

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, проф., devyatis@dvo.ru,

А. В. Шурыгин, мл. науч. сотр., ashurygin@dvo.ru,

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток

Математические модели и алгоритмы бортовой мультиагентной интегрированной системы определения движения

Изложены методологические и технологические аспекты численного синтеза интегрированной многофункциональной системы усвоения навигационной информации, доставляемой разнесенными в пространстве бортовыми датчиками спутникового позиционирования подвижного объекта (технологической платформы, ТП) и совмещенными с ними трехкомпонентными измерителями вектора кажущегося ускорения — 3D-ньютонотрами. Современные методы и практики систем наблюдения и управления движущимися объектами существенно ориентированы на глубокие математически формализованные представления этой предметной области. В свете таких представлений и следует рассматривать содержание статьи о проблеме комплементарности двух различных по физической природе видов информации и о перспективах такого исследования.

Основные модельные математически формализованные конструкции следуют фундаментальной калмановской парадигме "состояние—измерение" и, таким образом, ориентированы на численное решение некорректно поставленных обратных задач определения движения ТП как твердого тела с возможностью работы в реальном времени. В качестве базовой системы координат выбрана эллипсоидальная система, дополнительно к которой введены иные координатные системы, с неизбежной необходимостью обуславливающие решения задач благодаря сформированной совокупности соответствующих транслирующих преобразований. Представлены алгоритмы вычисления кинематических параметров траектории и пространственной ориентации ТП, характеристик каузальности движения — сил и моментов, а также предложены численные решения проблем мобильной векторной гравиметрии и гравитационной градиентометрии. Разработан алгоритм имитации бортового мультипозиционирования, обуславливающий проведение верифицирующих вычислительных экспериментов; их некоторые результаты приведены в статье. Программный комплекс, реализующий рассматриваемые алгоритмы имитации и решения, разработан на языке Julia и позволяет получать полный набор данных состояния всех систем в любой дискретной временной точке имитатора.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм, некорректная задача, обратная задача, инерциальная информация, спутниковое позиционирование, интегрированная система, параметры движения, эллипсоидальная система координат, Julia

Введение

Современная методология теории и практики систем наблюдения и управления движущимися объектами существенно ориентирована на глубокие математически формализованные представления этой предметной области. В немалой степени этому способствуют заметно ускоряющиеся темпы развития средств вычислительной техники и информационных технологий в целом. Высокая степень технологической восприимчивости ими формализованных образов в различных областях научной и практической деятельности социума породила и составляет суть семантического ядра таких появившихся в двадцатом веке понятий-терминов, как "робот" и "искусственный интеллект".

В контексте именно этих представлений и следует рассматривать содержание и, главное, перспективы исследований, излагаемых в настоящей статье, посвященной проблеме целеполагающей комплементарности двух существенно различающихся по физической природе видов информации о движении, а именно — инерциальной, доставляемой 3D-датчиками кажущегося ускорения (3D-ньютонотрами [1—3]), и позиционной, доставляемой навигационными спутниковыми системами, например, типа ГЛОНАСС [4—6]. Особо необходимо отметить бортовую мультиагентность обоих видов информации.

Целеполагающая онтология исследования, результаты которого изложены в настоящей статье, характеризуется следующими компонентами:

- объект исследования — мультиагентная бортовая система интегрирования спутниковой и инерциальной информации, доставляемой датчиками указанных выше типов;
- предмет исследования — аналитические модели, численные методы и многофункциональные алгоритмы интегрированной навигационной системы;
- гипотеза — концептуальная парадигма, положенная в основу методологии решения математически некорректной обратной задачи многократного дифференцирования функции (траектории движения) при дискретно-темпоральном измерении ее значений; концепция мультиагентности как средства достижения многофункциональности;
- цель исследования — разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для многофункциональных интегрированных спутниково-инерциальных систем многоцелевого назначения.

В завершение этого раздела статьи, обращаясь к историческому аспекту, необходимо отметить, что идея применения многопозиционности (мультиагентности) наблюдается при решении разного рода проблем, включая задачи определения движения, и, вообще говоря, не нова, но в контексте вышеизложенного следует отметить работу [2], где она исследована для оценки возможности отказа от гироскопических датчиков угловых скоростей, а также работы [7–9], в которых рассмотрены бортовые системы спутникового позиционирования для оценки параметров пространственной ориентации авиационных и морских объектов, но в существенно ограниченных вариантах постановок задач.

Основные модельные представления

Совокупность физических объектов, рассматриваемая в статье, представлена Землей в качестве планеты Солнечной системы, подвижным объектом как твердым телом, далее называемым технологической платформой (ТП), и многоагентной информационной системой, отождествляемой с $n + 1$ датчиками векторов сил негравитационной природы (3D-ньютометры) и совмещенными с ними датчиками позиционирования навигационной спутниковой системы (например, ГЛОНАСС или GPS), известным об-

разом размещенными на ТП. Переходя соответственно к модельным представлениям, будем следовать концептуальной парадигме математической теории систем Р. Калмана [10, 11] — "состояние—измерение" как парадигме научного познания и практики. Начнем с того, что в том или ином качестве участвует в формировании, а в итоге составляет суть и конкретное наполнение понятия "состояние".

В качестве формы (фигуры) Земли выбирается эллипсоид вращения А. Клеро с параметрами Ф. Н. Красовского. Любая точка поверхности эллипсоида характеризуется тремя радиусами кривизны — $\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$, известным образом, что будет показано ниже, зависящими от параметров эллипсоидов, места точки и направления ее перемещения. Примем, что центром эллипсоида является точка его геометрической симметрии — точка O .

Оставаясь в рамках представлений о мире И. Ньютона [1], введем следующую совокупность систем координат:

- геоцентрические — прямоугольную ($O_\zeta = O_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3}$, ось O_{ζ_3} направлена по вектору угловой скорости собственного вращения Земли) и комплементарную ей сферическую с координатами

$$\{\varphi, \lambda, r\} = \{\text{широта, долгота, } r = |\zeta|\};$$

- эллипсоидальную — с координатами

$$\{\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h}\} = \{\text{широта, долгота, высота над эллипсоидом}\}, \tilde{\lambda} = \lambda;$$

- подвижные ориентированные географически (Восток, Север, Зенит) прямоугольные координатные триэдры $\{o\tilde{x}, o^i\tilde{x}^i, i = \overline{1, n}\}$ и $\{ox, o^i x^i, i = \overline{1, n}\}$ на сетях $\{\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}\}$ и $\{\varphi, \lambda\}$ соответственно, а также свободно ориентированный жестко связанный с ТП приборный триэдр $ou = ou_1 u_2 u_3$, в осях которого задаются векторы места — $\mathbf{y}^i = (y_1^i, y_2^i, y_3^i)^T$, $i = \overline{1, n}$, элементов мультиагентной системы.

