

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.5.015.24

С. В. Тарапыкин, д. р. техн. наук, проф., ректор, В. В. Аполонский, аспирант, vlad.apolonskiy@yandex.ru,
Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина

Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем*

Решаются задачи повышения помехоустойчивости и робастности при одновременном снижении сложности систем автоматического управления с полиномиальными регуляторами "вход—выход" на основе уменьшения степеней полиномов их передаточных функций. Выявляются возможности, определяются условия и разрабатываются методы редуцирования полиномиальных регуляторов путем формирования определенного распределения полюсов синтезируемых систем. Приводятся примеры эффективного управления объектами различной степени сложности с "быстрыми" и "медленными" нулями на основе использования редуцированных регуляторов.

Ключевые слова: система автоматического управления, помехоустойчивость, робастность, зона робастности, полиномиальный регулятор, среднегеометрический корень, области устойчивости

Введение

Динамические полиномиальные регуляторы (ПР) "вход—выход", формирующие управляющие воздействия на основе информации о регулируемой координате и ее производных по времени, являются эффективными устройствами управления сложными линейными и линеаризованными объектами [1—3].

Общая структурная схема аналогового прототипа САУ с одним входом и одним выходом на базе ПР приведена на рис. 1, где приняты следующие обозначения: y_3 и y — заданное и действительное значения регулируемой координаты; u — управляющее воздействие; s — комплексная переменная Лапласа; $A(s)$ и $B(s)$ — характеристический полином (ХП) и полином воздействия передаточной функции (ПФ) объекта управления (ОУ); $R(s)$ и $C(s)$ — полиномы ПФ регулятора.

Традиционная процедура синтеза ПР состоит в составлении и решении относительно коэффициентов полиномов $R(s)$ и $C(s)$ полиномиального уравнения вида

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (1)$$

где

$$A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0;$$

$$B(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0;$$

$$R(s) = r_ks^k + r_{k-1}s^{k-1} + \dots + r_1s + r_0;$$

$$C(s) = s^l + c_{l-1}s^{l-1} + \dots + c_1s + c_0;$$

$$D(s) = s^p + d_{p-1}s^{p-1} + \dots + d_1s + d_0,$$

$D(s)$ — желаемый ХП САУ, определяющий заданное распределение ее полюсов; n, m, k, l, p — степени полиномов.

Если рассматривать получение "минимальных" регуляторов, характеризующихся наименьшими степенями полиномов $R(s)$ и $C(s)$, обеспечивая требования "технической реализуемости" ПР при $k > l$ путем перехода от его аналогового прототипа к цифровой форме одним из методов численного интегрирования, то при составлении (1) необходимо соблюдать следующие условия:

$$k = n - 1, p = n + l, l = \begin{cases} m - 1 & \text{при } m > 0, \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$

В этом случае общий порядок N полиномов $R(s)$ и $C(s)$ определяется как

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) = k + l = n - 1,$$

т. е. оказывается достаточно высоким.

Существенным недостатком САУ с "минимальными" ($k > l$), т. е. дифференцирующими, ПР является их большая чувствительность к высокочастотным помехам. Для повышения помехоустойчивости и улучшения робастных свойств таких систем при управлении объектами с "быстрыми" нулями [4] дополнительно повышают степень полинома $C(s)$, принимая $\deg C(s) \geq 1$. В этом случае общий порядок

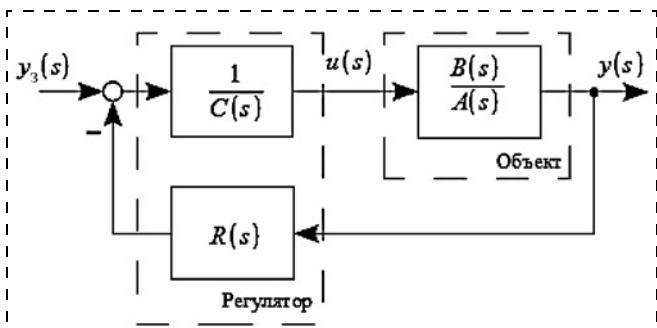


Рис. 1. Общая структурная схема САУ с ПР

* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности на 2014—2016 гг.

док полиномов ПР достигает степени ОУ или превышает ее:

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) \geq n.$$

При управлении объектами с "медленными" нулями улучшение фильтрации помех за счет повышения степени $C(s)$ может оказаться недопустимым из-за существенного снижения робастных свойств синтезируемых САУ.

Таким образом, в условиях высокой сложности и дифференцирующего характера ПР актуально повышение помехоустойчивости и обеспечение робастных свойств САУ не путем повышения степени $C(s)$, а за счет возможного снижения степени полинома $R(s)$ и соответствующего исключения из управления высших производных выходного сигнала ОУ.

