

Functional for a Rigid Body in the Class of Conical Motions, *Mech. Solids*, 2016, vol. 51, no. 2, pp. 135–147 (in Russian).

9. **Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G.** Solutions of the Optimal Turn Problem for a Spherically Symmetric Body under Arbitrary Boundary Conditions in the Class of Generalized Conical Motion, *Mech. Solids*, 2014, vol. 49, no. 5, pp. 495–505 (in Russian).

10. **Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V.** *Algoritm optimal'nogo po energii razvorota kosmicheskogo apparata pri proizvol'nyh granichnykh usloviyakh* (Algorithm for the Optimal Turn of a Spacecraft in the Sense of Minimal Energy Loss under Arbitrary Boundary Conditions), *Mexatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 8, pp. 536–544 (in Russian).

11. **Chernous'ko F. L., Akulenko L. D., Sokolov B. N.** *Upravlenie kolebaniyami* (Control of Oscillations), Moscow, Nauka, 1980, 383 p. (in Russian).

12. **Chelnokov Yu. N.** *Ob oscillyatornom i rotatsionnom dviglenii odnogo klassa mekhanicheskikh system* (About Oscillator and Rotational Motion of the One Class of Mechanic System), *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, 1989, no. 1, pp. 28–35 (in Russian).

13. **Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G.** A Solution of the Optimal Turn Problem of an Axially Symmetric Spacecraft with Bounded and Pulse Control under Arbitrary Boundary Conditions, *J. Computer and Systems Sciences International*, 2007, vol. 46, no. 2, pp. 310–323 (in Russian).

14. **Molodenkov A. V.** On the Solution of the Darboux Problem, *Mech. Solids*, 2007, vol. 42, no. 2, pp. 167–176 (in Russian).

15. **Pontryagin L. S., Boltyanskij V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F.** *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh processov* (The Mathematical Theory of Optimal Processes), Moscow, Nauka, 1961, 384 p. (in Russian).

16. **Li F., Bainum P. M.** Numerical Approach for Solving Rigid Spacecraft Minimum Time Attitude Maneuvers, *J. Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, vol. 13, no. 1, pp. 38–45.

17. **Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V.** *Chislennoe reshenie zadachi optimal'noy pereorientatsii vrashhayushchegosya kosmicheskogo apparata* (Numerical Solution of Optimal Reorientation Problem of Rotating Spacecraft), *Mexatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 6, pp. 10–15 (in Russian).

УДК 629.78

DOI: 10.17587/mau.18.855-861

В. Ф. Петрищев, д-р техн. наук, вед. науч. сотр., mail@samspace.ru,
АО "Ракетно-космический центр "Прогресс", г. Самара

Энергосберегающее управление плоскостными параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой регулируемой тяги

Разработан энергосберегающий алгоритм управления плоскостными параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой регулируемой тяги. В результате математического моделирования и сравнения полученных затрат характеристической скорости с затратами, приведенными в технической литературе, показана эффективность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: вспомогательная система, заданная система, геостационарная орбита, коррекция орбиты, критерий качества, энергосберегающий алгоритм

Введение

Актуальность задачи обусловлена тем, что с течением времени гравитационные возмущения, действующие на геостационарный космический аппарат (ГСКА) со стороны Луны, Солнца и других планет, приводят к отклонениям в параметрах его орбиты и точки стояния. В связи с этим периодически необходимо проводить коррекцию орбиты и возвращать ГСКА в заданную точку стояния. Кроме того, в настоящее время все более актуальной становится задача удаления ГСКА, выведенных из эксплуатации (так называемый космический мусор), поскольку они представляют серьезную угрозу для функционирующих ГСКА. По идеологии работы [1] с экономической точки зрения мусор целесообразно собирать в одну точку геостационарной орбиты (ГСО). В связи с этой задачей особенно важным является вопрос о разработке энергосберегающего алгоритма коррекции параметров ГСО буксира, курсирующего от точки сбора космического мусора до новой цели и обратно.

Задача энергосберегающего управления технологическими установками и наземными транспортными средствами рассмотрена в работе [2]. В ней

предложен математический аппарат и алгоритмическое обеспечение, позволяющие решать задачи анализа оптимального управления объектами на множестве состояний функционирования. В качестве методов синтеза при этом используются принцип максимума, динамическое программирование и метод синтезирующих переменных. Отмечено, что затраты энергии при оптимальном управлении снижаются на 8...20 %.

Традиционно задача управления параметрами орбиты ГСКА решается с использованием либо импульсного управления, либо малой постоянной тяги. Во всех случаях применяются методы программного управления. Примером решения задачи управления плоскостными параметрами орбиты ГСКА с помощью двигателя малой нерегулируемой тяги, прикладываемой в трансверсальном направлении, является работа [3]. В ней предложен трехшаговый алгоритм управления периодом обращения, эксцентриситетом и долготой точки стояния. В настоящей работе поставлена и решена задача энергосберегающего управления плоскостными параметрами орбиты ГСКА с использованием двигателя малой регулируемой тяги.