Опираясь теперь на известные базовые положения дифференциальной геометрии, предложенные в работах [2, 12, 13], адаптируем их в целях восприятия указанной выше совокупности координатных систем как целостности, необходимой при последующих за этим разработке и верификации дальнейших модельных представлений и решений.

Прежде всего определим радиусы

$$\begin{aligned}\rho_1^i &= \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi}^i)^{1/2}}; \\ \rho_2^i &= \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi}^i)^{3/2}}; \\ \rho_3^i &= \left(\frac{\sin^2 \psi^i}{\rho_1^i} + \frac{\cos^2 \psi^i}{\rho_2^i} \right)^{-1}\end{aligned}\quad (1)$$

как радиусы кривизны трех нормальных сечений поверхности эллипсоида в каждой точке $(\tilde{\varphi}^i, \tilde{\lambda}^i)$, $i = 0, n$, а именно: касательно к параллели, меридионального сечения, образующего угол ψ^i (так называемый путевой угол движения, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от оси $o^i \tilde{x}_2^i$ к оси $o^i \tilde{x}_1^i$ триэдра $o^i \tilde{x}^i$), где a и e — значения большой полуоси и эксцентриситета используемой модели земного эллипсоида, причем $e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2}$, b — малая полуось эллипсоида;

соответственно $r_1^i = \rho_1^i + \tilde{h}^i$, $r_2^i = \rho_2^i + \tilde{h}^i$, $r_3^i = \rho_3^i + \tilde{h}^i$ — радиусы кривизны поверхностей, которым принадлежат точки o^i . Заметим, что выражение для ρ_3^i известно как формула Л. Эйлера.

Далее, учитывая (1) и следующие за этим уточнения, приведем наиболее существенные преобразования координат:

$$\begin{aligned}(\tilde{\varphi}^i, \tilde{\lambda}^i, \tilde{h}^i) &\rightarrow (\zeta_1^i, \zeta_2^i, \zeta_3^i): \\ \begin{cases} \zeta_1^i = r_1^i \cos \tilde{\varphi}^i \cos \lambda^i; \\ \zeta_2^i = r_1^i \cos \tilde{\varphi}^i \sin \lambda^i; \\ \zeta_3^i = (\rho_1^i(1 - e^2) + \tilde{h}^i) \sin \tilde{\varphi}^i; \end{cases}\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}(\varphi^i, \lambda^i, h^i) &\rightarrow (\zeta_1^i, \zeta_2^i, \zeta_3^i): \\ \begin{cases} \zeta_1^i = r^i \cos \varphi^i \cos \lambda^i; \\ \zeta_2^i = r^i \cos \varphi^i \sin \lambda^i; \\ \zeta_3^i = r^i \sin \varphi^i; \\ r^i = |\zeta|; \end{cases}\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^i &\rightarrow \zeta^i: \\ \{\zeta^i &= \mathbf{B}(\varphi^i, \lambda^i) \mathbf{x}^i = \mathbf{B}^i \mathbf{x}^i,\end{aligned}\quad (4)$$

$$\text{где } \mathbf{B}^i = \begin{pmatrix} -\sin \lambda^i & -\sin \varphi^i \cos \lambda^i & \cos \varphi^i \cos \lambda^i \\ \cos \lambda^i & -\sin \varphi^i \sin \lambda^i & \cos \varphi^i \sin \lambda^i \\ 0 & \cos \varphi^i & \sin \varphi^i \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^i &\rightarrow \tilde{\mathbf{x}}^i: \\ \{\tilde{\mathbf{x}}^i &= \mathbf{C}(\Delta \varphi^i) \mathbf{x}^i = \mathbf{C}^i \mathbf{x}^i,\end{aligned}\quad (5)$$

$$\text{где } \Delta \varphi^i = \tilde{\varphi}^i - \varphi^i; \operatorname{tg} \varphi^i = \left[\left(1 - \frac{\rho_1^i e^2}{r_1^i} \right) \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i \right],$$

$$\mathbf{C}^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta \varphi^i & -\sin \Delta \varphi^i \\ 0 & \sin \Delta \varphi^i & \cos \Delta \varphi^i \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}^j &\rightarrow \tilde{\mathbf{x}}^i: \\ \{\tilde{\mathbf{x}}^i &= \mathbf{B}^T(\tilde{\varphi}^j, \lambda^j) \mathbf{B}(\tilde{\varphi}^j, \lambda^j) \tilde{\mathbf{x}}^j = (\tilde{\mathbf{B}}^i)^T \tilde{\mathbf{B}}^j \tilde{\mathbf{x}}^j,\end{aligned}\quad (6)$$

$$\text{где } \tilde{\mathbf{B}}^i = \mathbf{B}(\tilde{\varphi}^i, \lambda^i) = \mathbf{B}(\varphi^i, \lambda^i) \mathbf{C}^T(\Delta \varphi^i) = \mathbf{B}^i (\mathbf{C}^i)^T;$$

$$\begin{aligned}\zeta^i &\rightarrow \tilde{\mathbf{x}}^i: \\ \tilde{\mathbf{x}}^i &= \mathbf{B}^T(\tilde{\varphi}^i, \lambda^i) \zeta^i = (\tilde{\mathbf{B}}^i)^T \zeta^i;\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}} &\rightarrow \mathbf{y}: \\ \{\mathbf{y} &= \mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta) \tilde{\mathbf{x}}^i = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}^i,\end{aligned}\quad (8)$$

$$\text{где } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \theta & \cos \alpha \sin \theta & -\sin \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \theta - \cos \beta \sin \theta & \sin \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \beta \cos \theta & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta & \sin \alpha \cos \beta \sin \theta - \sin \beta \cos \theta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}\zeta^i &\rightarrow \mathbf{y}^i: \\ \{\mathbf{y}^i &= \mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta) \mathbf{B}^T(\tilde{\varphi}^i, \lambda^i) \zeta^i = \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{B}}^i)^T \zeta^i.\end{aligned}\quad (9)$$

Уравнения движения

Кинематика, или "геометрия движения" [1]. Отождествим с траекторией движения ТП пространственную кривую, описываемую точкой $o^0 = o$ при движении. Обозначим $\tilde{\mathbf{v}}^i = (\tilde{v}_1^i, \tilde{v}_2^i, \tilde{v}_3^i)^T$, $i = 0, n$, векторы линейных скоростей точек o^i относительно твердой Земли в проекциях на оси подвижных триэдров $o^i \tilde{x}^i$. При движении по криволинейным траекториям имеет место пространственная изменчивость векторов $\tilde{\mathbf{v}}^i$, представляемая их роторами, т. е. векторами $\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{v}}^i = \left(\frac{\delta \tilde{v}_3}{\delta x_2} - \frac{\delta \tilde{v}_2}{\delta x_3}, \frac{\delta \tilde{v}_1}{\delta x_3} - \frac{\delta \tilde{v}_3}{\delta x_1}, \frac{\delta \tilde{v}_2}{\delta x_1} - \frac{\delta \tilde{v}_1}{\delta x_2} \right)^T$, векторами вихрей $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i = \frac{1}{2} \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{v}}^i$, т. е. угловыми скоростями вращения триэдров $o^i \tilde{x}^i$, и тензорами завихренности $(\tilde{\omega}_{ks}^i) = e_{kls}(\tilde{\omega}_l^i)$, $k, l, s = \overline{1, 3}$; $i = 0, n$; (e_{kls}) — тензор Леви—Чивита [14]. Компоненты вектора $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i$ определяются следующим образом:

$$\tilde{\omega}_1^i = -\tilde{v}_2^i/r_2^i, \tilde{\omega}_2^i = \tilde{v}_1^i/r_1^i, \tilde{\omega}_3^i = \tilde{v}_1^i \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i / r_1^i \quad (10)$$

