемещении тележки крана и ветрового возмущения, действующего на переносимый груз. Также представлена линеаризованная модель перемещения крюка с управляющим воздействием в виде заданной скорости перемещения тележки крана. Последнее соответствует использованию сервопривода или шагового двигателя для управления тележкой. На основе полученной линеаризованной модели строится закон адаптивного управления с использованием схемы, включающей алгоритм текущей параметрической идентификации, неявную эталонную модель, "упрощенные" условия адаптивности с непосредственным отслеживанием перемещения крюка (через него — перемещения груза) по свойствам назначенного эталона. Этот закон управления позволяет строить управление краном при текущей параметрической неопределенности свойств крана, переносимого груза и внешних возмущений (предполагается лишь приблизительная информация о некоторых параметрах). Показано, что в случае, когда собственная частота назначенного эталона меньше таковой для подвеса крюка, предлагаемый закон управления порождает асимптотическое перемещение крюка (груза) в назначенную точку и гашение угловых колебаний подвеса крюка и подвеса груза. Для более эффективного гашения угловых колебаний в случае больших значений момента инерции груза предлагается дополнить заданное значение перемещения крюка демпфирующими движениями на основе углового движения подвеса груза. Приведены модельные примеры, подтверждающие теоретические выводы. Показано, что предлагаемое решение позволяет строить управление мостовым краном при действии шумов измерений и задержек сигнала управления.

Ключевые слова: мостовой кран, двухмаятниковая схема, демпфирование колебаний, алгоритм текущей идентификации, адаптивная система управления, эталонная модель

Введение

Обычно при анализе динамики мостового крана и построении систем управления им рассматривают одномаятниковую модель в виде перемещающейся тележки с подвешенным грузом. Этому посвящено большое число работ, например [1—9], с реализацией разных методов управления.

Однако на самом деле подвешенными являются две отдельные массы (без учета тросов): крюк и переносимый груз, т. е. подвесная система крана образует двухмаятниковую механическую систему. В случае, когда массоинерционные параметры переносимого груза намного больше таковых для крюка, с учетом соседства расположения крюка и груза (что соответствует большинству случаев) одномаятниковая модель вполне применима. Однако при близости указанных массоинерцион-

ных параметров и в некоторых других ситуациях могут проявляться свойства, описываемые только двухмаятниковой моделью. В частности, могут появляться двухмаятниковые колебания, которые сложно погасить даже опытному оператору крана. Поэтому для автоматизации управления краном на указанных режимах необходимо использовать двухмаятниковую модель.

Построению систем управления мостовым краном с использованием двухмаятниковой модели посвящен ряд работ, например [10—12]. Однако они строятся либо при условии априорной информации о параметрах крана и груза, либо требуют предварительной настройки закона управления. Последнее при текущей неопределенности внешних возмущений не дает должного решения. Другие методы адаптивного управления, например рассмотренные в работе [13], строятся на теории устойчивости Ляпунова

с дискретной реализацией настройки параметров закона управления на основе градиентных процедур. Параметры последних сложно обосновать предварительно, и они подбираются для конкретных случаев.

Настоящая работа, являясь логическим продолжением работ [9, 14], нацелена на распространение метода адаптивного управления мостовым краном на основе "упрощенных" условий адаптируемости с непосредственным отслеживанием перемещения груза для режимов работы крана, когда его динамика описывается только двухмаятниковой моделью. Данный метод позволяет строить управление при текущей априорной неопределенности параметров крана, груза и возмущений.

Математическое описание двухмаятниковой модели крана и задача управления

Рассмотрим математическую модель крана с двухмаятниковым подвесом груза при его движении по одной оси (рис. 1). Первый маятник образует крюк, подвешенный к тележке крана, а второй — переносимый груз, подвешенный на крюк. Будем считать, что тросовые подвесы не имеют массы и момента инерции, а угловые движения не имеют сопротивлений. Также будем считать, что вертикального перемещения груза нет, ветер непосредственно воздействует только на переносимый груз.

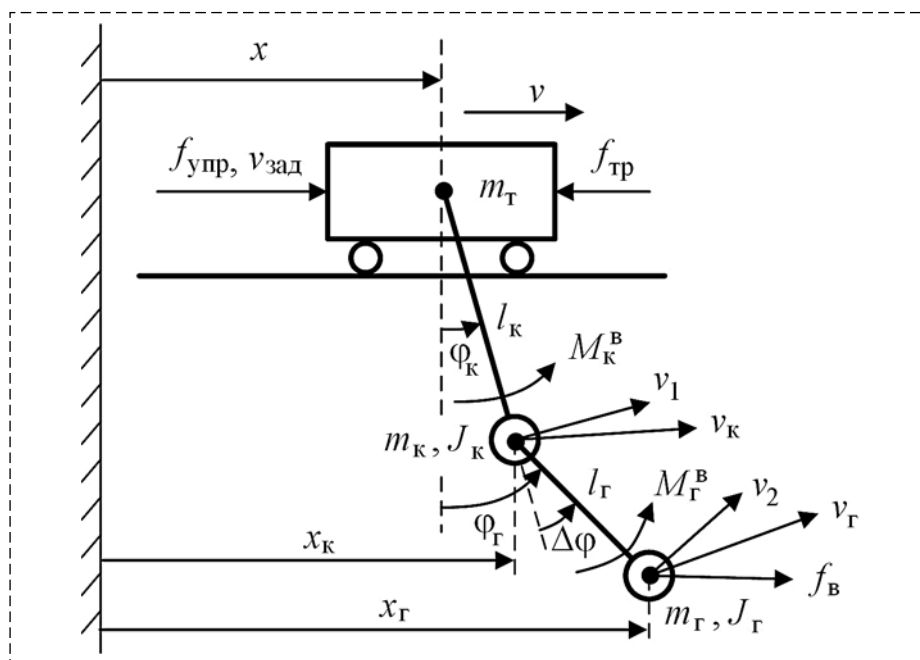


Рис. 1. Двухмаятниковая модель подвеса груза на мостовом кране
Fig. 1. The double pendulum model of load suspension on overhead crane

На рис. 1 обозначено: m_T — приведенная масса тележки (с учетом инерции вращающихся при движении ее колес); m_K, m_G — массы крюка и переносимого груза соответственно; J_K, J_G — центральные осевые (ось перпендикулярна рисунку) моменты инерции крюка и груза соответственно, принимаем условие: $J_K < J_G$; l_K, l_G — длина подвеса крюка и длина подвеса груза соответственно, т. е. длина подвеса от точки его крепления на тележке до центра тяжести крюка и от центра тяжести крюка (считаем, что эта точка совпадает с точкой подвеса груза) до центра тяжести груза соответственно; x — линейное перемещение тележки; $v = \dot{x}$ — линейная скорость перемещения тележки, $v_{зад}$ — заданное ее значение; $f_{упр}$ — управляющая сила со стороны привода тележки крана; $f_{тр} = k_{тр}v$ — сила трения, противодействующая линейному перемещению тележки крана, $k_{тр}$ — коэффициент вязкого трения (более точная модель возможного трения не приводится в силу использования управления по заданной скорости); f_B — сила ветрового воздействия на груз из-за его парусности, считаем, что $|f_B| \ll m_G g$; ϕ_K, ϕ_G — углы отклонения от вертикальной оси подвеса крюка и подвеса груза соответственно; $\Delta\phi = (\phi_G - \phi_K)$ — угол отклонения подвеса груза относительно подвеса крюка (относительный угол отклонения груза); $x_K = x + l_K \sin\phi_K$ — линейное перемещение крюка по горизонтальной оси; $x_G = x_K + l_G \sin\phi_G$ — аналогичное перемещение груза; M_K^B, M_G^B — внешние моменты, действующие на подвес крюка и груза соответственно из-за воздействия ветра (оба момента при отсутствии ветра равны нулю); $v_1 = l_K \dot{\phi}_K, v_2 = l_G \dot{\phi}_G$ — линейные скорости крюка и груза, если считать линейные скорости точек опоры их подвесов нулевыми (перпендикулярны линиям l_K, l_G соответственно); v_K, v_G — полные линейные скорости крюка и груза соответственно.