Предпосылкой для такого редуцирования ПР является тот факт, что, как было показано в работе [5] при реализации робастного полиномиального управления, коэффициенты полиномов ПР могут менять знаки при относительно небольших вариациях среднегеометрического корня (СГК) $\Omega_0 = p\sqrt{d_0}$ желаемого ХП системы и, следовательно, могут принимать нулевые значения при определенном выборе СГК. Это указывает на возможность понижения порядка полинома $R(s)$ при вариациях Ω_0 , а также при изменениях вида распределения полюсов САУ с учетом особенностей конкретного ОУ.

1. Постановка задачи

Поставим задачу повышения помехоустойчивости и параметрической грубости при одновременном снижении сложности САУ с полиномиальными регуляторами "вход—выход" путем уменьшения степеней полиномов их ПФ (редуцирования регуляторов).

2. Оценка возможности редуцирования регуляторов и методы его выполнения

На рис. 2 показан общий вид семейства переходных характеристик САУ, полученных при вариациях СГК Ω_0 и расположенных в так называемой "зоне робастности" (заштрихована), характеризующейся наличием положительных значений коэффициентов ПР [5].

На границах $h_{D1}(t)$, $h_{D2}(t)$, разделяющих указанную "зону робастности" и "зоны риска", характеризующиеся появлением отрицательных значений одного или нескольких коэффициентов полиномов ПР, происходит обнуление (переход через ноль) значений этих коэффициентов. Очевидно, что условия такого обнуления могут достигаться подбором значений СГК Ω_0 ХП принятого вида или изменениями самого вида ХП $D(s)$.

Наибольший интерес представляет левая граница "зоны робастности" — $h_{D1}(t)$, соответствующая более высокому быстродействию САУ в отличие от

правой границы — $h_{D2}(t)$, отражающей темп процессов исходного ОУ.

Если при совпадении переходной характеристики САУ с левой границей "зоны робастности" происходит обнуление коэффициента при старшей степени s полинома $R(s)$, а вид и темп процесса соответствует требуемому качеству системы, то принятые выражения ХП $D(s)$ и СГК Ω_0 обеспечивают решение поставленной задачи.

Если на левой границе "зоны робастности" указанные условия не выполняются, то можно попытаться обеспечить их изменениями выражения желаемого ХП $D(s)$ и его СГК, оставаясь в пределах заданных требований к качеству САУ.

Вычисление необходимого значения Ω_0 в рамках принятого распределения полюсов САУ, определяемого выражением $D(s)$, может быть организовано путем многократного расчета параметров полноразмерного (нередуцированного) ПР при вариациях Ω_0 и фиксации границ перехода САУ из "зоны робастности" в "зону риска" с соответствующим обнулением коэффициентов полиномов регулятора. Искомое значение Ω_0 будет соответствовать обнулению коэффициента при старшей производной, формируемой полиномом $R(s)$.

Однако следует отметить, что точный "выход" на граничную переходную характеристику САУ потребует проведения многочисленных расчетов с очень малым шагом значений Ω_0 .

Поэтому наряду с изложенным может быть применен более строгий аналитический метод синтеза редуцированного ПР, согласно которому в уравнении (1) степень полинома $R(s)$ изначально понижается на единицу, а желаемый ХП $D(s)$ представляется функцией аргумента Ω_0 в виде

$$D(s) = s^p + d'_{p-1} \Omega_0 s^{p-1} + \dots + d'_1 \Omega_0^{p-1} s + \Omega_0^p.$$

Результатом решения такого уравнения будут значения коэффициентов полиномов ПР, а также СГК Ω_0 . При этом получение положительного вещественного значения Ω_0 будет свидетельствовать об успешном решении задачи редуцирования регуляторов.

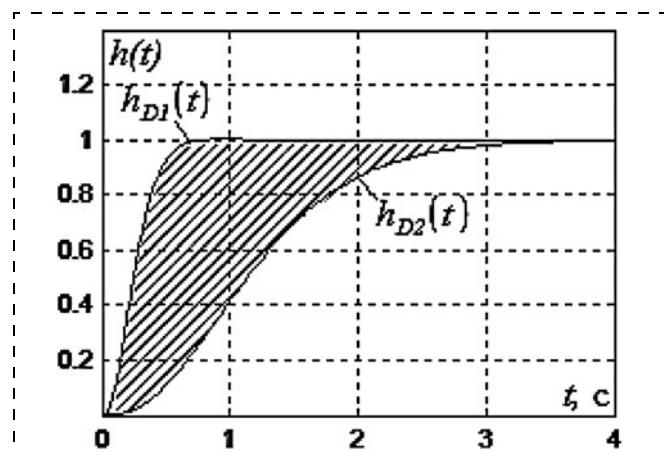


Рис. 2. "Зона робастности" САУ

лятора, и останется лишь оценить его на предмет соответствия требованиям быстродействия САУ.

