

В. В. Любимов, зав. кафедрой высшей математики, доц., д-р техн. наук, vlubimov@mail.ru,
И. Бакри, аспирант, ibrahimbakry0@gmail.com,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева

Управляемое изменение габаритных размеров спускаемого в атмосфере Марса космического аппарата осесимметричной формы

Рассматривается управляемое изменение габаритных размеров спускаемого в атмосфере Марса космического аппарата (КА). Целью работы является получение методики расчета массовых и массово-геометрических характеристик КА при изменении его габаритных размеров, обеспечивающей пассивное управление угловой скоростью на этапе спуска данного космического аппарата в разреженной атмосфере. В процессе решения данной задачи вычисляются геометрические и массово-геометрические характеристики спускаемого КА (объем, площадь поперечного сечения, моменты инерции). Предполагается, что задняя относительно набегающего потока внешняя форма КА представляет собой однополостный гиперboloид вращения, изменяющий свои габаритные размеры в процессе спуска КА в разреженной атмосфере Марса. В результате решения задачи нелинейного программирования получены искомые минимальные и максимальные значения главных осевых моментов инерции, способствующих раскручиванию КА относительно продольной оси симметрии. Исходными данными при решении задачи нелинейного программирования являются минимальный внутренний объем и максимальная площадь поперечного сечения гиперboloида, рассчитываемые исходя из габаритных размеров реального КА. Сформулирована методика расчета массовых и массово-геометрических характеристик КА при изменении его габаритных размеров, позволяющая осуществлять управление значением угловой скорости симметричного КА в разреженной атмосфере Марса без применения бортовых реактивных двигателей. В частности, в работе показывается, что при увеличении высоты гиперboloида происходит уменьшение момента инерции относительно продольной оси симметрии КА, сопровождающееся увеличением моментов инерции относительно поперечных осей симметрии. Следует отметить, что в этом случае происходит увеличение угловой скорости вращения КА относительно продольной оси, которое позволяет достичь устойчивой ориентации КА при входе в атмосферу. Однако более подробное исследование динамики относительного движения КА с изменяемой формой в атмосфере выходит за рамки данной работы, но оно может быть представлено в дальнейших публикациях.

Ключевые слова: космический аппарат, гиперboloид, момент инерции, нелинейное программирование, управление, изменяемые габаритные размеры, угловая скорость, внешняя форма

Введение

Известно, что спускаемые космические аппараты (КА) применяют бортовые ракетные двигатели в качестве тормозных устройств и устройств управления ориентацией КА при спуске в атмосфере Марса. В данной работе для обеспечения стабильной ориентации при входе в атмосферу применяется управляемое изменение формы КА. Сокращение массы КА, обусловленное уменьшением числа бортовых реактивных двигателей и запасов топлива к ним, получаемое в этом случае, позволит уменьшить стоимость миссии или предоставит возможность отправить на поверхность Марса полезный груз большей массы. Применение КА с изменяемой формой для обеспечения эффективного торможения или достижения стабильной ориентации рассматривалось в целом ряде публикаций, например, в работах [1, 2].

В данной работе рассматривается методика изменения габаритных размеров конструкции спускаемого КА, часть которой имеет форму

однополостного гиперboloида вращения. Эта методика может применяться для минимизации или максимизации соответствующих главных осевых моментов инерции КА в целях увеличения или уменьшения угловой скорости КА без использования бортовых реактивных двигателей. Для достижения указанной цели решается задача нелинейного программирования, позволяющая рассчитать искомые геометрические и массово-геометрические характеристики рассматриваемого спускаемого КА.

В работе содержится постановка рассматриваемой задачи нелинейного программирования. Приводятся формулы для расчета геометрических и массово-геометрических характеристик однополостного гиперboloида: главных центральных осевых моментов инерции, объема и площади поперечного сечения. Описан метод вычисления характеристик гиперboloида при изменении его габаритных размеров методом нелинейного программирования. Представлены численные результаты решения этой задачи и содержится методика расчета массовых и мас-

сово-геометрических характеристик КА. В заключении обсуждаются основные результаты работы.

Описание космического аппарата

Исходные массово-геометрические характеристики (масса и габаритные размеры), а также конструкция рассматриваемого в работе спускаемого КА соответствуют спускаемому КА Mars Polar Lander.

КА Mars Polar Lander состоит из следующих частей: нижняя часть (теплозащитный щит), внутренняя часть (посадочный аппарат) и верхняя часть.