Рассмотрим, как влияет ветер на указанную механическую систему. Для этого используем известную теорему Пуансо по параллельному переносу силы, при этом считая, что подвесы крюка и груза яв-

ляются абсолютно жесткими телами (такое можно допустить исходя из принятой безынерционности тросов соединения). Согласно теореме вектор силы f_B можно параллельно переместить в центр тяжести крюка и приложить при этом момент к подвесу груза: $M_\Gamma^B = l_\Gamma f_B \cos \varphi_\Gamma$. Аналогичным образом перенесенную силу, так как она действует и на подвес крюка, можно параллельно переместить и дальше в точку подвеса крюка на тележке (в виде дополнительной силы на тележку) с приложением момента на подвес крюка: $M_K^B = l_K f_B \cos \varphi_K$.

Таким образом, представленная механическая система является трехзвенной, включающей тележку крана с линейным перемещением (x), на которую воздействует сила ($f_{\text{упр}} - f_{\text{тр}} + f_B$), подвес крюка с угловым движением (φ_K), к которому приложен момент от ветра (M_K^B), и подвес груза с угловым движением (φ_Γ , $\Delta\varphi$) и приложенным моментом (M_Γ^B). Поэтому для описания динамики движения этой системы можно воспользоваться известным уравнением Эйлера—Лагранжа для неконсервативных систем, которое здесь можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = f_{\text{упр}} - k_{\text{тр}} \dot{x} + f_B; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_K} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_K} = l_K f_B \cos \varphi_K; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_\Gamma} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_\Gamma} = l_\Gamma f_B \cos \varphi_\Gamma, \end{cases} \quad (1)$$

где $L = K - \Pi$; K , Π — полная кинетическая и потенциальная энергии механической системы соответственно; t — текущее время.

Полная кинетическая энергия определяется как

$$K = 0,5(m_T v^2 + m_K v_K^2 + m_\Gamma v_\Gamma^2 + J_K \dot{\varphi}_K^2 + J_\Gamma \dot{\varphi}_\Gamma^2). \quad (2)$$

Квадраты полных линейных скоростей крюка и груза находятся из их составляющих по горизонтальной и вертикальной осям:

$$v_K^2 = (v_1 \cos \varphi_K + v)^2 + (v_1 \sin \varphi_K)^2 = (l_K \dot{\varphi}_K \cos \varphi_K + v)^2 + (l_K \dot{\varphi}_K \sin \varphi_K)^2; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v_\Gamma^2 &= (v_1 \cos \varphi_K + v + v_2 \cos \varphi_\Gamma)^2 + \\ &+ (v_1 \sin \varphi_K + v_2 \sin \varphi_\Gamma)^2 = \\ &= (l_K \dot{\varphi}_K \cos \varphi_K + v + l_\Gamma \dot{\varphi}_\Gamma \cos \varphi_\Gamma)^2 + \\ &+ (l_K \dot{\varphi}_K \sin \varphi_K + l_\Gamma \dot{\varphi}_\Gamma \sin \varphi_\Gamma)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Полная потенциальная энергия равна

$$\Pi = (m_K + m_\Gamma) g l_K (1 - \cos \varphi_K) + m_\Gamma g l_\Gamma (1 - \cos \varphi_\Gamma), \quad (5)$$

где g — ускорение свободного падения; первое слагаемое определяет увеличение потенциальной энергии при $\Delta\varphi \equiv 0$, второе — при независимом изменении угла φ_Γ .

Подстановка уравнений (2)—(5) в систему (1) с определением частных производных дает систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} (m_T + m_K + m_\Gamma) \ddot{x} + \\ + (m_K + m_\Gamma) l_K (\ddot{\varphi}_K \cos \varphi_K - \dot{\varphi}_K^2 \sin \varphi_K) + \\ + m_\Gamma l_\Gamma (\ddot{\varphi}_\Gamma \cos \varphi_\Gamma - \dot{\varphi}_\Gamma^2 \sin \varphi_\Gamma) = f_{\text{упр}} - k_{\text{тр}} \dot{x} + f_B; \\ [J_K + (m_K + m_\Gamma) l_K^2] \ddot{\varphi}_K + (m_K + m_\Gamma) l_K \ddot{x} \cos \varphi_K + \\ + m_\Gamma l_K l_\Gamma (\ddot{\varphi}_\Gamma \cos \Delta\varphi - \dot{\varphi}_\Gamma^2 \sin \Delta\varphi) + \\ + (m_K + m_\Gamma) g l_K \sin \varphi_K = l_K f_B \cos \varphi_K; \\ m_\Gamma l_\Gamma \ddot{x} \cos \varphi_\Gamma + m_\Gamma l_K l_\Gamma (\ddot{\varphi}_K \cos \Delta\varphi + \dot{\varphi}_K^2 \sin \Delta\varphi) + \\ + (J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) \ddot{\varphi}_\Gamma + m_\Gamma g l_\Gamma \sin \varphi_\Gamma = l_\Gamma f_B \cos \varphi_\Gamma. \end{cases} \quad (6)$$

Полученная система уравнений согласуется с выводами работ [10—12], правда, в указанных работах представлена модель для двойного математического маятника и при отсутствии ветра.

Принимая во внимание тот факт, что угловые движения подвесов крюка и груза обычно имеют достаточно малый диапазон и малую скорость, примем: $\cos \varphi_K \approx 1$, $\cos \varphi_\Gamma \approx 1$, $\cos \Delta\varphi \approx 1$, $\sin \varphi_K \approx \varphi_K$, $\sin \varphi_\Gamma \approx \varphi_\Gamma$, $\sin \Delta\varphi \approx \Delta\varphi$, $\dot{\varphi}_K^2 \sin \varphi_K \approx 0$, $\dot{\varphi}_\Gamma^2 \sin \varphi_\Gamma \approx 0$, $\dot{\varphi}_\Gamma^2 \sin \Delta\varphi \approx 0$, $\dot{\varphi}_K^2 \sin \Delta\varphi \approx 0$. Тогда динамику движения крана можно приблизительно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} (m_T + m_K + m_\Gamma) \ddot{x} + (m_K + m_\Gamma) l_K \ddot{\varphi}_K + \\ + m_\Gamma l_\Gamma \ddot{\varphi}_\Gamma \approx f_{\text{упр}} - k_{\text{тр}} \dot{x} + f_B; \\ (m_K + m_\Gamma) l_K \ddot{x} + [J_K + (m_K + m_\Gamma) l_K^2] \ddot{\varphi}_K + \\ + m_\Gamma l_K l_\Gamma \ddot{\varphi}_\Gamma \approx -(m_K + m_\Gamma) g l_K \varphi_K + l_K f_B; \\ m_\Gamma l_\Gamma \ddot{x} + m_\Gamma l_K l_\Gamma \ddot{\varphi}_K + (J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) \ddot{\varphi}_\Gamma \approx \\ \approx l_\Gamma (f_B - m_\Gamma g \varphi_\Gamma). \end{cases} \quad (7)$$

Разрешая эту систему уравнений относительно переменных \ddot{x} , $\ddot{\varphi}_K$, $\ddot{\varphi}_\Gamma$, получим:

$$\begin{cases} \ddot{x} \approx a_x^{\dot{x}} \dot{x} + a_x^{\varphi_K} \varphi_K + a_x^{\varphi_\Gamma} \varphi_\Gamma + a_x^1 + a_x^{f_{\text{упр}}} f_{\text{упр}}; \\ \ddot{\varphi}_K \approx a_{\varphi_K}^{\dot{x}} \dot{x} + a_{\varphi_K}^{\varphi_K} \varphi_K + a_{\varphi_K}^{\varphi_\Gamma} \varphi_\Gamma + a_{\varphi_K}^1 + a_{\varphi_K}^{f_{\text{упр}}} f_{\text{упр}}; \\ \ddot{\varphi}_\Gamma \approx a_{\varphi_\Gamma}^{\dot{x}} \dot{x} + a_{\varphi_\Gamma}^{\varphi_K} \varphi_K + a_{\varphi_\Gamma}^{\varphi_\Gamma} \varphi_\Gamma + a_{\varphi_\Gamma}^1 + a_{\varphi_\Gamma}^{f_{\text{упр}}} f_{\text{упр}}, \end{cases} \quad (8)$$