или

$$\tilde{\omega}_1^i = -\dot{\tilde{\varphi}}^i, \tilde{\omega}_2^i = \dot{\tilde{\lambda}}^i \cos \tilde{\varphi}^i, \tilde{\omega}_3^i = \tilde{\omega}_2^i \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i.$$

Теперь могут быть записаны уравнения траекторий всех точек o^i , $i = \overline{0, n}$. Учитывая их однотипность, ограничимся точкой $o^0 = o$:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\varphi}} &= \tilde{v}_2/[a(1-e^2)/(1-e^2 \sin^2 \tilde{\varphi})^{3/2} + \tilde{h}], \tilde{\varphi}(0); \\ \dot{\tilde{\lambda}} &= \tilde{v}_1/[a/(1-e^2 \sin^2 \tilde{\varphi})^{1/2} + \tilde{h}] \cos \tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}(0); \\ \tilde{h} &= \tilde{h}(t), \tilde{v}_3 = \dot{\tilde{h}}. \end{aligned} \quad (11)$$

В полученных дифференциальных уравнениях переменные $\tilde{v}_1$, $\tilde{v}_2$ и $\tilde{h}(t)$ следует рассматривать в качестве параметров, которые должны быть заданы, если речь идет только об интегрировании уравнений, например, в целях создания генератора траекторий. Другое дело, когда речь идет о темпоральном позиционировании объекта, т. е. параметры $\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h}$ измеряются. Тогда уравнения (11) занимают свое место ("состояние") в системе "состояние—измерение" [10], актуализируется задача реконструкции кинематических параметров траектории — координат, скоростей и их производных — и реализуется процедура решения задачи. Последняя, обеспечивающая высокоэффективное качество решения, в условиях конечной точности измерений и вычислений весьма подробно представлена нами в работе [15].

Завершим обсуждение кинематики движения представлением матричного уравнения Пуассона [2], описывающего пространственную эволюцию ТП как твердого тела, отождествляемую с вращением триэдра ou . В нашем случае имеем $\dot{\mathbf{A}} = -\mathbf{P}\mathbf{A}$, где $\mathbf{P}$ — тензор завихренности с сопутствующим вектором $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)^T$, являющимся угловой скоростью вращения триэдра ou относительно триэдра $o\tilde{x}$.

Динамика точки. В кинематике точка рассматривается как чисто геометрический объект. В динамике она наделяется массой, т. е. материализуется, а ее траектория движения обретает свойство причинности (каузальности) и является решением уравнения Ньютона.

Каждая из $n+1$ точек o^i , входящих в бортовую мультиагентную систему, участвует в двух движениях — относительном (к твердой Земле) и переносном, обусловленном собственным вращением Земли с вектором угловой скоро-

сти, направленным вдоль оси $O\zeta_3$, и для каждой из них представимым как $\tilde{\mathbf{u}}^i = (\tilde{u}_1^i, \tilde{u}_2^i, \tilde{u}_3^i)^T$ в триэдре $o^i\tilde{x}^i$, так что:

$$\tilde{u}_1^i = 0, \tilde{u}_2^i = u \cos \tilde{\varphi}^i, \tilde{u}_3^i = u \sin \tilde{\varphi}^i, u = |\mathbf{u}|. \quad (12)$$

Принимая во внимание изложенное выше, вектор $\tilde{\mathbf{V}}^i = (\tilde{V}_1^i, \tilde{V}_2^i, \tilde{V}_3^i)^T$ абсолютной линейной скорости и соответствующий ему тензор вращения $\tilde{\mathbf{\Omega}}^i = (\tilde{\Omega}_{ms}^i)$ определяются своими компонентами в триэдре $o^i\tilde{x}^i$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_1^i &= \tilde{v}_1^i + \tilde{u}_2^i r_1^i; \\ \tilde{V}_2^i &= \tilde{v}_2^i; \\ \tilde{V}_3^i &= \tilde{v}_3^i; \\ \tilde{\Omega}_{ms}^i &= e_{mks}(\tilde{\omega}_k^i + u_k^i); \\ i &= \overline{0, n}; \quad m, k, s = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда уравнения Ньютона принимают вид:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{V}}^i + \tilde{\mathbf{\Omega}}^i \tilde{\mathbf{V}}^i = \tilde{\mathbf{f}}^i + \tilde{\mathbf{g}}^i = \tilde{\mathbf{F}}^i, i = \overline{0, n}, \quad (14)$$

где $\tilde{\mathbf{f}}^i$ — вектор удельных сил негравитационной природы; $\tilde{\mathbf{g}}^i$ — напряженность гравитационного поля.

С учетом (10), (12) и (13) уравнения (14) можно записать в расширенном виде:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{v}}_1^i + \frac{\tilde{v}_1^i}{r_1^i}(\tilde{v}_3^i - \tilde{v}_2^i \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i) - \tilde{v}_2^i \tilde{u}_3^i \left(1 + \frac{r_1^i}{r_2^i}\right) + \\ + \tilde{v}_3^i \tilde{u}_2^i + \tilde{u}_2^i \dot{r}_1^i = \tilde{g}_1^i + \tilde{f}_1^i = \tilde{F}_1^i; \\ \dot{\tilde{v}}_2^i + \frac{(\tilde{v}_1^i)^2}{r_1^i} \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i - 2\tilde{v}_1^i \tilde{u}_3^i + \tilde{u}_2^i \tilde{u}_3^i r_1^i = \\ = \tilde{g}_2^i + \tilde{f}_2^i = \tilde{F}_2^i; \\ \dot{\tilde{v}}_3^i - \left(\frac{(\tilde{v}_1^i)^2}{r_1^i} + \frac{(\tilde{v}_2^i)^2}{r_2^i}\right) - 2\tilde{v}_1^i \tilde{u}_2^i - (\tilde{u}_2^i)^2 r_1^i = \\ = \tilde{g}_3^i + \tilde{f}_3^i = \tilde{F}_3^i. \end{aligned} \quad (15)$$

В рассматриваемом здесь нами случае, когда значения всех переменных определены, можно говорить и об определении всех сил — как инерции, описываемой в левых частях уравнений (15), так и действующих сил, т. е. $\{\tilde{\mathbf{F}}^i, i = \overline{0, n}\}$, обуславливающих траекторию движения ТП.