Верхняя часть КА Mars Polar Lander имеет форму кругового усеченного конуса. В данной работе предполагается, что верхняя часть КА имеет форму половины поверхности однополостного однородного гиперboloида вращения с габаритными размерами a , c и h (рис. 1). В представленной задаче переменные величины a и c претерпевают изменение при изменении высоты верхней части h . Отметим, что поверхность однополостного гиперboloида может быть построена, например, путем соединения двух концентрических вертикально смещенных колец, соединенных наклонными стержнями. Такая конструкция может расширяться и скла-

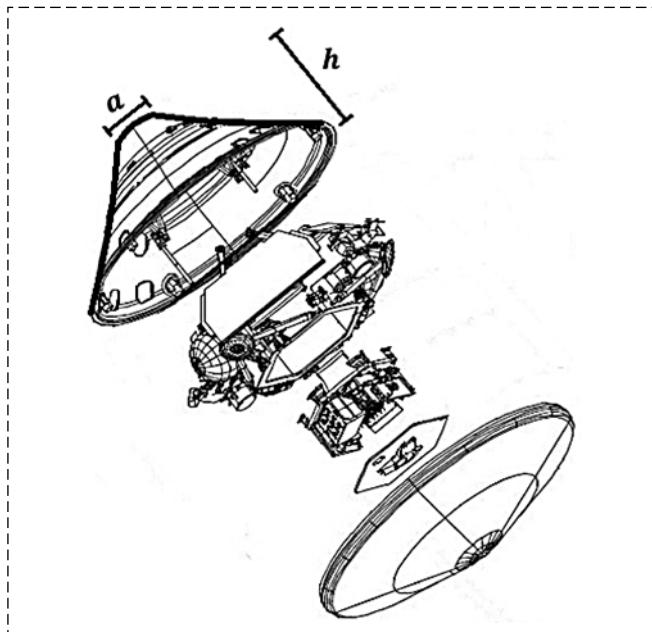


Рис. 1. Конструкция спускаемого на Марс аппарата на примере КА Mars Polar Lander

Fig. 1. The design of the spacecraft descent to Mars on the example of the Mars Polar Lander spacecraft

дываться, когда одно кольцо поворачивается относительно другого на некоторый угол [3, 4].

Исходный объем верхней части V и исходная площадь поперечного сечения S соответствуют габаритным размерам КА Mars Polar Lander [5], имеющего форму кругового усеченного конуса с высотой $h = 1,02$ м, с радиусом теплозащитного щита $r_1 = 1,2$ м, с радиусом верхнего поперечного сечения $r_2 = 0,19$ м. Из этих данных можно рассчитать минимальный объем и максимальную площадь поперечного сечения КА:

$$V = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) = 1,8202 \text{ м}^3 = V_{\min};$$

$$S = \pi R_{\max}^2 = \pi \cdot 1,2^2 = 4,5239 \text{ м}^2 = S_{\max}.$$

Постановка задачи

Традиционным подходом при управлении угловой скоростью спускаемых КА является применение бортовых двигателей, описанное, например, в работе [6].

Следует отметить, что при управлении угловой скоростью КА также часто применяются устройства, основанные на гироскопических или магнитных принципах действия. Например, в работе [7] рассматривалась система управления ориентацией движения КА относительно центра масс, базирующаяся на применении двигателей-маховиков. При этом предполагалось осуществление совместного управления по углам ориентации и по угловой скорости КА. Одним из примеров использования магнитной системы управления ориентацией КА является метод, описанный в работе [8].

В данной работе рассматривается пассивное управление угловой скоростью спускаемого КА в целях обеспечения его стабильной ориентации на этапе его движения в разреженной атмосфере. Управление угловой скоростью КА проводится посредством изменения габаритных размеров верхней (по отношению к набегающему потоку) части корпуса КА, имеющего форму однополостного гиперboloида вращения. При этом рассчитываются значения геометрических и массово-геометрических характеристик КА, получаемые при изменении его габаритных размеров. Для определения значений геометрических и массово-геометрических характеристик КА решается задача нелинейного программирования. Для описания движения КА относительно центра масс применяется главная свя-

занная система координат XYZ . Ось Z данной системы координат является продольной осью симметрии конструкции КА.

Для управления угловой скоростью ω_z КА требуется либо управлять значением момента M_z , либо изменять момент инерции $I_{z1}(a, c, h)$, либо осуществлять совместное изменение обеих этих величины. В работах [6, 7] значением момента M_z управляли посредством использования бортовых двигателей. В данном исследовании предполагается управлять угловой скоростью ω_z посредством изменения момента инерции $I_{z1}(a, c, h)$, наблюдаемого при изменении габаритных размеров КА.

