

А. Н. Жирабок^{1, 2}, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,

Ким Чхун Ир¹, аспирант, kim.ci@dvfu.ru, Е. Ю. Бобко¹, ст. преподаватель, bobko.eyu@dvfu.ru,

¹ Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток,

² Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

Сравнительный анализ канонических форм в задачах диагностирования и оценивания*

Рассматриваются методы использования различных канонических форм при реализации средств функционального диагностирования и оценивания переменных технических систем, описываемых линейными динамическими моделями с возмущениями. Исследуются идентификационная и жорданова канонические формы реализации матрицы, описывающей динамику системы. Приводятся основные соотношения, описывающие процесс построения средств диагностирования и оценивания, и проведен сравнительный анализ результатов их использования при решении указанных задач. Показано, что идентификационная каноническая форма дает соотношения, на основе которых могут быть разработаны строгие алгоритмы решения задачи диагностирования и оценивания. В то же время каноническая форма Жордана предполагает использование эвристических методов в ходе решения отмеченных задач. Анализ показал, что жорданова форма более предпочтительна в случаях, когда при построении средств диагностирования и оценивания возможна полная развязка от внешних возмущений, поскольку она позволяет получить более простые расчетные соотношения. Вместе с тем, если возможна только частичная развязка от возмущений, идентификационная каноническая форма дает соотношения, на основе которых могут быть разработаны строгие алгоритмы решения, в то время как жорданова форма требует использования эвристик и не всегда приводит к оптимальному решению. Явным преимуществом жордановой формы является то, что она обеспечивает устойчивость проектируемой системы автоматически — исходя из вида матрицы этой формы, в то же время идентификационная каноническая форма предполагает обязательное использование обратной связи по сигналу невязки, который необходимо специально генерировать. Последнее обстоятельство при использовании жордановой формы в ряде случаев позволяет уменьшить размерность проектируемых средств диагностирования и оценивания. Предложен новый метод обеспечения чувствительности средств диагностирования к дефектам за счет анализа матрицы наблюдаемости системы и новых правил построения матриц, описывающих эти средства. Теоретические результаты иллюстрируются практическим примером известной трехтанковой системы.

Ключевые слова: линейные системы, канонические формы, дефекты, диагностирование, оценивание, наблюдатели

Введение

Функциональное диагностирование (ФД) является одним из действенных средств повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем, поскольку оно позволяет проводить проверку правильности функционирования системы в процессе выполнения ею своих функций и своевременно давать информацию о возникающих сбоях и дефектах [1–5].

Главные задачи, которые должны быть решены при построении средств диагностирования, это чувствительность к дефектам и нечувствительность (или малая чувствительность) к возмущениям. При построении средств ФД, как правило, применяется идентификационная каноническая форма (ИКФ) [2, 3], которая позволяет получить простую процедуру их реализации. Помимо ИКФ при решении ряда других задач используется КФ Жордана [6, 7].

В работе рассматриваются обе упомянутые КФ и проводится их сравнительный анализ на примере решения задач ФД и оценивания заданной линейной функции вектора состояния системы. Кроме того, предлагается новый ме-

тод обеспечения чувствительности разрабатываемых средств диагностирования к дефектам.

Основные соотношения

Предполагается, что рассматриваемая система описывается линейными уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + Lp(t) + Dd(t), \\ y(t) &= Hx(t).\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ и $y(t) \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода (показания имеющихся датчиков); F , G , L , H и D — известные матрицы соответствующих размеров; функция $d(t) \in R$ отражает дефекты в динамике системы, при их отсутствии $d(t) = 0$, при появлении дефектов $d(t)$ становится неизвестной функцией времени; слагаемое $Lp(t)$ описывает действующее на систему возмущение, $p(t) \in R^q$ предполагается неизвестной функцией времени.

Средства ФД и оценивания строятся на основе модели

$$\begin{aligned}\dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t); \\ y_*(t) &= H_*y(t); \\ r(t) &= R_*y(t) - y_*(t),\end{aligned}\quad (2)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-29-01303).