Заметим, что двучлен, выделенный скобками в третьем из уравнений (15), можно свернуть в одночлен, используя формулу Эйлера (11), но только при $h = 0$. Очевидно также, что переформулировать уравнения (15) в представлениях ге-

оцентрической сферической системы координат можно, формально положив $r_1 = r_2 = r$.

Динамика ТП как твердого тела. Ориентируясь на то, что управление движением ТП выполняется в ее осях, полагаем, что это так называемые строительные оси; причем будем считать, что они ортогональные и являются главными для эллипсоида инерции ТП. отождествим их с осями триэдра ou . Тогда динамика вращения ТП в пространстве Ньютона в осях ou описывается известными уравнениями Эйлера:

$$\begin{aligned} T_1 \dot{q}_1 - (T_2 - T_3) q_2 q_3 &= M_1; \\ T_2 \dot{q}_2 + (T_1 - T_3) q_1 q_3 &= M_2; \\ T_3 \dot{q}_3 - (T_1 - T_2) q_2 q_1 &= M_3, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\mathbf{T} = \text{diag}(T_1, T_2, T_3)$ — тензор инерции ТП в триэдре ou ; $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3)^T$ — главный вектор моментов, обуславливающих вращение ТП, причем $\mathbf{M} = \mathbf{m}_g + \mathbf{m}_f$, $\mathbf{m}_g$ — гравитационный момент, $\mathbf{m}_f$ — момент сил иной природы; $\mathbf{q} = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} + \mathbf{p}$ — вектор абсолютной угловой скорости.

Измерения. Инструментальная база мультисенсорного бортового измерительного комплекса включает $n + 1$ источников данных позиционирования приемников ГЛОНАСС, известным образом размещенных на подвижном объекте (ТП); это означает, что известны (измеряются) как координаты приемников в эллипсоидальной системе $\{\tilde{\varphi}^i, \tilde{\lambda}^i, \tilde{h}^i; i = \overline{0, n}\}$, так и векторы их технологических мест на борту ТП $\{\mathbf{y}^i, i = \overline{0, n}\}$ в приборном трехграннике ou . Кроме того, комплекс включает $n + 1$ векторных измерителей кажущегося ускорения — трехкомпонентных ньютонометров, по месту на борту ТП совмещенных с приемниками ГЛОНАСС. Полагаем, что оси чувствительности всех 3D-ньютонометров коллинеарны соответствующим осям триэдра ou . В качестве не основного возможен также вариант включения в состав комплекса трехкомпонентного датчика абсолютной угловой скорости, т. е. вектора $\mathbf{q}$.

Итог. Ретроспективный обзор изложенного выше безусловно указывает на то, что оно вполне удовлетворяет современной парадигме математической теории систем ("состояние — измерение"). В настоящей статье — это обратная задача движения [16], комплементарная известному теоретико-механическому определению обратной задачи динамики [17, 18], целью решения которой является реконструкция кинематических параметров движения и

обуславливающих его динамических параметров — сил и моментов.

Задачи и решения

Траекторная задача. В нашем случае — это задача о реконструкции кинематических параметров (кинематика — это "геометрия движения" [1]) пространственной кривой (собственно траектории), порождаемой движением геометрической точки, принадлежащей объекту. Такими параметрами являются координаты $(\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, \tilde{h})$, скорость $(\tilde{\mathbf{v}})$ и ее производные, причем здесь это относится к каждой из точек $o^i (i = \overline{0, n})$.

Траекторная задача и ее решение подробнейшим образом представлены нами в работе [15]. Поэтому здесь это решение рассматривается как свершившаяся данность. Отметим лишь, что концептуальная парадигма, положенная в основу методологии работы [15], заключается в том, что качество оценок кинематических параметров тем выше, чем большим числом производных модель траектории представляется в условиях дискретной темпоральности измерений (позиционирования ТП) и конечной точности как измерений, так и вычислений. Действительно, если первая производная координаты — скорость, а следующая — ускорение, порождаемое соответствующей силой, то далее очередные производные характеризуют уже изменчивость силы и т. п. В проводимых вычислительных экспериментах подтверждена весьма высокая эффективность принятой парадигмы. Таким образом, траекторная задача как задача реконструкции относится к классу математически некорректно поставленных обратных задач (заметим, что понятие обратной задачи в обиход отечественной науки введено известным русским механиком Г. К. Суловым при защите им докторской диссертации в 1880 г. [17]).

Решение траекторной задачи для каждой отдельно взятой точки $o^i (i = \overline{1, n})$ позволяет, что видно из уравнений, оценить (вычислить) равнодействующие удельных сил, обуславливающих каузальность каждой траектории, т. е. векторы (в триэдрах $O^i \tilde{\mathbf{x}}^i$):

$$\tilde{\mathbf{F}}^i = \tilde{\mathbf{F}}^i(\tilde{\varphi}^i, \tilde{\lambda}^i, \tilde{h}^i, \tilde{\mathbf{v}}^i, \dot{\tilde{\mathbf{v}}}^i) = \mathbf{f}^i + \mathbf{g}^i, i = \overline{0, n}.$$

Дальнейшая интерпретация этого факта связана с решением следующей задачи.

Задача ориентации — вторая из задач "геометрии движения". Это задача реконструкции кинематических параметров вращения ТП как твердого тела. Такими параметрами являются углы Эйлера—Крылова $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\theta(t)$, или матрица $\mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta)$, и вектор угловой скорости вращения — $\mathbf{p}$. Ниже приводится алгоритм оценивания матрицы $\mathbf{A}(t_k)$ на каждом тактовом интервале времени $\tau = t_{k+1} - t_k$, следующем за временем (t_k) поступления (вовлечения) данных спутникового позиционирования $\{\tilde{\varphi}_k^i, \tilde{\lambda}_k^i, \tilde{h}_k^i; i = \overline{0, n}\}$ в общий технологический процесс их потактовой целевой обработки.

Алгоритм:

Шаг 1. Решаются $n + 1$ траекторных задач и, таким образом: а) вычисляются значения (в триэдрах $o^i \tilde{x}^i$) кинематических параметров траекторий — $\Pi^i = \{\tilde{\varphi}^i, \tilde{\lambda}^i, \tilde{h}^i, \tilde{\mathbf{v}}^i, \dot{\tilde{\mathbf{v}}}^i, \tilde{\mathbf{u}}^i\}, i = \overline{0, n}$; б) с учетом уравнений (15) вычисляются (в триэдрах $o^i \tilde{x}^i$) векторы сил $\mathbf{F}^i, i = \overline{0, n}$; $\mathbf{F}^i = \mathbf{F}^i(\Pi^i)$.