где параметры имеют вид:

$$\begin{aligned}
 a_x^{\dot{x}} &= -\gamma^{-1}k_{\text{TP}}[(J_K + m_K l_K^2)(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma l_K^2 J_\Gamma]; \\
 a_x^{\varphi_K} &= \gamma^{-1}(m_K + m_\Gamma)gl_K^2[m_K(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma J_\Gamma]; \\
 a_x^{\varphi_\Gamma} &= \gamma^{-1}gm_\Gamma^2 l_\Gamma^2 J_K; \quad a_x^1 = (J_K J_\Gamma / \gamma)f_B; \\
 a_x^{f_{\text{yup}}} &= \gamma^{-1}[(J_K + m_K l_K^2)(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma l_K^2 J_\Gamma]; \\
 a_{\varphi_K}^{\dot{x}} &= \gamma^{-1}k_{\text{TP}}l_K[m_K(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma J_\Gamma]; \\
 a_{\varphi_K}^{\varphi_K} &= -\gamma^{-1}(m_K + m_\Gamma)gl_K[(m_\Gamma + m_K)(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma J_\Gamma]; \\
 a_{\varphi_K}^{\varphi_\Gamma} &= \gamma^{-1}gm_\Gamma l_K m_\Gamma^2 l_\Gamma^2; \quad a_{\varphi_K}^1 = (m_\Gamma J_\Gamma l_K / \gamma)f_B; \\
 a_{\varphi_K}^{f_{\text{yup}}} &= -\gamma^{-1}l_K[m_K(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + m_\Gamma J_\Gamma]; \\
 a_{\varphi_\Gamma}^{\dot{x}} &= \gamma^{-1}k_{\text{TP}}m_\Gamma l_\Gamma J_K; \quad a_{\varphi_\Gamma}^{\varphi_K} = \gamma^{-1}(m_K + m_\Gamma)m_\Gamma m_\Gamma gl_\Gamma l_K^2; \\
 a_{\varphi_\Gamma}^{\varphi_\Gamma} &= -\gamma^{-1}m_\Gamma gl_\Gamma [m_\Gamma(m_K + m_\Gamma)l_K^2 + (m_\Gamma + m_K + m_\Gamma)J_K]; \\
 a_{\varphi_\Gamma}^1 &= \{[m_\Gamma(J_K + m_K l_K^2) + m_K J_K]l_\Gamma / \gamma\}f_B; \\
 a_{\varphi_\Gamma}^{f_{\text{yup}}} &= -\gamma^{-1}m_\Gamma l_\Gamma J_K; \\
 \gamma &= m_\Gamma[(J_K + m_K l_K^2)(J_\Gamma + m_\Gamma l_\Gamma^2) + \\
 &+ m_\Gamma l_K^2 J_\Gamma] + (m_K + m_\Gamma)J_K J_\Gamma + m_K m_\Gamma l_\Gamma^2 J_K > 0.
 \end{aligned}$$

Все указанные параметры (8), за исключением $a_x^1, a_{\varphi_K}^1, a_{\varphi_\Gamma}^1$, являются постоянными. Считается, что все они и их составляющие неизвестны в текущий момент времени, допускается лишь приблизительная информация о них. Полагаем, что точно известными являются лишь массоинерционные параметры крюка и величина l_Γ .

Поставим задачу управления тележкой крана в указанных условиях как задачу обеспечения скорейшего перемещения груза в заданное положение по горизонтальной оси (в целевую точку) с демпфированием его колебаний и парированием возмущений. При этом решение будем строить посредством управления положением крюка — основного места для расположения необходимых датчиков с дистанционной передачей данных. Таким образом, задача управления в условиях текущей параметрической неопределенности может быть задана следующими требованиями (в условиях возможного воздействия ветра: $f_B = \text{const} \neq 0$):

$$\begin{aligned}
 x_K &\rightarrow x_K^{\text{зад}} = x_\Gamma^{\text{зад}} - l_\Gamma f_{\text{ФНЧ}}(\varphi_\Gamma); \\
 \dot{\varphi}_K &\rightarrow 0; \quad \Delta\varphi \rightarrow 0,
 \end{aligned} \quad (9)$$

где $x_K^{\text{зад}}$ — заданное положение крюка, определяемое по $x_\Gamma^{\text{зад}}$ — заданному положению груза; $f_{\text{ФНЧ}}(\varphi_\Gamma)$ — функция низкочастотной фильтрации угла отклонения подвеса груза с получением среднего его значения.

Как показано в работе [9], решение первых двух требований (9) в условиях текущей параметрической неопределенности можно получить путем использования схемы адаптивного управления с идентификатором и назначаемой неявной эталонной моделью, направленной на отслеживание перемещения груза в целевую точку, а также с использованием "упрощенных" условий адаптируемости. При этом в условиях использования сервопривода управления тележкой целесообразно в качестве управляющего сигнала формировать заданную скорость перемещения тележки ($v_{\text{зад}}$), как это было предложено в работе [14].

Для удобства решения указанной задачи целесообразно вместо использования системы (8) описать динамику изменения переменной x_K , определенной по рис. 1. На основании рис. 1 и системы (8) можно записать:

$$\ddot{x}_K \approx \tilde{a}_{x_K}^{\dot{x}} \dot{x} + \tilde{a}_{x_K}^{\varphi_K} \varphi_K + \tilde{a}_{x_K}^{\Delta\varphi} \Delta\varphi + \tilde{a}_{x_K}^1 + \tilde{a}_{x_K}^{f_{\text{yup}}} f_{\text{yup}}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}
 \tilde{a}_{x_K}^{\dot{x}} &= a_x^{\dot{x}} + l_K a_{\varphi_K}^{\dot{x}}; \quad \tilde{a}_{x_K}^{\varphi_K} = (a_x^{\varphi_K} + a_x^{\varphi_\Gamma}) + l_K (a_{\varphi_K}^{\varphi_K} + a_{\varphi_K}^{\varphi_\Gamma}); \\
 \tilde{a}_{x_K}^{\Delta\varphi} &= a_x^{\Delta\varphi} + l_K a_{\varphi_K}^{\Delta\varphi}; \quad \tilde{a}_{x_K}^1 = a_x^1 + l_K a_{\varphi_K}^1; \\
 \tilde{a}_{x_K}^{f_{\text{yup}}} &= a_x^{f_{\text{yup}}} + l_K a_{\varphi_K}^{f_{\text{yup}}}.
 \end{aligned}$$

Далее применим подход, использованный в работе [14], для исключения из соотношения (10) сигнала f_{yup} . Выразим этот сигнал из первого равенства (8):

$$f_{\text{yup}} \approx [\ddot{x} - a_x^{\dot{x}} \dot{x} - (a_x^{\varphi_K} + a_x^{\varphi_\Gamma})\varphi_K - a_x^{\Delta\varphi} \Delta\varphi - a_x^1] / a_x^{f_{\text{yup}}}$$

и подставим этот результат в соотношение (10). С учетом того, что $\tilde{a}_{x_K}^{\dot{x}} - a_x^{\dot{x}} \tilde{a}_{x_K}^{f_{\text{yup}}} / a_x^{f_{\text{yup}}} = 0$, получим:

$$\ddot{x}_K \approx a_{x_K}^{\dot{v}} \dot{v} + a_{x_K}^{\varphi_K} \varphi_K + a_{x_K}^{\Delta\varphi} \Delta\varphi + a_{x_K}^1, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_{x_K}^{\dot{v}} &= \tilde{a}_{x_K}^{f_{\text{yup}}} / a_x^{f_{\text{yup}}}; \quad a_{x_K}^{\varphi_K} = \tilde{a}_{x_K}^{\varphi_K} - (a_x^{\varphi_K} + a_x^{\varphi_\Gamma}) a_{x_K}^{\dot{v}}; \\
 a_{x_K}^{\Delta\varphi} &= \tilde{a}_{x_K}^{\Delta\varphi} - a_x^{\Delta\varphi} a_{x_K}^{\dot{v}}; \quad a_{x_K}^1 = \tilde{a}_{x_K}^1 - a_x^1 a_{x_K}^{\dot{v}}.
 \end{aligned}$$

Далее уравнение (11) будем использовать в качестве основного управляемого процесса с управляющим воздействием на него в виде $v = v_{\text{зад}}$.

