

С. А. Кабанов, д-р техн. наук, проф., kaba-sa@mail.ru,

Д. С. Кабанов, канд. техн. наук, науч. сотр., kabanovds@mail.ru,

Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург

Управление разведением спиц крупногабаритного трансформируемого рефлектора с использованием алгоритма последовательной оптимизации*

Применение крупногабаритных раскрывающихся рефлекторов, компактно сложенных на космических аппаратах, связано с разведением спиц на заданный угол, выдвиганием фрагментов спиц и настройкой формы радиоотражающего сетеполотна. Актуальной является задача оптимизации этих процессов с автоматическим выходом рефлектора в развернутое рабочее состояние. В статье рассматривается процесс оптимизации разведения спиц крупногабаритного трансформируемого рефлектора с учетом изгибных колебаний. Оптимизация затруднена обеспечением сходимости итерационных процедур нахождения управления. Усложняют задачу разведения изгибные колебания спиц, что затрудняет их фиксацию при выходе к упорам. В работе усовершенствована математическая модель разведения спиц, учитывающая изменение изгиба по длине и по времени, наличие устройств упора и фиксатора, исполнительного устройства. Для плавного выхода к упорам предлагается рассмотреть иерархию из двух целевых функционалов, введя в первый критерий терминальное условие на угловую скорость разведения, и разработать алгоритм последовательной оптимизации. Посредством численного моделирования углового движения спицы с учетом изгибных колебаний проведено исследование процесса поворота спицы на заданный угол при малых значениях угловой скорости в конечный момент времени. Установлены численные значения весовых коэффициентов, входящих в целевые функционалы. Исследовано их влияние на переходные процессы. Проверена работоспособность алгоритма при изменении интервала оптимизации. Проведено сравнение результатов численного моделирования с различными вариантами управления: с помощью ПИД регулятора, с применением алгоритма с прогнозирующей моделью и алгоритма с оптимальной коррекцией структуры управления, выявленной посредством принципа максимума. Результаты численного моделирования разведения спиц с помощью алгоритма последовательной оптимизации демонстрируют достижение требуемой точности при допустимых остаточных колебаниях. Разработанный алгоритм последовательной оптимизации формирует управление в темпе движения, и его рекомендуется использовать в более сложных решениях при учете действия случайных возмущений с использованием обработки измерений и оптимизации интервалов наблюдений.

Ключевые слова: математическая модель, вращательное движение, моделирование, крупногабаритный трансформируемый рефлектор, алгоритм последовательной оптимизации, спица

Светлой памяти академика РАН
А. А. Красовского посвящается

Введение

Современный этап развития радиотехнических систем различного назначения связан с разработкой и применением крупногабаритных раскрывающихся антенн-рефлекторов, устанавливаемых на космических аппаратах [1, 2]. При этом возникают новые задачи управления, целью которых является приве-

дение предварительно компактно сложенного рефлектора в развернутое рабочее состояние [3, 4], когда выполняются разведение спиц на заданный угол, выдвигание фрагментов спиц и настройка формы радиоотражающего сетеполотна. Математические модели этих видов движения представлены в работах [5, 6]. В статье усовершенствована математическая модель динамики в части учета разделения параметров, зависящих от длины и от времени. Оптимизация разведения спиц затруднена обеспечением сходимости итерационных процедур нахожде-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-08-00646 а).

ния управления. Решение этих задач численными методами даже при отсутствии сходимости позволяет установить структуру управления с соответствующими моментами переключения. "Коль скоро структура оптимального управления тем или иным способом угадана, не так трудно установить, как правило, что она действительно такова" [7]. Например, можно использовать эквивалентность основной задачи оптимизации и вспомогательной, в которой рассматривается структура управления с оптимизацией моментов переключения управления [8–11]. В приложении к раскрытию трансформируемого рефлектора такой алгоритм успешно управляет раскрытием в реальном времени [12, 13]. Применение этого алгоритма показало, что разведение спицы связано с колебательным процессом, что затрудняет фиксацию спицы при выходе к упорам. Кроме того, при действии возмущений его эффективность уменьшается из-за отсутствия возможности изменить управление после последней коррекции параметров структуры, за исключением возможности изменения конечного времени оптимизации.

В статье для описания процесса разведения спиц предлагается рассмотреть иерархию из двух целевых функционалов и применение алгоритма последовательной оптимизации [8], поскольку введение в первый критерий терминального условия на угловую скорость разведения спицы приводит к плавному выходу к опорам.

Математическая модель разведения спиц и постановка задачи

При разворачивании крупногабаритного трансформируемого рефлектора имеют место поступательное и вращательное движения. Вращательное движение встречается при раскрытии штанг и спиц. Математические модели динамики, описываемые системой дифференциальных уравнений, на всех этих этапах процесса раскрытия аналогичны друг другу, а конструкции отличаются только массогабаритными параметрами [5].

Рассмотрим разведение спицы. Примем, что один двигатель разворачивает только одну спицу в одной плоскости Oxy из начального положения на угол φ под действием силы M (рис. 1). Спица одним концом жестко закреплена за силовой каркас рефлектора на космическом аппарате (КА).