Из анализа уравнения синтеза (1), содержащего произведение полиномов $A(s)C(s)$, следует, что успешное решение задачи редуцирования ПР математически означает возможность выявления такого действительного значения СГК желаемого ХП $D(s)$ САУ, при котором один из вещественных полюсов ОУ, т. е. корней полинома $A(s)$, способен выполнить функции корня вспомогательного полинома $C(s)$ регулятора. Это определяет возможность снижения на единицу порядка ОУ при расчете параметров основного полинома $R(s)$ регулятора по уравнению (1). Одним из необходимых условий редуцирования ПР при этом оказывается наличие вещественных полюсов управляемого объекта.

3. Редуцирование регуляторов при управлении объектами с "быстрыми" и "медленными" нулями

Проведем исследование возможности редуцирования регулятора при синтезе системы управления двухмассовым электромеханическим объектом (ЭМО1) с вязкоупругой кинематической передачей. Его функциональная и структурная схемы представлены соответственно на рис. 3, *a*, *б*, где СП — безынерционный силовой преобразователь, ЭД — электродвигатель постоянного тока, РО — рабочий орган, КП — кинематическая передача; u , U — управляющее и выходное напряжение СП; I — ток якорной цепи ЭД; M , M_y — электромагнитный момент и момент упругости; Ω_1 , Ω_2 — угловые скорости первой и второй масс; C — конструктивный параметр ЭД; $T_\text{я}$, $R_\text{я}$ — постоянная времени и сопротивление якорной цепи; J_1 , J_2 — моменты инерции первой и второй масс; C_{12} — коэффициент жесткости; $K_{\text{t}1}$, $K_{\text{t}2}$ — коэффициенты трения, $K_{\text{СП}}$ — коэффициент передачи СП.

Исходные параметры ЭМО1: $K_{\text{СП}} = 22$; $R_\text{я} = 3,15 \text{ Ом}$; $T_\text{я} = 0,5 \text{ с}$; $C = 0,16$; $J_1 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_2 = 0,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $C_{12} = 1,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $K_{\text{t}1} = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$; $K_{\text{t}2} = 4,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

Передаточная функция ЭМО1 от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \\ = \frac{1,32s + 7,92}{s^4 + 8,088s^3 + 19,62s^2 + 30,89s + 31,82}.$$

ЭМО1 имеет один ноль $s_0 = -6$ и четыре полюса: $s_1 = -5,25$, $s_2 = -1,99$, $s_3, 4 = -0,42 \pm 1,69i$. Расположение нуля относительно полюсов указывает на его "быстрый" характер. Размеры областей положительности коэффициентов различных типов ПР k/l , обеспечивающих управление данным объектом при задании биномиального ХП Ньютона, представлены в табл. 1 в виде соответствующих интервалов значений СГК Ω_0 и времени переходного процесса — $t_{\text{пп}}$.

Таблица 1
Области параметрической грубости САУ с ЭМО1
и различными типами ПР

Тип ПР (k/l)	Передаточная функция регулятора $R(s) / C(s)$	"Зона робастности"	
		в корневой области Ω_0 , с^{-1}	во временной области $t_{\text{пп}}$, с
ОУ с "быстрыми" нулями (ЭМО1)			
ПР3/0	$\frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	(2,9; 9,2)	(2,6; 0,8)
ПР3/1	$\frac{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s + c_0}$	(2,4; 11,3)	(3,8; 0,8)
ОУ с "медленными" нулями (ЭМО2)			
ПР2/0	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{c_0}$	(0,7; 13,8)	(8,3; 0,4)
ПР2/1	$\frac{r_2 s^2 + r_1 s + r_0}{s + c_0}$	(10,9; 17,7)	(0,7; 0,4)