Построение закона управления

В работах [9, 14] предложено для управления мостовым краном строить систему управления в условиях текущей параметрической неопределенности характеристик крана, груза и возмущений с использованием схемы адаптивного управления с алгоритмом текущей параметрической идентификации, неявной эталонной модели, на основе "упрощенных" условий адаптируемости с непосредственным отслеживанием перемещения груза. Основные соотношения по "упрощенным" условиям адаптируемости изложены, например, в работах [15, 16].

В соответствии с этим подходом, моделью (10) и задачей управления (9) выберем эталонную модель движения крюка:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{\text{KM}} &= a_{M_1} \dot{x}_{\text{KM}} + a_{M_0} (x_{\text{KM}} - x_{\text{K}}^{\text{зад}}); \\ x_{\text{KM}}(t_0) &= x_{\text{K}}(t_0), \end{aligned} \quad (12)$$

где x_{KM} — переменная эталонной модели, соответствующая x_{K} ; $a_{M_1} = -2\omega_M \xi_M$; $a_{M_0} = -\omega_M^2$; ω_M — задаваемая собственная частота эталона, а ξ_M — относительный коэффициент затухания. Требования к выбору параметров ω_M , ξ_M будут определены ниже.

В соответствии с указанным эталоном предположим, что требуется получить эталонное движение по переменной x_{K} в виде (переменная \dot{x}_{K} заменена на \dot{x} для обеспечения внутренней устойчивости закона управления)

$$\ddot{x}_{\text{K}} = a_{M_1} \dot{x}_{\text{K}} + a_{M_0} (x_{\text{K}} - x_{\text{K}}^{\text{зад}}). \quad (13)$$

Приравнявая правые части этого уравнения с правой частью (11), найдем заданную скорость тележки при условии точной информации о параметрах объекта управления:

$$\begin{aligned} \frac{a_{x_{\text{K}}}}{-a_{M_1}} \dot{v}_{\text{зад}}^* + v_{\text{зад}}^* &= (-a_{M_1})^{-1} [a_{M_0} (x_{\text{K}} - x_{\text{K}}^{\text{зад}}) - \\ &- a_{x_{\text{K}}}^{\text{ФК}} \varphi_{\text{K}} - a_{x_{\text{K}}}^{\Delta\text{Ф}} \Delta\varphi - a_{x_{\text{K}}}^1], \end{aligned} \quad (14)$$

где $v_{\text{зад}}^*$ — точное значение заданной скорости тележки.

Из выражений для коэффициентов, входящих в соотношения (11), (10) и (8), можно определить значение параметра $a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}}$. С учетом того, что крюк является небольшим объектом с сосредоточенной массой, отдаленным от своей точки подвеса, что дает $(J_{\text{K}} + m_{\text{K}} l_{\text{K}}^2) \approx m_{\text{K}} l_{\text{K}}^2$, получаем:

$$\begin{aligned} a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}} &= \frac{J_{\text{K}} (J_{\text{Г}} + m_{\text{Г}} l_{\text{Г}}^2)}{(J_{\text{K}} + m_{\text{K}} l_{\text{K}}^2) (J_{\text{Г}} + m_{\text{Г}} l_{\text{Г}}^2) + m_{\text{Г}} l_{\text{Г}}^2 J_{\text{Г}}} \approx \\ &\approx \frac{(r_{\text{K}}/l_{\text{K}})^2}{\chi} \Rightarrow 0 < a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}} \leq \max(a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}}) \ll 1, \end{aligned} \quad (15)$$

где r_{K} — радиус инерции крюка ($J_{\text{K}} = m_{\text{K}} r_{\text{K}}^2$); $\chi = 1 + \frac{m_{\text{Г}} J_{\text{Г}}}{m_{\text{K}} J_{\text{Г}} + m_{\text{Г}} l_{\text{Г}}^2} \geq 1$ — безразмерный параметр; $\max(a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}}) = (r_{\text{K}}/l_{\text{K}})^2$ — приблизительное

максимальное значение параметра $a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}}$, зависящее только от r_{K} , l_{K} .

Приведенные соотношения показывают, что параметр $a_{x_{\text{K}}}^{\dot{v}}$ положителен, чем обеспечивается внутренняя устойчивость закона управления по формированию $v_{\text{зад}}^*$ в уравнении (14), а также дают возможность его приблизительного расчета.

Проверим, позволяет ли закон управления (14) достичь цель (9) относительно подвеса крюка, когда на него не действует возмущение от колебаний груза ($\Delta\varphi \equiv 0$), т. е. будет ли достигаться условие: $x_{\text{K}} \rightarrow x_{\text{K}}^{\text{зад}}$, $\dot{\varphi}_{\text{K}} \rightarrow 0$. Для простоты рассуждений примем вначале, что $x_{\text{K}}^{\text{зад}} = \text{const}$.

Назначим функцию Ляпунова

$$\Lambda = 0,5[\dot{x}_{\text{K}}^2 - a_{M_0}(x_{\text{K}} - x_{\text{K}}^{\text{зад}})^2] \geq 0.$$

Заметим, что $\Lambda = 0$ только при $\dot{x}_{\text{K}} = 0$ и $x_{\text{K}} = x_{\text{K}}^{\text{зад}}$. Производная этой функции в силу (13) равна: $\Lambda' = a_{M_1} \dot{x}_{\text{K}}$. Поскольку в соответствии с (12) $a_{M_1} < 0$, для того, чтобы эта функция Ляпунова уменьшалась по времени, необходимо постоянное или на подавляющей части периода колебаний маятника выполнение условия: $\text{sign}(\dot{x}) = \text{sign}(\dot{x}_{\text{K}})$. Рассмотрим, при каких условиях это можно обеспечить.

В силу равенства $x_{\text{K}} \approx x + l_{\text{K}} \varphi_{\text{K}}$ (в соответствии с рис. 1) и равенства $a_{M_0} = -\omega_M^2$ (в соответствии с (12)), уравнение (13) можно переписать в виде

$$\ddot{x} - a_{M_1} \dot{x} - a_{M_0} (x - x_{\text{K}}^{\text{зад}}) \approx -l_{\text{K}} (\ddot{\varphi}_{\text{K}} + \omega_M^2 \varphi_{\text{K}}).$$

Известно, что собственное колебание подвеса крюка, как и любого другого маятника в принятых условиях, можно описать уравнением [17] $\ddot{\phi}_k + \omega_{k0}^2 \phi_k = 0$ с собственной частотой ω_{k0} . Прибавляя к правой части предыдущего равенства этот нуль, умноженный на l_k , получим

$$\begin{aligned} \ddot{x} - a_{m1}\dot{x} - a_{m0}(x - x_k^{\text{зад}}) &\approx \\ \approx (\omega_{k0}^2 - \omega_m^2)l_k\phi_k &\approx (\omega_{k0}^2 - \omega_m^2)(x_k - x). \end{aligned}$$

Продифференцируем это равенство и с учетом (12) получим

$$\ddot{x} + 2\tilde{\xi}_m\omega_{k0}\dot{x} + \omega_{k0}^2x \approx (\omega_{k0}^2 - \omega_m^2)\dot{x}_k,$$

где $\tilde{\xi}_m = \xi_m\omega_m/\omega_{k0}$ — результирующий коэффициент демпфирования.

Полученное уравнение в соответствии с теорией автоматического управления означает, что динамика движения тележки по переменной \dot{x} соответствует колебательному звену с собственной частотой ω_{k0} и относительным коэффициентом затухания $\tilde{\xi}_m > 0$ со стремлением: $\dot{x} \rightarrow [(\omega_{k0}^2 - \omega_m^2)/\omega_{k0}^2]\dot{x}_k$. В силу назначенного эталона (12) и реализованного закона управления (14) основная частота движений по переменной \dot{x}_k будет равна ω_m . Если потребовать выполнение условия $\omega_m < \omega_{k0}$, то переменная \dot{x} на переходных процессах будет изменяться быстрее \dot{x}_k и, соответственно, иметь на подавляющей части периода колебательных движений тот же знак, т. е. $\text{sign}(\dot{x}) = \text{sign}(\dot{x}_k)$.