Методология построения энергосберегающего алгоритма управления изложена в работе [4]. Здесь приводится краткое его описание. В силу особенностей решаемой задачи в настоящей работе этот алгоритм претерпел некоторые изменения.

1. Краткое описание энергосберегающего алгоритма управления

Пусть задана линейная по состоянию и управлению дискретная полностью управляемая система:

$$X_{i+1} = A_i X_i + B_i U_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (1.1)$$

где $X_i \in R^n$ — вектор состояния системы в n -мерном евклидовом пространстве в момент времени, соответствующий i ; $U_i \in R^r$ — вектор управлений в r -мерном евклидовом пространстве в тот же момент времени; A_i — матрица состояния системы размерности $n \times n$, зависящая от X_i ; B_i — матрица управлений размерности $n \times r$, также зависящая от X_i . Пусть также известно начальное состояние системы: $X_0 \neq 0$.

Требуется найти регулятор, вырабатывающий последовательность управлений $U_0, U_1, U_2, \dots, U_i, U_{i+1}, \dots$, на значения которых не наложены ограничения, переводящую систему из произвольного начального состояния в заданное конечное состояние (начало координат) $X = 0$ за неограниченное число шагов, и при этом минимизирующий заданный ниже показатель качества системы.

Пусть в нашем распоряжении имеется линейная по состоянию и управлению система, уравнение движения которой нам также известно:

$$\xi_{i+1} = C_i \cdot \xi_i + D_i \cdot U_i, \quad (1.2)$$

где $\xi_i \in R^n$ — вектор состояния системы, также принадлежащий n -мерному евклидовому пространству. Матрицы C_i и D_i имеют размерности матриц A_i и B_i соответственно и в общем случае могут зависеть от ξ_i . Назовем эту систему вспомогательной. Вспомогательная система управляется тем же вектором U_i , что и заданная система. Кроме того, потребуем, чтобы начальное состояние вспомогательной системы совпадало с начальным состоянием заданной системы: $\xi_0 = X_0$.

От матрицы C_i требуется, чтобы невозмущенное движение вспомогательной системы было асимптотически устойчиво в целом. Порядок выбора матрицы C_i изложен в работе [4], $D_i = -B_i$.

Закон управления с обратной связью выбирается в линейной форме:

$$U_{i+1} = U_i + P_{i+1}(\tilde{X}_{i+1} - \xi_{i+1}), \quad (1.3)$$

т. е. управление на текущем шаге определяется в виде алгебраической суммы управления на предыдущем шаге и взвешенной разности векторов состояния заданной и вспомогательной систем на текущем шаге. Здесь P_{i+1} — весовая матрица, оптимальным образом взвешивающая разность между векторами состояний заданной и вспомогательной

систем. Вектор состояния заданной системы определяется в результате измерений:

$$\tilde{X}_i = X_i + \varepsilon_i,$$

где X_i — истинное значение вектора состояния; ε_i — вектор случайных аддитивных погрешностей измерений.

Вводится по определению ковариационная матрица управления на текущем шаге управления:

$$K_{U, i+1} = M(U_{i+1} U_{i+1}^T). \quad (1.4)$$

Критерием (показателем) качества, как следует из названия алгоритма, является минимум энергозатрат на управление на каждом шаге. Определяется он через след ковариационной матрицы управления (сумму квадратов ее диагональных элементов), являющийся в соответствии с соотношением (1.3) функцией весовой матрицы:

$$\mathcal{J}(i) = M(U_{i+1}^T U_{i+1}) = \text{Tr}[K_{U, i+1}(P_{i+1})] \rightarrow \min, \quad (1.5)$$

где $\text{Tr}[\dots]$ — операция вычисления следа ковариационной матрицы управления $K_{U, i+1}$.

При такой постановке вспомогательная система играет роль ведущей системы, а заданная система — ведомой.

Решение приведенной оптимизационной задачи приводит к оптимальному выражению для весовой матрицы:

$$P_{i+1} = -K_{U, i}(B_i - D_i)^T [A_i K_{X, i} A_i^T + C_i K_{\xi, i} C_i^T + (B_i - D_i) K_{U, i} (B_i - D_i)^T + K_{\varepsilon}]^{-1} \quad (1.6)$$

и для ковариационной матрицы управления

$$K_{U, i+1} = [P_{i+1}(B_i - D_i) + E] K_{U, i} \quad (1.7)$$

на каждом интервале управления. Здесь

$$K_{X, i} = M(X_i X_i^T), \quad K_{\xi, i} = M(\xi_i \xi_i^T)$$

— ковариационные матрицы состояний заданной и вспомогательной систем, характеризующие дисперсии текущих отклонений состояний от поставленной цели движения. Их значения должны задаваться при проведении расчетов.