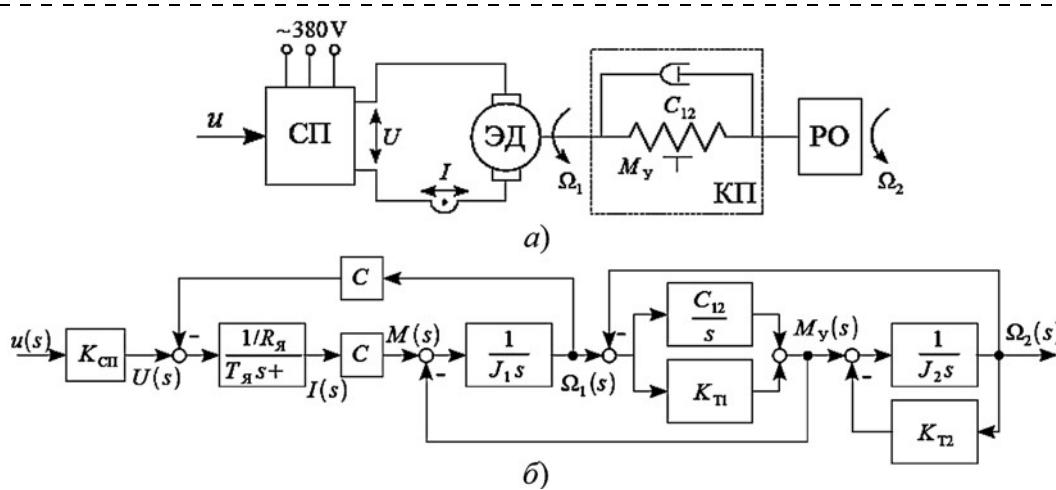


Рис. 3. Функциональная (*а*) и структурная (*б*) схемы двухмассового электромеханического объекта (ЭМО1)

В табл. 2 приведены результаты синтеза аналоговых прототипов регуляторов ПР 3/0 и ПР 3/1 для управления рассматриваемым объектом. Переход к цифровым реализациям ПР здесь и далее осуществляется с использованием метода численного интегрирования Эйлера путем подстановки $s = (1 - z^{-1})/T_0$, где T_0 — такт квантования времени.

На рис. 4, *a* представлена переходная характеристика 1 для САУ с "минимальным" регулятором ПР 3/0 при $t_{\pi} = 0,9$ с ($\Omega_0 = 8,2 \text{ с}^{-1}$) и такте квантования $T_0 = 0,001$ с, расположенная внутри "зоны робастности", на которой видно значительное влияние аддитивной помехи в канале обратной связи в виде белого шума мощностью $5 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$.

Введение в структуру регулятора ПР 3/1 фильтрующего звена ($\deg C(s) = 1$) позволяет значительно уменьшить негативное влияние помехи на выходную координату (график 1 на рис. 4, *b*) при том же быстродействии САУ ($t_{\pi} = 0,9$ с, $\Omega_0 = 10,1 \text{ с}^{-1}$), но приводит к усложнению управляющего устройства.

Используя "точки вырождения" регулятора, при задании времени переходного процесса $t_{\pi} = 0,8$ с ($\Omega_0 = 11,3 \text{ с}^{-1}$) удается усилить указанный эффект (график 1 на рис. 4, *c*) применением более простого ПР, полученного путем обнуления коэффициента r_3 , т. е. исключения из управления старшей производной выходного сигнала. При этом исходная структура регулятора ПР 3/1 трансформируется (табл. 2) в редуцированную структуру ПР 2/1.

Дополнительное упрощение регулятора при сохранении высокой помехоустойчивости САУ (график 1 на рис. 4, *d*) можно получить (табл. 2) приведением "минимального" ПР 3/0 к редуцированному виду ПР 2/0 при задании времени переходного процесса $t_{\pi} = 0,8$ с и значения СГК $\Omega_0 = 9,2 \text{ с}^{-1}$.

Аналитический поиск "точек вырождения" ПР 3/0 осуществляется путем записи полиномиального уравнения (1) как системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полиномов регулятора $R(s)$, $C(s)$, а также неизвестной величины СГК Ω_0 при $\deg R(s) = 2$:

$$\begin{aligned} c_0 &= 1; \\ a_3c_0 + b_1r_2 &= d'_3\Omega_0; \\ a_2c_0 + b_1r_1 + b_0r_2 &= d'_2\Omega_0^2; \\ a_1c_0 + b_1r_0 + b_0r_1 &= d'_1\Omega_0^3; \\ a_0c_0 + b_0r_0 &= d'_0\Omega_0^4. \end{aligned} \quad (2)$$

Решая полученную систему уравнений (2) относительно неизвестных параметров, включая Ω_0 ,

Таблица 2
Результаты синтеза регуляторов ПР k/l при вариациях СГК ХП и времени переходного процесса

Тип ОУ	Тип регулятора	Время переходного процесса t_{π} , с	СГК Ω_0 , с^{-1}	r_3	r_2	r_1	r_0	c_0
С "быстрыми" нулями (ЭМО1)	ПР 3/0 (2/0)	0,7	10,5	-2,25	21,04	315,99	1513,50	3,96
		0,8	9,2	0,00	21,78	239,58	900,16	1,00
		0,9	8,2	0,59	19,98	182,38	567,41	0,22
	ПР 3/1 (2/1)	0,7	13,0	-83,63	739,43	9617,09	45 710,33	166,66
		0,8	11,3	0,00	663,92	6354,51	23 556,98	48,58
		0,9	10,1	19,28	535,83	4261,18	13 015,00	16,88
С "медленными" нулями (ЭМО2)	ПР 2/0 (1/0)	0,3	18,2	—	-1,34	-22,69	-83,97	2,34
		0,4	13,9	—	0,00	8,20	104,71	1,00
		0,5	11,2	—	0,49	16,29	128,25	0,51
	ПР 2/1 (1/1)	0,3	23,2	—	-54,11	-985,24	-4735,89	113,67
		0,4	17,7	—	0,00	166,11	2074,95	37,50
		0,5	14,3	—	8,10	231,42	1634,81	15,80