Если таким образом обеспечить уменьшение по времени назначенной функции Ляпунова, то по указанным ее свойствам получим:

$$\dot{x}_k \rightarrow 0 \quad (\ddot{x}_k \rightarrow 0), \text{ а также } x_k \rightarrow x_k^{\text{зад}}.$$

Тогда из (13) следует, что $\dot{x} \rightarrow 0$, а значит, и $\dot{\phi}_k \rightarrow 0$.

Таким образом, для достижения устойчивости подвеса крюка, т. е. для выполнения условий

$$x_k \rightarrow x_k^{\text{зад}}; \dot{x} \rightarrow 0; \dot{\phi}_k \rightarrow 0,$$

требуется обеспечить надлежащий выбор параметров эталонной модели. Этот вывод можно сделать и для медленно меняющегося значения $x_k^{\text{зад}}$, соответствующего общему случаю требований (9). Обобщая указанное требование к ω_m по значению результирующего коэффициента затухания ($\tilde{\xi}_m$), можно сформулировать требования к параметрам эталонной модели (12) в следующем виде:

$$\omega_m < \omega_{k0}, \quad 0 < \xi_m < 1, \quad \xi_m \rightarrow 1, \quad (16)$$

где под ω_{k0} будем понимать собственную частоту колебаний подвеса крюка совместно с грузом, когда относительных колебаний груза нет, т. е. $\Delta\varphi \equiv 0$, и при $v \equiv 0$. Последнее соответствует условию стабилизации угловых движений в районе заданного положения груза и управлению по скорости.

Поскольку параметры объекта управления по условию неизвестны, вместо уравнения (14) используем закон управления

$$\begin{aligned} \frac{\hat{a}_{x_k}^v}{-a_{m1}} \dot{v}_{\text{зад}} + v_{\text{зад}} &= (-a_{m1})^{-1} [a_{m0}(x_k - x_k^{\text{зад}}) - \\ &- \hat{a}_{x_k}^{\phi_k} \phi_k - \hat{a}_{x_k}^{\Delta\varphi} \Delta\varphi - \hat{a}_{x_k}^1], \end{aligned} \quad (17)$$

где верхний индекс " \wedge " означает оценку соответствующего элемента.

Для получения оценок неизвестных параметров используется алгоритм текущей параметрической идентификации, например, рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [18]:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i \varepsilon_i; \quad \varepsilon_i \triangleq z_i - \mathbf{y}_i^T \hat{\theta}_{i-1}; \\ \mathbf{P}_i = [\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_{i-1} (1 + \mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_i)^{-1}] / \beta; \\ \mathbf{P}_0 = \vartheta \mathbf{E}_3; \quad \beta < 1; \quad \beta \rightarrow 1, \end{cases} \quad (18)$$

где индекс $i = 1, 2, 3, \dots$ указывает на дискретные моменты времени с шагом Δt ; $\hat{\theta}_i \triangleq [(\hat{a}_{x_k}^{\phi_k})_i, (\hat{a}_{x_k}^{\Delta\varphi})_i, (\hat{a}_{x_k}^1)_i]^T$ — вектор искомым оценок; верхний индекс " \wedge " означает транспонирование; $\mathbf{y}_i = [\phi_{k_i}, \Delta\varphi_i, 1]^T$ — вектор регрессоров, соответствующий искомым оценкам; ε_i — невязка идентификации; $z_i = \ddot{\phi}_{k_i} - \hat{a}_{x_k}^v v_{\text{зад}_i}$ — отклик объекта, где оценка $\hat{a}_{x_k}^v$ определяется отдельно (показано ниже); \mathbf{P}_i — матричный (3×3) коэффициент усиления алгоритма; β — назначаемый фактор забывания прошедших измерений для слежения за изменяющимся во времени искомыми параметрами; ϑ — положительное число, задающее начальную скорость изменения оценок; \mathbf{E}_3 — единичная (3×3) матрица.

Предположим, что через малый промежуток времени работы системы невязка идентификации будет близка к нулю ($\varepsilon \approx 0$), тогда вместо соотношения (11) можно в непрерывном времени записать:

$$\ddot{x}_k \approx \hat{a}_{x_k}^v \dot{v} + \hat{a}_{x_k}^{\phi_k} \phi_k + \hat{a}_{x_k}^{\Delta\varphi} \Delta\varphi + \hat{a}_{x_k}^1,$$

что и дает основание для записи закона (17) и выводу аналогичных свойств точного закона управления (14), при условии, что оценка $\hat{a}_{x_k}^v$ удовлетворяет требованиям "упрощенных" условий адаптируемости [15, 16]:

$$\begin{aligned} \text{sign}(\hat{a}_{x_k}^v) &= \text{sign}(a_{x_k}^v); \\ |a_{x_k}^v|/2 &\leq |\hat{a}_{x_k}^v| \leq |\hat{a}_{x_k}^v|_{\max}; \quad d\hat{a}_{x_k}^v / \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где $|\hat{a}_{x_k}^v|_{\max} \geq 2|a_{x_k}^v|$ — верхнее ограничение оценки параметра $\hat{a}_{x_k}^v$, которое определяется экспериментально по качеству результирующего управления.

В связи с этим оценка $\hat{a}_{x_k}^v$ принята постоянной, заранее назначаемой с соблюдением (19), и исключена из алгоритма идентификации, как это представлено в алгоритме (18). Опыт исследований показывает, что на основании (15) и (19) достаточно назначить оценку $\hat{a}_{x_k}^v$ в виде максимального значения истинной величины этого параметра по (15), т. е.:

$$\hat{a}_{x_k}^v = (r_k / \hat{l}_k)^2, \quad (20)$$

где \hat{l}_k — оценка параметра l_k , которая может быть получена, например, путем интегрирования вертикальной скорости (обычно постоянной) перемещения груза, как это предлагалось в работах [9, 14].

Как точный закон управления (14), так и реальный (17) при выполнении указанных выше условий обеспечивают два первых требования (9). Если теперь принять во внимание относительное колебание груза, т. е. условие $\Delta\varphi \neq 0$, то можно построить следующие заключения. Из физики явления следует, что движения маятниковой системы по углам φ_k и $\Delta\varphi$ взаимосвязаны, в том числе колебания по $\Delta\varphi$ возбуждают колебания по φ_k . Поскольку система управления обеспечивает $\dot{\varphi}_k \rightarrow 0$, то за счет обратного влияния это потенциально направлено на противодействие указанному возмущению, т. е. на его гашение. Это справедливо, если среднее значение частной производной $\partial\varphi_k / \partial\Delta\varphi$ будет достаточно большим по модулю. Однако анализ фазовых траекторий $\varphi_k(\Delta\varphi)$ для типовых случаев показывает, что с увеличением момента инерции груза (J_r) модуль среднего значения указанной частной производной уменьшается, т. е. снижается влияние φ_k на $\Delta\varphi$. Последнее будет порождать затянутость процесса гашения колебаний по $\Delta\varphi$.

Для устранения этого явления предлагается величину $x_k^{\text{зад}}$, определенную по соотношению (9), в законах управления (14) и (17) задать в виде

$$x_k^{\text{зад}} = x_r^{\text{зад}} - l_r f_{\text{ФНЧ}}(\varphi_r) + k_d l_r f_{\text{форс}}(\Delta\varphi), \quad (21)$$

где последнее слагаемое предназначено для усиления демпфирования колебаний груза за счет небольшого заданного перемещения крюка в сторону колебательного перемещения груза (аналогично приведенным выше доводам по устойчивости подвеса крюка); $k_d > 0$ — подбираемый коэффициент; $f_{\text{форс}}(\Delta\varphi)$ — функция форсирования сигнала $\Delta\varphi$, для того, чтобы из-за задержки системой управления указанный сигнал демпфирования попадал в нужную фазу.