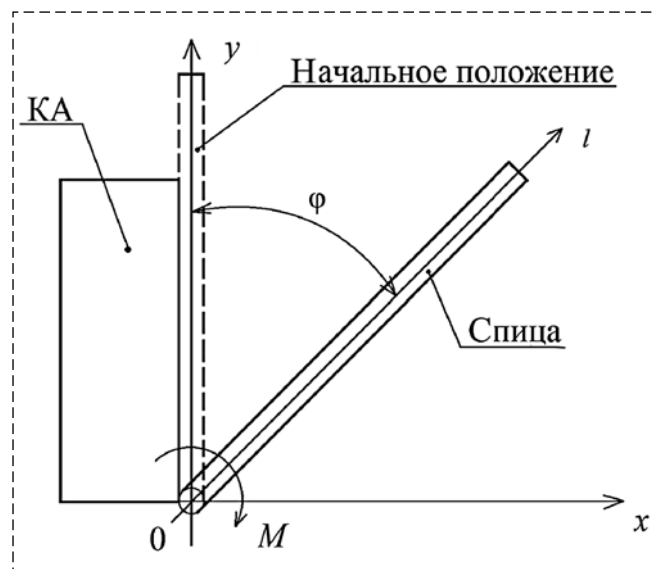


Рис. 1. Разведение спицы рефлектора
Fig. 1. Separating of the spokes of the reflector

Уравнение поперечных колебаний спицы получаются из уравнения Лагранжа с учетом диссипативных сил и имеют вид [5]

$$\ddot{h} = -\frac{EI_{\text{изг}}}{\rho S} \left[\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} \right) \right] + \frac{2}{\rho S} \frac{\partial M}{\partial l}, \quad (1)$$

где h — изгиб спицы; $\ddot{h} = \partial^2 h / \partial t^2$; t — время; E — модуль упругости; $I_{\text{изг}}$ — изгибной момент инерции; ρ — плотность материала спицы; S — площадь спицы в поперечном сечении; l — координата длины спицы; γ — коэффициент затухания; M — общий момент, действующий на спицу:

$$M(U, \varphi, \omega) = M_{\text{п}}(U) - M_{\text{тр}} - M_{\text{упор}}(\varphi, \omega) - M_{\text{ф}}(\varphi, \omega);$$

$M_{\text{п}}$ — полезный момент, создаваемый бесколлекторной машиной; U — напряжение питания бесколлекторной машины; $M_{\text{тр}}$ — момент трения; $M_{\text{упор}}$ — момент, создаваемый упором; $M_{\text{ф}}$ — момент, создаваемый фиксатором.

Изгиб $h(t, l)$ является функцией координаты l и времени t . Приведем уравнение (1) к виду системы дифференциальных уравнений первого порядка по времени. Следуя способу Фурье, ищем решение уравнения (1) в виде [14]

$$h(t, l) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) b_i(l), \quad (2)$$

где $a_i(t)$ — функции только времени t ; $b_i(l)$ — функции только координаты l ; i — номер формы колебаний. При этом каждый член ряда должен удовлетворять граничным условиям задачи, а вся сумма — начальным условиям.

Подставим выражение (2) в (1) при условии удовлетворения уравнения для любого i :

$$\ddot{a}_i(t)b_i(l) = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} b_i^{(4)}(l)[a_i(t) + \gamma \dot{a}_i(t)] + \frac{2}{\rho S} \frac{\partial M}{\partial l},$$

откуда получаем

$$\ddot{a}_i(t) = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} \frac{b_i^{(4)}(l)}{b_i(l)} [a_i(t) + \gamma \dot{a}_i(t)] + \frac{2}{\rho S b_i(l)} \frac{\partial M}{\partial l}. \quad (3)$$

Здесь $b_i^{(4)}(l) = d^4 b_i(l)/dl^4$, $\ddot{a}_i(t) = d^2 a_i(t)/dt^2$, $\dot{a}_i(t) = da_i(t)/dt$.

Для определения $\partial M/\partial l$ примем, что полный момент силы M создается на радиусе вала двигателя R_d , приводящего систему в движение. $\partial M/\partial l|_{l=R_d} = M/R_d$, $R_d = 0,5$ м. Моменты $M_{тр}$, $M_{упор}$, $M_{ф}$ определены в работе [5]. С использованием параметров спицы, представленных в разделе "Результаты расчетов" данной статьи, были проведены расчеты первых четырех собственных частот ($\omega_{c_1} = 14,465$ Гц, $\omega_{c_2} = 171,235$ Гц, $\omega_{c_3} = 475,902$ Гц, $\omega_{c_4} = 932,768$ Гц). Квадрат амплитуды изгиба при ω_{c_1} много больше квадрата амплитуды изгиба при второй и следующих собственных частотах. При отсутствии внешних возмущений с частотами, близкими к собственным частотам, для задачи разведения спицы достаточно рассмотреть только первую форму колебаний. Тогда из уравнения (3), разделив переменные, можно получить:

$$\frac{\ddot{a}_1(t) - \frac{2M}{\rho S R_d}}{a_1(t) + \gamma \dot{a}_1(t)} = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} \frac{b_1^{(4)}(l)}{b_1(l)}. \quad (4)$$

Левая часть этого уравнения зависит только от t , а правая только от l . Для выполнения равенства необходимо, чтобы обе части уравнения равнялись одной и той же постоянной, обозначим ее $(-\lambda_1^2)$. Тогда из уравнения (4) следуют два уравнения:

$$\begin{aligned} b_1^{(4)}(l) - \lambda_1^2 \frac{\rho S}{EI_{изг}} b_1(l) &= 0, \\ \ddot{a}_1(t) + \lambda_1^2 \gamma \dot{a}_1(t) + \lambda_1^2 a_1(t) - \frac{2M}{\rho S R_d} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первое уравнение в системе (5) не зависит от коэффициента γ и, в частности, остается таким же в случае идеально упругой системы, когда $\gamma = 0$. Примем $q_1^4 = \lambda_1^2 \frac{\rho S}{EI_{изг}}$. Тогда