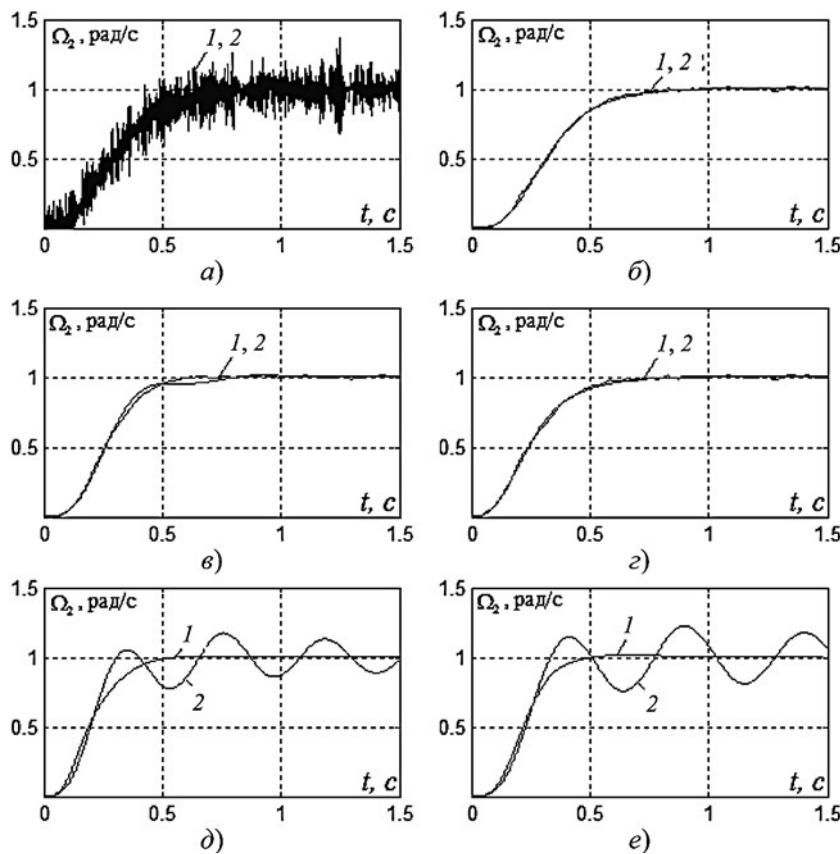


Рис. 4. Графики переходных процессов САУ с ПР 3/0 (*a*, *d*), ПР 3/1 (*b*, *e*), ПР 2/1 (*c*) и ПР 2/0 (*d*)

находим четыре варианта их значений, при которых возможно снижение порядка полинома $R(s)$: $\Omega_{01} = 9,2 \text{ c}^{-1}$, $\Omega_{02} = 2,8 \text{ c}^{-1}$, $\Omega_{03,4} = 6,0 \pm 3,2i \text{ c}^{-1}$. Окончательно выбираем наибольшее действительное значение $\Omega_0 = 9,2 \text{ c}^{-1}$, соответствующее левой границе $h_{D1}(t)$ "зоны робастности" САУ (см. рис. 2) и обеспечивающее желаемое редуцирование регулятора (табл. 2).

Важно отметить, что такое редуцирование регуляторов не придает им неминимально-фазовый характер, не выводит синтезируемые САУ за пределы "зоны робастности" и не вызывает существенных изменений их показателей параметрической грубости. Это наглядно иллюстрируют соответствующие переходные характеристики 2 на рис. 4, a—g, полученные при увеличении параметров J_2 и C_{12} ЭМО1 на 40 % от их исходных значений.

В тех же условиях, но при выборе $t_{\Pi} = 0,7 \text{ с}$ и появлении отрицательных коэффициентов "минимального" ПР 3/0 и фильтрующего ПР 3/1 (табл. 2), как показывают соответствующие переходные характеристики на рис. 4, d, e, САУ приобретают высокую чувствительность к параметрическим возмущениям.