Последнюю целесообразно представить в виде приближения к обратной динамике эталонной модели, что можно записать в изображениях Лапласа как

$$f_{\text{форс}}(\Delta\varphi, p) = \frac{\omega_m^{-2} p^2 + 2\xi_m \omega_m^{-1} p + 1}{k_{\phi 1} p^2 + k_{\phi 2} p + 1} \Delta\varphi(p), \quad (22)$$

где p — переменная преобразования Лапласа; $k_{\phi 1}, k_{\phi 2}$ — малые положительные коэффициенты для реализуемости и устойчивости указанной передаточной функции.

Для того чтобы выбрать собственную частоту эталонной модели для соблюдения (16), а также параметры функции $f_{\text{ФНЧ}}(\varphi_r)$ в уравнении (21), нужно знать собственную частоту колебаний подвеса крюка совместно с грузом при $\Delta\varphi \equiv 0$ (ω_{k0}) и аналогичную по углу $\Delta\varphi$ (ω_{r0}) при $\nu \cong 0$. Эти частоты можно получить из второго и третьего уравнений системы (8). Действительно, при условиях $\dot{x} \equiv 0$, $f_{\text{упр}} \equiv 0$, $\xi_{\text{тр}} \equiv 0$, $f_{\text{в}} \equiv 0$ их можно записать в виде

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_k \approx (a_{\varphi_k}^{\varphi_k} + a_{\varphi_k}^{\varphi_r})\varphi_k + a_{\varphi_k}^{\Delta\varphi}\Delta\varphi; \\ \Delta\ddot{\varphi} \approx (a_{\varphi_r}^{\varphi_k} + a_{\varphi_r}^{\Delta\varphi} - a_{\varphi_k}^{\varphi_r} - a_{\varphi_k}^{\Delta\varphi})\varphi_k + (a_{\varphi_r}^{\varphi_r} - a_{\varphi_k}^{\varphi_r})\Delta\varphi. \end{cases}$$

Отсюда с учетом известной и указанной выше формулы колебательного собственного движения находим ω_{k0} при $\Delta\varphi \equiv 0$ и ω_{r0} при $\varphi_k \equiv 0$:

$$\omega_{k0}^2 \approx -(a_{\varphi_k}^{\varphi_k} + a_{\varphi_k}^{\varphi_r}), \quad \omega_{r0}^2 \approx a_{\varphi_r}^{\varphi_r} - a_{\varphi_k}^{\varphi_r}. \quad (23)$$

На практике при текущей неопределенности эти параметры могут быть найдены приблизительно опытным путем по периодам соответствующих колебаний.

Пример

Рассматривалась система управления макетом мостового крана, описанного в работе [19]. Моделирование проводилось в программной среде MATLAB/Simulink с реализацией механической части модели в пакете Multibody. Модель всей системы управления соответствовала уравнениям (6), (12), (16)–(22).

Параметры объекта управления: $m_T = 0,85$ кг, $m_K = m_T = 0,1$ кг, $r_K = 0,03$ м, $l_T = 0,1$ м, $x_T^{\text{зад}} = 0,5$ м, $k_{TP} = 0,3$ Н·с/м, привод тележки реализован в виде шагового электродвигателя. При исследовании изменяли длину подвеса крюка

в диапазоне $l_K = 0,15...0,8$ м и момент инерции груза в виде вариации его радиуса инерции: $r_T = 0,05...0,25$ м ($J_T = m_T r_T^2$), что соответствует изменению момента инерции груза в 25 раз.

Приняты следующие параметры алгоритма идентификации (18): $\Delta t = 0,01$ с (с этим же временным шагом формировались дискретные значения сигнала $v_{\text{зад}}$ по (17)), $\vartheta = 10$, $\beta = 0,998$, $\hat{l}_K = l_K$ (умеренные ошибки этой оценки до 20 % практически не влияют на качество управления). Параметры эталонной модели (12): $\omega_M = 1,5$ с⁻¹, $\xi_M = 0,9$. Параметры уравнения (21): функция $f_{\text{ФНЧ}}$ была реализована в виде апериодического звена с единичным коэффициентом

усиления и постоянной времени 2 с, $k_d = 3$. Параметры уравнения (22): $k_{\Phi 1} = 0,1$ с⁻², $k_{\Phi 2} = 0,6$ с⁻¹. Динамику отработки системой управления сигнала $v_{\text{зад}}$ моделировали апериодическим звеном с единичным коэффициентом усиления и постоянной времени 0,002 с и звеном задержки 0,003 с, а также ограничением размаха этого сигнала значением 0,35 м/с.

На рис. 2–5 представлены результаты исследования системы управления краном. На рис. 2: $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,05$ м. Этому сочетанию соответствуют собственные частоты по (23): $\omega_{K0} = 3,9$ с⁻¹, $\omega_{T0} = 11,8$ с⁻¹. На рис. 3: $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,25$ м, $\omega_{K0} = 3,9$ с⁻¹, $\omega_{T0} = 3,93$ с⁻¹. На рис. 4: $l_K = 0,15$ м, $r_T = 0,05$ м, $\omega_{K0} = 8,8$ с⁻¹, $\omega_{T0} = 13,1$ с⁻¹. На рис. 5: $l_K = 0,15$ м, $r_T = 0,25$ м, $\omega_{K0} = 8,9$ с⁻¹, $\omega_{T0} = 4,4$ с⁻¹. При этом промежуточные варианты груза и длины подвеса крюка по отношению к указанным значениям дают и промежуточное качество управления.

Результаты исследования показывают, что поставленное требование к качеству управления (9) выполняется. При этом время перемещения груза в целевую точку в условиях текущей неопре-

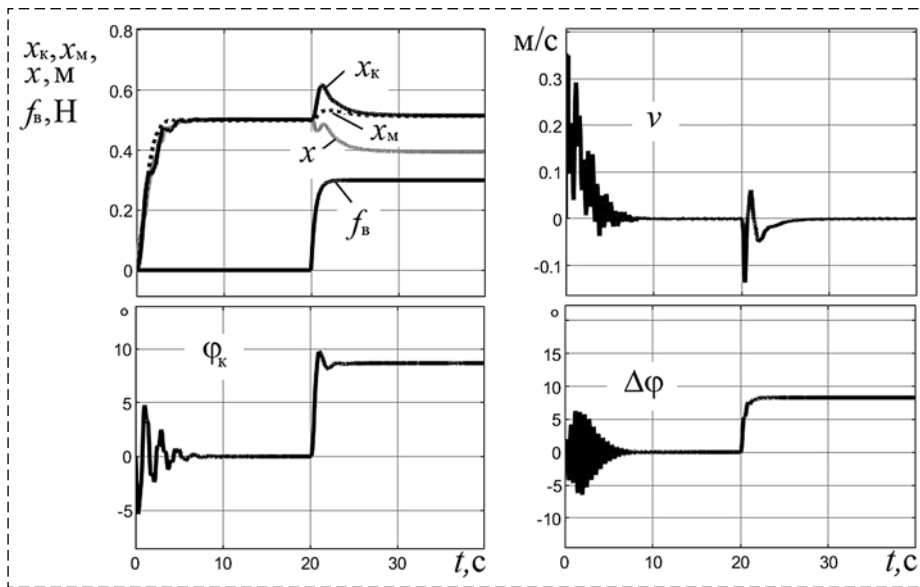


Рис. 2. Исследование системы управления при $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,05$ м
Fig. 2. Study of the control system at $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,05$ м

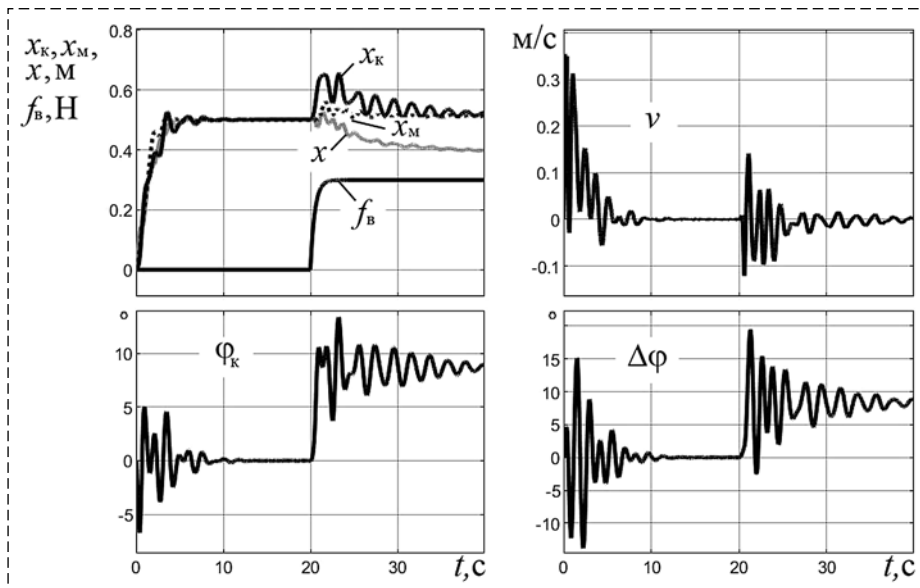


Рис. 3. Исследование системы управления при $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,25$ м
Fig. 3. Study of the control system at $l_K = 0,8$ м, $r_T = 0,25$ м