первое уравнение в системе (5) примет вид $b_1^{(4)}(l) - q_1^4 b_1(l) = 0$. Его решение запишем с использованием функций Крылова в виде

$$b_1(l) = A_1 K_1(q_1 l) + B_1 K_2(q_1 l) + C_1 K_3(q_1 l) + D_1 K_4(q_1 l), \quad (6)$$

где $Z_1 = q_1 l$, $K_1 = \frac{1}{2}(\text{ch } Z_1 + \cos Z_1)$, $K_2 = \frac{1}{2}(\text{sh } Z_1 + \sin Z_1)$, $K_3 = \frac{1}{2}(\text{ch } Z_1 - \cos Z_1)$, $K_4 = \frac{1}{2}(\text{sh } Z_1 - \sin Z_1)$. Основное свойство функций Крылова состоит в том, что производная от любой из них дает предыдущую: $K_1(Z) = K_2^{(1)}(Z) = K_3^{(2)}(Z) = K_4^{(3)}(Z) = K_1^{(4)}(Z)$, $K_1^{(1)}(Z) = K_4(Z)$. Кроме того, выполнены следующие начальные условия: при $l = 0$ первая функция K_1 равна 1, а все остальные равны 0: $K_1(0) = 1$, $K_2(0) = 0$, $K_3(0) = 0$, $K_4(0) = 0$.

Соотношения для A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , λ_1 определяются граничными условиями (по два на каждом из концов). Рассмотрим заделанный левый конец и свободный правый конец. На левом конце спицы выполняются условия $b_1 = \frac{\partial b_1}{\partial l} = 0$, $l = 0$. На правом конце спицы выполняются условия $\frac{\partial^2 b_1}{\partial l^2} = \frac{\partial^3 b_1}{\partial l^3} = 0$, $l = L$.

Для левого конца имеем $b_1(0) = A_1 = 0$, $b_1'(0) = B_1 = 0$.

Для правого конца получим

$$\frac{\partial^2 b_1}{\partial l^2} = \frac{\partial^2}{\partial l^2} [C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1)] = 0$$

или

$$q_1^2 [C_1 K_3^{(2)}(Z_1) + D_1 K_4^{(2)}(Z_1)] = 0,$$

откуда следует $C_1 K_1(Z_1) + D_1 K_2(Z_1) = 0$.

Аналогично находим

$$\frac{\partial^3 b_1}{\partial l^3} = q_1^3 [C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1)] = 0$$

или

$$C_1 K_3^{(3)}(Z_1) + D_1 K_4^{(3)}(Z_1) = 0,$$

откуда получаем $C_1 K_4(Z_1) + D_1 K_1(Z_1) = 0$.

Система

$$\begin{aligned} C_1 K_1(Z_1) + D_1 K_2(Z_1) &= 0, \\ C_1 K_4(Z_1) + D_1 K_1(Z_1) &= 0 \end{aligned}$$

однородна и имеет вид $GX = 0$, где $G = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_4 & K_1 \end{bmatrix}$, $X = (C_1 \ D_1)^T$. Для того чтобы иметь не тривиальное решение, требуется равенство нулю ее определителя. Отсюда получаем $K_1^2 - K_4 K_2 = 0$ или $\cos Z_1 = -\frac{1}{\text{ch } Z_1}$. Корнем этого уравне-

ния является $Z_1 = 1,875$. Тогда $K_1(Z_1) = 1,474$, $K_2(Z_1) = 2,027$, $K_3(Z_1) = 1,771$, $K_4(Z_1) = 1,074$ и $C_1 = -1,372$ D_1 или $D_1 = 0,728$ C_1 .

На правом конце $q_1 = \frac{Z_1}{L}$. Вычислим значение фундаментальной функции согласно соотношению (6):

$$b_1(L) = C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1) = \\ = C_1 [K_3(Z_1) - 0,73 K_4(Z_1)],$$

откуда получаем $b_1(L) = 0,986 C_1$. Коэффициент C_1 определяется в зависимости от нагрузки при условии сохранения уравнения (3).

Система дифференциальных уравнений для определения положения спицы имеет вид $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, u, t)$, где $\mathbf{X} = (\varphi \ \omega \ a_1 \ V_{1a})^T$ — вектор состояния процесса разведения; u — вектор управления; t — время; ω — угловая скорость поворота спицы; a_1 и V_{1a} — зависящие от времени изгиб и скорость изгиба спицы соответственно. В поэлементном виде система представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega; \\ \dot{\omega} &= \frac{M(U, \varphi, \omega)}{I}; \\ \dot{a}_1(t) &= V_{1a}(t); \\ \dot{V}_{1a}(t) &= -\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \\ &+ \frac{2}{\rho S b_1(L)} \frac{M(U, \varphi, \omega)}{R_d}, \end{aligned} \quad (7)$$

где I — момент инерции спицы.