Шаг 2. Вычисляются геоцентрические прямоугольные и сферические координаты точек $o^i, i = \overline{0, n}$:

$$\begin{cases} r_1^i = \rho_1^i + \tilde{h}^i; \\ \begin{cases} \varsigma_1^i = r_1^i \cos \tilde{\varphi}^i \cos \lambda^i, \\ \varsigma_2^i = r_1^i \cos \tilde{\varphi}^i \sin \lambda^i, \\ \varsigma_3^i = (\rho_1^i(1 - e^2) + \tilde{h}^i) \cos \tilde{\varphi}^i; \end{cases} \\ \begin{cases} \lambda^i = \tilde{\lambda}^i, \\ \varphi^i = \arctg \left[\left(1 - \frac{\rho_1^i e^2}{r_1^i} \right) \operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i \right], \\ r^i = |\varsigma|. \end{cases} \end{cases}$$

Шаг 3. Вычисляются образы $\Delta \varsigma^i$ векторов $\mathbf{y}^i$ в триэдре $O\varsigma$:

$$\Delta \varsigma^i = \varsigma^i - \varsigma.$$

Шаг 4. Матрица $\mathbf{A}$ (или углы Эйлера—Крылова) находится в результате решения системы уравнений

$$\mathbf{y}^i = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{B}}^T \Delta \varsigma^i, i = \overline{1, n}, \text{ или } \mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Z}, \quad (17)$$

где $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}^1 : \mathbf{y}^2 : \dots : \mathbf{y}^n)$;

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{z}^1 : \mathbf{z}^2 : \dots : \mathbf{z}^n) = (\tilde{\mathbf{B}}^T \Delta \varsigma^1 : \tilde{\mathbf{B}}^T \Delta \varsigma^2 : \dots : \tilde{\mathbf{B}}^T \Delta \varsigma^n);$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}^0 = \begin{pmatrix} -\sin \lambda & -\sin \tilde{\varphi} \cos \lambda & \cos \tilde{\varphi} \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \tilde{\varphi} \sin \lambda & \cos \tilde{\varphi} \sin \lambda \\ 0 & \cos \tilde{\varphi} & \sin \tilde{\varphi} \end{pmatrix}.$$

Примеры вариантов решений:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Y} \mathbf{Y}^T)(\mathbf{Z} \mathbf{Y}^T)^{-1}, \mathbf{A} = (\mathbf{Y} \mathbf{Z}^T)(\mathbf{Z} \mathbf{Z}^T)^{-1}.$$

В частом случае, когда $n = 1$, пространственная ориентация объекта может быть определена только с точностью до его вращения вокруг вектора $\mathbf{y}^1$. Однако и в этом случае возможны приемлемые оценки матрицы $\mathbf{A}$ (или углов α, β, θ), если, например, значение угла α отождествить со значением путевого угла ψ , оцениваемым при решении траекторной задачи при условии учета движения объекта в реальной среде. Соответствующая система уравнений принимает вид

$$\{\mathbf{y}^1 = \mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta) \mathbf{z}^1, \alpha = -\psi\}.$$

К модели (17) может быть сведен и случай движения в известном гравитационном поле. Действительно, если $\tilde{\mathbf{f}}^i = \tilde{\mathbf{F}}^i - \tilde{\mathbf{g}}^i$ (в осях $o^i \tilde{x}^i$), то $\tilde{\mathbf{f}}^i = \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}}^i \tilde{\mathbf{f}}^i, i = \overline{1, n}$, (в осях $O\tilde{x}$), и если $\mathbf{Z} = (\tilde{\mathbf{f}}_y^1 : \tilde{\mathbf{f}}_y^2 : \dots : \tilde{\mathbf{f}}_y^n)$, а $\mathbf{Y} = (\mathbf{f}_y^1 : \mathbf{f}_y^2 : \dots : \mathbf{f}_y^n)$, где $\mathbf{f}_y^i$ — векторы кажущихся ускорений, измеряемые ньютонометрами в триэдре Oy , то $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{Z}$. Здесь необходимо обратить внимание на парциальные связи $\mathbf{A}^i(\alpha^i, \beta^i, \theta^i) = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}}^i, i = \overline{0, n}$.

Необходимо отметить, что в ряде случаев может быть достаточным обращение к таким моделям при $n = 1$:

$$\{\mathbf{f}_y = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{f}}, \mathbf{y}^1 = \mathbf{A} \mathbf{z}^1\},$$

где $\mathbf{z}^1 = \tilde{\mathbf{B}}^T \Delta \varsigma^1$.

Перейдем к оценке вектора угловой скорости $\mathbf{p}$ ТП относительно триэдра $O\tilde{x}$ в проекциях на оси oy . Это можно сделать двумя способами. Первый из них предполагает численное дифференцирование найденных углов Эйлера—Крылова с использованием технологии, упоминавшейся выше и подробно изложенной в работе [15], а затем, с учетом уравнений Пуассона ($\mathbf{P} = -\dot{\mathbf{A}} \mathbf{A}^T$), непосредственное вычисление вектора $\mathbf{p}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)_y^T = & (\dot{\theta} + \dot{\alpha} \sin \beta, \dot{\beta} \cos \theta + \\ & + \dot{\alpha} \sin \theta \cos \beta, \dot{\alpha} \cos \theta \sin \beta - \dot{\beta} \sin \theta)^T. \end{aligned}$$

Второй способ апеллирует к непосредственным результатам решения траекторных задач, а именно, к вычисленным значениям векторов скоростей — $\{\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{v}}^1, \tilde{\mathbf{v}}^2, \dots, \tilde{\mathbf{v}}^n\}$. В проекциях на оси триэдра oy имеем

$$\mathbf{v}_y^i = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}}^i \tilde{\mathbf{v}}^i, i = \overline{0, n}.$$

Тогда, учитывая, что $\mathbf{v}_y^i = \mathbf{v} + \mathbf{P}\mathbf{y}^i$ и, таким образом, $\Delta\mathbf{v}^i = \mathbf{v}_y^i - \mathbf{v} = \mathbf{P}\mathbf{y}^i$, приходим к матричному уравнению $(\Delta\mathbf{v}^1 : \Delta\mathbf{v}^2 : \dots : \Delta\mathbf{v}^n) = \mathbf{P}(\mathbf{y}^1 : \mathbf{y}^2 : \dots : \mathbf{y}^n)$, или $\mathbf{W} = \mathbf{P}\mathbf{Y}$, где $\mathbf{W} = (\Delta\mathbf{v}^1 : \Delta\mathbf{v}^2 : \dots : \Delta\mathbf{v}^n)$. При $n \geq 2$ полученное уравнение может быть решено относительно тензора $\mathbf{P}$ двумя способами: $\mathbf{P} = (\mathbf{W}\mathbf{Y}^T)(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T)^{-1}$ и $\mathbf{P} = (\mathbf{W}\mathbf{W}^T)(\mathbf{Y}\mathbf{W}^T)^{-1}$. Вектор $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)^T$ является сопутствующим для тензора $\mathbf{P}$ и как таковой легко определяется, учитывая, что

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & -p_3 & p_2 \\ p_3 & 0 & -p_1 \\ -p_2 & p_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Зная теперь оценки угловых скоростей $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{u}$ и $\mathbf{p}$, можем вычислить вектор абсолютной угловой скорости ТП в проекциях на оси триэдра ou . Принимая во внимание, что ранее вектор $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{u}$ рассматривался нами в проекциях на оси $o\tilde{x}$, имеем:

$$\mathbf{q}_y = \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u}) + \mathbf{p}.$$

Обращаясь к уравнениям Эйлера и зная тензор инерции ТП, можно вычислить главный момент $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3)$, обуславливающий ее вращение с угловой скоростью $\mathbf{q}_y$. Также возможна постановка обратной задачи определения тензора $\mathbf{T}$ при известном $\mathbf{M}$.