2. Особенности решения задачи синтеза управления плоскостными параметрами орбиты ГСКА

Как известно, продолжительность коррекции параметров орбиты ГСКА при использовании двигателя малой тяги составляет десятки суток, и в связи с этим при разработке энергосберегающего алгоритма дискретного управления тягой двигателя остро встает вопрос о выборе интервала (шага) дискретности работы алгоритма. С одной стороны, он должен быть достаточно большим, чтобы не создавать чрезмерной нагрузки на бортовой вычислительный комплекс. С другой стороны, он должен обеспечивать необходимую точность расчетов. В данной работе использован подход, изложенный

в работе [5]. В ней предложено новое представление вектора состояния КА в инерциальной системе координат (ИСК) в следующем виде, объединяющем вектор координат и вектор его приращения за шаг интегрирования Δt :

$$Q_i = \begin{pmatrix} X_i \\ \Delta X_i \end{pmatrix},$$

где $\Delta X_i = X_i - X_{i-1}$ — приращение вектора координат за один шаг.

Тогда уравнения движения центра масс КА в ИСК могут быть записаны в следующем виде:

$$\Delta X_{i+1} = \Delta X_i + \left(1 - \frac{1}{12} \Omega_0^2 \Delta t^2\right) a \Delta t^2,$$

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_{i+1}.$$

Здесь Ω_0 — значение текущей угловой орбитальной скорости, a — суммарный вектор ускорения КА от всех действующих на КА сил относительно ИСК, главными из которых являются сила притяжения Земли и малая сила тяги двигателя.

Этот подход позволяет вместо метода Рунге — Кутты четвертого порядка прогнозировать движение ГСКА по приведенным разностным соотношениям с шагом, равным 100 с, при сопоставимой точности расчетов.

Вторая особенность решения задачи состоит в том, что вспомогательная система (1.2), используемая для построения энергосберегающего алгоритма управления, принимается в виде

$$\xi_{i+1} = C_i \xi_0 + D_i U_i.$$

Здесь использована зависимость текущего вектора состояния вспомогательной системы ξ_{i+1} не от предыдущего ξ_i , а от начального состояния ξ_0 . Это позволяет использовать матрицу C_i в форме диагональной матрицы, диагональные элементы которой описывают динамику изменения по шагам соответствующего параметра состояния. Диагональные элементы применительно к данной четырехмерной задаче выбраны в форме гиперболических функций полиномов первого порядка от шага i дискретизации:

$$C_{11,i} = C_{44,i} = -1/(\cosh(-3 + i/600))^2;$$

$$C_{22,i} = C_{33,i} = 1 - (\tanh(-3 + i/600) + 1)/2.$$

Гиперболические функции ранее были успешно применены в задаче управления модулем тяги двигателей ракеты носителя "Союз 2-1в" [4].

Начальный вектор ξ_0 принят равным $\xi_0 = [3675,81; 3675,81; -26,81; 26,81]^T$ (здесь все элементы вектора измеряются в километрах). В результате использования приведенных значений параметров начального вектора и элементов переходной матрицы обеспечивается требуемая программа движения вспомогательной системы.

Далее, из практики моделирования энергосберегающего алгоритма [4] известно, что элементы

весовой матрицы в законе управления быстро сходятся. В связи с этим представляется целесообразным использовать весовую матрицу $P_i = P$ (1.6) в форме постоянной матрицы (с постоянными фиксированными элементами, соответствующими завершающему участку этапа моделирования):

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & P_{13} & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & P_{24} \end{bmatrix}; P_{11} = P_{22} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Н/км};$$

$$P_{13} = P_{24} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Н/км}.$$

В дальнейшем разработка энергосберегающего алгоритма управления проведена с использованием этих особенностей.

3. Разработка энергосберегающего алгоритма управления плоскостными параметрами орбиты ГСКА

Используя в качестве переменных состояния заданной системы составляющие вектора $Q_{i+1} = [X, Y, \Delta X, \Delta Y]_{i+1}^T$, описывающие внутри плоскостное движение в ИСК, где X и Y — координаты центра масс ГСКА на одноименных осях ИСК, и их приращения на одном шаге по тем же осям, уравнения орбитального движения можно записать в виде (1.1):

$$Q_{i+1} = A_i Q_i + B_i U_i$$

или в развернутой матричной форме:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\mu s}{r^3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{\mu s}{r^3} & 0 & 1 \\ -\frac{\mu s}{r^3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\mu s}{r^3} & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} -\frac{s}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{s}{m} \\ -\frac{s}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{s}{m} \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix}_i.$$

Здесь $\mu = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — потенциал гравитационного поля Земли; $s = \left(1 - \frac{1}{12} \Omega_0^2 \Delta t^2\right) \Delta t^2$; $r_i = (X_i^2 + Y_i^2)^{1/2}$; m — масса КА; U_x и U_y — составляющие тяги двигателя по соответствующим осям ИСК. Координаты центра масс ГСКА доступны измерениям.