Конструктивно спица имеет вид цилиндрической трубы с внешним радиусом R , изготовлена из материала с плотностью ρ и модулем упругости E . Напряжение питания U , $|U| \leq U_{\max}$ ($U_{\max} = 12,5$ В), выберем в качестве управления и будем изменять его значения для достижения конечного угла раскрытия. Полезный момент связан с управлением [5]

$$M_{\Pi} = m_{\Phi} p E_0 U \sin \vartheta / (\omega_1 X_c),$$

где m_{Φ} — число фаз ротора; p — число пар полюсов магнитного поля; E_0 — действующее значение электродвижущей силы (ЭДС) на обмотке статора; ϑ — угол рассогласования (между U_1 и E_0 , для двигателя находится в пределах $[0, \pi/2]$); ω_1 — угловая скорость вращения ротора двигателя; X_c — синхронное сопротивление.

Примем, что спица является тонкостенным кольцом в плоскости изгиба. При этом в сло-

женном состоянии звенья жестко закреплены, и никаких дополнительных перемещений звеньев относительно друг друга не происходит.

Требуется перевести систему (7) из начального состояния $\mathbf{X}(0)$ в заданное конечное $\mathbf{X}(t_f)$ при минимизации прогиба спицы h и при ограничении на напряжение питания U за конечное время t_f при отсутствии действия возмущений.

Разработка алгоритма управления

Построение устойчивых алгоритмов поиска оптимальной траектории в реальном масштабе времени затруднено, а нередко невозможно ввиду трудностей обеспечения сходимости решения, возникающих из принципа максимума [9] двухточечных краевых задач. Алгоритм оптимизации с коррекцией параметров структуры управления позволяет получить решение без затруднений в сходимости. Однако наличие изгибных колебаний увеличивает время выхода рефлектора в рабочее состояние [12, 13].

Поэтому требуется разработать методику и алгоритмы, которые позволят получать надежное решение задачи оптимизации траектории в реальном времени движения.

Если для системы из n уравнений оптимизация по одному целевому функционалу приводит к двухточечной краевой задаче для системы порядка $2n$, то для иерархии из двух критериев это число удваивается [8]. Объем вычислений возможно уменьшить путем использования на двух уровнях функционалов обобщенной работы А. А. Красовского [8, 9]. В работе [8] показана целесообразность применения упрощенного варианта алгоритма, когда при рассмотрении второго уровня управление первого уровня считается реализованным. Иными словами, происходит последовательная оптимизация управлений по уровням. Проведенные исследования для различных систем показали, что характер траекторий управляемого движения по упрощенному алгоритму не изменяется в сравнении с полным решением [8]. Алгоритм успешно применялся для управления летательным аппаратом, в том числе и с применением спирального прогноза [8], а также для управления автомобилем и ядерным реактором [15]. Здесь остаются известные преимущества применения критерия Красовского, когда вместо двухточечной краевой задачи нужно решать

две одноточечные задачи Коши (в прямом и обратном времени соответственно) [9].

Расширим систему (7), добавив к ней уравнение $\dot{U} = u$. Положим $Y = U$, $\mathbf{x} = (\mathbf{X}^T Y)^T = (\varphi \ \omega \ a_1 \ V_{1a} \ U)^T$, $\mathbf{f} = (F^T u)^T$. Рассмотрим иерархию целевых функционалов вида

$$\begin{aligned} J_1 &= \mathbf{V}_{f1}(\mathbf{X}, t_f); \\ J_2 &= \mathbf{V}_{f2}(\mathbf{X}, t_f) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} [f_0(\mathbf{X}, t) + 0,5(u^2 + u_0^2)k^{-2}]dt; \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{V}_{f1} = 0,5\beta_2[\omega(t_f) - \omega_f]^2$; $\mathbf{V}_{f2} = 0,5\Delta\mathbf{X}_f^T \alpha \Delta\mathbf{X}_f$; $f_0 = 0,5\beta_1[\varphi(t) - \varphi_f]^2 + 0,5\beta_3 h^2$; $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, k$ — заданные коэффициенты; $\Delta\mathbf{X}_f = \mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f$, $\mathbf{X}_f = (\varphi_f \ \omega_f \ a_f \ V_{1af})^T$ — заданные конечные значения соответствующих переменных. Так как $h(t, L) = a_1(t)b_1(L)$, $V_{1a}(t, L) = V_{1a}(t)b_1(L)$, то $a_1(t) = h(t, L)/b_1(L)$ и $a_1(t_f) = h(t_f, L)/b_1(L)$.

Поскольку в терминальную часть функционалов входят требования не только к конечным значениям угла φ и прогиба h , но и к их производным, то механизмы упора и фиксатора при оптимальном управлении будут нести в себе только функции собственно фиксации спиц при достижении упора и не будут приводить к колебаниям в этих механизмах.

Для управления системой развертывания спицы с обеспечением конечных условий для угла φ при малых конечных значениях его производной ω целесообразно использовать упрощенный вариант алгоритма.

Управление вычисляется в виде $u = u_1 + u_2$, где u_1 и u_2 минимизируют критерии качества J_1 и J_2 соответственно. На первом уровне проводится подстройка прогнозирующей модели, например таким образом, чтобы можно было принять $u_1 = 0$, $U_m(t) = U(t) + \Delta U$.