где $x_*(t) \in R^k$ — вектор состояния модели; $k < n$, F_* , J_* , G_* , H_* и R_* — матрицы, подлежащие определению; $r(t)$ — невязка, на основе которой принимается решение о появлении в диагностируемой системе дефектов; при отсутствии дефектов $r(t) = 0$.

Традиционно при решении задачи ФД предполагается, что после окончания переходного процесса векторы $x(t)$ и $x_*(t)$ связаны матрицей Φ , подлежащей определению:

$$x_*(t) = \Phi x(t).$$

Из систем (1) и (2) тогда можно получить уравнения, связывающие матрицы, описывающие эти системы [8–10]:

$$R_*H = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G. \quad (3)$$

Известно [8–10], что условие чувствительности модели (2) к дефектам имеет вид $\Phi D \neq 0$, условие нечувствительности к возмущениям — вид $\Phi L = 0$.

Допущение. Справедливо отношение $\text{Im}(D) \not\subset \text{Ker}(V^{(n)})$, где $V^{(n)}$ — матрица наблюдаемости:

$$V^{(n)} = \begin{pmatrix} H \\ HF \\ \vdots \\ HF^{n-1} \end{pmatrix};$$

$\text{Im}(D)$ — линейное подпространство, индуцированное столбцами матрицы D ; $\text{Ker}(V^{(n)})$ — ядро матрицы $V^{(n)}$, т.е. линейное подпространство, образованное такими векторами z , что $V^{(n)}z = 0$.

Замечание 1. Если система (1) наблюдаема, допущение выполняется автоматически, поскольку в этом случае $\text{Ker}(V^{(n)}) = \emptyset$.

Из принятого допущения следует $V^{(n)}D \neq 0$. Обозначим p — наименьшее целое, для которого $HF^pD \neq 0$, и j — целое с условием $H_jF^pD \neq 0$. Из сказанного следует, что p -я производная переменной $y_j(t)$ чувствительна к дефектам. Из общего определения матрицы R_* тогда следует, что если ее j -я позиция будет отличной от нуля, то использование ее в модели (2) гарантирует обнаружение дефекта, при этом время между его возникновением и появлением сигнала невязки $r(t) \neq 0$ будет минимальным.

Идентификационная каноническая форма

Задача диагностирования. Поскольку ИКФ традиционно используется для реализации средств диагностирования, приведем только основные соотношения, скорректированные с учетом того, что структура матрицы R_* уже частично определена — ее j -я позиция должна быть отличной от нуля; детали можно найти в работах [8–10].

В этом случае матрицы F_* и H_* в (2) ищутся в виде

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0). \quad (4)$$

Известно, что с учетом этой формы уравнение для матрицы-строки R_* и строк $J_{*1}, J_{*2}, \dots, J_{*k}$ матрицы J_* принимает вид

$$(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})W^{(k)} = 0, \quad (5)$$

где

$$W^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix}.$$

В работах [8–10] показано, что для обеспечения условия $\Phi L = 0$ нечувствительности к возмущению строка $(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})$ должна определяться из уравнения

$$(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})(W^{(k)} \ L^{(k)}) = 0, \quad (6)$$

где

$$L^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & \dots & HF^{k-1}L \\ 0 & HL & \dots & HF^{k-2}L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение (6) имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(W^{(k)} \ L^{(k)}) < l(k+1), \quad (7)$$

$k \geq p$. После определения строки $(R_* \ -J_{*1} \ \dots \ -J_{*k})$ и проверки, является ли j -я позиция матрицы R_* ненулевой, по формулам

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= R_*H; \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i}H_0; i = 1, \dots, k-1; \\ \Phi_k F &= J_{*k}H_0. \end{aligned} \quad (8)$$

вычисляются матрицы Φ и $G_* = \Phi G$. Если в полученном решении j -я позиция матрицы R_* нулевая, ищется другое решение уравнения (6).