Задача мобильной вычислительной векторной гравиметрии. В отличие от преобладающей в настоящее время интерпретации практической гравиметрии как скалярной [19, 20], в контексте изложенного выше, по сути, имеется возможность достаточно прозрачной актуализации идеи векторной гравиметрии как исключительно вычислительного процесса, не включающего необходимость непосредственного обращения к исторически характерной для скалярной гравиметрии методологии так называемых поправок Этвеша. Концептуальная парадигма вычислительной гравиметрии, рассматриваемая здесь, представляется наиболее перспективной для ее реализации на подвижных объектах. Последнее с очевидностью следует из уравнений (15). Действительно, если матрицы $\mathbf{A}^i, i = \overline{0, n}$, определены, то

$$\mathbf{g}^j = \mathbf{F}^j - (\mathbf{A}^i)^T \mathbf{f}_y^j, \quad (18)$$

где, напомним, $\mathbf{A}^j = \mathbf{A}\mathbf{B}^T\tilde{\mathbf{B}}^j, j = \overline{0, n}$.

Пространственная множественность измерений напряженности гравитационного поля, заметно усиливаемая движением ТП, позволяет их интерпретацию в этом случае рассматривать как возможный способ численного решения проблемы подвижной гравитационной градиентометрии, в технологическом аспекте дополняющий уже известные [19].

Вычислительный эксперимент

В процессе выполнения настоящего исследования разработан комплекс программ, функционально ориентированный на численную верификацию изложенных выше модельных представлений, а также на работу с реальными данными в режимах текущего времени (online) или/и апостериорном; при этом использована платформа разработки Julia.

Построение имитатора траекторных измерений.

Алгоритм:

Шаг 1. Задаются исходные данные:

$[t_0, t_f]$ — интервал времени движения ТП,

$\psi(t)$ — путевой угол движения ТП,

$\tilde{v} = \sqrt{\tilde{v}_1^2 + \tilde{v}_2^2}$ — модуль горизонтальной скорости ТП в плоскости $o\tilde{x}_1\tilde{x}_2$,

a, e^2 — параметры Земного эллипсоида,

$\{\tilde{\varphi}(t_0), \lambda(t_0), \tilde{h}(t_0)\}$ — начальные координаты места ТП,

$\{\alpha(t), \beta(t), \theta(t)\}$ — углы Эйлера—Крылова и соответствующая матрица $\mathbf{A}$,

$\tilde{h}(t)$ — высота траектории,

$\mathbf{y}^i, i = \overline{1, N}$, — векторы места точек o^i в триэдре ou .

Шаг 2. Генерируются текущие эллипсоидальные координаты траектории ТП (точки o), для чего решаются уравнения:

$$\dot{\tilde{\varphi}} = \tilde{v}_2/[a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi})^{3/2} + \tilde{h}], \quad \tilde{\varphi}(0),$$

$$\dot{\tilde{\lambda}} = \tilde{v}_1/[a/(1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi})^{1/2} + \tilde{h}] \cos \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\lambda}(0),$$

$$\dot{\tilde{h}} = \tilde{h}(t),$$

$$v_1 = \tilde{v} \sin \psi,$$

$$v_2 = \tilde{v} \cos \psi,$$

$$r_1 = \rho_1 + \tilde{h},$$

$$r_2 = \rho_2 + \tilde{h},$$

$$r_3 = \rho_3 + \tilde{h}.$$

Шаг 3. Вычисляются геоцентрические координаты ТП:

$$\begin{aligned}\lambda &= \tilde{\lambda}, \\ \varphi &= \arctg \left[\left(1 - \frac{\rho_1 e^2}{r_1} \right) \operatorname{tg} \tilde{\varphi} \right], \\ \varsigma_1 &= (\rho_1 + \tilde{h}) \cos \tilde{\varphi} \cos \lambda, \\ \varsigma_2 &= (\rho_1 + \tilde{h}) \cos \tilde{\varphi} \sin \lambda, \\ \varsigma_3 &= [\rho_1 (1 - e^2) + \tilde{h}] \sin \tilde{\varphi}.\end{aligned}$$

Шаг 4. Вычисляются матрицы $\mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta)$ и $\mathbf{B}(\tilde{\varphi}, \lambda)$.

Шаг 5. Вычисляются образы $(\mathbf{y}_{\varsigma}^i, i = \overline{1, n})$ векторов $\mathbf{y}^i$ в O_{ς} :

$$\mathbf{y}_{\varsigma}^i = \mathbf{B}(\tilde{\varphi}, \lambda) \mathbf{A}^T \mathbf{y}^i.$$

Шаг 6. Вычисляются векторы ς^i мест точек $o^i, i = \overline{1, n}$ в O_{ς} :

$$\varsigma^i = \varsigma + \mathbf{y}_{\varsigma}^i.$$

Шаг 7. Вычисляются сферические координаты точек $o^i, i = \overline{1, n}$:

$$\begin{aligned}r^i &= |\varsigma^i|, \\ \varphi^i &= \arcsin \left(\frac{\varsigma_3^i}{r^i} \right), \\ \cos \lambda^i &= \frac{\varsigma_1^i}{r^i \cos \varphi^i} \\ \sin \lambda^i &= \frac{\varsigma_2^i}{r^i \sin \varphi^i} \end{aligned} \Rightarrow \lambda^i.$$

Шаг 8. Вычисляются эллипсоидальные координаты точек $o^i, i = \overline{1, n}$.