Значение угловой скорости $\omega_z(t)$ определяем из закона сохранения кинетического момента:

$$(I_{z1}(a, c, h, t) + I_{z2})\omega_z(t) = (I_{z1}(a, c, h, 0) + I_{z2})\omega_z(0).$$

Здесь $\omega_z(0)$ — известное начальное значение угловой скорости $\omega_z(t)$; $I_{z1}(a, c, h, 0)$ — известное начальное значение момента инерции $I_{z1}(a, c, h, t)$; I_{z2} — неизменяемый известный суммарный момент инерции посадочного аппарата и теплозащитного щита относительно оси Z .

Следовательно, угловая скорость ω_z равна

$$\omega_z(t) = (I_{z1}(a, c, h, 0) + I_{z2})\omega_z(0) / (I_{z1}(a, c, h, t) + I_{z2}).$$

В целях определения искомых величин V и S , а также для нахождения величины $I_{z1}(a, c, h, t)$ для КА, имеющего верхнюю часть конструкции в форме однополостного гиперболоида с изменяемыми габаритными размерами, сформулируем задачу нелинейного программирования (НЛП). Задача НЛП может быть сформулирована следующим образом: найти вектор параметров $x^T = (a, c)$, такой, чтобы минимизировать скалярную целевую функцию $I_{z1}(a, c, h)$ для каждого значения высоты КА h , учитывая заданные ограничения на объем V и площадь поперечного сечения S половины поверхности однополостного гиперболоида вращения:

$$\begin{aligned} & \min_{a, c} I_{z1}(a, c, h), \\ & \text{при } V \geq V_{\min}, \\ & 0 < S \leq S_{\max}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь V — это объем гиперболоида (для 1/2 его части); $V_{\min}$ — заданное минимальное значение внешнего объема гиперболоида (для 1/2 его части); S — площадь поперечного сечения гиперболоида в наибольшем нижнем сечении,

где $z = h$ (в наибольшем по площади сечении, перпендикулярном оси Z); $S_{\max}$ — заданная наибольшая площадь поперечного сечения гиперболоида, $S_{\max} = \pi R_{\max}^2$; $R_{\max}$ — радиус поверхности с теплозащитным покрытием.

Условие $V \geq V_{\min}$ ограничивает снизу объем гиперболоида значением объема $V_{\min}$, занимаемого внутренним бортовым оборудованием. Условие $S \leq S_{\max}$ обеспечивает не превышение наибольшей площади поперечного сечения $S_{\max}$, равной площади термозащитного щита.

Существуют несколько разных методов решения задачи НЛП (1) [9–20]. Остановимся на применении для решения данной задачи метода обхода узлов пространственной сетки [10]. Этот метод заключается в следующем: для каждой неизвестной величины a или c устанавливаем определенный интервал изменения данных величин. Для величины a задаем отрезок $[-A, A]$ или для величины c задаем отрезок $[-C, C]$. Далее выбираем начальную точку с минимальными координатами $a = -A$, и вычисляем в ней исходное значение целевой функции $I_{z1}(a, c, h)$. Затем увеличиваем значение одной из координат на заданный интервал, а остальные координаты оставляем теми же. Таким образом, осуществляется переход от одной точки к другой (на шаг Δa или Δc). Для новой точки также проверяем принадлежность к нужной области (удовлетворение системы ограничений (1)) и вычисляем функционал $I_{z1}(a, c, h)$ при заданной высоте КА h . Далее снова увеличиваем величину a или c на интервал и повторяем расчет и т. д. После достижения границы области меняем значение шага и снова от начальной точки движемся до конца области и т. д. В результате находим значения $\min_{a, c} I_{z1}(a, c, h)$.

При решении задачи НЛП (1) величины h задаем в виде вектора известных длин: $h = \{h_1, h_2, h_3, \dots\}$. При этом значения высоты определяем посредством следующей линейной программной закономерности: $h = h_0 + ht$. Здесь h_0 — известное начальное значение высоты верхней части корпуса КА; h — известное постоянное значение скорости изменения высоты.

Решение задачи нелинейного программирования

Для решения задачи НЛП (1) требуется определить геометрические и массово-гео-

метрические характеристики однополостного гиперboloида вращения, а именно, формулы для объема, для главных осевых моментов инерции и для площади поперечного сечения гиперboloида.