Для обеспечения устойчивости наблюдателя в модель (2) вводится обратная связь по сигналу невязки:

$$\dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + Kr(t), \quad (9)$$

где матрица K ищется в виде $K = (k_1 \ k_2 \ \dots \ k_k)^T$. Исходя из заданных требований к качеству

переходного процесса в наблюдателе можно задать собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ и определить коэффициенты $k_1, k_2, \dots, k_k$:

$$\begin{aligned} k_1 &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k); \\ k_2 &= \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \dots + \lambda_{k-1} \lambda_k; \dots; \\ k_k &= (-1)^k \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k. \end{aligned}$$

Если условие (7) не выполняется при всех $k < n$, т. е. полная развязка от возмущений невозможна, необходимо искать робастное решение, когда вклад возмущения $\|\Phi L\|_F$ в модель минимален. Для этого следует найти все линейно независимые решения уравнения (5) вида $(R_*^{(j)} - J_1^{(j)} \dots - J_k^{(j)})$ для некоторой фиксированной размерности k . Все эти решения сводятся в матрицу

$$W = \begin{pmatrix} R_*^{(1)} & -J_1^{(1)} & -J_2^{(1)} & \dots & -J_k^{(1)} \\ & \dots & & & \\ R_*^{(n_*)} & -J_1^{(n_*)} & -J_2^{(n_*)} & \dots & -J_k^{(n_*)} \end{pmatrix},$$

каждая строка которой представляет некоторое решение уравнения (5). Задача состоит в определении такого вектора весовых коэффициентов $w = (w_1, \dots, w_{n_*})$, который дает минимум нормы Фробениуса $\|wWL^{(k)}\|_F$ при условии $\|w\| = 1$, которое необходимо для исключения тривиальных вариантов.

Для решения этой задачи используется сингулярное разложение матричного произведения $WL^{(k)}$, т. е. представление матрицы $WL^{(k)}$ в виде

$$WL^{(k)} = U_L \Sigma_L V_L,$$

где U_L и V_L — ортогональные матрицы, Σ_L в зависимости от соотношения чисел строк и столбцов матрицы $WL^{(k)}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Sigma_L &= (\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_c) \ 0) \text{ или} \\ \Sigma_L &= \begin{pmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_c) \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$c = \min(n_*, kq)$, $0 \leq \sigma_1 \leq \dots \leq \sigma_c$ — сингулярные числа матрицы $WL^{(k)}$, упорядоченные по возрастанию [11]. Выберем первый транспонированный столбец матрицы U_L в качестве вектора весовых коэффициентов $w = (w_1, \dots, w_{n_*})$, вычислим

$$(R_* - J_{*1} \dots - J_{*k}) = wW$$

и, если j -я позиция матрицы R_* отлична от нуля, используем полученное решение для построения модели. В противном случае выбираем другой столбец матрицы U_L или увеличиваем число решений n_* .

Задача оценивания. Эта задача рассматривается на примере построения виртуального датчика [3, 12–16]; поскольку она детально изложена в работе [16], приведем только основные соотношения.

Решение задачи состоит в построении наблюдателя, оценивающего переменную $y_v(t) = H_v x(t)$ с известной матрицей H_v . Такой наблюдатель, во-первых, для обеспечения его устойчивости должен оценивать некоторую компоненту вектора выхода $y_*(t) = H_* x_*(t)$, которая определяется матрицей R_v , для формирования невязки $r(t) = R_v y(t) - y_*(t)$. Компонента $y_*(t)$ и эта матрица неизвестны, они определяются в процессе решения основной задачи. Во-вторых, наблюдатель должен оценивать заданную переменную в виде $y_v(t) = H_{*v} x_*(t) + Qy(t)$.