$$\tilde{\lambda}^i = \lambda^i;$$

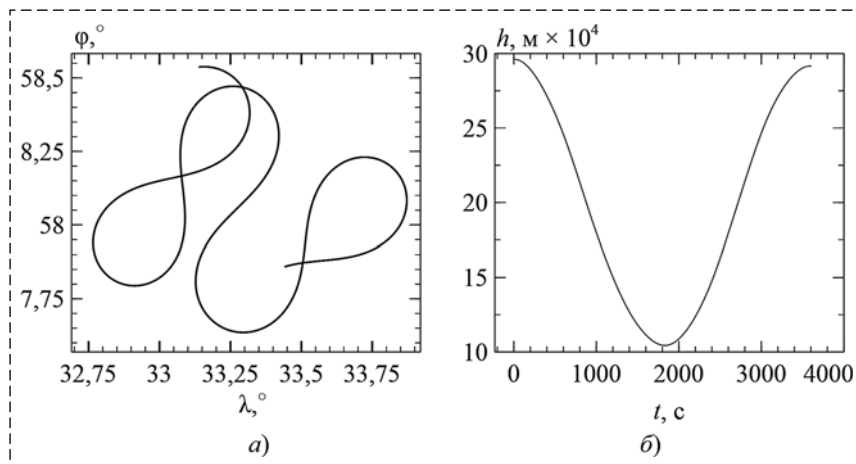


Рис. 1. Элементы траектории движения: широта и долгота (а), высота (б)
Fig. 1. Trajectory elements: latitude and longitude (a), altitude (b)

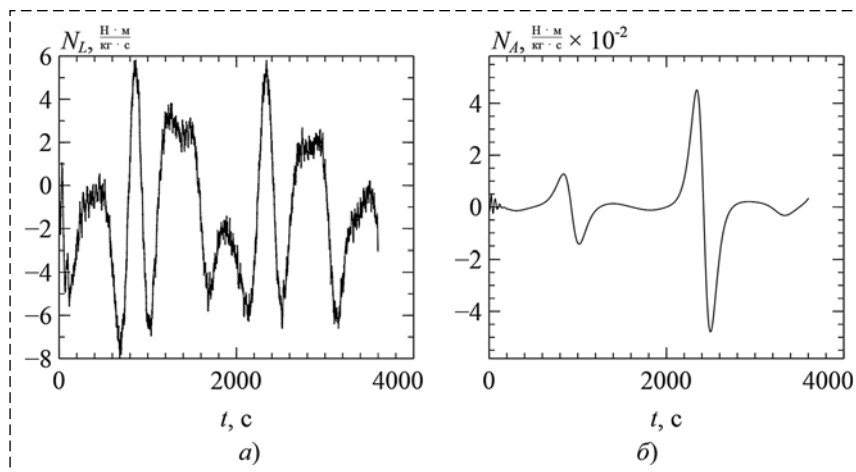


Рис. 2. Эволюции оценок значений удельных мощностей: линейной (а), угловой (б)
Fig. 2. Evolution of specific power estimation values: linear (a), angular (b)

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \tilde{\varphi}^i &= \operatorname{tg} \varphi^i / (1 - \rho_1^i e^2 / r_1^i); \quad r_1^i = \rho_1^i + \tilde{h}^i; \\ \tilde{h}^i &= r^i \frac{\sin \varphi^i}{\sin \tilde{\varphi}^i} - \rho_1^i (1 - e^2); \\ \tilde{\varphi}^i &= \arctg \tilde{\varphi}.\end{aligned}$$

Шаг 9. Заключительный. Формируются траекторные измерения

$$\begin{aligned}J^i &= (J_1^i = \lambda^i + \varepsilon_{\lambda}, \\ J_2^i &= \tilde{\varphi} + \varepsilon_{\varphi}, J_3^i = h + \varepsilon_h),\end{aligned}$$

где $\varepsilon_{\lambda}, \varepsilon_{\varphi}, \varepsilon_h$ — погрешности спутникового позиционирования.

Далее приводятся некоторые результаты вычислительного эксперимента, выполненного для дрона, движущегося со скоростью 150 м/с по траектории, представленной на рис. 1.

Масс-геометрические характеристики дрона представлены удельными значениями моментов инерции $T_1 = 2,04 \cdot 10^6 \text{ м}^2$, $T_2 = 3,76 \cdot 10^6 \text{ м}^2$, $T_3 = 2,02 \cdot 10^6 \text{ м}^2$. Координаты места элементов мультиагентной системы $\mathbf{y}^i, i = \overline{0, 4}$, представлены значениями $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 = (0, 0, 0)^T$, $\mathbf{y}_1 = (10 \text{ м}, 0, 0)^T$, $\mathbf{y}_2 = (0, 10 \text{ м}, 0)^T$, $\mathbf{y}_3 = (0, -10 \text{ м}, 0)^T$,

$y_4 = (0, 0, 5 \text{ м})^T$. Тактовый период позиционирования $\tau = 0,2 \text{ с}$; шумы измерений (позиционирования) по координатам характеризуются среднеквадратическими значениями (СКЗ) $\sigma = 17 \text{ м}$, времена корреляций $\tau_c = 4 \text{ с}$.

На рис. 2, а, б представлены графики эволюции удельных (на 1 кг массы) мощностей линейного ($N_L(t) = \mathbf{F}^T \mathbf{v}$) и угловых ($N_A(t) = \mathbf{M}^T \mathbf{q}$) движений дрона; при этом оценочные СКЗ погрешностей $\sigma(N_L) = 1,94 \cdot 10^{-1}$, $\sigma(N_A) = 9,88 \cdot 10^{-4}$.

Полный набор данных выполненного эксперимента доступен через интернет-ресурс в формате HDF5 [21].

Заключение

Представленные в статье аналитические конструкции, их численные аналоги и комплекс программ позволяют достичь достаточно широких возможностей для проведения всего круга исследований, связанных с планированием движений объектов различного целевого назначения, их модельных и натурных испытаний, а также соответствующих систем высокоточного управления движением.

Список литературы

1. Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Едиториал УРСС, 2018. 320 с.
2. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.
3. Kelly R. J., Davis J. Required Navigation Performance (RNP) for Precision Approach and Landing with GNSS Application // Navigation (USA). 1994. N. 1. P. 1–30
4. Перов А. И., Харисов В. Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

5. Global Positioning System: Theory and Applications. Vol. 1. Edited by W. Parkinson, J. J. Spiker. Washington: AIAA, 1996.
6. Farrell J. A. Aided Navigation Systems: GPS and High Rate Sensor. New York: McGraw-Hill, 2008. 552 p.
7. Бабич О. А. Вычисление углового положения самолета по сигналам со спутниковой радионавигационной системы // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1996. № 4. С. 152–162.
8. Девятисильный А. С., Крыжко И. Б. Модели навигационных определений с помощью спутниковой системы NAVSTAR // Математический сборник. 1998. № 6. С. 108–117.
9. Девятисильный А. С., Крыжко И. Б. Исследование модели навигационных определений с помощью спутниковой системы типа ГЛОНАСС // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 3. С. 261–266.
10. Калман Р., Фалб Л., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.
11. Robert G. B., Patrick Y. C. H. Introduction to random signals and applied Kalman filtering. USA, 2012. 383 p.
12. Бюшгенс С. С. Дифференциальная геометрия: учебник для государственных университетов. М.: URSS; Ком-Книга, 2006. 302 с.
13. Robbin J. W., Salamon D. A. Introduction to Differential Geometry. Berlin: Springer Spektrum, 2021. 418 p.
14. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 823 с.
15. Девятисильный А. С., Шурыгин А. В., Стоценко А. К. Аналитическое конструирование и численное исследование моделей определения движения на данных ГЛОНАСС // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 11. С. 782–787.
16. Peng Y. G., Xu C. D., Li Z. Application of MIEKF optimization algorithm in GPS positioning and velocity measurement // Computer Simulation. 2018. Vol. 35, N. 7. P. 65–69.
17. Галиуллин А. С. Обратные задачи динамики. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 144 с.
18. Alexander G. R. Inverse Problems. Boston: Springer, 2005. 443 p.
19. Вольфсон Г. В. Применение гравиметрических технологий в геофизике. СПб.: ГНЦРФ. ЦНИИ "Электроприбор", 2002. 199 с.
20. Li Q., Verdun J., Cali J., Diamant M., Maia M. A., Panet I. Estimation of gravity field by mobile gravimetry // American Geophysical Union. Fall Meeting. 2011.
21. Набор данных работы программы. Систем. требования: HDF5, URL: <https://owncloud.dvo.ru/s/WFCpara7k-TY5b3H> (дата обращения: 25.11.2021).