Энергосберегающий алгоритм разработан для применения в дискретной системе управления с обратной связью, что предполагает вычисление на каждом шаге управления параметров отклонения от заданной цели. В данном случае целью является движущаяся по геостационарной орбите заданная точка стояния ГСКА. Движение точки стояния по орбите описывается матричным уравнением $Q_{ТС,i+1} = A_i Q_{ТС,i}$ с начальным значением вектора

$Q_{TC,0}$. Тогда, принимая в качестве вектора состояния заданной системы ее отклонение от точки стояния

$$X_{i+1} = Q_{i+1} - Q_{TC,i+1},$$

получим закон управления в форме (1.3):

$$\begin{aligned} U_{i+1} &= U_i + P[(\tilde{Q}_{i+1} - Q_{TC,i+1}) - \xi_{i+1}] = \\ &= U_i + P[(\Delta \tilde{Q}_{i+1} - \xi_{i+1})]. \end{aligned}$$

Здесь P — постоянная весовая матрица; $\tilde{Q}_{i+1} = Q_{i+1} + \varepsilon_{i+1}$ — результат измерений координат центра масс ГСКА, содержащих белый шум.

На каждом шаге управления проводится измерение текущих координат центра масс ГСКА и уточнение ковариационной матрицы управления в соответствии с формулой: $K_{U,i+1} = [P(B_i - D_i) + E]K_{U,i}$. Здесь E — единичная матрица размерности 2×2 . Начальная ковариационная матрица принята диагональной с элементами $K_{11,U,0} = K_{22,U,0} = 0,5H^2$.

Традиционно принимается $D_i = -B_i$, а начальный вектор управления принимается равным нулевому вектору.

Для оценки эффективности алгоритма путем сравнения с известными результатами его моделирование проведено с теми же начальными отклонениями параметров орбиты от заданных, обозначенных нижним индексом "з", которые приняты в ра-

боте [3] по периоду обращения T , эксцентриситету e и долготе λ точки стояния:

$$\Delta T = T - T_3 = 1000 \text{ с},$$

$$\Delta e = e - e_3 = 0,005,$$

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_3 = 5^\circ.$$

Положим, что ГСКА в начальный момент времени находится в точке перигея своей орбиты [5]. Через эту точку проведем ось $OX_{ИСК}$, начало которой (точка O) совпадает с центром масс Земли. Из этого следует, что ГСКА в начальный момент опережает точку стояния. Его вектор состояния определяется следующими параметрами: $Q_0 = [42277,3; 0; 0; 307,82]^T_0$.

Здесь размерность элементов — километры. Отсюда видно, что орбита ГСКА выше геостационарной орбиты (42164 км) на 113,3 км. При этом трансверсальная скорость ГСКА в перигее равна 3,0782 км/с, что также превышает скорость на геостационарной орбите (3,0747 км/с) и определяет при шаге 100 с приведенное значение четвертой компоненты вектора состояния.

Начальный вектор состояния точки стояния на ГСО в этом случае равен $Q_{TC,0} = [42003,55; -3674,83; 26,8; 306,3]^T_0$. Начальное отклонение вектора состояния заданной системы от точки стояния определяется разностным вектором $\Delta Q_0 = Q_0 - Q_{TC,0} = [273,75; 3674,83; -26,8; 1,52]^T_0$.

Длительность процесса коррекции орбиты N также принята [2] равной 4000 шагов длительностью 100 с каждый, т. е. около 5 суток.

4. Результаты математического моделирования задачи

На рис. 1—6 представлены результаты моделирования энергосберегающей коррекции орбиты ГСКА. На рис. 1 приведены графики изменения компонент вектора состояния вспомогательной системы в процессе коррекции. При этом на каждом рисунке представлены графики изменения компонент как для случая невозмущенного, так и возмущенного движения системы. При возмущенном движении наблюдается небольшая колебательность при изменении параметра, в отличие от его плавного изменения при невозмущенном движении.

На рис. 2 показан процесс компенсации отклонений параметров орбиты ГСКА от параметров движущейся точки стояния на геостационарной орбите. Нетрудно заметить, что эти графики переходного процесса в известной степени с некоторым перерегулированием повторяют соответствующие графики движения вспомогательной системы, приведенные на рис. 1 соответственно.