Опуская детали (их можно найти в работе [16]), отметим, что в первой задаче решается уравнение

$$(R_v - J_{*1} \dots - J_{*k})(W^{(k)} \ L^{(k)}) = 0. \quad (10)$$

После определения из соотношения (10) строки $(R_v - J_{*1} \dots - J_{*k})$ по формулам (8), где матрица R_* заменяется на R_v , строится матрица Φ и проверяется условие

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_v \end{pmatrix}. \quad (11)$$

При его выполнении матрицы H_{*v} и Q определяются из уравнения

$$H_v = H_{*v} \Phi + QH = (H_{*v} \ Q) \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}.$$

В противном случае нужно найти другое решение уравнения (10) при прежней или увеличенной размерности k .

Устойчивость наблюдателя обеспечивается по аналогии с описанным выше.

Каноническая форма Жордана

Основные соотношения. Матрица F_* здесь ищется в жордановой форме

$$F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где по предположению собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ задаются разными и отрицательными.

Тогда второе уравнение в (3) может быть представлено в виде k независимых уравнений

$$\Phi_i F = \lambda_i \Phi_i + J_{*i} H, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (13)$$

Дополнительное требование $\Phi L = 0$ — нечувствительность к возмущениям — учитывается следующим образом. Введем матрицу L_0 максимального ранга, такую что $L_0 L = 0$, тогда $\Phi = N L_0$ для некоторой матрицы N . В результате уравнения (13) могут быть записаны в виде

$$(N_i - J_{*i}) \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (14)$$

где I_n — единичная матрица. Условием разрешимости этого уравнения является ранговое неравенство

$$\text{rank} \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(L_0(F - \lambda_i I_n)) + \text{rank}(H).$$

Если при всех $\lambda < 0$ это условие не выполняется, то модели с требуемыми свойствами не существует, и поставленная задача решается робастными методами.

Задача диагностирования. Задавая конкретные значения λ_i , из уравнения (14) следует найти минимальное число строк $\Phi_i = N_i L_0$ матрицы Φ (а также строк вида J_{*i}), удовлетворяющих равенству $R_* H = H_* \Phi$. Запишем его в виде

$$(R_* - H_*) \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad (15)$$

что эквивалентно условию

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(\Phi) + \text{rank}(H). \quad (16)$$

Если для найденных строк это условие выполняется, из уравнения (15) определяются матрицы R_* и H_* . Если j -я позиция матрицы R_* отлична от нуля, используем полученное решение для построения модели. В противном случае следует найти другие решения уравнения (14), удовлетворяющие условию (16). Предпочтение следует отдавать тем строкам Φ_i , у которых j -я позиция отлична от нуля.

Замечание 2. В силу независимости решений уравнения (13) друг от друга в матрице Φ должны остаться только те строки, удаление которых нарушает условие (16).

Для поиска робастного решения из уравнения (14) удаляется матрица L_0 :

$$(\Phi_i - J_{*i}) \begin{pmatrix} F - \lambda_i I_n \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (17)$$

и ищется минимальное число строк Φ_i , удовлетворяющих условию (16). При этом выбирать

их следует так, чтобы при наличии нескольких вариантов выбор делался исходя из минимума нормы $\|\Phi_i L\|_F$.

Задача оценивания. Задавая конкретные значения λ_i , из уравнения (14) следует найти минимальное число строк $\Phi_i = N_i L_0$ матрицы Φ (а также строк J_{*i}), которые удовлетворяют условию (11).

Замечание 3. Матрицы R_* и H_* в синтезе виртуального датчика не участвуют, поскольку в разделе 2 они использовались для введения обратной связи в целях обеспечения устойчивости наблюдателя, которая теперь прямо следует из жордановой формы матрицы F_* .

Для поиска робастного решения на основе (17) ищется минимальное число строк Φ_i , удовлетворяющих условию (11). При этом они определяются так, чтобы при наличии нескольких вариантов выбор делался исходя из минимума нормы $\|\Phi_i L\|_F$.