Рассмотрим второй тип электромеханического объекта управления (ЭМО2), функциональная и структурная схемы которого представлены на рис. 5, a, б, где СЭП — следящий электропривод с безынерционным силовым преобразователем; ПП — преобразователь перемещения; $K_{\Pi\Pi}$ — коэффициент преобразования перемещения; U_{φ} — сигнал задания угла; φ_1 — угловое положение вала; x_1 , x_2 — линейные перемещения; β — коэффициент сопротивления демпфера; c_1 , c_2 — жесткость пружин.

Исходные значения параметров объекта: $b_0 = 1$, $a_1 = 20,6$; $a_0 = 202,8$; $K_{\Pi\Pi} = 1$; $B = 3 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}$; $c_1 = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_2 = 36,36 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $T_1 = 1,5 \text{ с}$; $T_2 = 0,078 \text{ с}$; $G_0 = 0,052$.

Соответствующая передаточная функция ЭМО2 имеет вид

$$H(s) = \frac{x_2(s)}{U_{\varphi}(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \\ = \frac{s + 0,6667}{s^3 + 33,383 s^2 + 466,15 s + 2592,7}.$$

Поскольку для рассматриваемого объекта нуль $s_0 = -0,67$ располагается правее полюсов $s_1 = -12,79$, $s_{2,3} = -10,3 \pm 9,83i$, можно говорить о его "медленном" характере. Границы "зоны робастности",

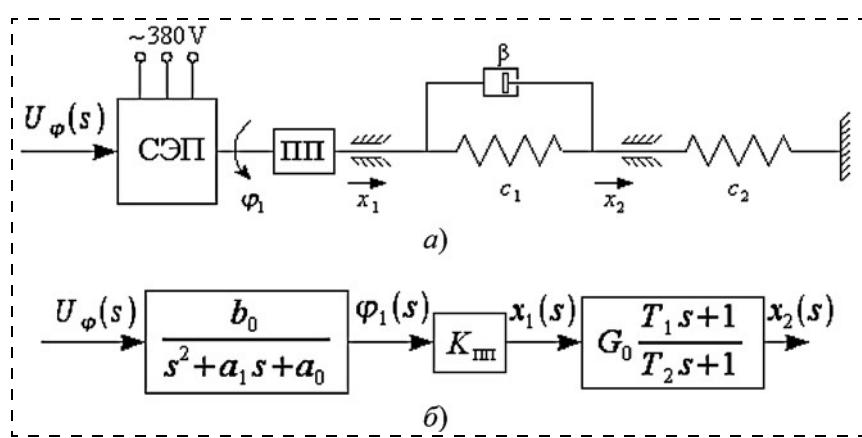


Рис. 5. Функциональная (a) и структурная (б) схемы двухмассового электромеханического объекта (ЭМО2)

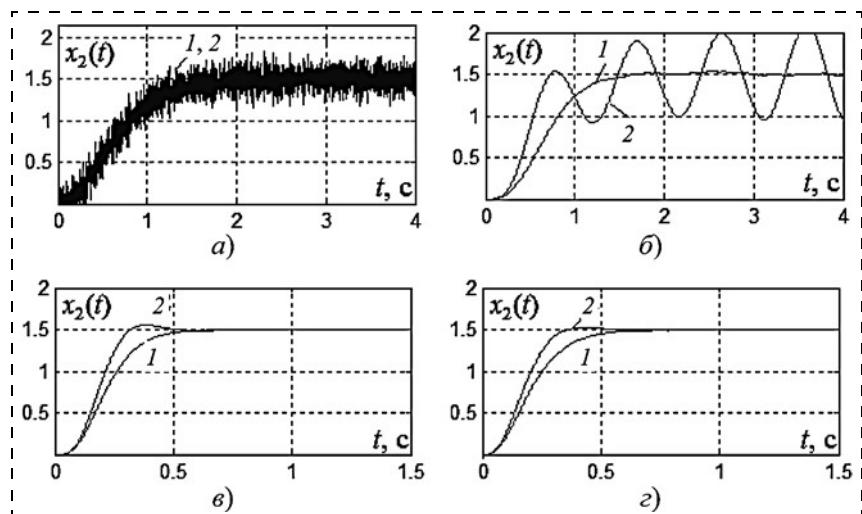


Рис. 6. Графики переходных процессов САУ с ПР 2/0 (a), ПР 2/1 (б), ПР 1/1 (в) и ПР 1/0 (г)

а также результаты синтеза аналоговых прототипов "минимального" (ПР 2/0) и "неминимального" (ПР 2/1) регуляторов для управления данным объектом приведены в табл. 1 и 2.