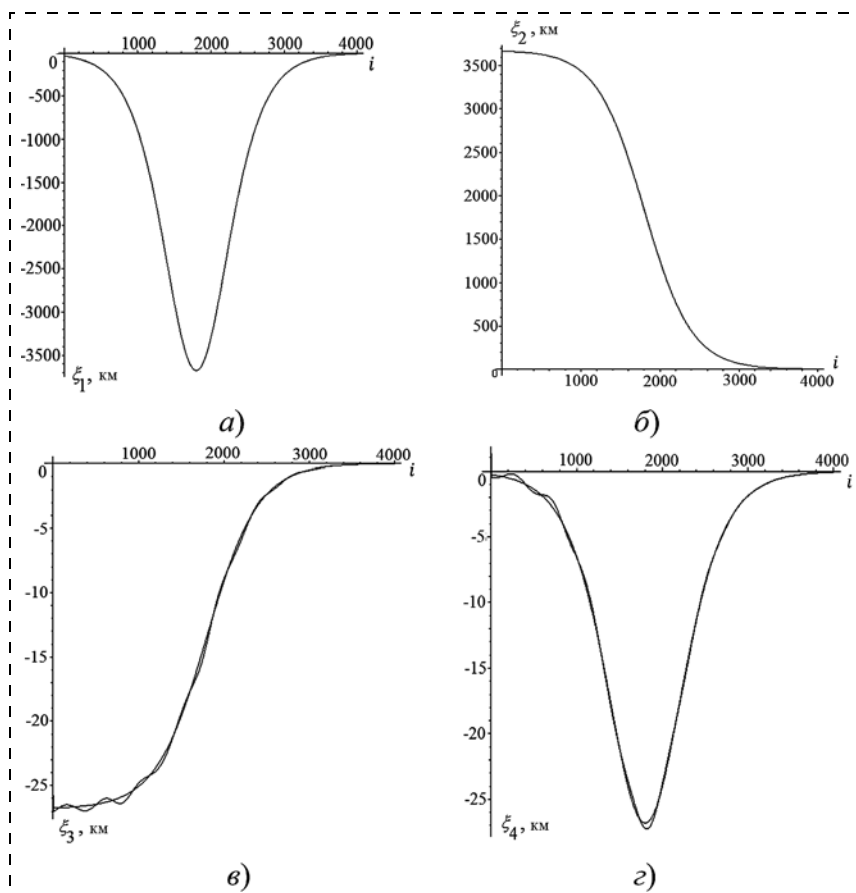


Рис. 1. Графики изменения компонент вектора состояния вспомогательной системы: а — ξ_1 ; б — ξ_2 ; в — ξ_3 ; г — ξ_4

В соответствии с концепцией построения энергосберегающего алгоритма управления [4], вспомогательная система является ведущей по отношению к заданной системе, являющейся ведомой. Согласно принятому в нем закону управления параметры движения ГСКА должны следовать за параметрами движения вспомогательной системы, что подтверждается приведенными графиками.

Из приведенных графиков следует, что в процессе коррекции выполнено важное условие равенства начальных значений вектора состояния вспомогательной и вектора отклонения заданной системы.

На рис. 3 приведены графики изменения составляющих вектора тяги двигателя по соответствующим осям ИСК для ГСКА с массой 100 кг. Составляющие вектора тяги в ИСК носят ярко выраженный гармонический характер и изменяются с двойной орбитальной, медленно уменьшающейся частотой со сдвигом по фазе на $1/4$ витка.

Изменение радиальной U_r и трансверсальной U_t составляющих вектора тяги двигателя в процессе коррекции ГСО показано на рис. 4. Их частота изменения близка к орбитальной частоте. Имеется тот же сдвиг по фазе колебаний.

На рис. 5 представлен график нарастания энергетических затрат на управление. Затраты оценивались по характеристической скорости в виде суммы приращений модуля вектора скорости центра масс ГСКА от действия тяги двигателя на каждом такте управления. Как известно, характеристическая скорость не зависит от массы ГСКА. Из графика видно, что в рассматриваемом случае отклонений начальных плоскостных параметров ГСКА от параметров движения заданной точки стояния на геостационарной орбите затраты характеристической скорости составили 9,4 м/с. В сравниваемом случае применения трехшаговой схемы управления с использованием двигателя малой регулируемой тяги [3] эти затраты составили 11,8 м/с. Из этого следует, что применение энергосберегающего алгоритма управления в сочетании с двигателем малой регулируемой тяги позволило в данном случае сократить затраты на управление на 20 %.

Заметим, что если при тех же начальных отклонениях коррекция орбиты начинается в ее апогее,