Сравнение

Проведем сравнение рассмотренных методов решения задач построения средств диагностирования на основе идентификационной и жордановой КФ. Отметим, прежде всего, что диагностический наблюдатель, реализованный в ИКФ, может быть преобразован в наблюдатель, реализованный в жордановой КФ. Действительно, пусть наблюдатель (9) с матрицей обратной связи K имеет собственные числа $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$; применим к нему преобразование подобия с матрицей T^{-1} , столбцы которой образованы собственными векторами, соответствующими числам $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$. Тогда матрица $T(F_* - K H_*)T^{-1}$, где F_* имеет форму (4), примет вид (12), поскольку преобразование подобия сохраняет собственные числа матрицы. При этом нечувствительность наблюдателя к возмущениям сохранится.

Как следует из результатов второго раздела, процедура построения диагностического наблюдателя минимальной размерности на основе ИКФ имеет регулярный характер и позволяет на основе матриц $W^{(k)}$ и $L^{(k)}$ найти все матрицы, описывающие наблюдатель, нечувствительный к возмущениям; несколько сложнее строится робастный наблюдатель.

Использование КФ Жордана позволяет в ряде случаев уменьшить сложность наблюдателя и упростить процедуру его синтеза при реализации требования нечувствительности к возмущениям, поскольку уравнение (14) проще, нежели (6). При этом, однако, эта процедура основана на некотором переборе вариантов решения. Кроме того, для жордановой КФ

усложняется процедура минимизации вклада возмущения в модель, когда необходимо найти робастное решение. Более того, жорданова КФ ограничивает возможности такой минимизации. Анализ показывает, что в этом случае предпочтительнее использовать ИКФ, которая за счет некоторого увеличения размерности модели позволяет более эффективно минимизировать вклад возмущения в модель.

Следует отметить также, что при диагностировании на основе соотношений паритета жорданова КФ неприменима, необходимо использовать ИКФ.

Более предпочтительной КФ Жордана является при решении задачи оценивания, поскольку отсутствие необходимости оценивать переменную $y_*(t) = R_v x(t)$ позволяет уменьшить размерность наблюдателя. Как и выше, для жордановой КФ усложняется процедура минимизации вклада возмущения в модель, когда необходимо найти робастное решение.

Пример

Рассмотрим систему управления

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= u_1(t)/\vartheta_1 - b_1(x_1(t) - x_2(t)), \\ \dot{x}_2(t) &= u_2(t)/\vartheta_2 + b_1(x_1(t) - x_2(t)) - b_2(x_2(t) - x_3(t)), \\ \dot{x}_3(t) &= b_2(x_2(t) - x_3(t)) - b_3(x_3(t) - \vartheta_3) + \rho(t), \\ y_1(t) &= x_2(t), \quad y_2(t) = x_3(t).\end{aligned}\quad (18)$$

Уравнения (18) описывают так называемую трехтанковую систему, детально рассмотренную в работе [16]. Для простоты примем $\vartheta_1 = 1$, $\vartheta_2 = 1$, $\vartheta_3 = 0$, $b_1 = b_2 = b_3 = 1$.

Как и в работе [16], примем $y_v(t) = x_1(t)$, $H_v = (1 \ 0 \ 0)$ и построим виртуальный датчик минимальной размерности. Приведем матрицы, описывающие систему (18):

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, L_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение (14) принимает вид

$$\begin{aligned}(N_i \ -J_{*i}) \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} = \\ = (N_i \ -J_{*i}) \begin{pmatrix} -1 - \lambda & 1 & 0 \\ 1 & -2 - \lambda & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0.\end{aligned}$$

Примем $\lambda = -1$, тогда $N = (1 \ 0)$, $J_* = (1 \ 0)$, откуда $\Phi = (1 \ 0 \ 0)$, $G_* = (1 \ 0)$. Нетрудно проверить, что условие (11) выполняется и $H_{*v} = 1$, $Q = 0$. Виртуальный датчик принимает вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_*(t) &= -x_*(t) + y_1(t) + u_1(t), \\ y_v(t) &= x_*(t).\end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что он заметно проще, нежели датчик, полученный в работе [16].