С учетом сделанных допущений гамильтониан системы (7) примет вид $H = \mathbf{p}^T \mathbf{f}(\mathbf{X}) + f_0$, где $\mathbf{p} = [p_\varphi \ p_\omega \ p_h \ p_{V_a} \ p_U]^T$ — вектор сопряженных переменных, или

$$\begin{aligned} H &= p_\varphi \omega + p_\omega \frac{M}{I} + p_a V_{1a} + \\ &+ p_{V_a} \left[-\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{2}{\rho S b_1(l)} \frac{\partial M}{\partial l} \right] + p_U u + \frac{1}{2} \beta_1 (\varphi - \varphi_f)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \beta_3 h^2 + \frac{1}{2} \frac{u^2 + u_0^2}{k^2}. \end{aligned}$$

Уравнения прогнозирующей модели при нулевом управлении [8, 9] имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega; \\ \dot{\omega} &= \frac{M_\Pi(U) - M_{тр}}{I}; \\ \dot{a}_1 &= V_{1a}; \\ \dot{V}_{1a} &= -\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \\ &+ \frac{2}{\rho S b_1(l)} \frac{M_\Pi(U) - M_{тр}}{R_d}; \\ \dot{U} &= 0. \end{aligned}$$

Для сопряженных переменных получаем

$$\begin{aligned} \dot{p}_\varphi &= -\beta_1(\varphi - \varphi_f); \quad \dot{p}_\omega = -p_\varphi; \\ \dot{p}_a &= p_{V_a} \frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 - \beta_3 a_1 b_1^2; \\ \dot{p}_{V_a} &= -p_a + p_{V_a} \frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 \gamma; \\ \dot{p}_U &= -\left(p_\omega \frac{1}{I} + p_{V_a} \frac{2}{\rho S b_1(l) R_d} \right) \frac{\partial M_\Pi(U)}{\partial U}; \\ p_\varphi(t_f) &= \alpha_1 [\varphi(t_f) - \varphi_f]; \\ p_\omega(t_f) &= \alpha_2 [\omega(t_f) - \omega_f]; \\ p_a(t_f) &= \alpha_3 [a_1(t_f) - a_f]; \\ p_{V_a}(t_f) &= \alpha_4 [V_{1a}(t_f) - V_{1af}]; \quad p_U(t_f) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $\frac{\partial M_\Pi(U)}{\partial U} = A \sin \vartheta$, где $A = \frac{m_\varphi p E_0}{\omega_1 X_c}$.

Величина ΔU выбирается путем итераций из условия $V_{f1} = 0$ с точностью до малой $\sigma > 0$ интегрированием уравнений модели первого уровня на интервале $[t, t_f]$. В данном случае с учетом выражения для полезного момента $M_\Pi = A \sin \vartheta U$, пренебрегая на прогнозирующей модели моментом трения, можно определить необходимое для минимизации первого критерия значение управления в модели U_{md} из второго уравнения системы (7) в виде $U_{md} = [\omega_f - \omega(t)]/(t_f - t)/A_d$ (здесь $A_d = A \sin \vartheta / I$, определяется параметрами двигателя), т. е. величину u_1 задать в виде $u_1 = \delta(t) \Delta U$, где $\Delta U = U_{md} - U(t)$, $\delta(t)$ — дельта-функция (приближенно можно принять $\delta(t) = 1/\Delta t$, где Δt — шаг численного интегрирования системы (7)).

Для определения управления $u_2 = -k^2 p_U$ требуется найти p_U лишь из системы уравнений подстроеной модели и системы уравнений для p .

Результаты расчетов

Спица разворачивается из начального транспортировочного положения при значении угла поворота $\varphi_0 = 0$ и фиксируется при достижении заданного угла $\varphi_f = \pi/2$. Спица в начальном положении находится в состоянии покоя, имеет угловую скорость $\omega_0 = 0$, прогиб $h_0 = 0$ и скорость изгиба $V_{1a_0} = 0$. Конечные значения угловой скорости $\varphi_f = 0$, прогиба $h_f = 0$ и скорости изгиба $V_{1a_f} = 0$. Примем время раскрытия $t_f = 90$ с, максимальную допустимую амплитуду прогиба $h_{\max} = 10$ мм. Значение коэффициента затухания примем равным $\gamma = 0,04$ с. Первая собственная частота колебаний для случая заделанного левого и свободного правого концов $\omega_{\text{сизгл}} = 14,465$ Гц. Число фаз ротора $m_s = 2$, число пар полюсов магнитного поля $p = 2$, действующее значение ЭДС на обмотке статора $E_0 = 2,5$ В, синхронное сопротивление $X_c = 22 \cdot 10^{-3}$ Ом, угол рассогласования между полем ротора и статора $\vartheta = \pi/10$ при любой нагрузке, $\omega_1 = 247$ рад/с.

Были выбраны следующие параметры спицы при моделировании: материал АБС пластик QHF — 0140: плотность материала $\rho = 1600$ кг/м³, модуль упругости (Юнга) $E = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; длина спицы $a = 9,75$ м; масса спицы (всех вложенных звеньев) $m = 32$ кг. Рассматривается спица с сечением в виде кольца с внешним радиусом $R = 0,26$ м и внутренним радиусом $r = 0,25$ м. Момент инерции I будет равняться $I = mR^2/2 + ma^2/3 = 1015,4$ кг·м². Изгибной момент инерции $I_{\text{изг}} = \pi R^3 \delta = 5,52 \cdot 10^{-4}$ м⁴, где δ — толщина стенки трубы (спицы).

Численное моделирование перевода системы из начального состояния $\mathbf{X}(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ в конечное $\mathbf{X}(t_f) = (\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ с отсутствием перерегулирования по углу разворота φ за время $t_f = 90$ с проводили методом Эйлера с шагом $\Delta t = 0,01$ с. Расчеты показали, что при значениях параметров критерия J_2 : $\alpha_1 = 3000$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\beta_3 = 0$, $k^2 = 0,1$ алгоритм успешно решает поставленную задачу. На рис. 2 представлены графики зависимостей $\varphi(t)$ и $\omega(t)$.