Переходные характеристики САУ с ПР 2/0 и ПР 2/1 при такте квантования $T_0 = 0,001 \text{ с}$, расположенные в "зонах робастности" при $t_{\Pi} = 0,5 \text{ с}$ и воздействии на координату x_2 аддитивной помехи в виде белого шума мощностью $10^{-5} \text{ Вт}/\text{м}^2$, представлены соответственно на рис. 6, a, б (графики 1). Аналогично управлению ЭМО1 повышение фильтрующей способности "неминимального" регулятора (ПР 2/1) в данном случае также обеспечивает подавление помехи ценой возрастания сложности регулятора. Однако увеличение степени полинома $C(s)$ при наличии "медленного" нуля ОУ приводит к существенному снижению робастных свойств САУ, что наглядно иллюстрируют переходные характеристики 2 на рис. 6, a, б, полученные при уменьшении параметра a_1 на 50 %.

Выполнение процедуры редуцирования ПР 2/1 и приведение его к виду ПР 1/1 путем обнуления коэффициента r_2 выбором СГК $\Omega_0 = 17,7 \text{ c}^{-1}$

(см. табл. 2) при ускорении переходного процесса до $t_{\pi} = 0,4$ с обеспечивает не только упрощение регулятора, но и существенное улучшение помехоустойчивости и параметрической грубости САУ (рис. 6, в). Однако практически тот же эффект (рис. 6, г) может обеспечиваться редуцированием ПР 2/0, т. е. приведением его к наиболее простому виду ПР 1/0 при задании значения

$$\Omega_0 = 13,9 \text{ c}^{-1} (t_{\pi} = 0,4 \text{ с}).$$

Таким образом, при управлении заданным ЭМО2 более высокая эффективность достигается использованием редуцированного дифференцирующего ПР минимальной сложности.

Определенной "платой" за улучшение показателей качества САУ, синтезированных с использованием редуцированных ПР на левой границе "области робастности" (см. рис. 2), является повышение формировок силовых исполнительных устройств в соответствии с темпом процессов, заданным значением СГК Ω_0 как решением системы (2).

Следует отметить, что в отличие от известных [6, 7] методов более кардинального редуцирования линейных регуляторов, предлагающих группировку полюсов системы в некоторой области комплексной плоскости с использованием сложных численных расчетов, а также схемы спектральной декомпозиции системы и принципа отсечения быстро затухающих мод, разработанный подход основывается на модификации классического метода модального управления и сохраняет для разработчика возможность формирования качества переходных процессов на стадии синтеза САУ.

Заключение

Рациональным путем повышения помехоустойчивости при сохранении робастных свойств и снижении сложности САУ на базе дифференцирующих ПР "вход—выход" является редуцирование регуляторов, позволяющее понизить степень полиномов их

ПФ и исключить из управления высшую производную выходного сигнала ОУ.

Такое редуцирование основывается на учете особенностей конкретного объекта и реализуется определенным выбором распределения полюсов синтезируемой САУ, обеспечивающего расположение ее переходной характеристики на левой границе "зоны робастности" и обнуление коэффициента при старшей степени s полинома числителя $R(s)$.

Наряду с упрощением ПР это позволяет сохранить робастные свойства САУ, характерные для области положительности коэффициентов полиномов регулятора ("зоны робастности") в случае "быстрых" нулей ОУ, значительно снизить параметрическую чувствительность системы при наличии "медленных" нулей объекта и в обоих случаях существенно улучшить показатели помехоустойчивости синтезируемых систем.

Редуцирование реализуется на основе модификации классического метода модального управления, что сохраняет возможность формирования желаемых показателей качества при синтезе САУ.

Список литературы

1. Крутко П. Д. Полиномиальные уравнения и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1986. № 1. С. 125–133.
2. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 360 с.
3. Тарапыкин С. В., Тютиков В. В. Системное проектирование линейных регуляторов состояния // Изв. РАН. ТиСУ. 1995. № 4.
4. Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 911 с.
5. Тарапыкин С. В., Тютиков В. В. Робастное модальное управление динамическими системами // Изв. РАН. АиТ. 2002. № 5.
6. Вороной В. В. Краткий обзор методов синтеза регуляторов пониженного порядка // Сб. научн. тр. НГТУ. 2010. № 4 (62). С. 25–34.
7. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Концепция модальной редукции моделей управляемых систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 2–8.

S. V. Tararykin, Professor, Rector, **V. V. Apolonskiy**, Postgraduate student, vlad.apolonskiy@yandex.ru,
Ivanovo State Power University named after V. I. Lenin

Methods of Synthesis of Reduced Polynomial Controls Dynamic Systems

The problems of increasing of the noise immunity and robustness with reduction of the complexity of the automatic control systems with polynomial controllers "input/output" at the same time are solved based on reduction of the polynoms of their transfer functions. The possibilities are detected, the conditions are determined and the methods are developed for reduction of the polynomial controllers by forming definite allocation of the poles of the synthesizable systems taking into account features of the mathematical model of the object. Detailed analysis of the functioning of the systems on the borders of the "robust zones" and "risk zones" is carried out which is characterized with appearing of the positive and negative coefficients of the polynoms of the controllers. The spans of feasible changes of the parameters of the object are determined by the criterion of robust stability of the system. In contradistinction from other methods the introduced approach is based on modification of the classical method of modal control which includes a possibility of formation of the quality of transition processes at the stage of synthesis of a system. The examples of effective controlling of electromechanical objects with different complexity are given.