Заключение

В работе рассматриваются методы решения задач диагностирования и оценивания на основе идентификационной и жордановой КФ. Предложен новый метод обеспечения чувствительности средств диагностирования к дефектам. Проведенный сравнительный анализ показал достоинства и недостатки каждого метода.

Список литературы

1. **Мироновский Л. А.** Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
2. **Шумский А. Е., Жирабок А. Н.** Методы диагностирования и отказоустойчивого управления динамическими системами. [Электронный ресурс]. Владивосток: ДВФУ, 2018.
3. **Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.** Diagnosis and fault-tolerant control. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
4. **Witczak M.** Fault diagnosis and fault tolerant control strategies for nonlinear systems. Berlin: Springer, 2014.
5. **Elsobet T., Bregon A., Pulido B., Puig V.** Fault diagnosis of dynamic systems. Berlin: Springer, 2019.
6. **Efimov D., Polyakov A., Richard J.** Interval observer design for estimation and control of time-delay descriptor systems // European Journal of Control. 2015. Vol. 23. P. 26–35.
7. **Kolesov N., Gruzlikov A., Lukoyanov E.** Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty // Proc. XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, IN-TELS'16, 5-7 October 2016, Moscow, Russia. P. 499–504.
8. **Жирабок А. Н., Зуев А. В., Шумский А. Е.** Диагностирование линейных динамических систем: подход на основе скользящих наблюдателей // Автоматика и телемеханика. 2020. № 2. С. 18–35.
9. **Жирабок А. Н., Зуев А. В., Бобко Е. Ю., Филатов А. Л.** Решение задачи аккомодации в нелинейных системах с использованием линейных методов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т.21, № 1. С. 21–27.
10. **Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V.** Fault identification in underwater vehicle thrusters via sliding mode observers // Int. Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 2020. Vol. 30, N. 4. P. 679–688.
11. **Low X., Willsky A., Verghese G.** Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems // Automatica. 1996. V. 22. P. 333–344.
12. **Heredia G., Ollero A.** Virtual sensor for failure detection, identification and recovery in the transition phase of a morphing aircraft // Sensors. 2010. Vol. 10. P. 2188–2201.
13. **Luzar M., Witczak M.** Fault-tolerant control and diagnosis for LPV system with H-infinity virtual sensor // Proc. 3rd Conf. Control and Fault-Tolerant Systems. Barcelona, Spain, 2016. P. 825–830.

14. Jove E., Casteleiro-Roca J., Quntian H., Mendez-Peréz J., Calvo-Rolle J. Virtual sensor for fault detection, isolation and data recovery for bicomponent mixing machine monitoring // *Informatica*. 2019. Vol. 30, N. 4. P. 671–687.

15. Hosseinpour Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S. Virtual sensors for fault diagnosis: a case of induction

motor broken rotor bar // *IEEE Sensors Journal*. 2021. Vol. 21, N. 4. P. 5044–5051.

16. Жирабок А. Н., Ким Чхун Ир. Виртуальные датчики в задаче функционального диагностирования // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2021. Т. 22, № 6. С. 298–303.

Comparative Analysis of Canonical Forms in Fault Diagnosis and Estimation Problems

A. N. Zhirabok^{1, 2}, zhirabok@mail.ru, C. I. Kim¹, kim.ci@dvfu.ru, E. Yu. Bobko¹, bobko.eyu@dvfu.ru,

¹ Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,

² Institute of Marine Technology Problems, Vladivostok, 690950, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Aleksei N., Dr. of Sci., Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on February 21, 2022