Ниже представлены формулы для объема, площади поперечного сечения и моментов инерции однополостного гиперboloида вращения:

- уравнение поверхности

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1; \quad (2)$$

- площадь поперечного сечения

$$S = \pi \left(\frac{a}{c} \right)^2 (h^2 + c^2); \quad (3)$$

- объем половины гиперboloида вращения

$$V = \frac{\pi h}{3} (3c^2 + h^2) \left(\frac{a}{c} \right)^2; \quad (4)$$

- главные осевые и центробежные моменты инерции половины гиперboloида вращения

$$I_{z1} = \frac{\rho a^4 \pi}{2c^4} \left(\frac{h^5}{5} + \frac{2}{3} c^2 h^3 + c^4 h \right); \quad (5)$$

$$I_{x1} = I_{y1} = \frac{\rho a^2 \pi}{c^2} \left(\frac{h^5}{5} + \frac{c^2 h^3}{3} \right) + \frac{\rho a^4 \pi}{4c^4} \left(\frac{h^5}{5} + \frac{2}{3} c^2 h^3 + c^4 h \right); \quad (6)$$

$$I_{xy1} = I_{xz1} = I_{yz1} = 0. \quad (7)$$

Запишем левые части неравенств задачи НЛП (1) в виде соответствующих формул для однородного однополостного гиперboloида вращения, имеющего объем V , площадь поперечного сечения S и момент инерции I_{z1} . В результате получим задачу НЛП в виде

$$\begin{aligned} \min_{a,c} & \frac{\rho a^4 \pi}{2c^4} \left(\frac{h^5}{5} + \frac{2}{3} c^2 h^3 + c^4 h \right); \\ \frac{\pi h}{3} (3c^2 + h^2) \left(\frac{a}{c} \right)^2 & \geq V_{\min}; \\ 0 < \pi \left(\frac{a}{c} \right)^2 (h^2 + c^2) & \leq S_{\max}. \end{aligned} \quad (8)$$

Задача НЛП (8) решается с помощью программного приложения MATLAB. Задачу (8) решаем на интервале высоты КА h от 0,67 м до h_f м, где $h_f = 3V_{\min}/S_{\min}$. Неизвестные величины a и c меняются в диапазоне от 0,1 до 2 м.

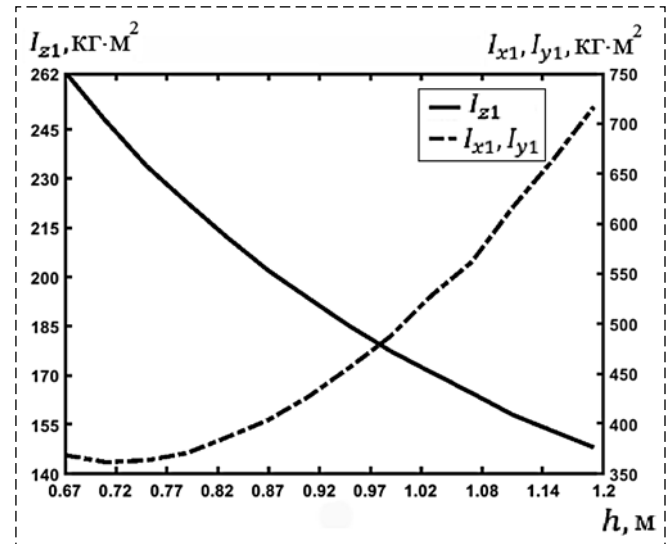


Рис. 2. Зависимости момента инерции I_{z1} и моментов инерции $I_{x1} = I_{y1}$ однополостного гиперboloида от его высоты

Fig. 2. Dependences of the values of the moment of inertia I_{z1} and the moments of inertia $I_{x1} = I_{y1}$ of a one-sheet hyperboloid on its height

На рис. 2 показаны численные результаты в виде зависимостей осевого момента инерции I_{z1} однополостного гиперboloида от его высоты h . Заметим, что момент инерции принимает значения от 262 до 150 кг·м² на интервале изменения высоты от 0,67 до 1,2071 м.

Зависимости осевых моментов инерции $I_{x1} = I_{y1}$ от высоты КА представлены также на рис. 2. Данные моменты инерции увеличиваются от 360 до 710 кг·м² при увеличении высоты КА h от 0,67 до 1,2071 м. Момент инерции I_{z1} аппроксимируется уравнением второго порядка:

$$I_{z1} \cong 0,3284h^2 - 0,9894h + 1,3183,$$

а момент инерции I_{x1} аппроксимируется уравнением третьего порядка:

$$I_{x1} = I_{y1} \cong -535,2h^3 + 2996,4h^2 - 3476,1h + 1511,8.$$

Эти соотношения можно применять при математическом и численном моделировании вращательного движения КА.