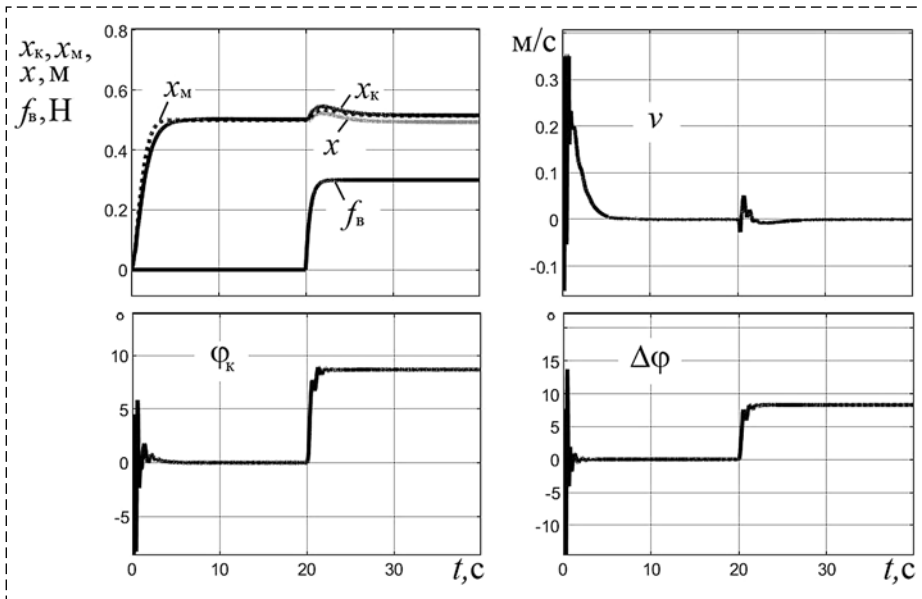


Рис. 4. Исследование системы управления при $l_k = 0,15$ м, $r_r = 0,05$ м
 Fig. 4. Study of the control system at $l_k = 0,15$ м, $r_r = 0,05$ м

деленности параметров крана, груза и внешних возмущений составляет не более 3...4 с (до 5 % ошибки по эталону), время успокоения угловых колебаний (до амплитуды в 5°) после начала перемещения груза или ветрового воздействия не превышает 12 с. Следует также отметить, что при малом значении момента инерции груза (см. рис. 2 и рис. 4) результаты практически не меняются, если в зависимости (21) убрать последнее слагаемое, направленное на дополнительное демпфирование колебаний груза. При больших значениях J_r последнее приводит к значительному затягиванию гашения угловых колебаний. Отсюда следует, что указанное слагаемое можно "подключать" только при значительных моментах инерции груза.

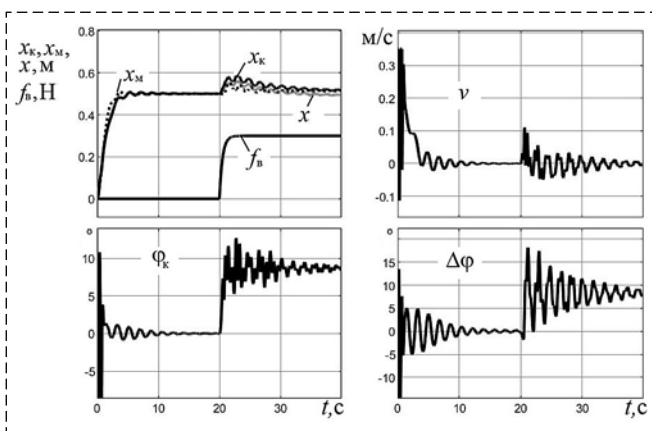


Рис. 5. Исследование системы управления при $l_k = 0,15$ м, $r_r = 0,25$ м
 Fig. 5. Study of the control system at $l_k = 0,15$ м, $r_r = 0,25$ м

Также было исследовано влияние шумов датчиков информации, участвующей в реализации алгоритма идентификации (18) и закона управления (17). Предположим, что для этого используются микромеханические датчики, измеряющие ускорение и угловую скорость и установленные на крюке и грузе (углы определяются интегрированием угловых скоростей) с погрешностями измерений в виде гауссовских центрированных сигналов со среднеквадратическими отклонениями: по угловой скорости $0,1$ $^\circ/\text{с}$, а по ускорению $0,1$ $\text{м}/\text{с}^2$ [20, 21]. Исследова-

ние показало, что при этом характер представленных графиков практически не изменился.

Случаи существенного превышения массы груза над крюком приводил к результатам, соответствующим одномаятниковой модели крана, что было рассмотрено в работе [14].

Заключение

Результаты исследования показывают, что предлагаемая система управления мостовым краном для случая, когда параметры переносимого груза близки к параметрам крюка, решает задачу по быстрому перемещению груза в целевую точку и гашению угловых колебаний, включая парирование ветровых возмущений. Это выполняется при текущей параметрической неопределенности характеристик крана, переносимого груза и внешних возмущений в широкой области их значений. Можно констатировать, что закон управления (17) является более универсальным, чем ранее описанный в работе [14].

Список литературы

1. Черноушко Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
2. Fang Y., Ma B., Wang P., Zhang X. A Motion planning-based adaptive control method for an underactuated crane system // IEEE Transactions on control systems technology. 2012. Vol. 20, N. 1. P. 241–248.
3. Мещеряков В. Н., Колмыков В. В. Способы определения параметров грузов, перемещаемых мостовыми кранами

с системой автоматического успокоения колебаний // Фундаментальные исследования. 2015. № 7. С. 79–84.

4. **Ngo Q. H., Nguyen N. P., Nguyen C. N., Tran T. H., Hong K. S.** Fuzzy sliding mode control of container cranes // International Journal of Control, Automation and Systems. 2015. Vol. 13, N. 2. P. 419–425.

5. **Sun N., Fang Y., Chen H.** Adaptive antiswing control for cranes in the presence of rail length constraints and uncertainties // Nonlinear Dyn. 2015. Vol. 81. P. 41–51.

6. **Толочко О. И., Бажутин Д. В.** Гашение колебаний перемещаемых мостовыми кранами грузов при переменной длине каната // Заваляшинские чтения. Санкт-Петербург. 2016. С. 250–255.

7. **Щербаков В. С., Корытов М. С., Шершнева Е. О.** Активный способ гашения колебаний груза после остановки мостового крана // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 6. С. 368–374.

8. **Антипов А. С., Краснова С. А.** Система стабилизации положения тележки крана с использованием сигмоидальной функции // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 10. С. 609–614.

9. **Круглов С. П., Аксаментов Д. Н.** Метод адаптивного управления мостовым краном с прямым отслеживанием перемещения груза // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 12. С. 682–688.

10. **Зегжда С. А., Шатров Е. А., Юшков М. П.** Гашение колебаний тележки с двойным маятником с помощью управления ее ускорением // Вестник СПбГУ. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. 2016. Т. 3(61), Вып. 4. С. 683–688.

11. **Sun N., Fang Y., Wu Y., Chen H.** Adaptive Positioning and Swing Suppression Control of Underactuated Cranes Exhibiting Double-Pendulum Dynamics: Theory and Experimentation // 31st Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation. Wuhan. China. November 11-13. 2016. P. 87–92.