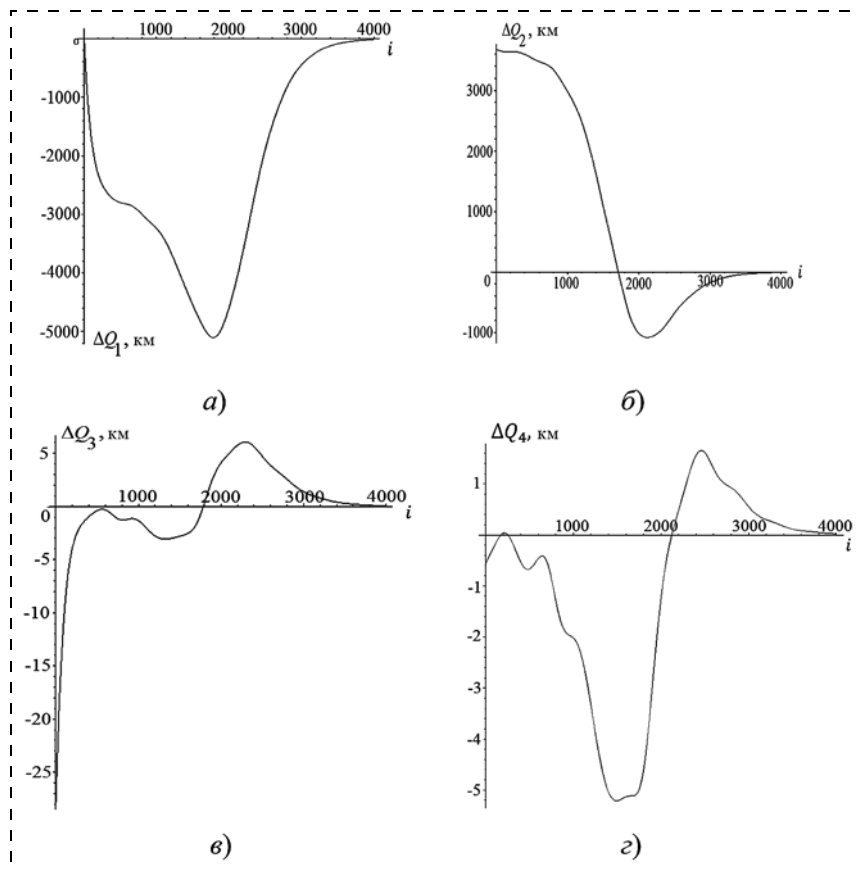


Рис. 2. Процесс компенсации отклонений параметров орбиты ГСКА от параметров движущейся точки стояния на геостационарной орбите:
а — ΔQ_1 ; б — ΔQ_2 ; в — ΔQ_3 ; з — ΔQ_4

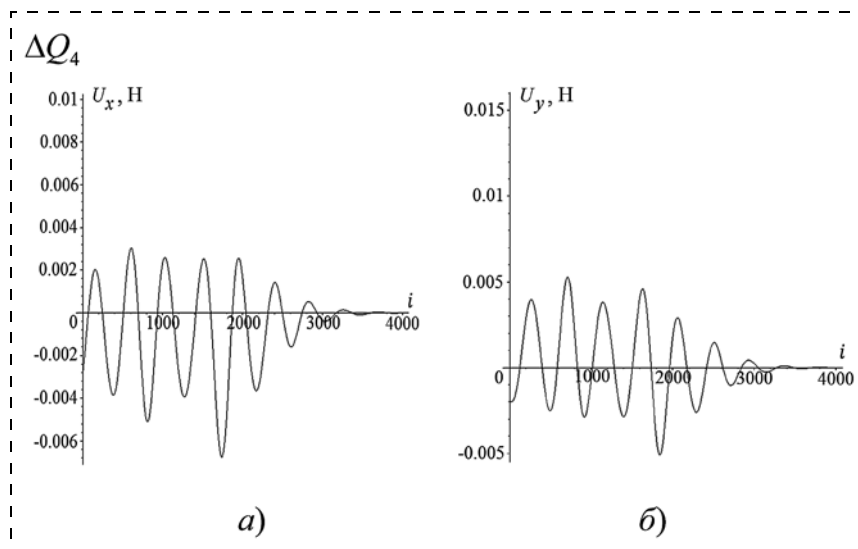


Рис. 3. Графики изменения составляющих вектора тяги двигателя по соответствующим осям ИСК для ГСКА с массой 100 кг:
а — U_x ; б — U_y

то потребная характеристическая скорость на коррекцию возрастает до 11,5 м/с.

Дополнительно исследовано влияние увеличения отклонения по долготе до 180° при сохранении отклонений по периоду и эксцентриситету орбиты.

Заключение

В статье разработан энергосберегающий алгоритм дискретного управления плоскостными параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой регулируемой тяги. Алгоритм разработан в соответствии с подходом, изложенным в работе [4] для дискретной системы с обратной связью. В процессе решения задачи использованы следующие особенности, отличающие ее от традиционного подхода:

- вектор состояния заданной системы принят в соответствии с работой [5] состоящим из вектора координат центра масс ГСКА и вектора его приращений на одном шаге расчетов, что позволило увеличить шаг дискретности работы системы до 100 с;
- вектор состояния вспомогательной системы на текущем шаге представлен зависящим от ее начального вектора состояния, что позволило использовать переходную матрицу вспомогательной системы в форме диагональной матрицы. Ее диагональные элементы выбраны в форме гиперболических функций полиномов первого порядка от номера шага расчетов;
- весовая матрица в законе управления выбрана в форме постоянной матрицы, поскольку элементы весовой матрицы быстро сходятся к некоторым практически мало меняющимся значениям.

С учетом этих особенностей разработан алгоритм управления плоскостными параметрами ГСКА в форме системы с обратной связью и проведено его математическое моделирование.

Для оценки эффективности разработанного алгоритма было проведено сравнение результатов его моделирования с результатами, приведенными в работе [3], в которой предложен трехшаговый алгоритм управления плоскостными параметрами орбиты ГСКА с помощью двигателя малой нерегулируемой тяги, прикладываемой в трансверсальном направлении.