Конечное значение $\varphi(t_f) = 1,568$ рад отличалось от заданного на $0,0027$ рад. Угловые скорости при раскрытии спицы не превышают $0,03$ рад/с, а в конечный момент $\omega(t_f) = -6,175 \cdot 10^{-7}$ рад/с (практически равно заданному значению), что является характерным для исследуемого алгоритма. На рис. 3, а показан график $h(t)$ на начальном участке, а на рис. 3, б — график $U(t)$. Максимальное значение прогиба h возникало в начале процесса, когда существенно возрастало управление, и составило $h_{\max} = -7,07 \cdot 10^{-3}$ м, а в конечный момент $h(t_f) = -10^{-5}$ м. При $\beta_1 = 3$ кривая $\varphi(t)$ приближается к заданному значению $\varphi_f = \pi/2$ с погрешностью в $0,001$ рад: $\varphi(t_f) = 1,5717$ рад. Особенностью траекторий $\varphi(t)$ являлось достижение заданного конечного значения с малыми по абсолютной величине производными. Величина $U(t)$ имела максимальное значение $10,7$ В, в конечный момент $0,15$ В, что существенно ниже соответствующего значения при использовании алгоритма с коррекцией параметров структуры управления [12]. При $\beta_3 = 1$ значение конечного изгиба составило $h(t_f) = 1,1 \cdot 10^{-6}$ м. Как видно, для разворота от-

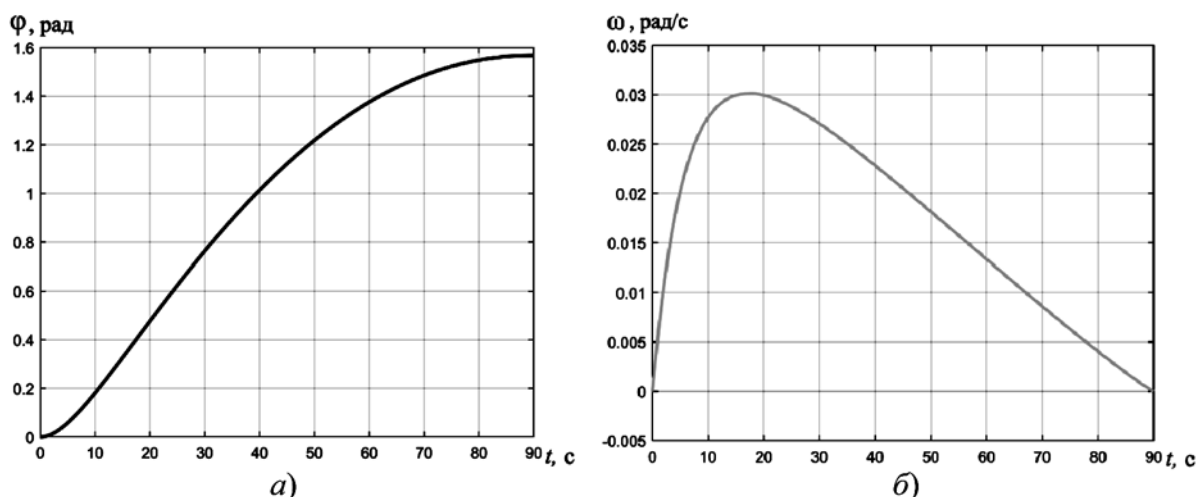


Рис. 2. Динамика угла (а) и угловой скорости (б) спицы
Fig. 2. Dynamics of angle (a) and angular velocity (b) the spoke

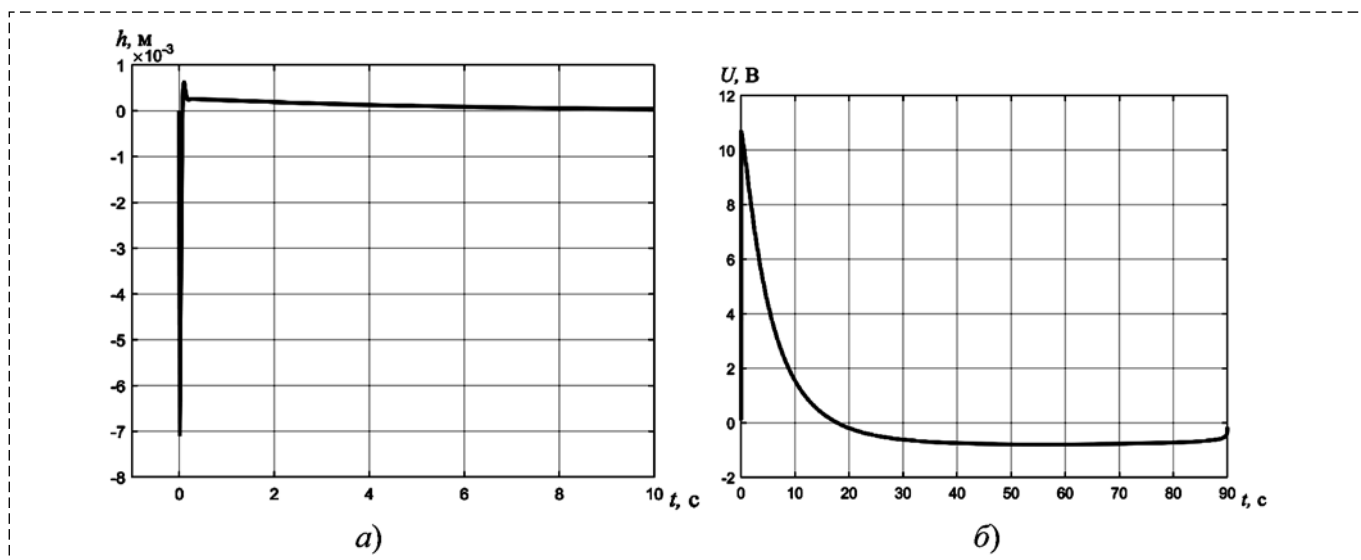


Рис. 3. Динамика изгиба (а) и управления (б)
Fig. 3. Dynamics of deflection (a) and control (б)