Keywords: automatic control system, noise immunity, robustness, robustness area, polynomial controller, geometric average square, the area of sustainability

References

1. Krut'ko P. D. Polinomial'nye uravneniya i obratnye zadachi dinamiki upravlyayemykh sistem. *Izv. RAN. Tekhn. kibernetika*. 1986. N. 1. P. 125–133.
2. Gayduk A. R. Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyy podkhod). M.: Fiz-matlit, 2012. 360 p.
3. Tararykin S. V., Tyutikov V. V. Sistemnoe proektirovanie li-neynykh reguljatorov sostoyaniya. *Izv. RAN. TISU*. 1995. N. 4.
4. Gudvin G. K., Grebe S. F., Sal'gado M. E. Proektirovanie sistem upravleniya. M.: BINOM. Laboratoriya znanii, 2004. 911 p.
5. Tararykin S. V., Tyutikov V. V. Robastnoe modal'noe upravlenie dinamicheskimi sistemami. *Izv. RAN. AiT*. 2002. N. 5.
6. Voronoy V. V. Kratkiy obzor metodov sinteza reguljatorov ponizhennogo poryadka. *Sb. nauchn. tr. NGTU*. 2010. N. 4 (62). P. 25–34.
7. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Kontsepsiya modal'noy reduktsii modeley upravlyayemykh sistem. *Mekhanika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2013. N. 12. P. 2–8.

УДК 681.511.4

Н. В. Фалдин, д р техн. наук, проф., nvfaldin@yandex.ru,
А. В. Моржов, канд. техн. наук, доц., morzhov@mail.ru,
Тульский государственный университет

Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе¹

Рассматриваются автоколебательные системы с двухпозиционным релейным элементом и гладким нелинейным объектом управления. Разработан основанный на дискретной линеаризации по полезному сигналу метод получения функций чувствительности ошибки слежения к изменению параметров объекта управления. Метод можно использовать для анализа, а также при синтезе релейной системы. Приводится пример, иллюстрирующий получение функции чувствительности.

Ключевые слова: релейная система, нелинейный объект, автоколебания, дискретная линеаризация, чувствительность, ошибка слежения

Введение

Релейные автоматические системы находят широкое применение в технике. При их анализе и синтезе важно иметь информацию о чувствительности системы к изменению параметров объекта управления. Располагая функциями чувствительности, можно оперативно оценить влияние отклонения параметров от их номинальных значений на выходные характеристики системы. На практике такие отклонения всегда имеют место.

Далее, функции чувствительности используются для назначения допусков на элементы системы управления. С их помощью можно выполнить синтез системы с заданными ограничениями на чувствительность.

Теория чувствительности наиболее бурно развивалась в 60-е, 70-е и 80-е годы прошлого столетия. На эту тему имеется большое число публикаций. Однако в опубликованных работах весьма слабо представлены методы исследования чувствительности релейных автоматических систем. Рассматривались лишь релейные системы с линейными объектами управления. Между тем, реальные объекты управления, как правило, являются нелинейными.

Данная статья посвящена разработке метода получения функций чувствительности ошибки слежения в релейных автоколебательных системах. Рассмат-

риваются системы с двухпозиционным релейным элементом и гладким нелинейным объектом управления. Именно произвольный гладкий нелинейный объект существенно усложняет исследование.

Для оперативной оценки точности режима слежения релейной системы на практике, как правило, используют какую-либо ее линеаризацию по полезному сигналу. Наиболее эффективным методом, который можно использовать при любой нелинейности объекта управления, является дискретная линеаризация [1–3]. Метод был разработан авторами настоящей статьи, и его практическое применение показало, что он характеризуется высокой точностью.

В работе для получения функции чувствительности полезной составляющей выходного сигнала используется дискретная линеаризация релейной системы. Определение функции чувствительности сводится к решению неоднородного линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами с периодом дискретности по времени, равным полупериоду автоколебаний. Это позволяет получить решетчатую функцию чувствительности, которая задает чувствительность каждой дискреты выходного сигнала.

Следящие релейные системы проектируются таким образом, чтобы частота автоколебаний существенно превосходила частоту входного сигнала. В этих условиях, располагая решетчатой функцией чувствительности выходного сигнала, можно исследовать чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00662).