Abstract

The paper considers the methods of different canonical forms application to the problems of fault diagnosis and estimation in technical systems described by linear dynamic models under disturbances. Identification and Jordan canonical forms are investigated. The main relations describing fault diagnosis and estimation problems for different canonical forms are given, and comparative analysis of possibility of their application is performed. An analysis shows that the identification canonical form produces relations enable developing algorithms for the diagnostic observer and estimator design while Jordan canonical form assumes using some heuristic methods. It was shown that Jordan canonical form is more preferable to guarantee full disturbance decoupling, that is invariance with respect to the disturbance. On the other hand, when full decoupling is impossible, the identification canonical form enables developing algorithm of partial decoupling while Jordan canonical form assumes using some heuristic methods. The advantage of Jordan canonical form is that it ensures stability of the designed system based on properties of the matrix describing this form while the identification canonical form assumes using feedback based on the residual which must be generated. This allows for Jordan canonical form to reduce the dimension of the designed diagnostic observer and estimator. The new method to guarantee sensitivity of the diagnostic observer to the faults is developed. The method is based on analysis of the observability matrix and new rules to calculate matrices describing the diagnostic observer. Theoretical results are illustrated by practical example of well known three tank system.

Keywords: linear systems, canonical forms, faults, diagnosis, estimation, observers

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Scientific Foundation, project no. 22-29-01303.

For citation:

Zhirabok A. N., Kim C., Bobko E. Yu. Comparative Analysis of Canonical Forms in Fault Diagnosis and Estimation Problems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 6, pp. 289–294.

DOI: 10.17587/mau.23.289-294

References

1. Mironivskii L. A. Functional diagnosis in dynamic systems, Moscow, Publishing house of MSU, 1998, 256 p. (in Russian).

2. Shumsky A., Zhirabok A. Methods for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems, Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2018, 173 p. (in Russian).

3. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and Fault-Tolerant Control, Berlin, Springer-Verlag, 2006.

4. Witczak M. Fault diagnosis and fault tolerant control strategies for nonlinear systems, Berlin, Springer, 2014.

5. Elsobet T., Bregon A., Pulido B., Puig V. Fault diagnosis of dynamic systems, Berlin, Springer, 2019.

6. Efimov D., Polyakov A., Richard J. Interval observer design for estimation and control of time-delay descriptor systems, *European Journal of Control*, 2015, vol. 23, pp. 26–35.

7. Kolesov N., Gruzlikov A., Lukyanov E. Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty, *Proceedings of XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, INTELS'16*, 5–7 October 2016, Moscow, Russia, pp. 499–504.

8. Zhirabok A., Zuev A., Shumsky A. Diagnosis of linear dynamic systems: an approach based on sliding mode observers, *Automation and Remote Control*, vol. 81, 2020, pp. 18–35.

9. Zhirabok A., Zuev A., Bobko E., Filatov A. Fault accommodation problem solution in nonlinear systems using linear

methods, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 21–27.

10. Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V. Fault identification in underwater vehicle thrusters via sliding mode observers, *Int. Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2020, vol. 30, no. 4, pp. 679–688.

11. Low X., Willsky A., Verghese G. Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems, *Automatica*, vol. 22, 1996, pp. 333–344.

12. Heredia G., Ollero A. Virtual sensor for failure detection, identification and recovery in the transition phase of a morphing aircraft, *Sensors*, 2010, vol. 10, pp. 2188–2201.

13. Luzar M., Witczak M. Fault-tolerant control and diagnosis for LPV system with H-infinity virtual sensor, *Proceedings of 3rd Conf. Control and Fault-Tolerant Systems*, 2016. Barcelona, Spain, pp. 825–830.

14. Jove E., Casteleiro-Roca J., Quntian H., Mendez-Peréz J., Calvo-Rolle J. Virtual sensor for fault detection, isolation and data recovery for bicomponent mixing machine monitoring, *Informatica*, 2019, vol. 30, no. 4, pp. 671–687.

15. Hosseinpour Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S. Virtual sensors for fault diagnosis: a case of induction motor broken rotor bar, *IEEE Sensors Journal*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 5044–5051.

16. Zhirabok A., Kim C. Virtual sensors in the fault diagnosis problem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 6, pp. 298–303.