дельного звена длиной 9,75 м алгоритм стремится уменьшить и без того небольшую величину $h(t_f)$, что не представляется важным. Актуальность уменьшения $h(t_f)$ появится при рассмотрении разворота полностью выдвинутых трех звеньев составной спицы с общей длиной 29 м. Исследования показали, что в этом случае значение $h(t_f)$ достигает порядка 0,15 м при использовании алгоритма с коррекцией параметров структуры управления [12]. Представленный в данной статье алгоритм успешно проводит разворот спицы и за более короткое время. Правда, при этом надо увеличить коэффициент α_1 : для $t_f = 80$ с — $\alpha_1 = 2 \cdot 10^3$, для $t_f = 70$ с — $\alpha_1 = 5 \cdot 10^3$. Действительно, более короткому интервалу оптимизации отвечает более крутая траектория $\varphi(t)$. При этом формируется управление, приводящее к $U(t) > U_{\max}$, в результате чего появляется участок со значением $U(\tau) = U_{\max}$: при $t_f = 80$ с — $\tau \in (0; 0,4]$, при $t_f = 70$ с — $\tau \in (0; 1,35]$.

Преимущество алгоритма последовательной оптимизации состоит в возможности получения позиционного решения, позволяющего строить управление в реальном времени динамики процесса вплоть до конечного момента t_f при таких условиях достижения конечного положения, которые позволяют "мягко" использовать упоры и фиксаторы, исключая длительные колебания антенны, удлиняющие выход ее в рабочее состояние.

Если рассматривать оптимизацию только по второму критерию (8), то приходим к алгоритму с прогнозирующей моделью [8, 9].

В этом случае реализация алгоритма при $\alpha_1 = 10 \text{ рад}^{-1}$, $\alpha_2 = 1 \text{ с/рад}$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\beta_3 = 0$, $k^2 = 0,1$ привела к результатам: $\varphi(t_f) = 1,570$, $\omega(t_f) = 0,035 \text{ рад/с}$, $h(t_f) = 1,710 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

Заключение

В данной статье представлен алгоритм последовательной оптимизации для разведения спиц трансформируемого рефлектора. Предложенный алгоритм позволяет в реальном времени обеспечить разведение спиц с плавным выходом к упорам с амплитудой колебаний, не превышающей $8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, что меньше в несколько раз по сравнению с ПИД регулятором и алгоритмом коррекции параметров структуры управления. Главным преимуществом алгоритма с иерархией целевых критериев является отсутствие длительных затухающих колебаний после достижения спицей заданного угла разворота. С помощью данного алгоритма удалось добиться необходимой точности и качества регулирования системы.

Учет действующих на исследуемую систему возмущений и шумов предполагаемых датчиков приводит к сложным задачам обработки результатов измерений и их планирования [16]. Исследованный в статье алгоритм последовательной оптимизации целесообразно применять в более сложных решениях с использованием обработки измерений и оптимизации интервалов наблюдений.

Список литературы

1. Siriguleng B., Zhang W., Liu T., Liu Y. Z. Vibration modal experiments and modal interactions of a large space deployable antenna with carbon fiber material and ring-truss structure // Engineering Structures. 2020. Vol. 207. P. 148–153.
2. Полянский И. С., Архипов Н. С., Мисюрин С. Ю. О решении проблемы оптимального управления адаптивной многолучевой зеркальной антенной // Автомат. и телемех. 2019. № 1. С. 83–100.
3. Yangmin X., Hang S., Alleyne A. G., Yang B. Feedback Shape Control for Deployable Mesh Reflectors Using Gain Scheduling Method // Acta Astronautica. 2016. Vol. 121. P. 241–255.
4. Rahmat-Samii Y., Manohar V., Kovitz J. M. et al. Development of Highly Constrained 1 m Ka-Band Mesh Deployable Offset Reflector Antenna for Next Generation CubeSat Radars // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2019. Vol. 67, N. 10. P. 6254–6266.
5. Кабанов С. А., Зимин Б. А., Митин Ф. В. Разработка и анализ математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций. Часть I // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 1. С. 51–64.
6. Кабанов С. А., Зимин Б. А., Митин Ф. В. Разработка и анализ математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций. Часть II // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 2. С. 117–128.
7. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. М.: Наука, 360 с.
8. Кабанов С. А. Управление системами на прогнозирующих моделях. СПб: Изд-во СПбГУ, 1997. 200 с.
9. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
10. Малышев В. В., Кабанов Д. С. Алгоритм коррекции структуры управления автоматическим подводным аппаратом для построения области достижимости // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 21–27.
11. Кабанов С. А. Оптимизация динамики систем с коррекцией параметров структуры управления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2014. Вып. 2. С. 254–260.
12. Кабанов С. А., Митин Ф. В. Оптимизация процессов раскрытия и создания формы трансформируемого рефлектора космического базирования // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2021. № 2. С. 106–125.
13. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the stages of unfolding a large-sized space-based reflector // Acta Astronautica. 2020. N. 176. P. 717–724.
14. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях. М.: Физматгиз, 1960. 193 с.
15. Кабанов С. А. Оптимизация динамики систем при действии возмущений. М.: Физматлит, 2008. 200 с.
16. Малышев В. В., Красильщиков М. Н., Карлов В. И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989. 312 с.