Из рис. 2 следует, что при увеличении высоты КА момент инерции I_{z1} уменьшается. Напротив, моменты инерции $I_{x1} = I_{y1}$ при этом увеличиваются. Согласно описанной выше закономерности для угловой скорости $\omega_z(t)$ получаем, что при входе в разреженную атмосферу после увеличения высоты h КА приобретет дополнительную угловую скорость относи-

тельно оси Z . Действительно, если на КА действует только гравитационный момент, то при $I_{x1} = I_{y1}$ относительно оси Z будет выполняться закон сохранения кинетического момента, описанный выше. При этом, если КА ориентирован по набегающему потоку, то такое увеличение угловой скорости относительно оси Z будет способствовать поддержанию заданной ориентации при дальнейшем спуске в атмосфере.

На рис. 3 показаны значения переменных гиперboloида a и c , определяющие минимальное значение осевых моментов инерции I_{z1} и значения моментов инерции $I_{x1} = I_{y1}$. Значение переменной гиперboloида a на рис. 3 уменьшается от 0,8 до 0,6 м, а значение переменной гиперboloида c увеличивается от 0,6 до 1,15 м при увеличении высоты h от 0,7 до 1,2071 м.

На рис. 4 показана зависимость объема однополостного гиперboloида от его высоты h . Следует отметить, что объем гиперboloида уменьшается при повышении высоты h . Указанный объем уменьшается от 5 м^3 до $V_{\min} = 1,82 \text{ м}^3$ на выбранных значениях высот КА.

На рис. 5 показана зависимость площади наибольшего поперечного сечения гиперboloида от высоты h . При увеличении высоты h эта площадь поперечного сечения уменьшается от $S_{\max} = 4,52 \text{ м}^2$ до малых величин, не имеющих практического значения. Отметим, что изме-

нение формы поперечного сечения гиперboloида, расположенного за неизменяемым теплозащитным щитом, может несколько изменять силу лобового сопротивления. Этот вопрос требует отдельного исследования, выходящего за рамки данной работы.

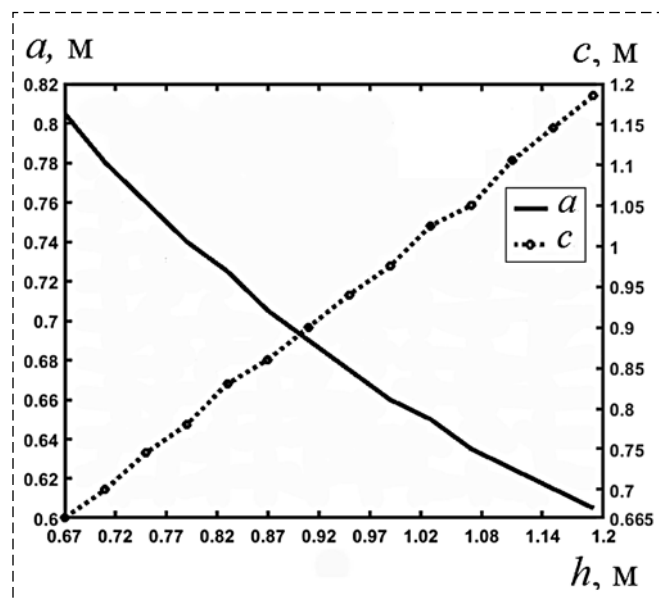


Рис. 3. Зависимость значения переменных однополостного гиперboloида a и c от высоты h
Fig. 3. Dependence of the values of the variables of a one-sheet hyperboloid a and c on the height h

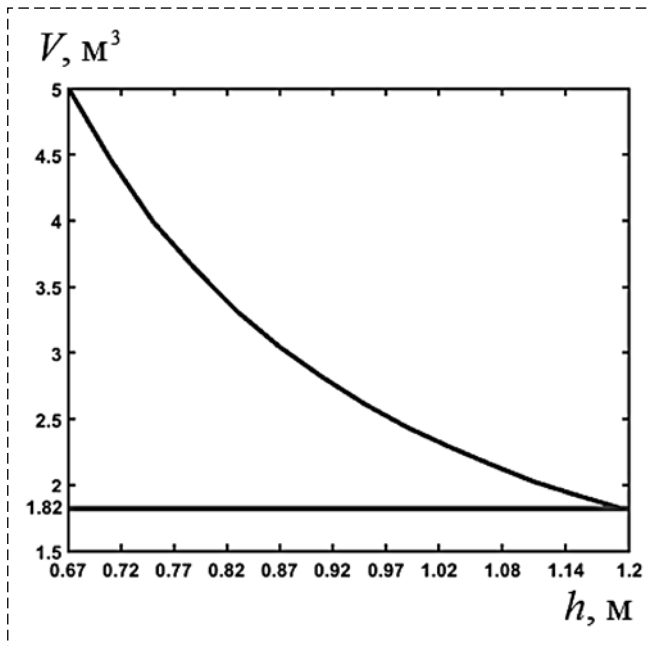


Рис. 4. Зависимость объема однополостного гиперboloида от высоты h
Fig. 4. Dependence of the volume of a one-sheet hyperboloid on the height h