Mathematical Models And Algorithms of the Onboard Multi-Agent Integrated Motion Determination System

A. S. Devyatisilny, devyatis@dvo.ru, A. V. Shurygin, ashurygin@dvo.ru,
Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS,
Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: Devyatisilny Aleksandr S., Dr. of Sci., Professor, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: devyatis@dvo.ru

Accepted on February 24, 2022

Abstract

The article describes the methodological and technological aspects of the numerical synthesis of an integrated multifunctional system for assimilation of navigation information delivered by spatially spaced on-board sensors for satellite positioning of a moving object (technological platform — TP) and three-component apparent acceleration vector meters combined with them — 3D-newtonometers. This is main formed image of the considered real physical system. Modern

methods and practices of systems for monitoring and controlling moving objects are essentially focused on deep mathematically formalized representations of this subject area. In the light of such ideas, one should consider the content of the article on the problem of complementarity of two types of information that are different in physical nature and on the prospects for such a study. The main model mathematically formalized constructions follow the fundamental Kalman paradigm "state — measurement" and focused on the numerical solution of ill-posed inverse problems of determining the motion of a TP as a rigid body with the ability to work in real time. An ellipsoidal system was chosen as the base coordinate system, in addition other coordinate systems were introduced as well, which inevitably determine the solution of problems due to the formed set of corresponding transformations. Algorithms are presented for calculating the kinematic parameters of the trajectory and spatial orientation of the TP, the characteristics of the causality of motion — forces and moments, and also numerical solutions for problems of mobile vector gravimetry and gravitational gradiometry are proposed. An algorithm for simulating onboard multipositioning has been developed, which determines the conduct of verifying computational experiments. Some of their results are given in the article. The software package that implements the simulation algorithms and solutions is developed using Julia language and allows to obtain a complete set of data on the state of all systems at any discrete time point of the simulator.

Keywords: mathematical model, algorithm, ill-posed problem, inverse problem, inertial information, satellite positioning, integrated system, motion parameters, ellipsoidal coordinate system, Julia

For citation:

Devyatisilny A. S., Shurygin A. V. Mathematical Models And Algorithms of the Onboard Multi-Agent Integrated Motion Determination System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 6, pp. 317—326.

DOI: 10.17587/mau.23.317-326

References

1. **Ishlinskij A. J.** Classical mechanics and inertial forces, Moscow, Editorial, URSS, 2018, 320 p. (in Russian).
2. **Andreev V. D.** The theory of inertial navigation. Correctable systems. Moscow, Nauka, 1967, 648 p. (in Russian).
3. **Kelly R. J., Davis J.** Required Navigation Performance (RNP) for Precision Approach and Landing with GNSS Application, *Navigation (USA)*, 1994, no. 1, pp. 1—30.
4. **Perov A. I., Harisov V. N.** GLONASS. Principles of construction and operation. Moscow, Radiotekhnika, 2005, p. 688 (in Russian).
5. **Parkinson W., Spiker J. J.** Global Positioning System: Theory and Applications, vol. 1, Washington, AIAA, 1996.
6. **Farrell J. A.** Aided Navigation Systems: GPS and High Rate Sensor, New York, McGraw-Hill, 2008, 552 p.
7. **Babich O. A.** Calculation of the angular position of the aircraft using signals from the satellite radio navigation system, *Izvestija. RAN. Teorija i sistemy upravlenija*, 1996, no. 4, pp. 152—162 (in Russian).
8. **Devyatisilny A. S., Kryzhko I. B.** Models of navigation definitions using the NAVSTAR satellite system, *Matematicheskij sbornik*, 1998, no. 6, pp. 108—117 (in Russian).
9. **Devyatisilny A. S., Kryzhko I. B.** Study of a model of navigation definitions using a satellite system such as GLONASS, *Kosmicheskie issledovaniya*, 1999, vol. 37, no. 3, pp. 261—266 (in Russian).
10. **Kalman R., Falb L., Arbib M.** Essays on the mathematical theory of systems, Moscow, Mir, 1971, 400 p. (in Russian).
11. **Robert G. B., Patrick Y. C. H.** Introduction to random signals and applied Kalman filtering, USA, 2012, 383 p.
12. **Bjushgens S. S.** Differential geometry: a textbook for public universities, Moscow, URSS; KomKniga, 2006, 302 p. (in Russian)
13. **Joel W. Robbin, Dietmar A. Salamon.** Introduction to Differential Geometry, Springer Spektrum, Berlin, 2021, 418 p.
14. **Lojczanskij L. G.** Fluid and gas mechanics, Moscow, Nauka, 1987, 823 p. (in Russian).
15. **Devyatisilny A. S., Shurygin A. V., Stotsenko A. K.** Analytical Design and Numerical Research of Motion Detection Models Based on GLONASS Data, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2017, vol. 18, no. 11, pp. 782—787 (in Russian), doi: 10.17587/mau.18.782-787
16. **Peng Y. G., Xu C. D., Li Z.** Application of MIEKF optimization algorithm in GPS positioning and velocity measurement, *Computer Simulation*, 2018, vol. 35, no. 7, pp. 65—69.
17. **Galiullin A. S.** Inverse problems of dynamics, Moscow, Nauka. Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury, 1981, 144 p. (in Russian).
18. **Alexander G. R.** Inverse Problems, Boston, Springer, 2005, 443 p.
19. **Vol'fson G. V.** Application of gravity-inertial technologies in geophysics, SPb, GNCRF, CNII "Jelektropribor", 2002, 199 p. (in Russian).
20. **Li Q., Verdun J., Cali J., Diamant M., Maia M. A., Pannet I.** Estimation of gravity field by mobile gravimetry, American Geophysical Union, Fall Meeting, 2011.
21. **Working** result datasets in HDF5 format, available at: <https://owncloud.dvo.ru/s/WFCpara7kTY5b3H>