Deployment the Spoke of a Large-Sized Transformable Reflector Using a Sequential Optimization Algorithm

S. A. Kabanov, kaba-sa@mail.ru, D. S. Kabanov, kabanovds@mail,
BSTU "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, Saint-Petersburg, 190005, Russian Federation

Corresponding author: Kabanov Sergey A., Ph.D., Dr. Sci., Professor,
Baltic state technical university "VOENMEH" named after D. F. Ustinov,
Saint-Petersburg, 190005, Russian Federation, e-mail: kaba-sa@mail.ru

Accepted on March 15, 2021

Abstract

The use of large-sized opening reflectors close-packed in spacecraft is associated with spreading the spokes at a given angle, extending the fragments of the spokes and adjusting the shape of the radio-reflecting mesh. The problem of optimizing these processes with automatic output of the reflector to the deployed working state is urgent. The optimal control problem of spreading spokes of a large-sized space-based reflector with respect to bending vibrations is investigated in the article. The optimization process is complicated by ensuring convergence of iterative procedure for control finding. The bending vibrations of the spokes complicate the task of spreading. That makes it difficult to fix spokes when reaching the stops. In this paper the mathematical model of spoke dynamics is improved with respect to spoke's bend change in length and in time, the model takes into account the presence of stop and retainer devices and an actuator. It is proposed to consider a hierarchy of two target composed functions and develop an algorithm for sequential optimization for a smooth exit to the stops. It is suggested to include the terminal condition for the angular spreading rate in the first criterion. A study was carried out using mathematical simulation for the process of turning the spoke by a given angle at small values of the angular velocity at the final moment of time taking into account bending vibrations. The exact values of the weight coefficients included in the target composed functions are found. Weight coefficients influence on transient processes is investigated. The performance of the algorithm was checked when the value of the optimization interval was changed. The comparison of the results of simulation modeling with control options using the PID controller, application of an algorithm with a predictive model and an algorithm with optimal correction of the control structure, revealed by means of the maximum principle, was carried out. The results of simulation modeling for spokes spreading process using the sequential optimization algorithm demonstrate the achievement of the required accuracy with permissible tolerance residual vibrations. The developed algorithm of sequential optimization forms control in a real time and it is recommended to use it in more complex solutions under random disturbances using measurement process and optimization of observation intervals.

Keywords: mathematical model, spin motion, simulation modeling, large-size space-based transformable reflector, sequential optimization algorithm, spoke

References

1. Siriguleng B., Zhang W., Liu T., Liu Y. Z. Vibration modal experiments and modal interactions of a large space deployable antenna with carbon fiber material and ring-truss structure, *Engineering Structures*, 2020, vol. 207, pp. 148–153.
2. Polyanskii I. S., Arkhipov N. S., Misyurin S. Y. On solving the optimal control problem, *Automation and Remote Control*, 2019, vol. 80, no. 1, pp. 66–80.
3. Yangmin X., Hang S., Alleyne A. G., Yang B. Feedback Shape Control for Deployable Mesh Reflectors Using Gain Scheduling Method, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 121, pp. 241–255.
4. Rahmat-Samii Y., Manohar V., Kovitz J. M. et al. Development of Highly Constrained 1 m Ka-Band Mesh Deployable Offset Reflector Antenna for Next Generation CubeSat Radars, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2019, vol. 67, no. 10, pp. 6254–266.
5. Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 51–64 (in Russian).
6. Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 2, pp. 117–128 (in Russian).
7. Bellman R. Adaptive control processes, Moscow, Nauka, 360 p. (in Russian).
8. Kabanov S. A. Controlling systems based on predictive models, St. Petersburg, St. Petersburg State University Publishing House, 1997, 200 p. (in Russian).
9. Krasovskij A. A. ed. Handbook on the theory of automatic control, Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).
10. Malushev V. V., Kabanov D. S. Algorithm for correcting the control structure of an automatic underwater vehicle for constructing the reachable region, *Journal of Instrument Engineering*, 2012, vol. 55, no. 7, pp. 21–27 (in Russian).
11. Kabanov S. A. Optimization of system dynamics with correction of control structure parameters, *Vestn. S. — Peterburg. un. Ser. 1*, 2014, iss. 2, pp. 254–260.
12. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the processes of deployment and creating the shape of a transformable space-based reflector, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2021, no. 2, pp. 106–125.
13. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the stages of unfolding a large-sized space-based reflector, *Acta Astronautica*, 2020, no. 176, pp. 717–724.
14. Panovko Y. G. Internal friction during vibrations, Moscow, FIZMATLIT, 1960, 193 p. (in Russian).
15. Kabanov S. A. Optimization of the dynamics of systems under the influence of perturbations, Moscow, FIZMATLIT, 2008, 200 p. (in Russian).
16. Malushev V. V., Krasilshikov M. N., Karlov V. I. Optimization of surveillance and control of aircraft, Moscow, Mashinostroenie, 1989, 312 p. (in Russian).