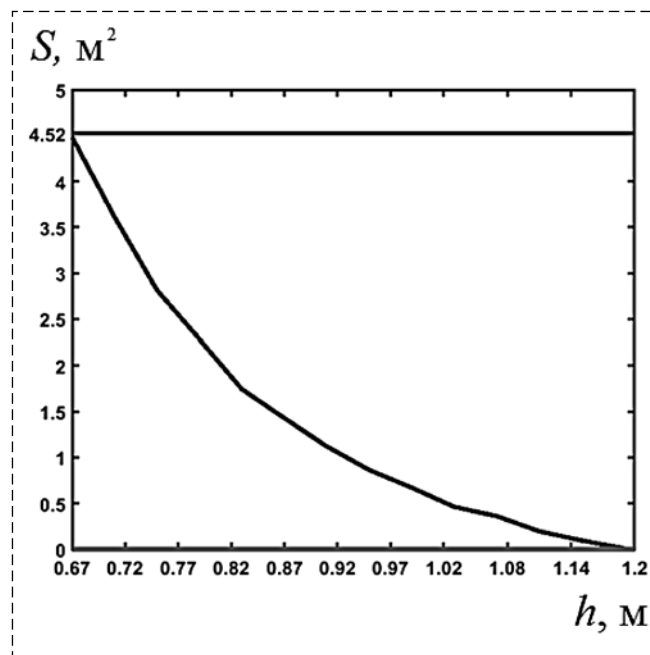


Рис. 5. Зависимость площади поперечного сечения однополостного гиперboloида от высоты h
Fig. 5. Dependence of the cross-sectional area of a one-sheet hyperboloid of height h

Методика определения характеристик КА

На основе представленного ранее решения задачи НЛП сформулируем следующую методику определения массовых и массово-геометрических характеристик КА, имеющего изменяемую форму верхней внешней части конструкции в виде однополостного гиперболоида вращения:

1. Выбираем интервалы изменения искомых величин a и c .

2. На основе исходных данных о массе и габаритных размерах КА рассчитываем ограничения $V_{\min}$ и $S_{\max}$.

3. Задаем набор значений изменения высоты КА.

4. Решаем задачу НЛП.

5. Формируем базу данных значений массовых и массово-геометрических характеристик КА, полученных при различных значениях его габаритных размеров.

Данную методику предполагается применять при моделировании пассивного управления угловой скоростью КА, спускаемого в разреженной атмосфере Марса.

Заключение

На примере КА Mars Polar Lander с использованием метода обхода узлов пространственной сетки решена задача НЛП в целях определения минимального значения массового главного момента инерции I_{z1} при увеличении высоты данного КА в процессе его спуска в разреженной атмосфере Марса.

При расчете предполагалось, что КА имеет верхнюю внешнюю часть конструкции изменяемой формы в виде однополостного гиперболоида вращения. В результате расчета однополостного гиперболоида получено минимальное значение момента инерции I_{z1} для каждого из рассматриваемых значений высоты данного гиперболоида. Программное увеличение высоты верхней внешней части конструкции проводилось согласно линейной зависимости данной высоты от времени движения КА.

Показано, что значение момента инерции I_{z1} уменьшается до некоторого значения при достижении максимально возможного значения высоты КА. При этом площадь поперечного сечения и объем КА уменьшаются до наименьшего значений, а главные моменты инерции $I_{y1} = I_{x1}$ увеличиваются. В результате проис-

ходит увеличение угловой скорости КА относительно оси Z . Изменение угловых скоростей КА относительно осей X и Y не рассматривалось. Предполагалось, что эти две угловые скорости имеют малые начальные значения и в процессе изменений габаритных размеров КА эти значения остаются малыми.

Анализ численных результатов показал, что для решения поставленной задачи по обеспечению эффективного пассивного управления угловой скоростью КА следует применять форму аппарата в виде однополостного гиперболоида вращения. По этой причине использование КА в форме однополостного гиперболоида вращения изменяемой формы является достаточно перспективным для решения поставленной задачи пассивного управления угловой скоростью КА.