В результате моделирования подтверждена эффективность предлагаемого решения.

Список литературы

1. Бранец В. Н. Управление и навигация в задаче удаления космического мусора // Гироскопия и навигация. 2013. № 3 (82). С. 155—161.

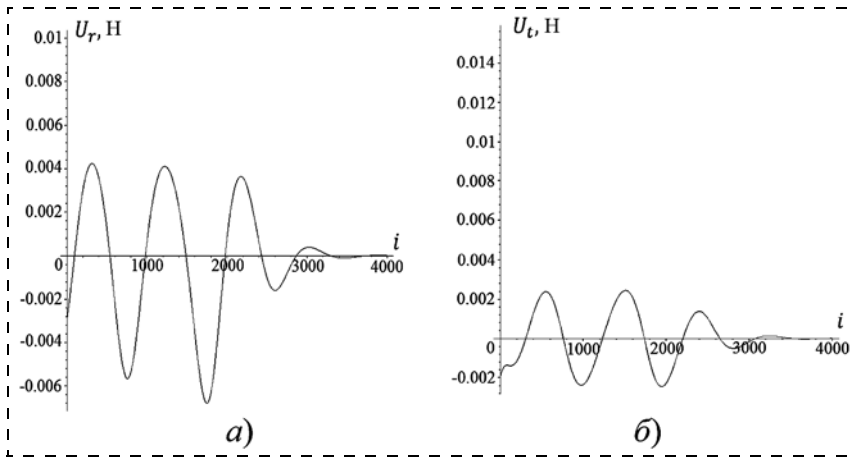


Рис. 4. Изменение радиальной U_r (а) и трансверсальной U_t (б) составляющих вектора тяги двигателя в процессе коррекции ГСО

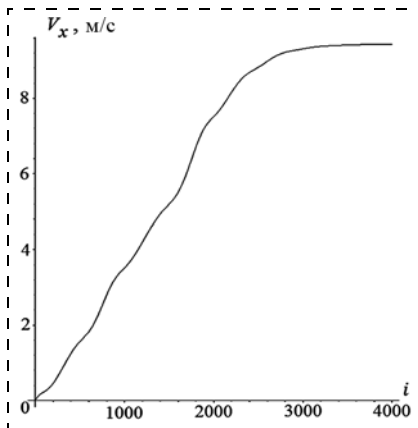


Рис. 5. График нарастания характеристической скорости V_x при коррекции геостационарной орбиты

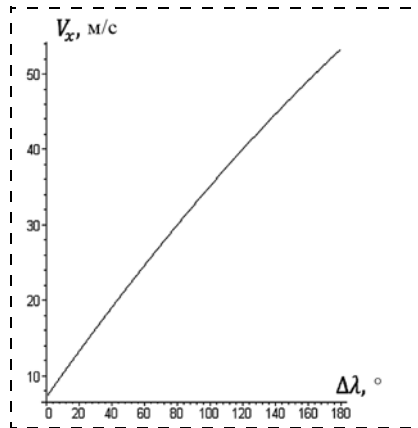


Рис. 6. Зависимость затрат характеристической скорости от отклонения по долготе

При этом при проведении расчетов соответственно изменялись: аргумент гиперболических функций в переходной матрице вспомогательной системы и длительность процесса (число тактов управления N). Результаты расчетов приведены в таблице.

Если значения V_x из приведенной таблицы аппроксимировать кривой второго порядка от шага i , то в результате статистической обработки по методу наименьших квадратов можно получить кривую затрат на управление в рассмотренных условиях в виде графика на рис. 6.

$\Delta\lambda, ^\circ$	Аргумент гиперболических функций	Число тактов управления	Длительность процесса, сутки	Затраты характеристической скорости, м/с
0	$i/400$	3000	3,47	6,7
5	$i/600$	4000	4,63	9,4
35	$i/800$	5000	5,79	17,4
65	$i/1000$	6000	6,94	25,8
95	$i/1200$	7000	8,10	33,8
125	$i/1400$	8000	9,26	41,3
155	$i/1600$	9000	10,42	48,5
180	$i/1800$	10000	11,57	53,0

2. Муромцев Д. Ю., Погонин В. А. Системы энергосберегающего управления: учеб. пособ. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. 92 с.

3. Салмин В. В., Четвериков А. С. Управление плоскими параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой тяги // Вестник Самарского аэрокосмического университета. 2015. Т. 14, № 4. С. 92—101.

4. Петрищев В. Ф. Энергосберегающее управление объектами ракетно-космической техники. Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2017. 140 с.

5. Микрин Е. А., Михайлов М. В., Орловский И. В., Рожков С. Н., Семенов А. С. Автономная система навигации модернизированных кораблей "Союз" и "Прогресс" // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сб. матер. Санкт-Петербург, 27—29 мая 2013 г. С. 304—309.