12. **Qian D., Yi J.** Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation. 2015. 199 c. URL: https://www.researchgate.net/publication/316268307_Hierarchical_Sliding_Mode_Control_for_Under-actuated_Cranes.

13. **Guo W, Liu D, Yi J, Zhao D.** Passivity-based-control for double-pendulum-type overhead cranes. // Proceedings of IEEE region 10 annual international conference. Chiang Mai. Thailand. 2004. P. 546–549.

14. **Круглов С. П., Аксаментов Д. Н.** Адаптивное управление мостовым краном по скорости перемещения тележки // Доклады ТУСУР. 2022. Т.25, № 1. С. 86–92.

15. **Круглов С. П.** Условия адаптируемости систем управления с идентификатором и эталоном. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbrücken, Deutschland, 2012. 125 c.

16. **Круглов С. П.** Сходимость невязки идентификации в системе управления с параметрической адаптацией // "Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами": электрон. науч. журн. 2019. № 1. С.27–40. URL: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019>.

17. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. М.: Наука, Механика. 1979. Т. 1. 520 с.

18. **Льюнг Л.** Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1991. 432 с.

19. **Аксаментов Д. Н.** Исследование адаптивного закона управления мостовым краном на его макете // Вестник ИГЭУ. 2022. № . 2. С. 47–57.

20. **MPU-6000/MPU-6050** Product Specification. InvenSense, 2013. 54 p. URL: <http://www.invensense.com>.

21. **Жмудь В. А., Кузнецов К. А., Кондратьев Н. О., Трубин В. Г., Трубин М. В.** Акселерометр и гироскоп MPU6050: первое включение на STM32 и исследование показаний в статике // Автоматика и программная инженерия. 2018. № 3(25). С. 9–22.

Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane

S. P. Kruglov, kruglov_s_p@mail.ru, **S. V. Kovyrshin**, sergkow@mail.ru, **D. N. Aksamentov**, gaastra104@mail.ru, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Corresponding author: **Kruglov S. P.**, Dr. Sc., Professor, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: kruglov_s_p@mail.ru

Accepted on June 09, 2022

Abstract

When constructing the bridge crane control law, a two-pendulum model with a hook suspension, on which the transported load is suspended, and a load suspension is considered. This model more accurately describes the dynamics of cargo movement, which is especially critical in a number of crane operating modes, including cases when the mass-inertial parameters of the cargo are close to the hook. A mathematical model of the two-pendulum mechanical system of the crane suspension along one axis of its movement is described, taking into account the effect of friction forces when moving the crane trolley and wind disturbance acting on the transported cargo. Also, there is presented linearized model of hook movement with control action in the form of preset speed of crane trolley movement. The latter corresponds to the use of a servo motor or stepper motor to control the trolley. On the basis of the obtained linearized model, an adaptive control law is constructed using a scheme including an algorithm for current parametric identification, an implicit reference model, "simplified" adaptability conditions with direct tracking of hook movement (through it — cargo movement) by the properties of the assigned reference model. This control law allows you to build crane control under the current parametric uncertainty of the properties of the crane, the transported cargo and external disturbances (only approximate information about some parameters is assumed). It is shown that in the case when the natural frequency of the assigned reference model is less than that for the hook suspension, the proposed control law generates asymptotic movement of the hook (load) to the assigned point and damping of angular oscillations of the hook suspension and load suspension. For more efficient damping of angular oscillations in case of large values of load moment of inertia, it is proposed to supplement preset value of hook movement with damping movements based on angular movement of load suspension. Model examples supporting theoretical conclusions are given. It is shown that the proposed solution makes it possible to build a bridge crane control under the action of measurement noise and control signal delays.

Keywords: overhead crane, two-pendulum scheme, oscillations damping, current identification algorithm, adaptive control system, reference model

For citation:

Kruglov S. P., Kovyshin S. V., Aksamentov D. N. Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 451–461.

DOI: 10.17587/mau.23.451-461

References

1. **Chernous'ko F. L., Anan'evskij I. M., Reshmin S. A.** Control methods of nonlinear mechanical systems, Moscow, Fizmatlit, 2006, 328 p. (in Russian).
2. **Fang Y., Ma B., Wang P., Zhang X.** A Motion planning-based adaptive control method for an underactuated crane system, *IEEE Transactions on control systems technology*, 2012, vol. 20, no. 1, pp. 241–248.
3. **Meshherjakov V. N., Kolmykov V. V.** Methods for determining the parameters of loads moved by bridge cranes with automatic vibration calming system, *Fundamental study*, 2015, no. 7, pp. 79–84 (in Russian).
4. **Ngo Q. H., Nguyen N. P., Nguyen C. N., Tran T. H., Hong K. S.** Fuzzy sliding mode control of container cranes, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2015, vol. 13, no. 2, pp. 419–425.
5. **Sun N., Fang Y., Chen H.** Adaptive antiswing control for cranes in the presence of rail length constraints and uncertainties, *Nonlinear Dyn.*, 2015, vol. 81, pp. 41–51.
6. **Tolochko O. I., Bazhutin D. V.** Eliminating the payload swing for overhead cranes under the variation of cable length, *Naval-iskhensky reading. Saint-Petersburg*, 2016, pp. 250–255 (in Russian).
7. **Shherbakov V. S., Korytov M. S., Shershneva E. O.** Active method for dampening load fluctuations after stopping the bridge crane, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 368–374 (in Russian).
8. **Antipov A. S., Krasnova S. A.** System for stabilizing the position of the crane truck using the sigmoid function, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 10, pp. 609–614 (in Russian).
9. **Kruglov S. P., Aksamentov D. N.** A Method of Adaptive Control of an Overhead Crane with Direct Tracking of the Load Movement, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol 21, no. 12, pp. 682–688 (in Russian).
10. **Zegzhda S. A., Shatrov E. A., Yushkov M. P.** Suppression of oscillation of a trolley with a double pendulum by means of control of its acceleration, *Vestnik of Saint Petersburg University. Series I. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2016, vol. 3 (61), iss. 4, pp. 683–688 (in Russian).
11. **Sun N., Fang Y., Wu Y., Chen H.** Adaptive Positioning and Swing Suppression Control of Underactuated Cranes Exhibiting Double-Pendulum Dynamics: Theory and Experimentation, *31st Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation*, Wuhan, China, 2016, November 11–13, pp. 87–92.
12. **Qian D., Yi J.** Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation, 2015, 199 p., available at: https://www.researchgate.net/publication/316268307_Hierarchical_Sliding_Mode_Control_for_Under-actuated_Cranes.
13. **Guo W, Liu D, Yi J, Zhao D.** Passivity-based-control for double-pendulum-type overhead cranes, *Proceedings of IEEE region 10 annual international conference*, Chiang Mai, Thailand, 2004, pp. 546–549.
14. **Kruglov S. P., Aksamentov D. N.** Adaptive control of the overhead crane by the trolley speed, *Doklady TUSUR*, 2022, vol. 25, no. 1, pp. 86–92 (in Russian).
15. **Kruglov S. P.** The terms of the adaptability of control systems with an identifier and a benchmark, Monograph, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbrücken, Deutschland, 2012, 125 p. (in Russian).
16. **Kruglov S. P.** Convergence of the residual identification error in the control system with parametrical adaptation, *Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems*, electronic scientific journal, 2019, no. 1, pp. 27–40, available at: <http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019>. (in Russian).
17. **Sivuxin D. V.** General course of physics, Moscow, Science, Mechanics, 1979, vol. 1, 520 p. (in Russian)
18. **Ljung L.** System Identification: Theory for the User, University of Linköping, Sweden, 1991, 432 p.
19. **Aksamentov D. N.** Research of adaptive control law of the overhead crane on its model, *Vestnik IGE'U*, 2022, no. 2, pp. 47–57 (in Russian).
20. **MPU-6000/MPU-6050** Product Specification. InvenSense, 2013, 54 p, available at: <http://www.invensense.com>.
21. **Zhmod V. A., Kuznetsov K. A., Kondratyev N. O., Trubin V. G., Trubin M. V.** Accelerometer and Gyroscope MPU6050; the First Inclusion on STM32 and the Study of its Indications in Statics, *Automatics & Software engineering*, 2018, no. 3 (25), pp. 9–22 (in Russian).