Список литературы

1. Ярошевский В. А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов, Москва. Наука, 1988. 336 с.
2. Любимов В. В., Куркина Е. В. Вероятность захвата в резонанс асимметричной капсулы при управляемом спуске в атмосфере Марса // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2017. Т. 18, № 8. С. 564–571.
3. Steinhaus H. Mathematical Snapshots, 3rd ed. New York. Dover Publications, 1999.
4. Hilbert D., Cohn-Vossen S. Geometry and the Imagination. New York: Chelsea Publications, 1999.
5. Mars Polar Lander / Deep Space 2, National aeronautics and space administration (NASA). 1999. 47 p. URL: <https://www2.jpl.nasa.gov/files/misc/mpl-ds2hq.pdf>.
6. Тырнов П. А. Решение задачи управления перемещением центра масс и угловым движением космического аппарата с использованием двигателей ориентации методом наименьших квадратов // XLIV Королевские академические чтения по космонавтике. Т. 17. 2020. С. 177–179.
7. Сыров А. С., Соколов В. Н., Шатский М. А. и др. Способ ориентации космического аппарата и устройство для его реализации. М., ФГУП "Московское опытно-конструкторское бюро "Марс". Патент RU 2514650 C2. 2014.
8. Rodriguez-Vazquez A. L., Martin-Prats M. A., Bernelli-Zazzera F. Spacecraft magnetic attitude control using approximating sequence Riccati equations // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2015. Vol. 51, Iss. 4. P. 3374–3385.
9. Betts J. T. Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009. 458 p.
10. Полунин И. Ф. Курс математического программирования / учеб. пособ. М.: Высшая школа, 2008. 464 с.
11. Magnus R. H. Optimization Theory. The Finite Dimensional Case. Los Angeles, University of California. Department of Mathematics: John Wiley & Sons, 1975. 461 p.
12. Wenyu S., Yaxiang Y. Optimization Theory and Methods — Nonlinear Programming. Springer Science, 2006. 700 p.
13. Andrei A. A., Morse A. S., Eduardo D. S. et.al. Nonlinear and Optimal Control Theory. Lecture Notes in Mathematics. Cetraro. Italy, Springer Science, 2004. 368 p.
14. Donald E. K. Optimal Control Theory: An Introduction. California, San Jose State University: Dover Publications, 1998. 472 p.

15. **David G. L., Yin Y.** Linear and Nonlinear Programming. Stanford University, Springer, 2008. 546 p.
16. **Dimitri P. B.** Nonlinear Programming. Massachusetts Institute of Technology, Athena Scientific, 1999. 372 p.
17. **Mokhtar S. B., Hanif D. S., Shetty C. M.** Solutions Manual to Accompany Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. Department of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology. Atlanta: Wiley, 2013. 175 p.

18. **Paul E. F.** Linear and Nonlinear Programming with Maple — An Interactive, Applications-Based Approach. Grand Valley State University. Michigan: CRC Press, 2010. 402 p.
19. **Городецкий С. Ю.** Лекции по нелинейному математическому программированию. Н. Новгород: Изд. Нижегород. Гос. университета им. Н. И. Лобачевского, 2020. 172 с.
20. **Mordcaei A.** Nonlinear Programming: Analysis and Methods. Dover Publications, 2003. 233 p.

Controlled Change in the Dimensions of an Axisymmetric Spacecraft Descending in the Atmosphere of Mars

V. V. Lyubimov, vlyubimov@mail.ru, **I. Bakry**, ibrahimbakry0@gmail.com,
Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author: Lyubimov V. V., Chair of the Department of Further Mathematics, D. Sc., Associate Professor, Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: vlyubimov@mail.ru

Accepted on March 29, 2021

Abstract

In the presented work, a controlled change by dimensions of a spacecraft descending in the atmosphere of Mars is considered. The aim of the work is to obtain a method for calculating the mass and mass-geometric characteristics of a spacecraft when changing its dimensions, which provides angular velocity passive control during the descent of this spacecraft in a low-density atmosphere. In the process of solving this problem, the geometric and mass-geometric characteristics of the descent spacecraft (volume, cross-sectional area, moments of inertia) were calculated. It is assumed that the outer shape of the spacecraft posterior to the incoming flow is a one-sheet rotational hyperboloid, which changes its dimensions during the spacecraft descent in the low-density atmosphere of Mars. As a result of solving the nonlinear programming problem, the minimum and maximum values of the main axial moments of inertia are obtained, which able to spin the spacecraft relative to the longitudinal axis of symmetry. The initial data for solving the nonlinear programming problem are the minimum volume and the maximum cross-sectional area of the hyperboloid, calculated according to the specified intervals of the variable controlling the dimensions of this surface. The method for calculating the mass and mass-geometric characteristics of a spacecraft when changing its dimensions is presented, which makes it possible to control the magnitude of the angular velocity of a symmetric spacecraft in the low-density atmosphere of Mars without the use of onboard jet engines. In particular, it is shown in the work that as the height of the hyperboloid increases, the moment of inertia about the spacecraft longitudinal axis of symmetry decreases, accompanied by an increase in the moments of inertia about the transverse axes of symmetry. It can be shown that in this case there is an increase in the angular velocity of the spacecraft about the longitudinal axis, which makes it possible to achieve a stable orientation of the spacecraft upon entering the atmosphere. However, a more detailed study of the dynamics of the spacecraft relative motion with a changeable shape in the atmosphere is beyond the scope of this work, but it can be presented in further publications.