6. Чернявский Г. М., Бартенев В. А., Малышев В. А. Управление орбитой стационарного спутника. М.: Машиностроение, 1984. 144 с.

Power-Efficient Control of Plane Parameters of a Geostationary Spacecraft's Orbit Using an Adjustable Low-Thrust Rocket Engine

V. F. Petrishchev, mail@samspace.ru,

Progress Space-Rocket Centre, Samara, Korolev Research University of Samara

Corresponding author: Petrishchev V. F., D. Sc. Tech., Leading Researcher of Progress Space-Rocket Centre, Samara, Professor of Department of Theoretical Mechanics, Korolev Research University of Samara, e-mail: mail@samspace.ru

Accepted on August 25, 2017

A power-efficient algorithm is developed for discrete control of a geostationary spacecraft's orbital plane parameters using an adjustable low-thrust rocket engine. The algorithm is developed according to the approach described in [3] for a discrete feedback system. To reduce the onboard computer load, when the system operates during tens of days, the calculation interval is taken equal to 100 s. To use such a long interval, the author applied the approach described in [4], where the system state vector comprised the vector of coordinates of a geostationary spacecraft's centre of mass and the vector of its increments at one calculation step. A distinctive feature of the auxiliary system used for construction of the power-efficient control algorithm is the dependence of the current vector of the system state not from the previous one but from its initial state. That allowed using a transition matrix of the auxiliary system in the form of a diagonal matrix. The diagonal elements were taken in the form of hyperbolic first-order polynomials functions of the calculation step number. Besides, the weighting matrix in the control law was taken in the form of a constant matrix, since the elements of the weighting matrix in the control law quickly converge. To assess the efficiency of the algorithm proposed, the author compared results of its modeling to the results given in [2], where a three-step algorithm was proposed to control plane parameters of a geostationary spacecraft's orbit using a nonadjustable low-thrust rocket engine with the thrust applied in the transversal direction. The modeling was done with the same initial deviations of orbital parameters from the specified ones as those taken in [2]: for the revolution period the deviation was $\Delta T = 1,000$ s, for the eccentricity it was $\Delta e = 0,005$ and for the longitude of the orbital position it was $\Delta \lambda = 5$ deg. The orbit correction time was also taken, according to [2], equal to 4,000 steps of 100 s each, that is about 5 days. As a result of modeling, it was determined that the characteristic velocity consumption for correction of an orbit, with the correction beginning at the orbit perigee, was 9.4 m/s, which is 20 % less than that in the case given for comparison (11.8 m/s). If, with the same initial deviations, the correction of the orbit begins at its apogee, the characteristic velocity required for correction increases up to 11.5 m/s.

Keywords: auxiliary system, given system, geostationary orbit, orbit correction, performance criterion, power-efficient algorithm

For citation:

Petrishchev V. F. Power-Efficient Control of Plane Parameters of a Geostationary Spacecraft's Orbit Using an Adjustable Low-Thrust Rocket Engine, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 12, pp. 855—861.

DOI: 10.17587/mau.18.855-861

References

1. Branets V. N. *Upravlenie i Navigatsiya v Zadache Udaleniya Kosmicheskogo Musora* (Control and Navigation in the Problem of Space Debris Removal), *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2013, no. 3 (82), pp. 155—161 (in Russian).

2. Muromtsev D. Yu., Pogonin V. A. *Sistemy energosberegayushchego pravleniya* (Energy-efficient control systems), Tambov, Tamb. Gos. Techn. Univ. Publ., 2006, 92 p. (in Russian).

3. Salmin V. V., Chetverikov A. S. *Upravlenie Ploskimi Parametrami Orbitsy Geostatsionarnogo Kosmicheskogo Apparata s Pomoshchiu Dvigatela Maloy Tyagi* (Control of Plane Parameters of a Geostationary Spacecraft's Orbit Using a Low-Thrust Rocket Engine), *Vestnik Samarskogo Aerokosmicheskogo Universiteta*, 2015, vol. 14, no. 4, pp. 92—101 (in Russian).

4. Petrishchev V. F. *Energosberegayushchee Upravlenie Obyektami Raketno-Kosmicheskoy Tekhniki* (Power-Efficient Control of Space-Rocket Hardware), Samara, Publishing house of SamNTs RAN, 2017, 140 p. (in Russian).

5. Mikrin Ye. A., Mikhailov M. V., Orlovskiy I. V., Rozhkov S. N., Semyonov A. S. *Avtonomnaya Sistema Navigatsii Modernizirivannykh Korabley "Soyuz" i "Progress"* (Autonomous Navigation System of the Updated Soyuz and Progress Spaceship), *Proc. of the XX Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, May 27—29, 2013, Saint-Petersburg, pp. 304—309 (in Russian).

6. Chernyavskiy G. M., Bartenev V. A., Malyshev V. A. *Upravlenie Orbitoy Statsionarnogo Sputnika* (Control of a Stationary Spacecraft's Orbit), Moscow, Mashinostroyeniye, 1984, 144 p. (in Russian).