Keywords: spacecraft, hyperboloid, moment of inertia, nonlinear programming, control, variable dimensions, angular velocity, external shape

For citation:

Lyubimov V. V., Bakry I. Controlled Change in the Dimensions of an Axisymmetric Spacecraft Descending in the Atmosphere of Mars, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 7, pp. 383—390.

DOI: 10.17587/mau.22.383-390

References

1. **Yaroshevsky V. A.** Entering the atmosphere of spacecraft, Moscow, Nauka, 1988, 336 p. (in Russian)
2. **Lyubimov V. V., Kurkina E. V.** The probability of an asymmetric capsule being captured into resonance during a controlled descent in the atmosphere of Mars, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 18, no. 8. 2017, pp. 564—571.
3. **Steinhaus H.** Mathematical Snapshots, New York, Dover Publications, 1999.
4. **Hilbert D., Cohn-Vossen S.** Geometry and the Imagination, New York, Chelsea Publications, 1999.

5. **Mars Polar Lander / Deep Space 2.** National aeronautics and space administration (NASA), 1999, 47 p., available at: <https://www2.jpl.nasa.gov/files/misc/mpl-ds2hq.pdf>.
6. **Tyrnov P. A.** Solving the problem of controlling the displacement of the center of mass and the angular motion of a spacecraft using attitude motors using the least squares method, *XLIV Korolev Academic Readings in Cosmonautics*, 2020, vol. 17, pp. 177—179 (in Russian)
7. **Syrov A. S., Sokolov V. N., Shatskij M. A., Samus P. A., Lashchev A. J.** Method of spaceship orienting and device to this end, Federal State Unitary Enterprise "Moscow Experimental Design Bureau "Mars", Russia, Moscow, Patent RU 2514650 C2, 2014 (in Russian).

8. **Rodriquez-Vazquez A. L., Martin-Prats M. A., Bernelli-Zazzera F.** Spacecraft magnetic attitude control using approximating sequence Riccati equations, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, vol. 51, iss. 4, pp. 3374—3385.
9. **Betts J. T.** Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming, Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009, 458 p.
10. **Polunin I. F.** Course of mathematical programming, Moscow, Vysshaya shkola, 2008, 464 p. (in Russian)
11. **Magnus R. H.** Optimization Theory. The Finite Dimensional Case, Los Angeles, University of California, Department of Mathematics, John Wiley & Sons, 1975, 461 p.
12. **Wenyu S., Yaxiang Y.** Optimization Theory and Methods. Nonlinear Programming, Springer Science, 2006, 700 p.
13. **Andrei A. A., Morse A. S., Eduardo D. S.** et.al. Nonlinear and Optimal Control Theory, Lecture Notes in Mathematics, Cetraro, Italy, Springer Science, 2004, 368 p.
14. **Donald E. K.** Optimal Control Theory: An Introduction, California, San Jose State University, Dover Publications, 1998, 472 p.
15. **David G. L., Yinyu Y.** Linear and Nonlinear Programming, Stanford University, Springer, 2008, 546 p.
16. **Dimitri P. B.** Nonlinear Programming, Massachusetts Institute of Technology, Athena Scientific, 1999, 372 p.
17. **Mokhtar S. B., Hanif D. S., Shetty C. M.** Solutions Manual to Accompany Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, Department of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Wiley, 2013, 175 p.
18. **Paul E. F.** Linear and Nonlinear Programming with Maple. An Interactive, Applications-Based Approach, Grand Valley State University, Michigan, CRC Press, 2010, 402 p.
19. **Gorodetsky S. Yu.** Lectures on nonlinear mathematical programming, Nizhny Novgorod State University, 2020, 172 p. (in Russian).
20. **Mordecai A.** Nonlinear Programming: Analysis and Methods, Dover Publications, 2003, 233 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Строминский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 29.04.2021. Подписано в печать 09.06.2021. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН721. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: **www.aov.ru**